

# Inserm

Institut national  
de la santé et de la recherche médicale



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI  
DI TRENTO  
CIMeC - CENTER FOR MIND/BRAIN SCIENCES



# Le goût des nombres et comment l'acquérir

***Manuela Piazza***

*INSERM-CEA*

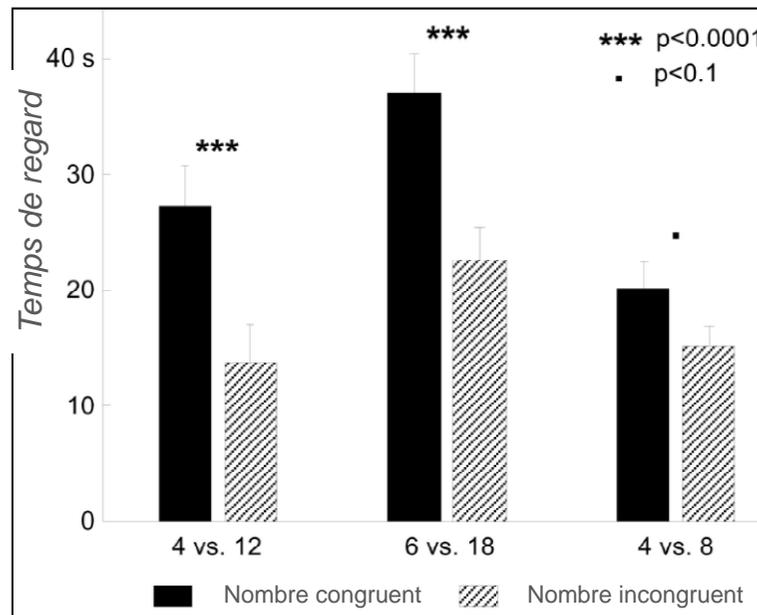
*Cognitive Neuroimaging Unit  
NeuroSpin Center, Saclay, France  
[www.unicog.org](http://www.unicog.org)*



Unkown artist (1840-1850). *The Maths lesson*. Victoria & Albert Museum, London, UK

# Une «prédisposition» précoce pour le nombre

[Feigenson 2011; Izard et al. 2009; Libertus & Brannon, 2010; Xu & Arriaga 2007; Brannon et al., 2004; Xu & Spelke 2000]



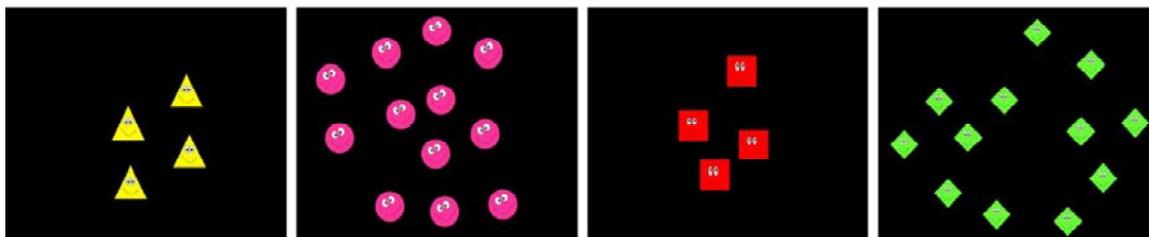
## Familiarization (2 min)

12 ... " tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu-tu " ... " ra-ra-ra-ra-ra-ra-ra-ra-ra-ra-ra-ra- " ...

or

4 ... " tuuuuu-tuuuuu-tuuuuu-tuuuuu " ... " raaaaa-raaaaa-raaaaa-raaaaa " ...

## Test (4 trials)



[Izard, Sann, Spelke, & Streri, PNAS 2009]

# Une « prédisposition » précoce pour le calcul

[McCrink & Wynn, 2004; Kobayashi et al., 2004; McCrink & Wynn, 2009; Wynn, 1992]

Les bébés (9 mois) réagissent aux violations des règles de l'arithmétique  
(additions / soustractions)

→ Ils combinent mentalement les nombres

Quand  $5 + 5$  ne fait pas 10....



...ils regardent plus longtemps ces  
événements impossibles!

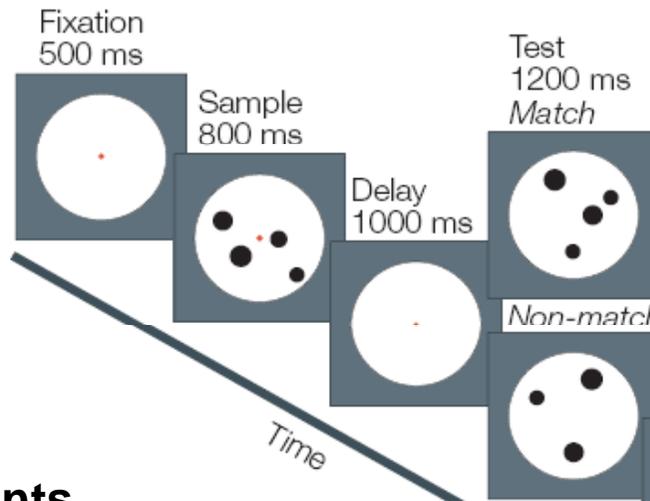


[McCrink & Wynn, *Psychological Science* 2004]

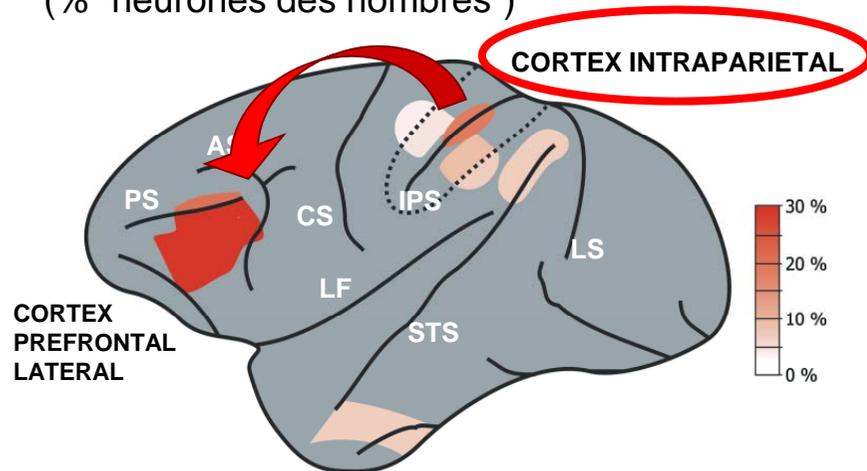
# Les neurones des nombres dans le cerveau du macaque

[Nieder, Freedman & Miller, 2002; Nieder & Miller, 2003, 2004, 2005; Roitman, Brannon & Platt, 2007]

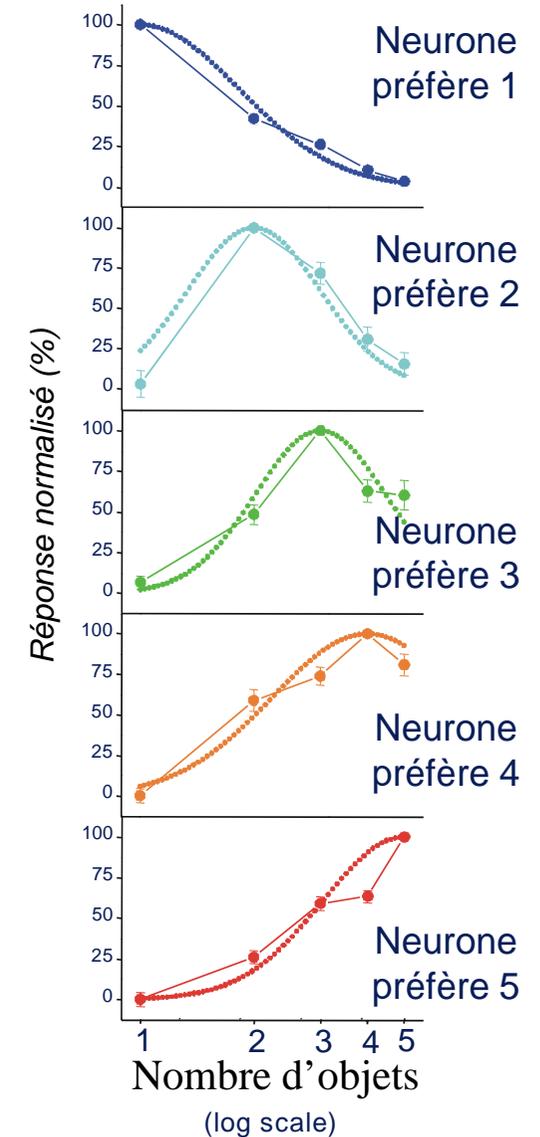
**Tache**  
appariement  
différé des nombres



**Regions d'enregistrements**  
(% "neurones des nombres")



## Codage neurale

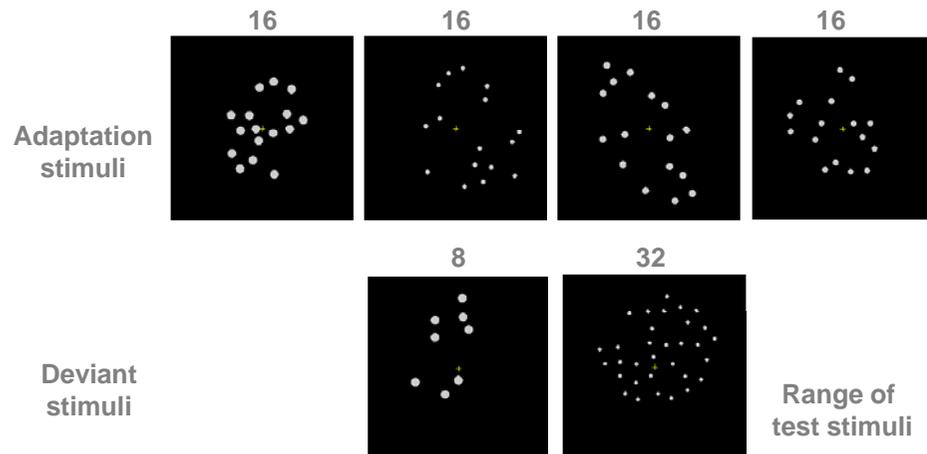


[Nieder et al., *Neuron* 2003]

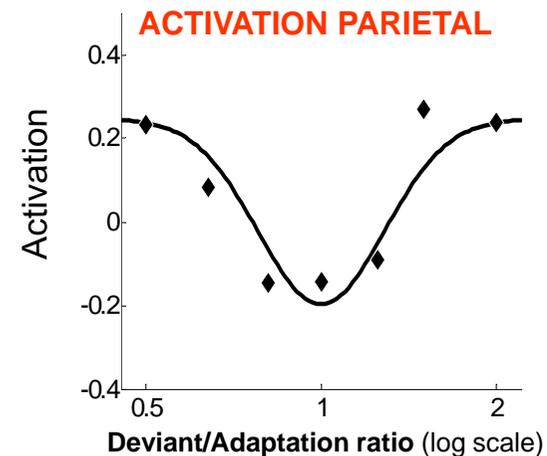
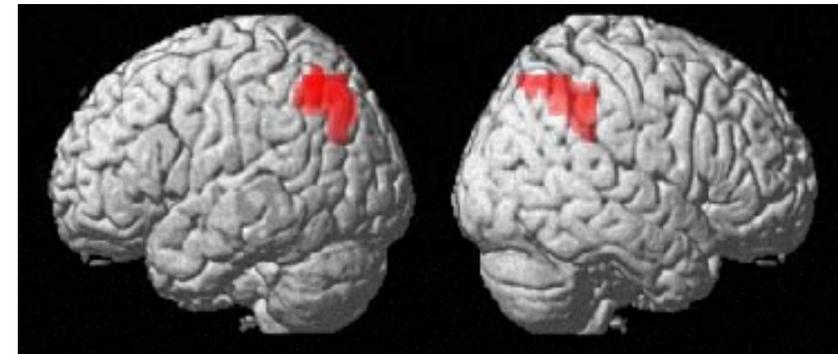
# Un code neural du nombre dans le cortex pariétal chez l'homme

[Roggerman et al., 2011; Hyde & Spelke, 2010; Eger et al., 2009; Piazza et al., 2007; Cantlon et al., 2006; Piazza et al., 2004]

## Protocole d'adaptation



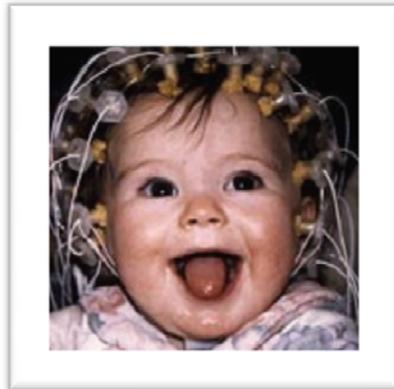
## Réponse cérébrale aux changements du nombre (IRMf)



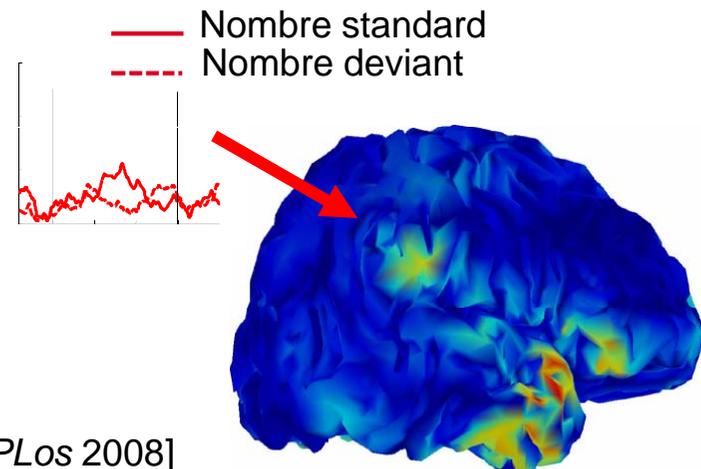
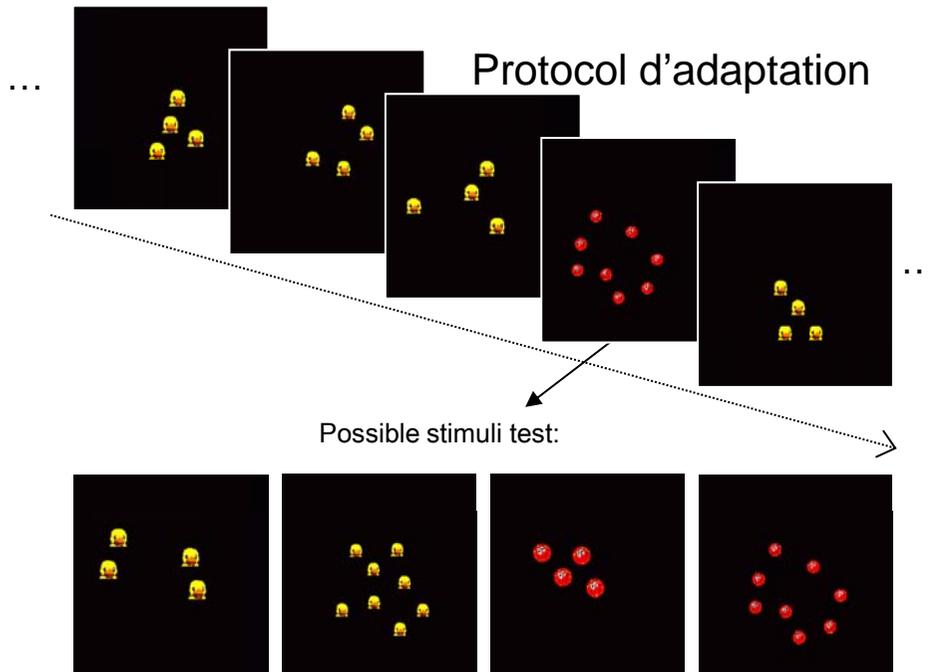
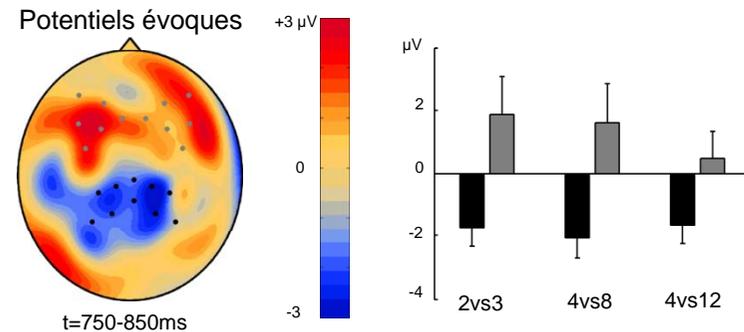
[Piazza et al., *Neuron* 2004]

# Le système pariétal pour le nombre est actif chez le nouveau-né

[Hyde et al., 2010; Libertus et al., 2009; Izard et al., 2008]



### Réponse cérébral aux changements du nombre (EEG)



# Le « sens du nombre » joue un rôle fondateur dans l'apprentissage des maths

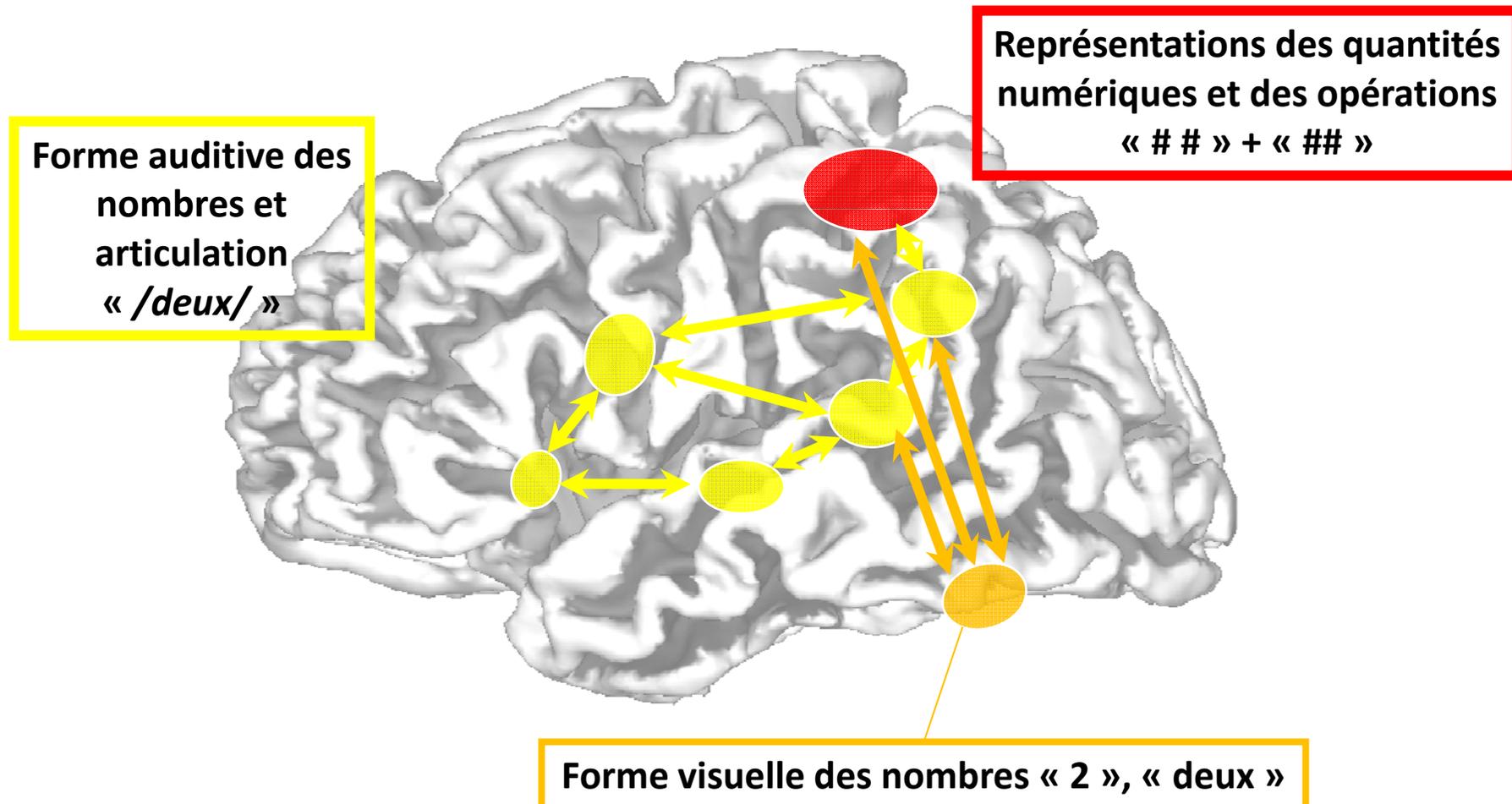
- La compréhension des mots des nombre et des opérations arithmétiques simples implique leur *mise en relation* avec les représentations pré - existantes de la cardinalité des ensembles, et de ses transformations.
- Le « sens du nombre » impose des *contraintes neuro-fonctionnelles* a l'apprentissage du calcul:
  - Sa maturité détermine la vitesse et la facilité avec laquelle les enfants apprennent les nombres et le calcul.
  - Son *intégrité* est une condition nécessaire pour un apprentissage du calcul normal.



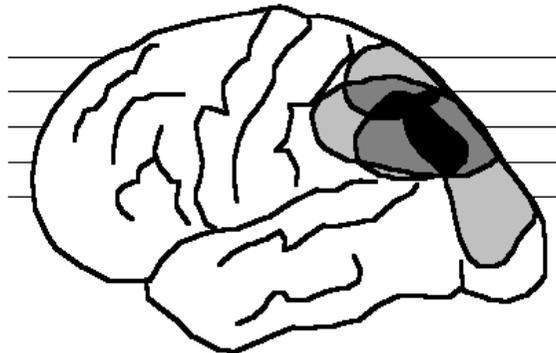
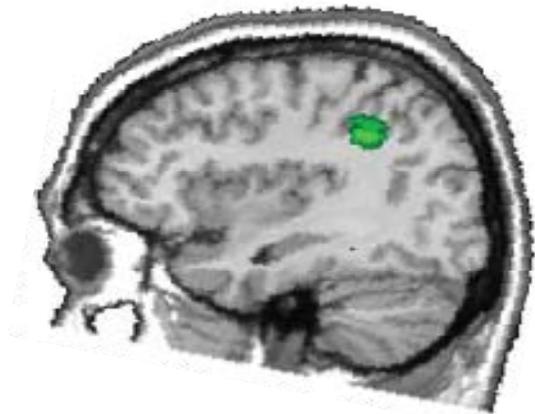
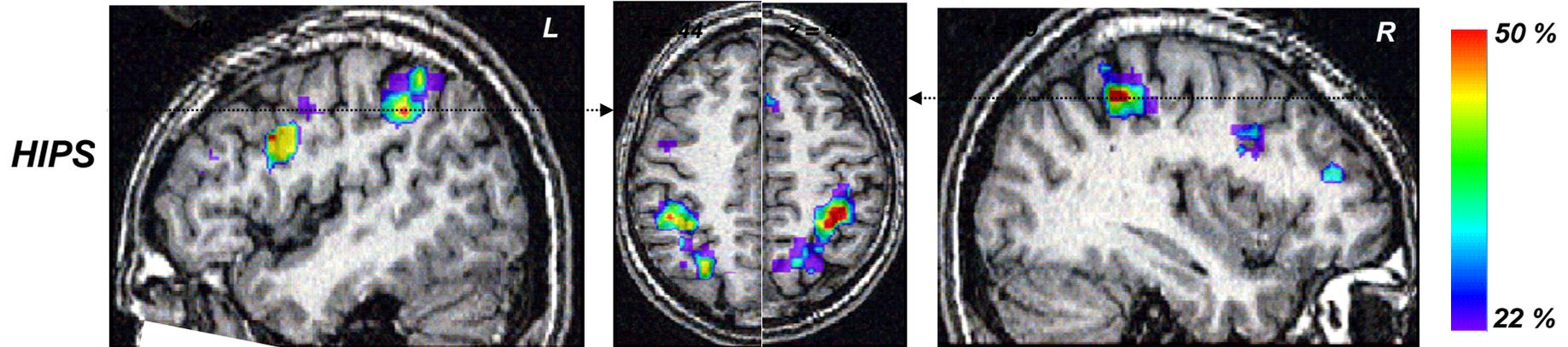
Eugene Carrière (1849-1906). The Arithmetic Lesson

# Apprendre à compter et à calculer dans le cerveau

- Lorsque les enfants apprennent à compter et à calculer leur système du nombre approximatif est déjà en place.
- Il s'agit de créer de nouvelles représentations **auditives/visuelles des nombres**
  - **Et de les connecter aux codes pré-existants de la quantité**



# Le cortex pariétal s'active systématiquement lorsque adultes et enfants font du calcul arithmétique symbolique

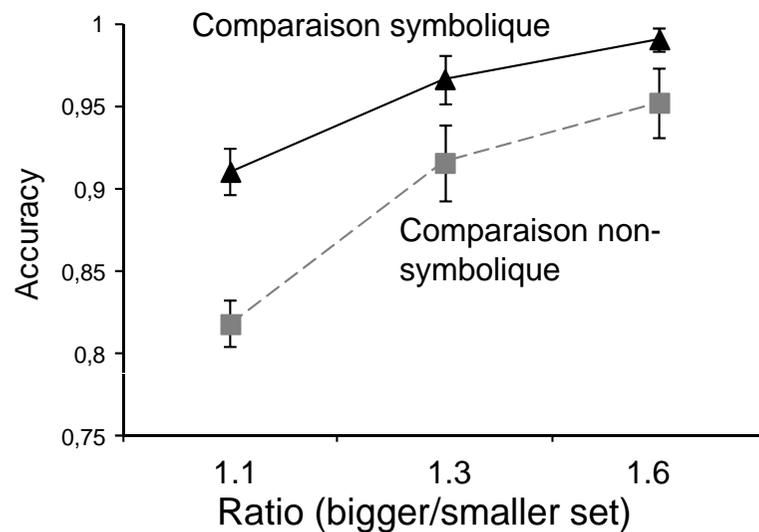
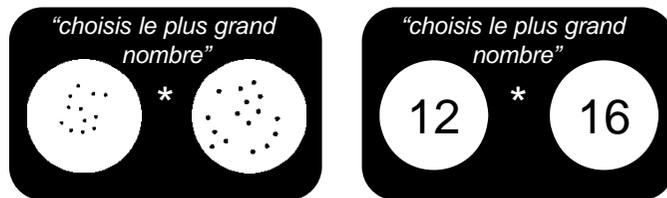


- Ces régions s'activent pour le calcul arithmétique quelque soit la **culture** (e.g. Tang et al., 2006; Dehaene et al., 2003)
- L'activation est localisée autour des mêmes coordonnées spatiales chez l'**enfant** et l'adulte (e.g., Cantlon, 2012; Krinzinger, 2011)
- Si lésés → **acalculie**, un trouble acquis du calcul (e.g. Dehaene 1997)
- L'accès à ce système s'automatise au cours de l'apprentissage, et chez l'adulte il s'active même pour des **nombre subliminaux** (e.g. Naccache, 2002)

# Les nombres sont associés à des quantités approximatives

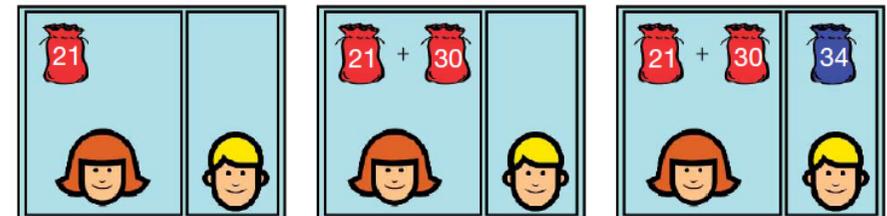
[Moyer & Landauer, 1967; Dehaene et al., 1990; Pinel et al., 2001; Gilmore et al., 2007; Chinello et al., 2012]

## ADULTES

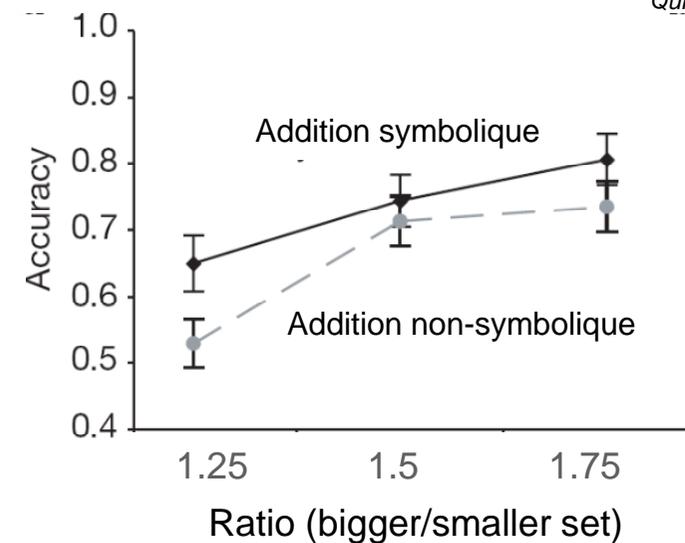


[Chinello et al., *Developmental Science* in press]

## ENFANTS (GS maternelle)



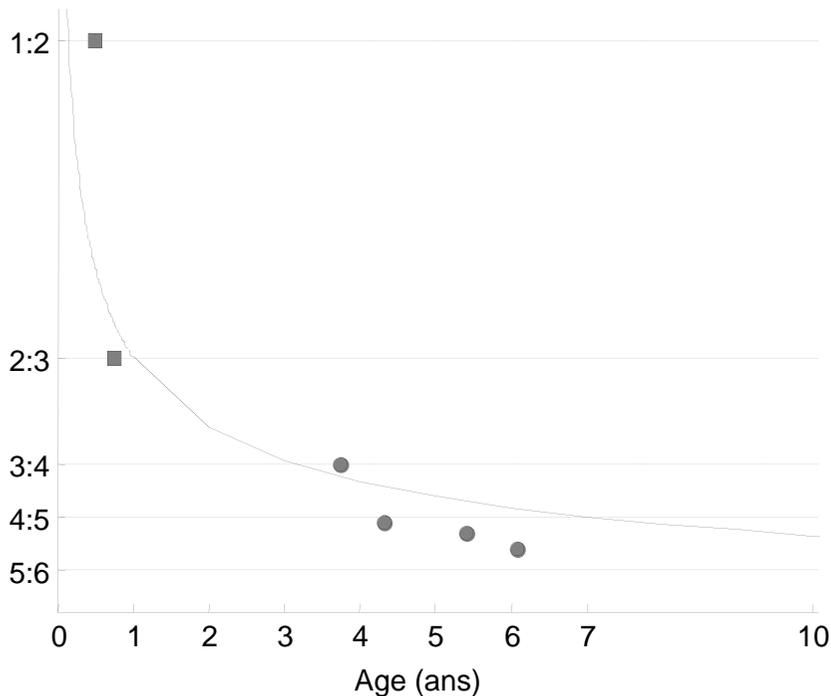
« Sarah a 21 bonbons » « Elle en reçoit 30 de plus » « John a 34 bonbons. Qui a n'as le plus? »



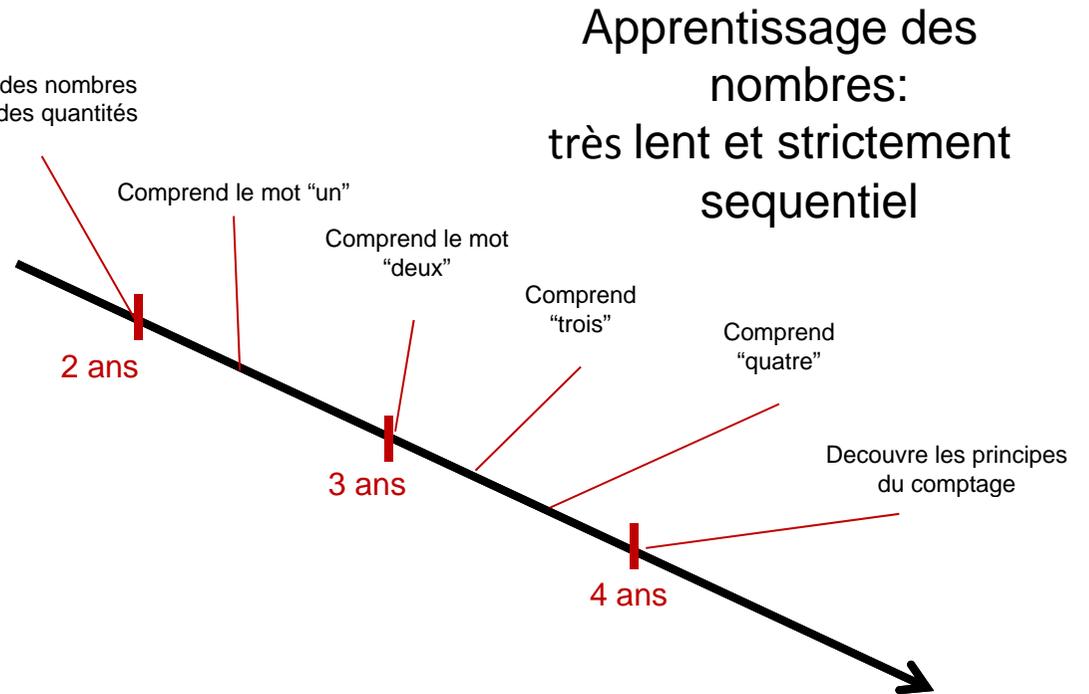
[Gilmore et al., *Nature* 2007]

L'acuité du « sens du nombre » augmente dans le temps: cela pourrait expliquer pourquoi les enfants comprennent les premiers mots des nombres d'une façon très lente et progressive.

Rapports numériques discriminables (fraction de Weber)



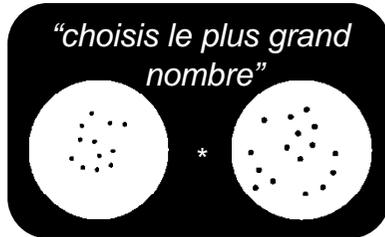
Les mots des nombres signifient des quantités



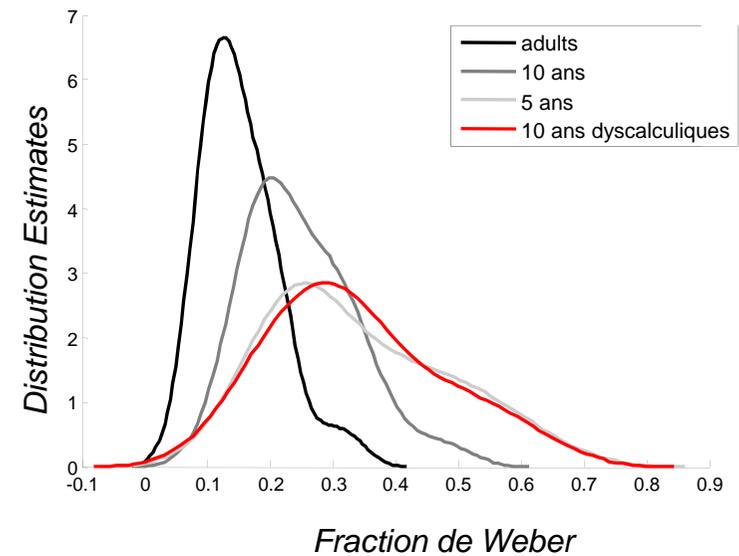
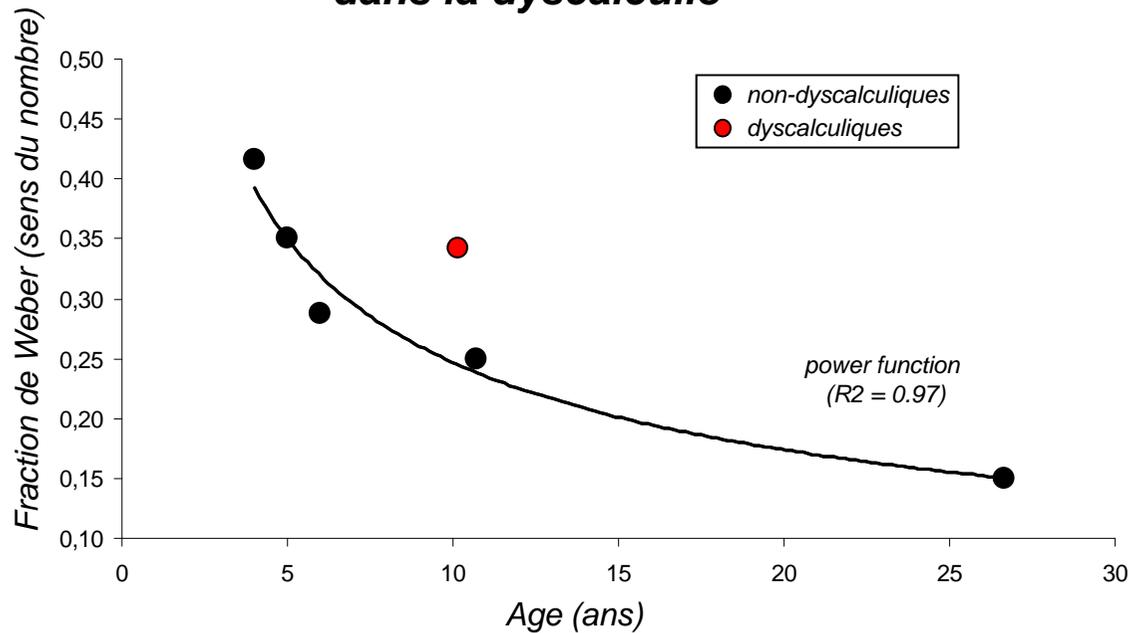
Apprentissage des nombres: très lent et strictement séquentiel

# Dyscalculie: un «sens du nombre» immature

[Mazzocco et al., 2011; Mussolin et al., 2010; Piazza et al., 2010]



**L'acuité du sens du nombre est immature dans la dyscalculie**



[Piazza et al., Cognition 2010]

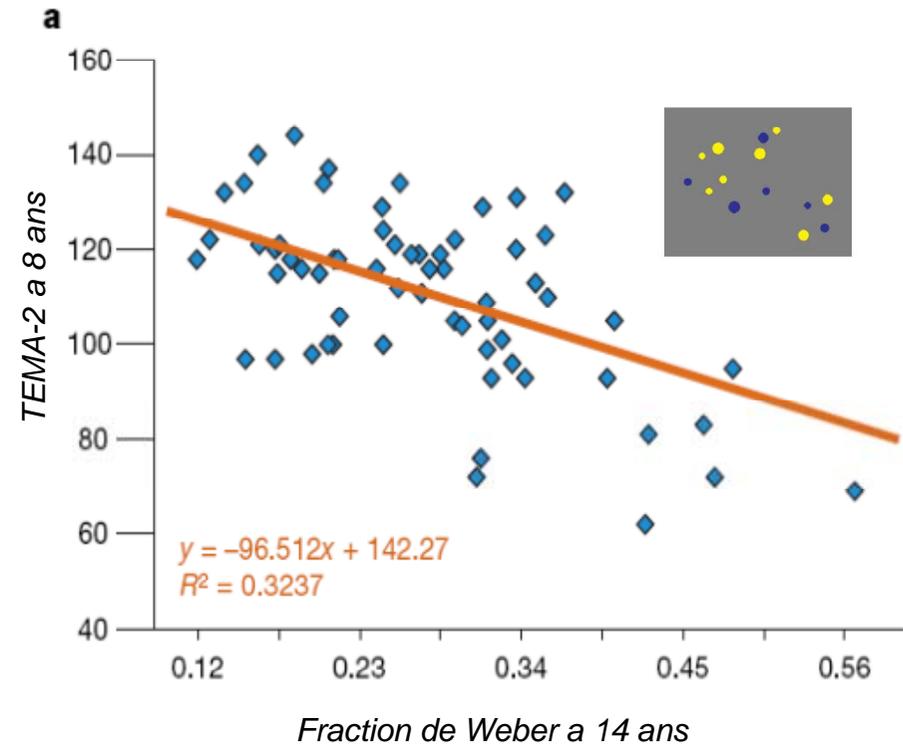
# L'acuité du « sens du nombre » corrèle avec la performance en calcul

- **Le sens du nombre en maternelle prédit la performance en calcul en CP**

[Mazzocco et al., 2011; Gilmore et al., 2010]

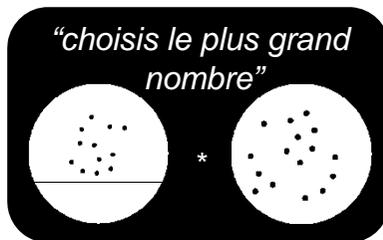
- Le sens du nombre chez l'adolescent et l'adulte est corrélé à la réussite en calcul dans des épreuves mathématiques standardisées et dans des tâches de calcul mental

[Piazza et al., 2012; Ranzini & Girelli, in press; Halberda et al., 2011; Halberda et al., 2007]



[Halberda et al., *Science* 2007]

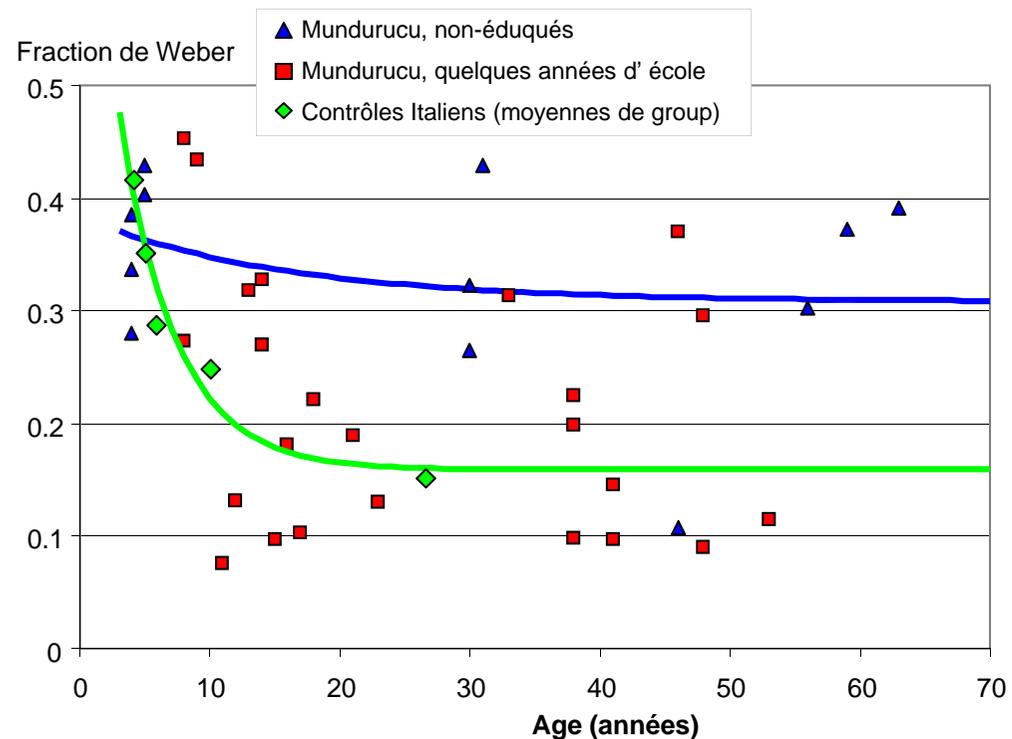
# Effets de l'éducation sur le «sens du nombre»: raffinement de l'acuité numérique



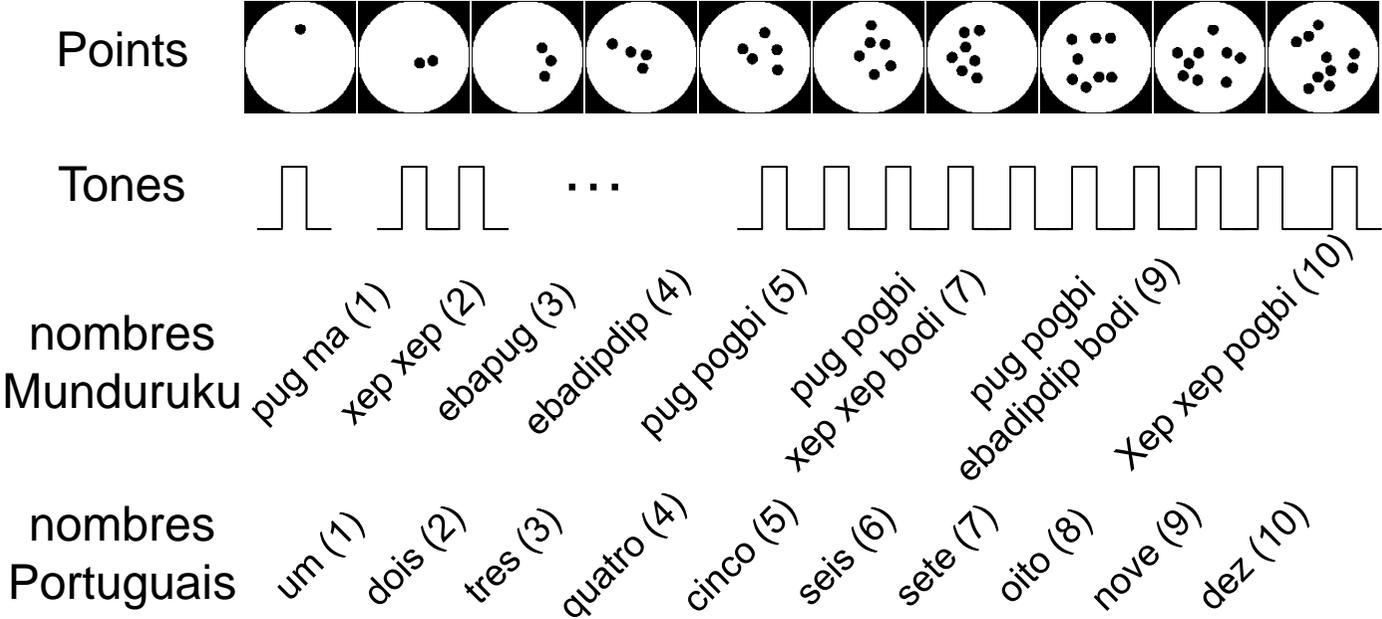
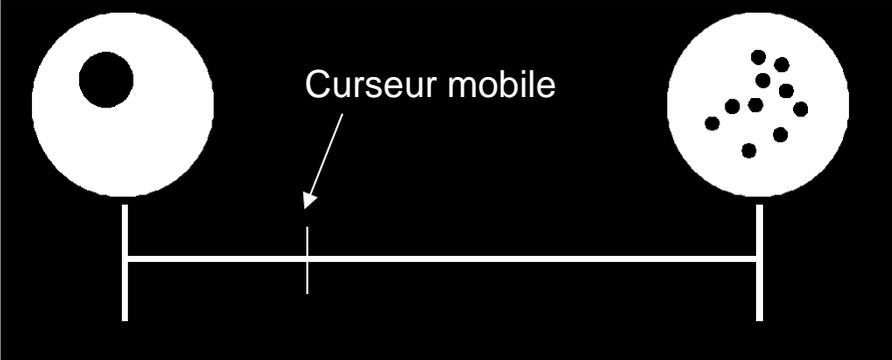
*Le Mundurucu: une population indigène de l'Amazonie (Bresil)*

*Dans leur culture il n'y a pas de système de comptage ni de représentation symbolique du nombre au-delà de 3-4.*

*Dans notre étude, nous avons testé 36 Mundurucu [âge de 4 a 67]:  
12 sans aucune éducation, et 24 avec quelques années d'école*



# Effets de l'éducation sur le «sens du nombre»: d'une échelle logarithmique a une échelle linéaire



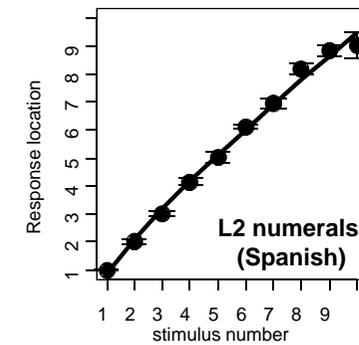
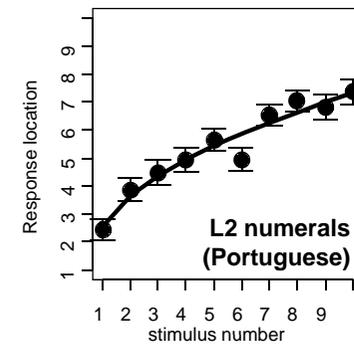
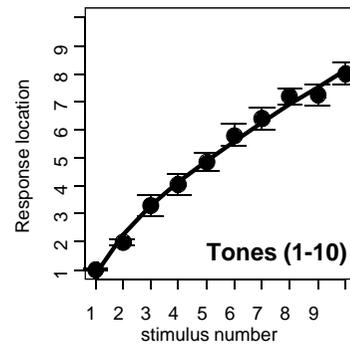
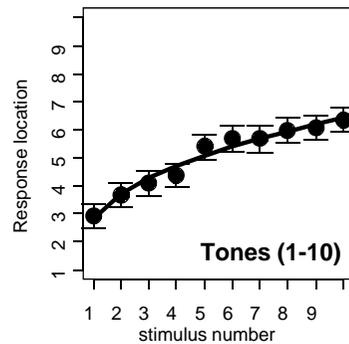
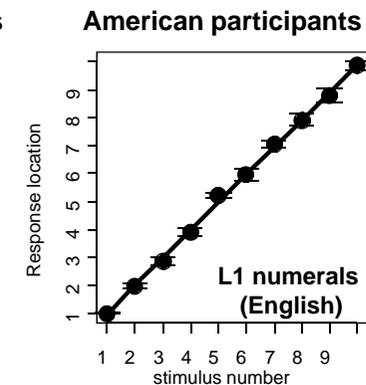
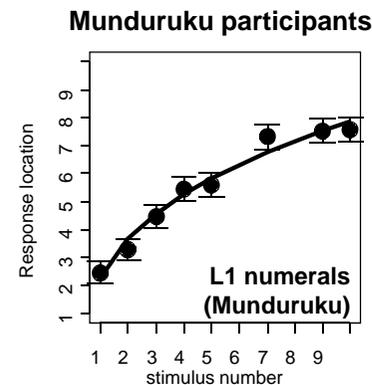
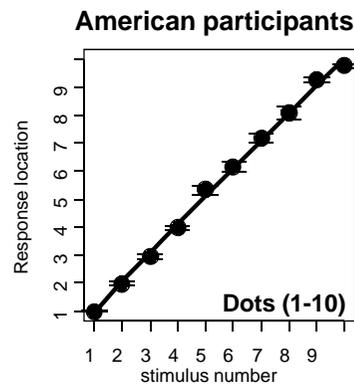
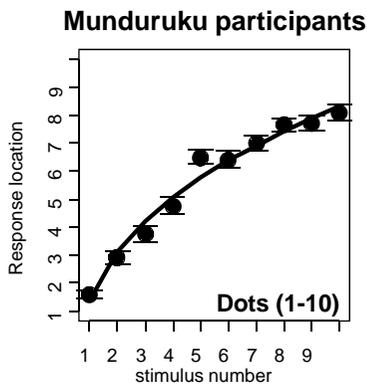
[Dehaene et al., *Science*, 2008]

# Relation nombre-espace logarithmique chez les Mundurucu

Mundurucu enfants et adultes montrent un mappage compressif:

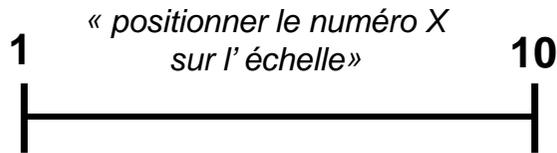
- Pour ensembles d'objets concrets

- Pour nombres Mundurucu et Portugaise

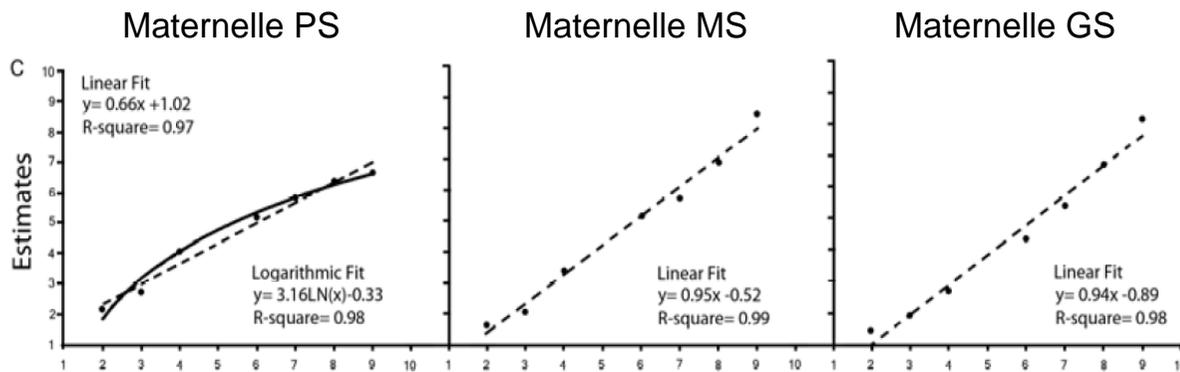


# Effets de l'éducation sur le «sens du nombre»: d'une échelle logarithmique a une échelle linéaire

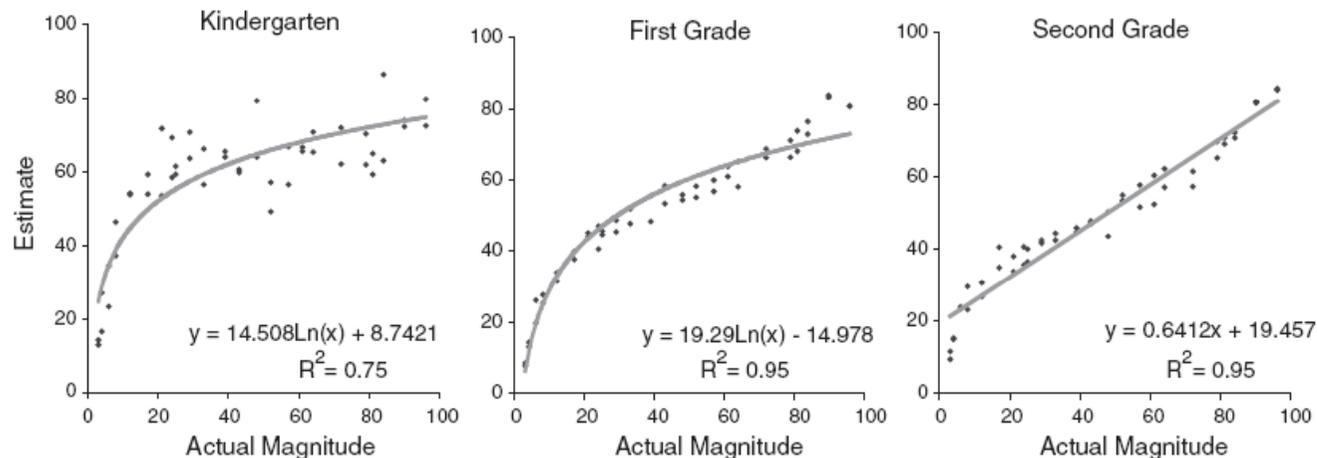
[Siegler & Opfer, 2003; Siegler & Booth, 2004; Berteletti et al., 2009]



**Un changement majeur a l'éducation: le passage d'une représentation logarithmique a une représentation linéaire des nombres**



[Berteletti et al., *Devel Sci* 2009]



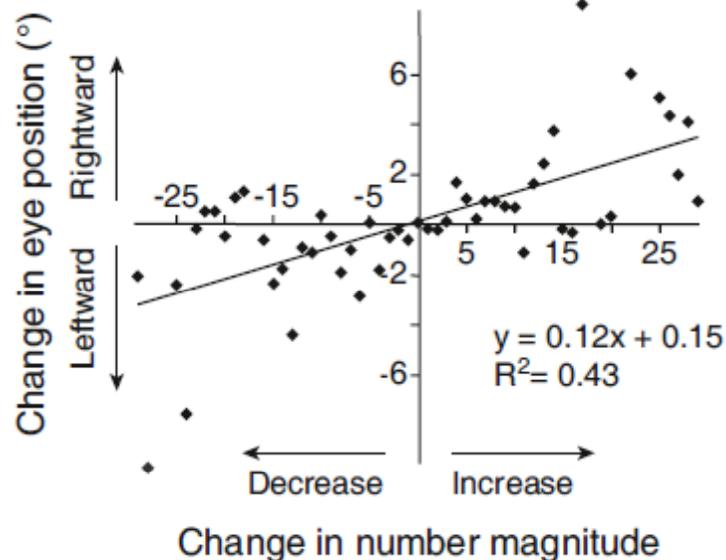
# Une représentation spatiale des nombres

[Loetscher, 2009; Hubbard, 2005; Fisher, 2004; Zorzi et al., 2002; Dehaene et al., 1993]

## Correspondences

### Eye position predicts what number you have in mind

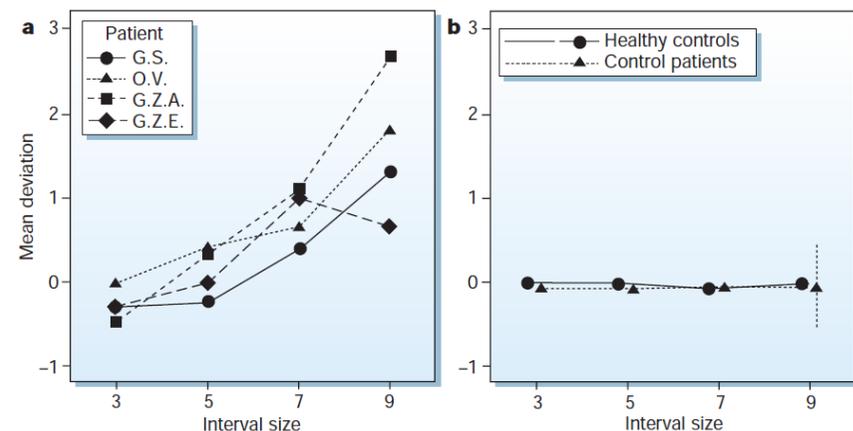
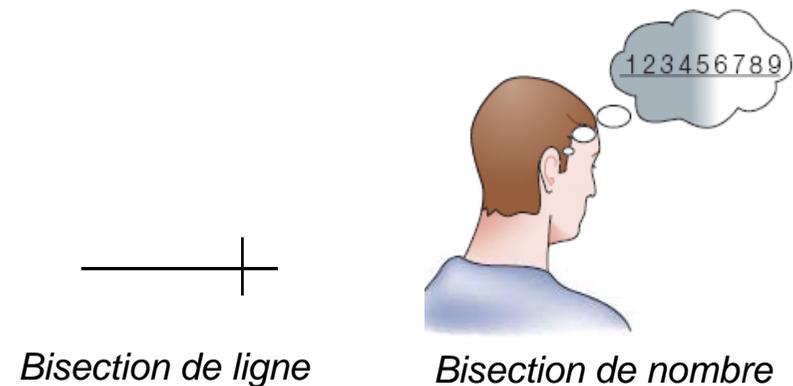
- 12 sujets dans une salle sans lumière
- Tâche: produire une séquence de nombres aléatoire.
- Les mouvements oculaires sont enregistrés et analysés dans une fenêtre de 500 ms **précédent** la production du nombre.



[Loetscher et al., *Curr Biol* 2009]

## Hemi - négligence spatiale

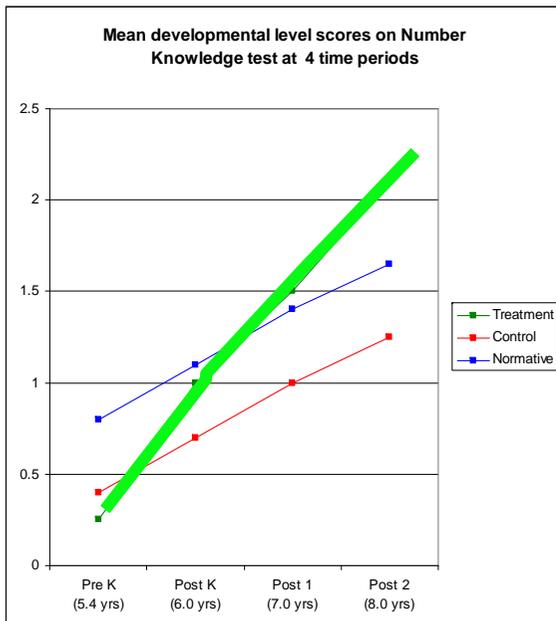
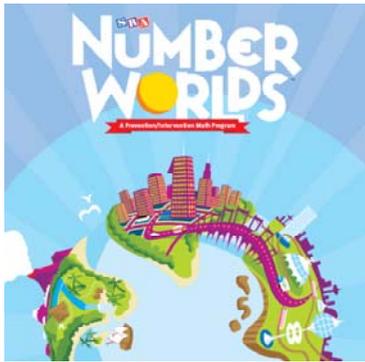
[Zorzi et al., *Nature Neuroscience* 2002]



# Supports pédagogiques avec référence explicite à la notion de ligne numérique sont efficaces

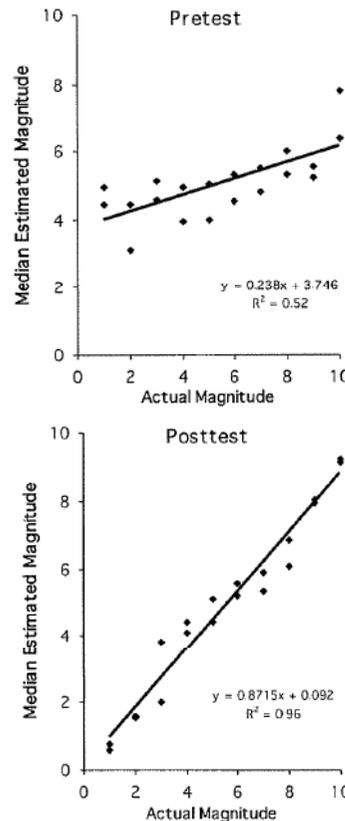
## Griffin & Case (1994, 2004)

Programme éducatif en math avec activités de ligne numérique améliore durablement le calcul chez les enfant de bas niveau socio-économique.



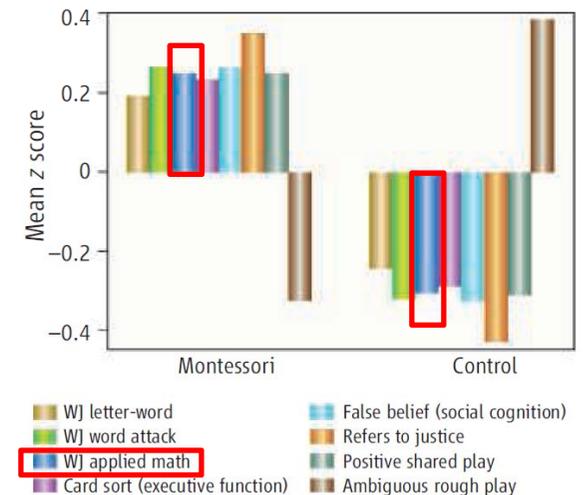
## Ramani & Siegler (2008)

Entraînement très court avec jeux de ligne numérique améliore tâches numériques: comparaison, comptage chez les enfant de bas niveau socio-économique.



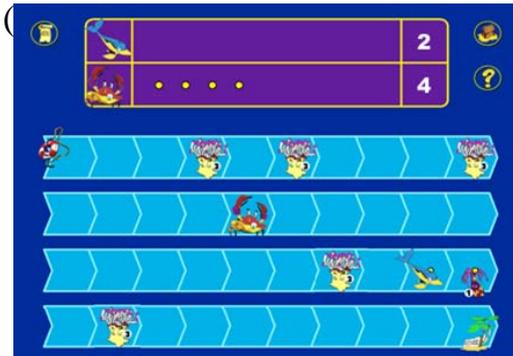
## Lilliard and Else-Quest (2008)

Programme Montessori entraîne les associations simultanées entre quantités concrètes, symboles, et ligne numérique améliore la réussite en maths (vs. programme non-Montessori; USA)

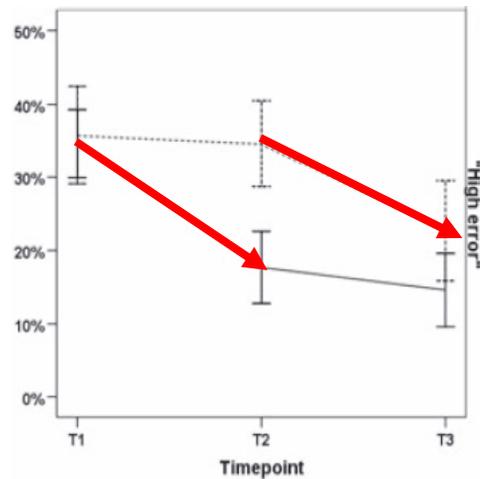


## Wilson Fayol Dehaene (2007)

Le jeu « La course au nombres » améliore les tâches de comptage, comparaison des nombres, identification chez des enfants en maternelle de bas niveau socio-économique.



Diminution d'erreurs dans la tâche de comparaison des nombres



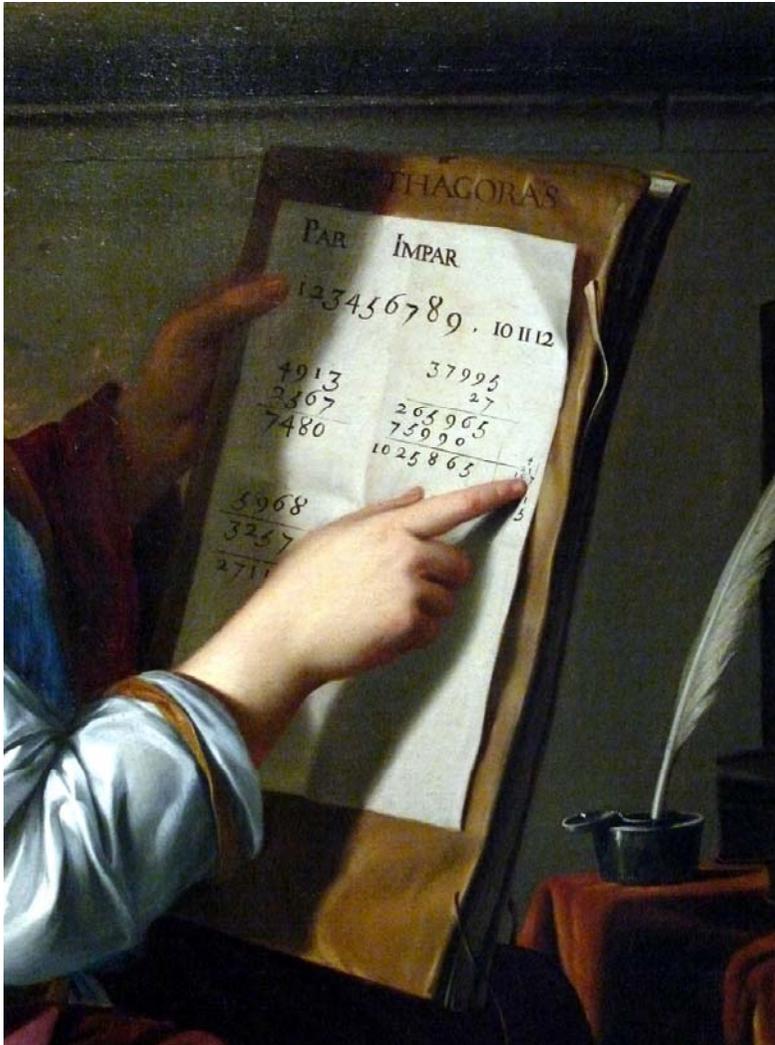
## «L'attrape nombre »

<http://thenumbercatcher.com>

- Logiciel éducatif adaptatif qui module difficulté et vitesse.
- Présentation de nombres sous toutes leurs formes : écrits en chiffres arabes, parlés sous forme de mots, et visualisés sous forme de quantités et d'ensembles d'objets arrangés sur une ligne → entraîne le passage rapide d'une représentation à l'autre.
- Entraîne particulièrement les calculs avec nombres à 2 chiffres et la décomposition à 10.



# Conclusion: du sens du nombre à « l'alphabétisation numérique »



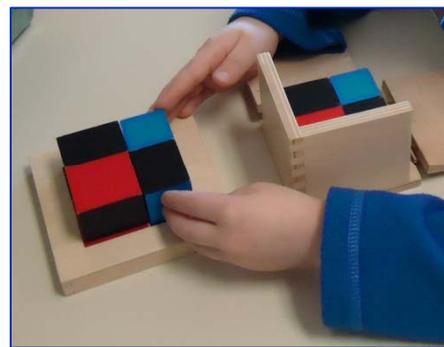
Laurent de La Hyre (1606-1656). Allegory of Arithmetic  
Walters Art Museum, Baltimore, Maryland.

- L'apprentissage des nombres et du calcul se construit à partir d'un système neurocognitif préexistant qui permet d'extraire et manipuler mentalement l'information numérique approximative de l'environnement sensoriel.
- Ce système est suffisamment plastique pour être partiellement reconverti, grâce à l'éducation, au codage du nombre exact, grâce auquel nous arrivons à comprendre et manipuler les symboles numériques («26»).
- Ce processus d'apprentissage est aidé par l'utilisation des supports de visualisation spatiale des nombres.

# Conclusion: implications pour l'éducation

- Les enfants entrent l'école avec un bagage d'intuitions sur le nombre et le calcul qui devraient être utilisées comme point de départ pour l'enseignement des mathématiques.

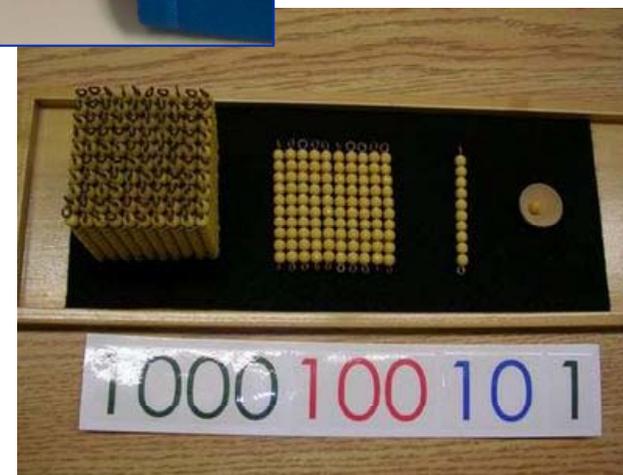
- Savoir qu'ils peuvent compter sur leur sens du nombre devrait leur donner plus de confiance et de plaisir.



- Développer le sens du nombre devrait être plus important et précéder l'apprentissage de procédures



- La manipulation d'outils concrets est un support important pour nos intuitions.



- Jeux simples et logiciels éducatifs peuvent être utilisés pour renforcer les premiers apprentissages surtout pour des enfants à risque.

# Merci!



Philippe Pinel



Stanislas Dehaene



Liz Spelke



Evelyn Eger



Veronique Izard



Pierre Pica



Ed Hubbard



David Melcher



Alessandro Chinello



André Knops



Marco Zorzi



Qing Cai



Ilaria Berteletti

## Inserm

Institut national  
de la santé et de la recherche médicale

