Cours 2016-2017:

Parole, musique, mathématiques : Les langages du cerveau

Stanislas Dehaene
Chaire de Psychologie Cognitive Expérimentale

Cours n°5

Langage et mathématiques : des réseaux dissociables

Quelles sont les relations entre mathématiques et langage?

Galileo: « Ce livre [L'univers] est **écrit dans la langue mathématique** et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques, sans le moyen desquels il est humainement impossible d'en comprendre un mot. »

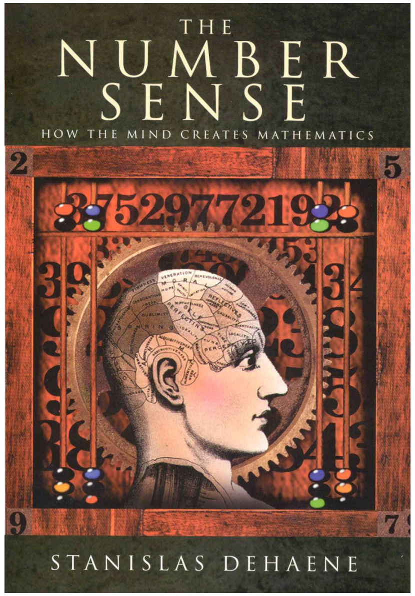
Quels sont les liens entre le langage mathématique et le langage naturel?

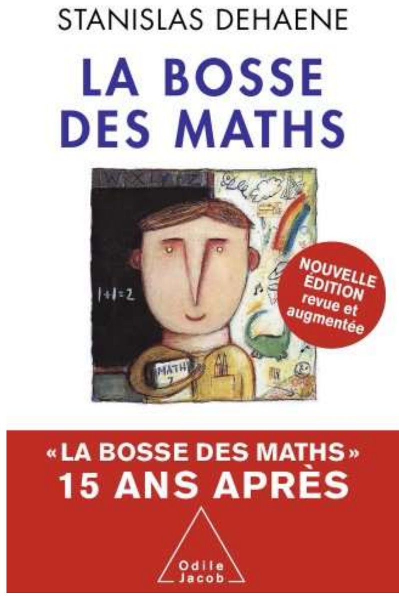
Pour Noam Chomsky, l'évolution de la faculté de langage a joué un rôle essentiel dans l'émergence de l'ensemble des compétences humaines: "Les capacités mathématiques trouvent leur origine dans une **abstraction à partir des opérations linguistiques**."

Pour Albert Einstein (and bien d'autres physiciens et mathématiciens), « **les mots et le langage**, écrits ou parlés, **ne semblent pas jouer le moindre rôle** dans le mécanisme de ma pensée. Les entités psychiques qui servent d'élément à la pensée sont certaines signes ou des images plus ou moins claires, qui peuvent à volonté être reproduits ou combinés. »

Modèle du recyclage neuronal: les mathématiques de haut niveau « recyclent » des aires impliquées dans le temps, le nombre, l'espace…

Elizabeth Spelke estime que c'est le langage qui permet d'assembler ces systèmes entre eux et de dépasser leurs limites initiales.



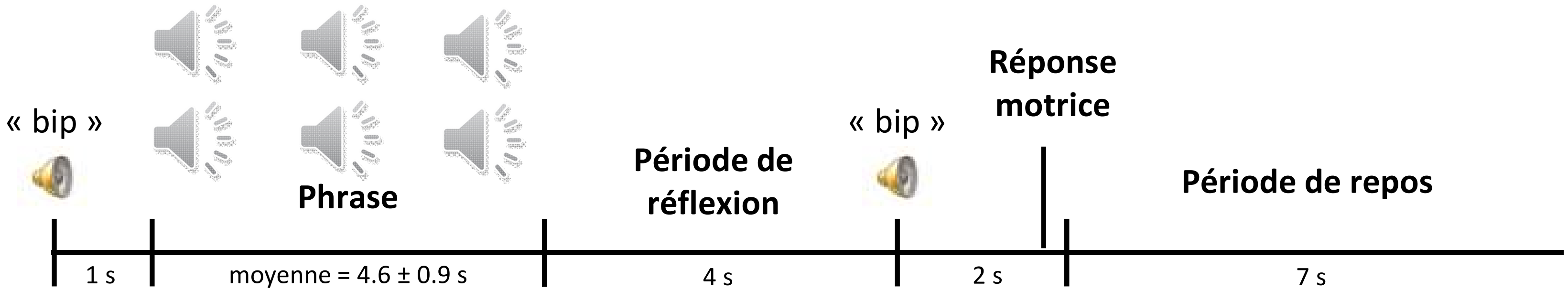


Quelles aires cérébrales sont utilisées chez les mathématiciens professionnels ?

Amalric, M., & Dehaene, S. Origins of the brain networks for advanced mathematics in expert mathematicians.
PNAS, 2016

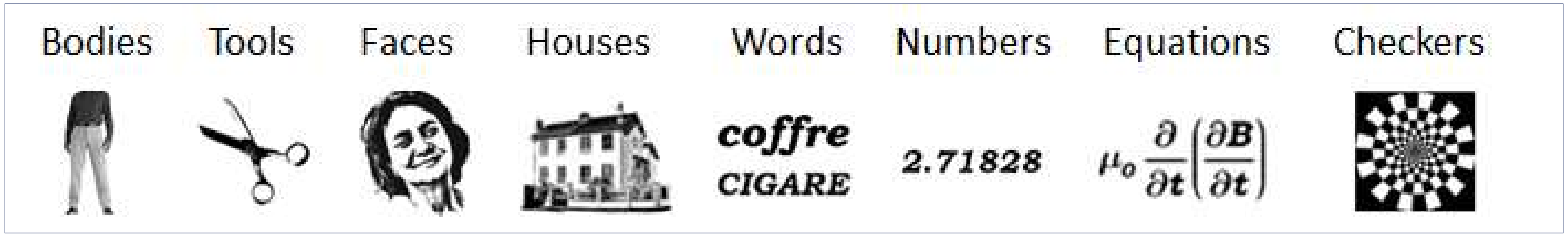
15 mathématiciens professionnels ont été comparés à 15 spécialistes des humanités et des sciences sociales

Tâche principale = jugement rapide, intuitif de la véracité de phrases parlées

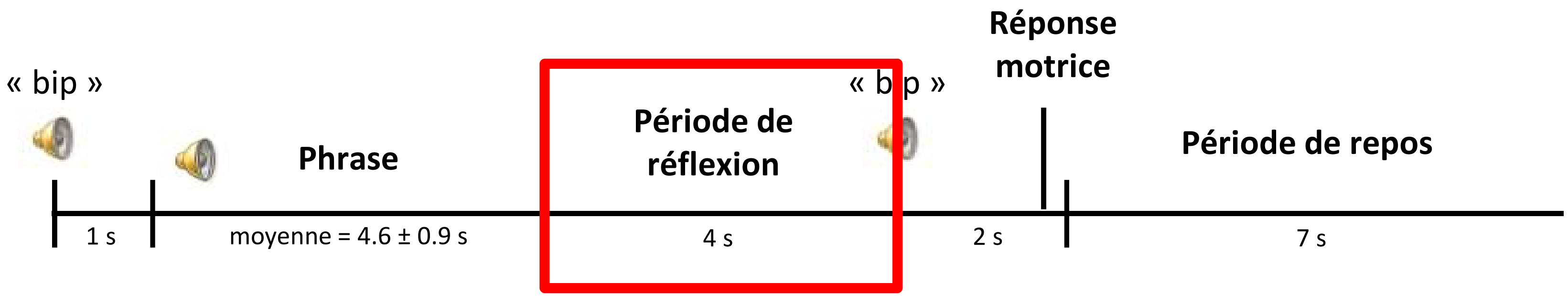


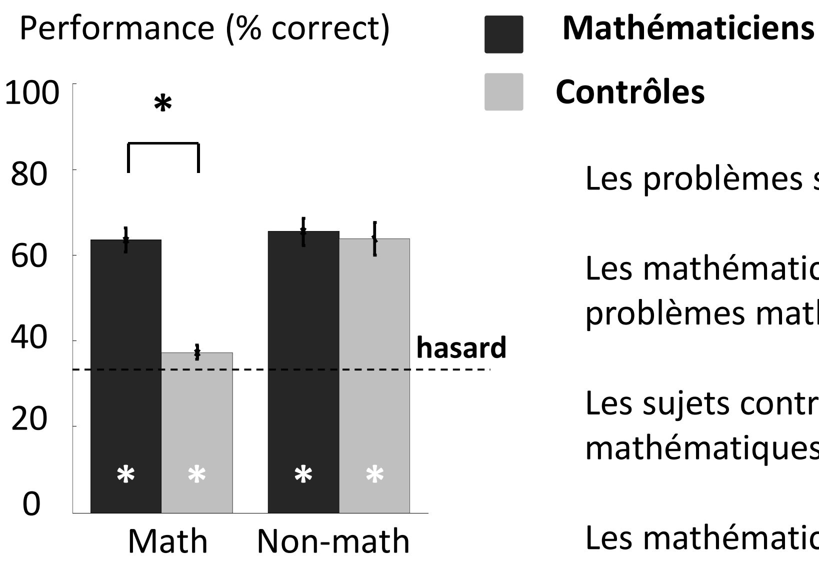
Calcul : « Calculez sept moins trois » (comparé à l'écoute de phrases non-mathématiques).

Localisation des aires visuelles :



Comportement: les problèmes sont équilibrés en difficulté.





Les problèmes sont difficiles!

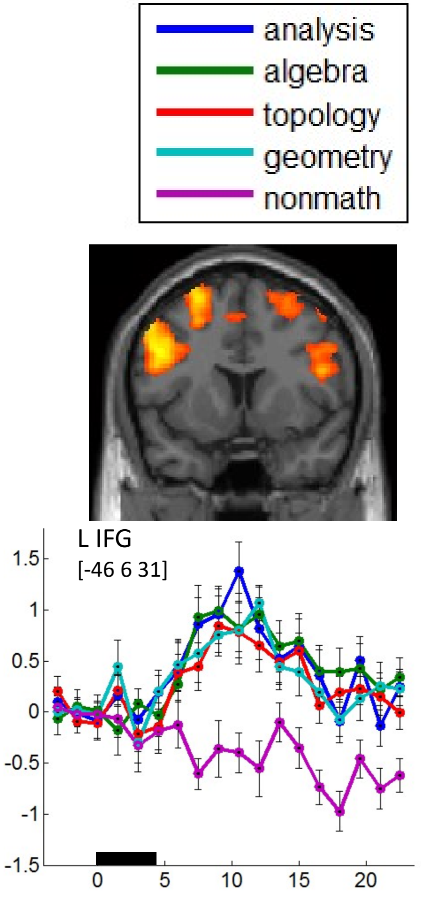
Les mathématiciens répondent également bien aux problèmes mathématiques et non-mathématiques .

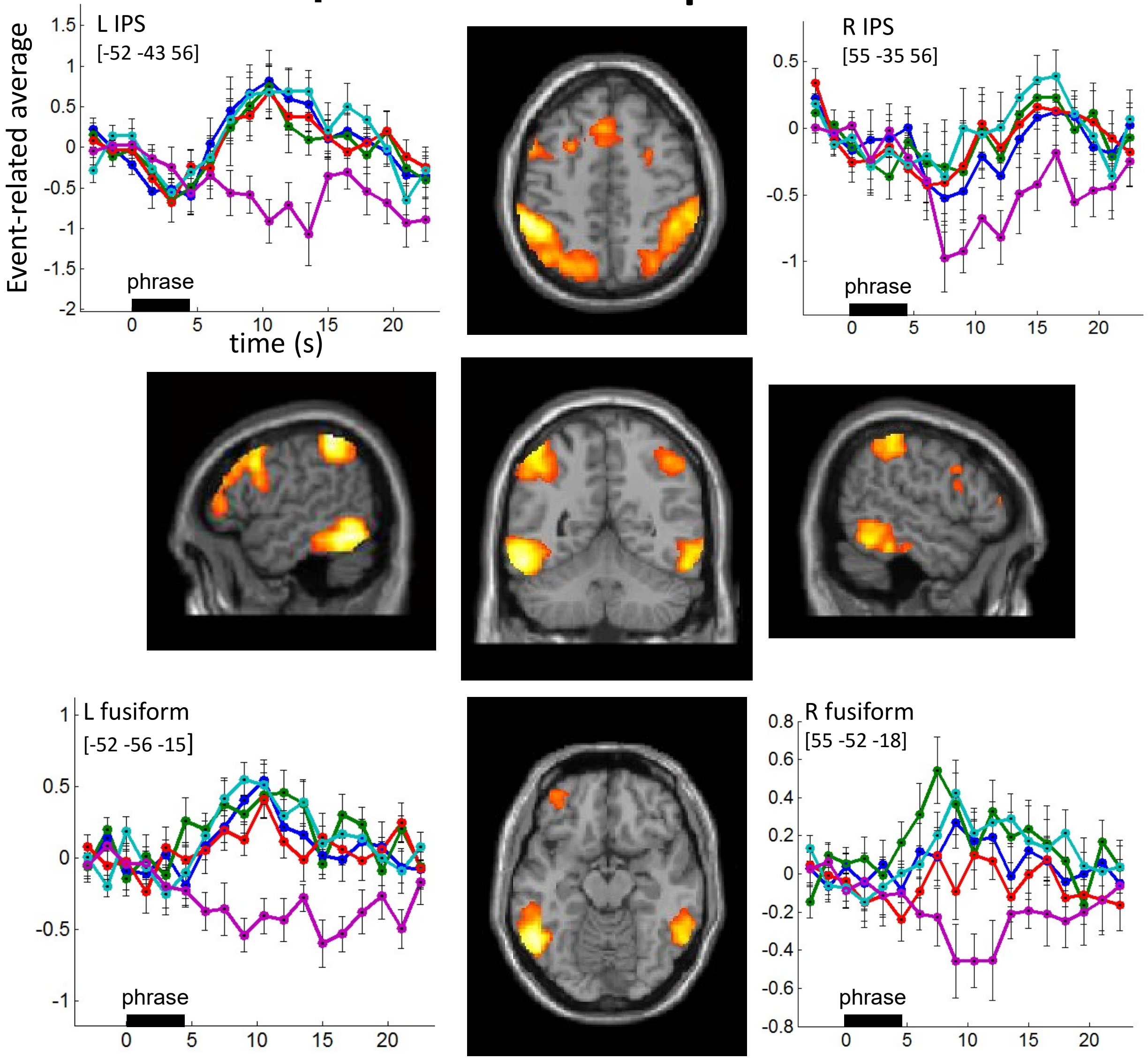
Les sujets contrôles échouent sur les problèmes mathématiques.

Les mathématiciens et les contrôles répondent également bien aux problèmes non-mathématiques.

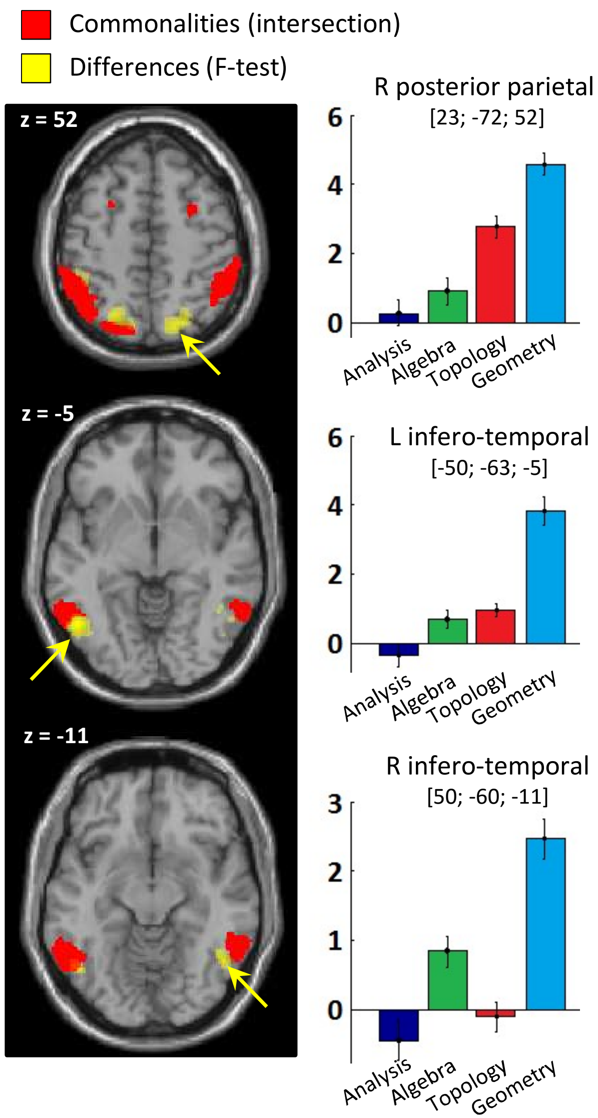
La réflexion mathématique active les aires pariétales et temporales ventrales

Tous les grands domaines des mathématiques (analyse, algèbre, topologie, géométrie) activent ces régions plus que la réflexion sur des connaissances générales de difficulté égale.

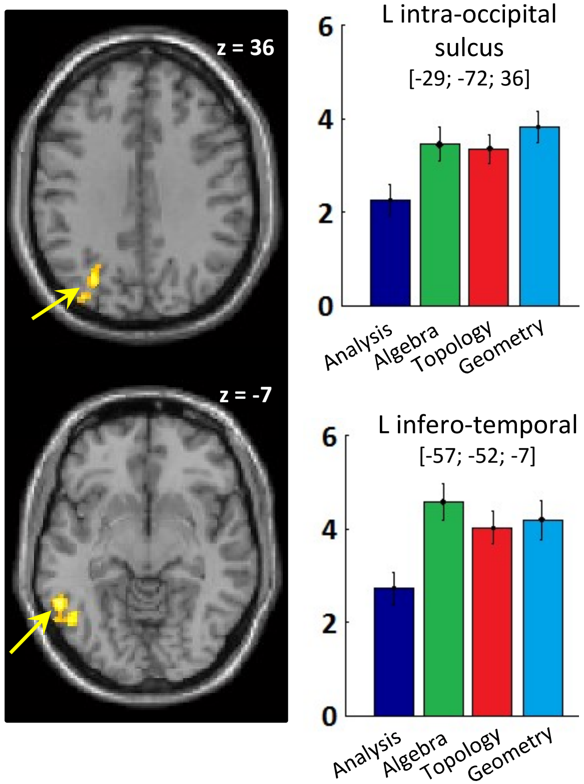




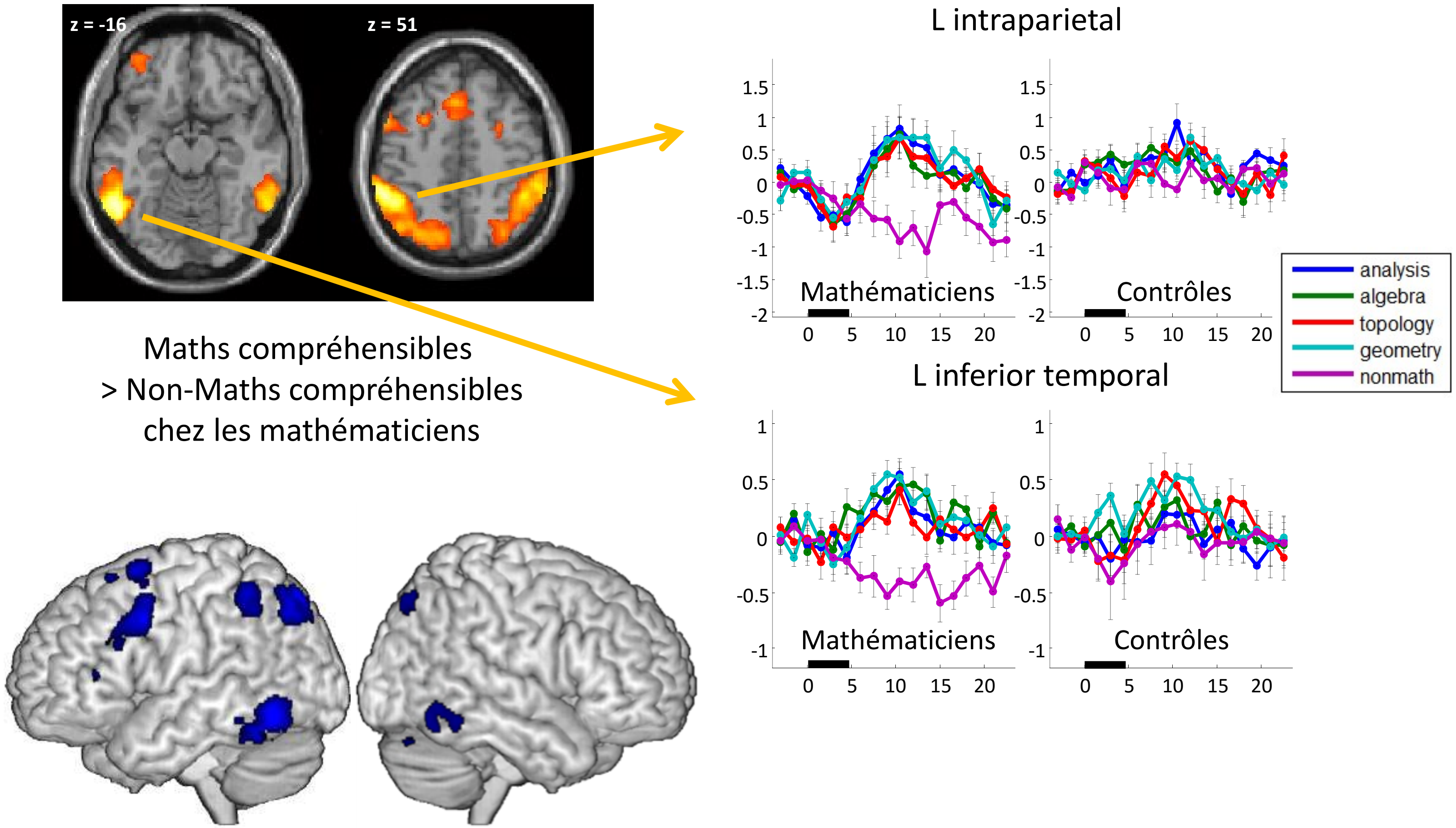
On observe très peu de différences entre les différents domaines des mathématiques.



Augmentation de l'activité avec le degré d' "imagerie visuelle" rapportée par les mathématiciens.

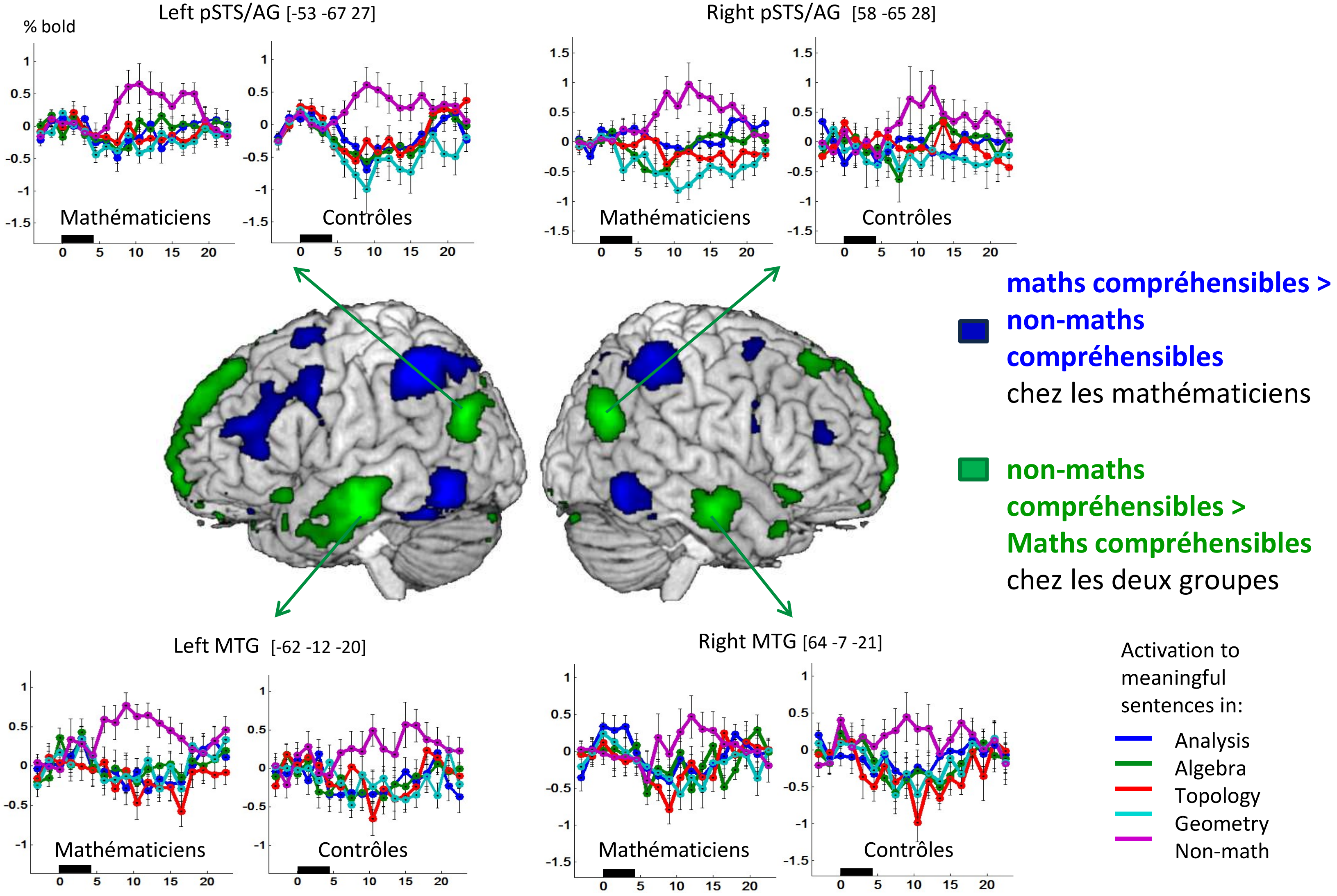


Le réseau mathématique ne répond aux problèmes mathématiques de haut niveau que chez les mathématiciens professionnels.



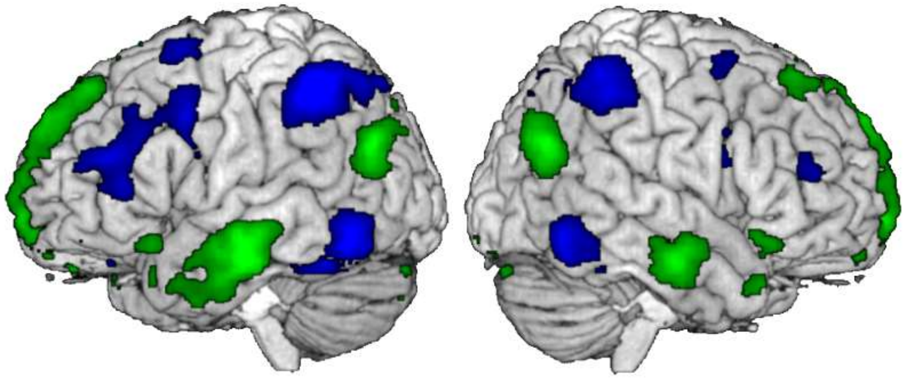
Interaction:
Maths compréhensibles > Non-maths compréhensibles
chez les Mathématiciens > Contrôles

Les connaissances sémantiques générales activent des aires distinctes de celles impliquées dans la réflexion mathématique



Convergence avec les études précédentes du réseau sémantique ou conceptuel

Amalric et al:



Maths **versus** **Connaissances sémantiques**

Pallier et al:

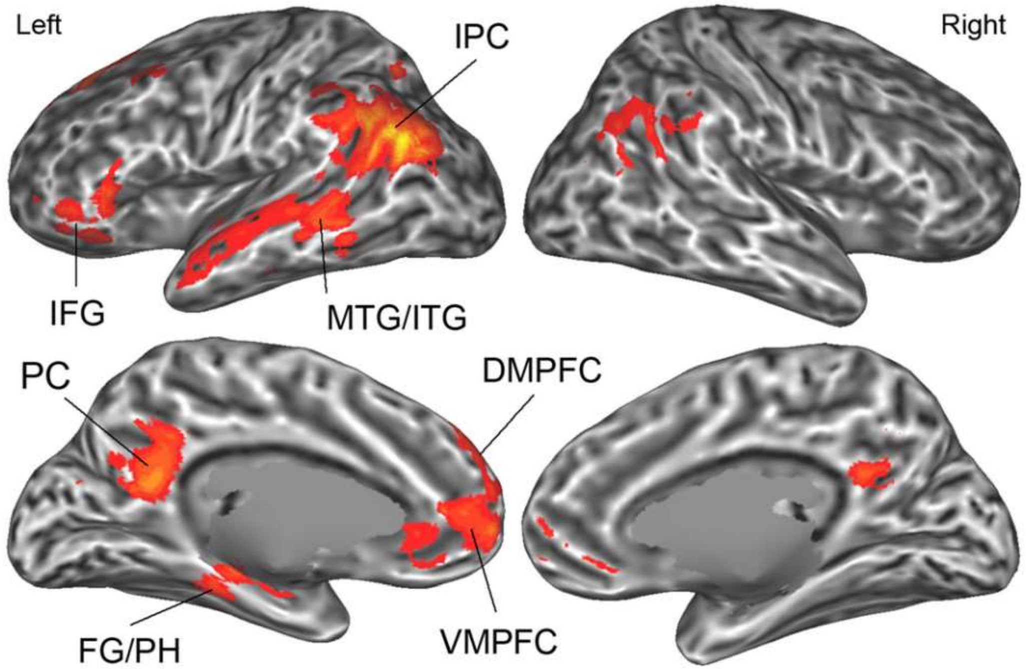
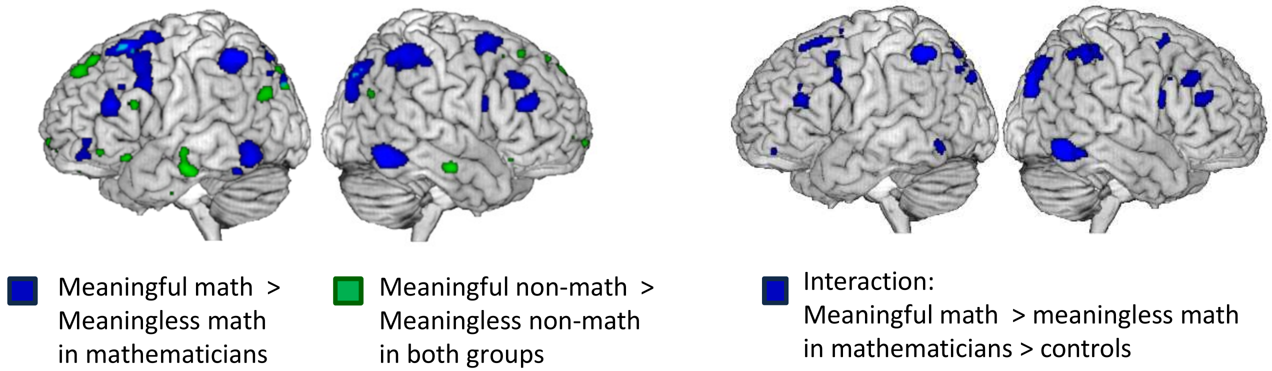
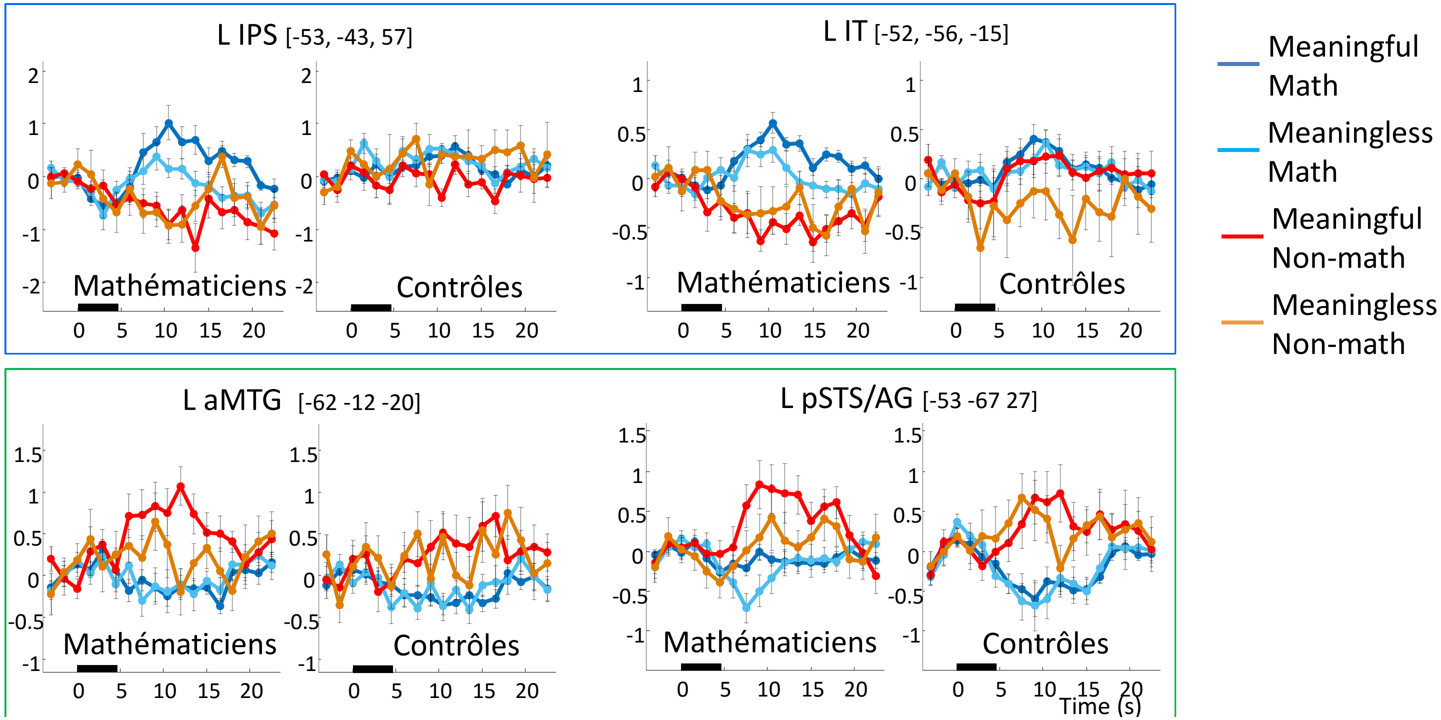


Fig. 1 A supramodal "conceptual hub" network identified by quantitative meta-analysis of 87 neuroimaging studies of semantic processing. The studies all included a manipulation of stimulus meaningful-

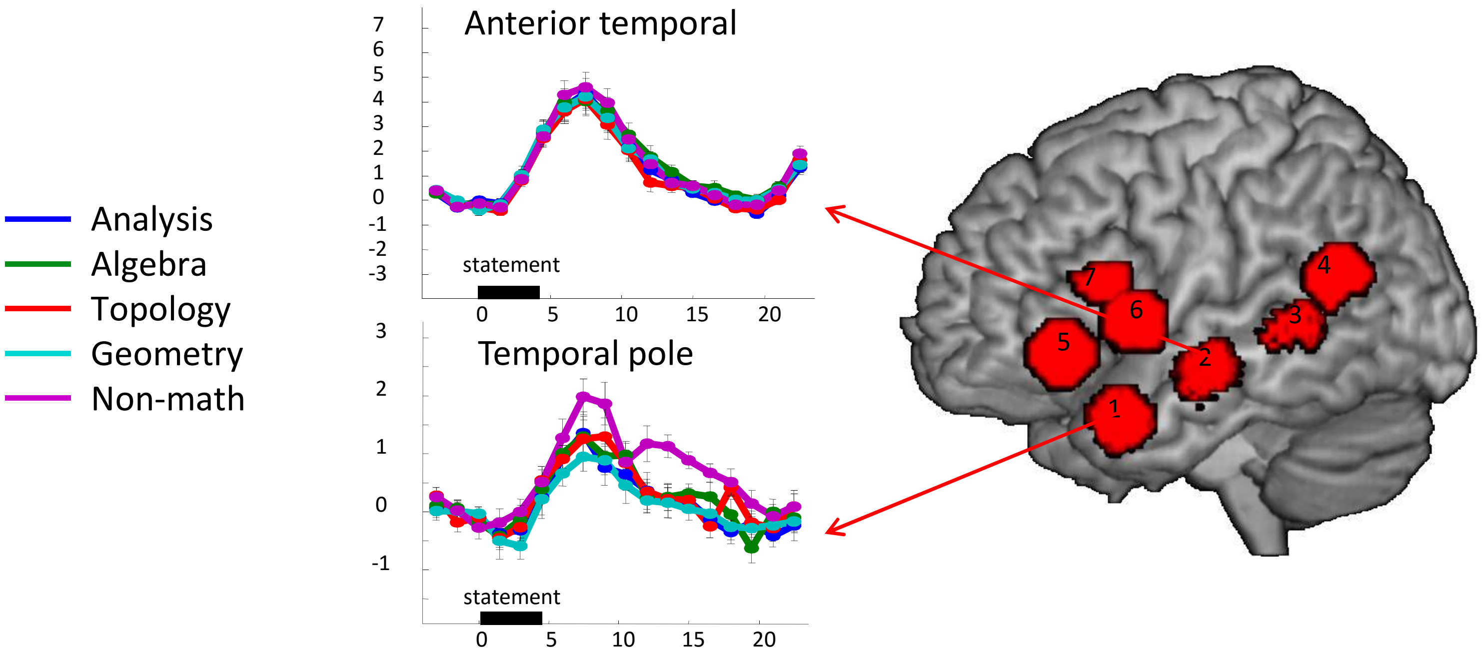
Binder, Jeffrey R. 2016. "In Defense of Abstract Conceptual Representations." *Psychonomic Bulletin & Review* 23 (4): 1096–1108. doi:10.3758/s13423-015-0909-1.

Un contraste indépendant:
phrases compréhensibles > phrases sans signification

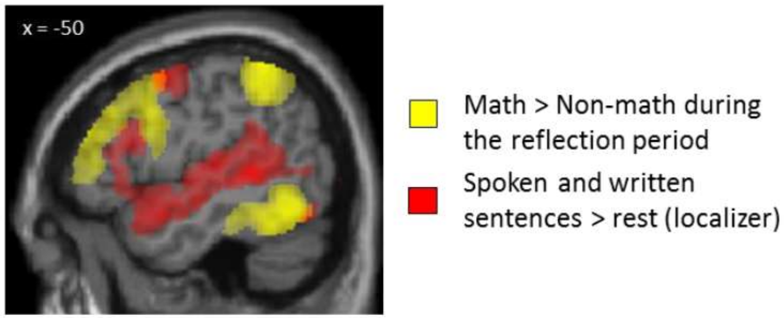


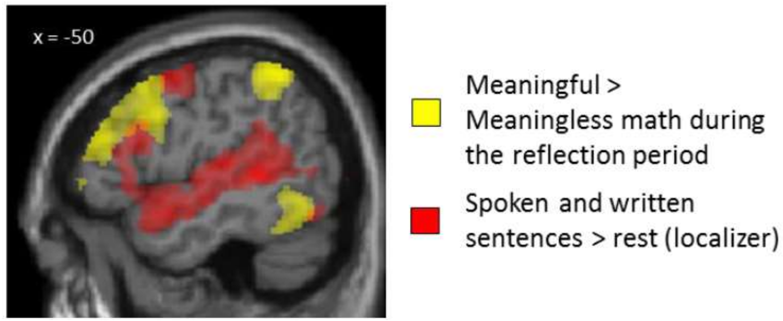


Les aires du langage ne sont activées que de façon transitoire, pendant l'écoute de la phrase.

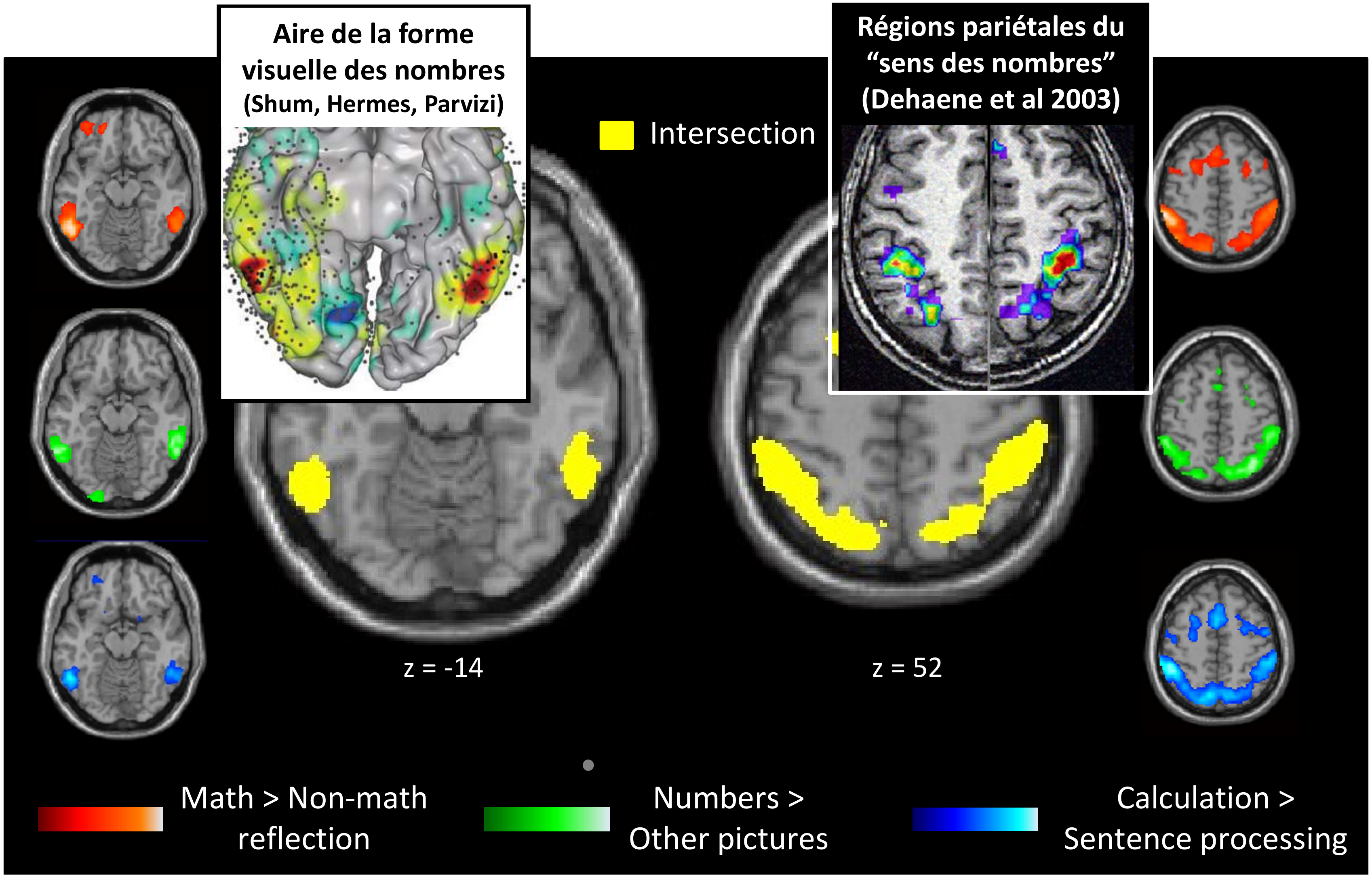


Les aires du langage sont distinctes du réseau mathématique



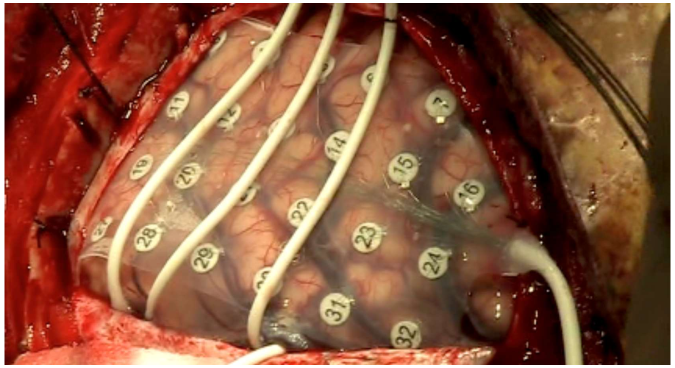


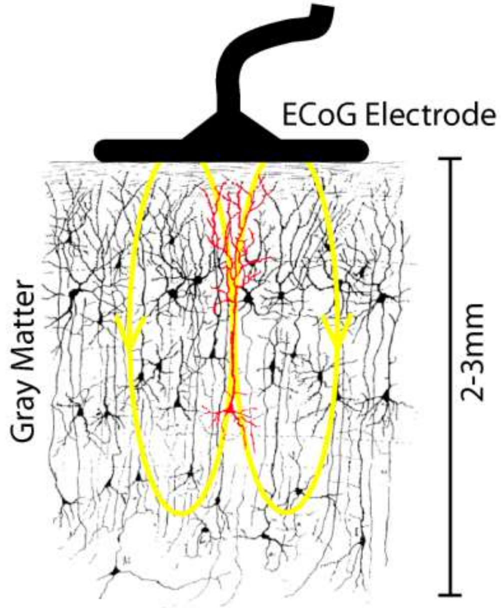
Les mathématiques de haut niveau “recyclent” les réseaux corticaux impliqués dans le calcul et le traitement des nombres.



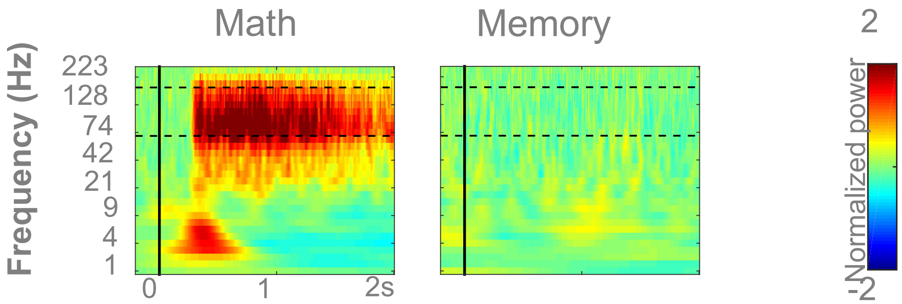
Etudes intracrâniennes du réseau des mathématiques

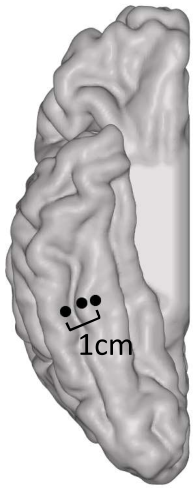
Daitch, A. L., Foster, B. L., Schrouff, J., Rangarajan, V., Kaşikçi, I., Gattas, S., & Parvizi, J. (2016). Mapping human temporal and parietal neuronal population activity and functional coupling during mathematical cognition. *PNAS*, *113*(46), E7277–E7286.
Hermes, D., Rangarajan, V., Foster, B. L., King, J.-R., Kasikci, I., Miller, K. J., & Parvizi, J. (2015). Electrophysiological Responses in the Ventral Temporal Cortex During Reading of Numerals and Calculation. *Cerebral Cortex*.
Shum, J., Hermes, D., Foster, B. L., Dastjerdi, M., Rangarajan, V., Winawer, J., … Parvizi, J. (2013). A brain area for visual numerals. *J Neurosci*, *33*(16), 6709–15.



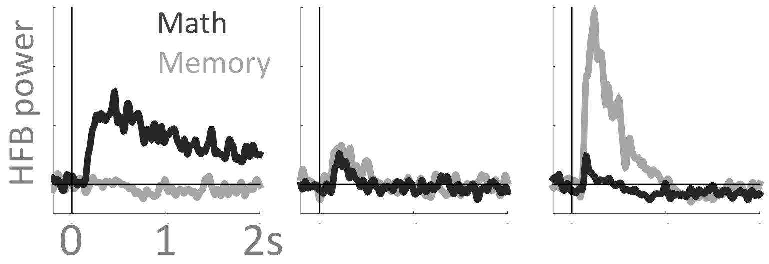


Réponses dans la bande de fréquence “haut-gamma” (~70-180 Hz): reflet de l’activité neuronale sous-jacente



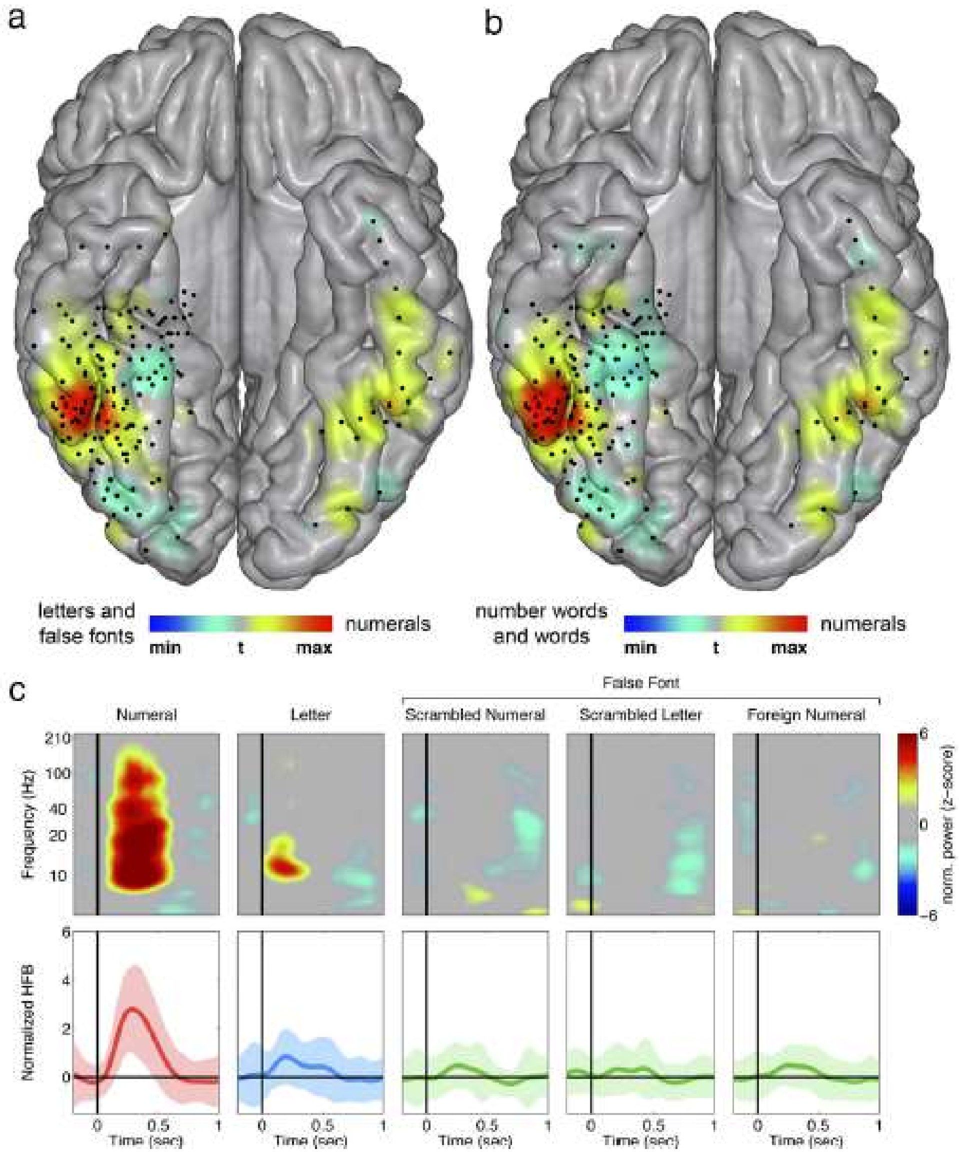


Excellente résolution spatiale et temporelle



L'aire de la forme visuelle des nombres: Une aire qui répond aux chiffres arabes

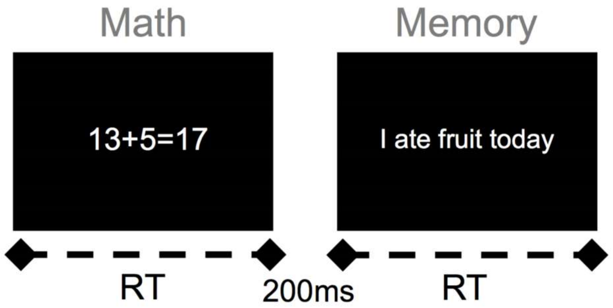
Shum, J., Hermes, D., Foster, B. L., Dastjerdi, M., Rangarajan, V., Winawer, J., … Parvizi, J. (2013). A brain area for visual numerals. *J Neurosci*, *33*(16), 6709–15.

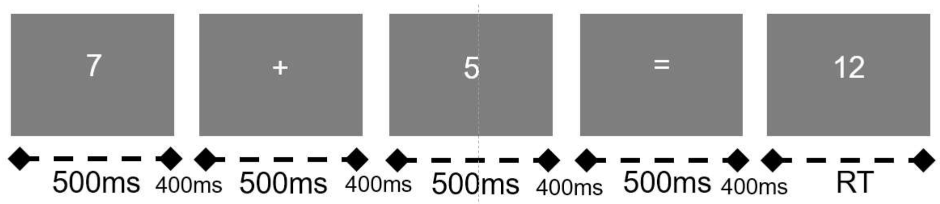


Les enregistrements intracrâniens ont récemment mis en évidence cette région jusqu'alors ignorée, qui répond sélectivement aux nombres, plus qu'aux mots ou à d'autres symboles.

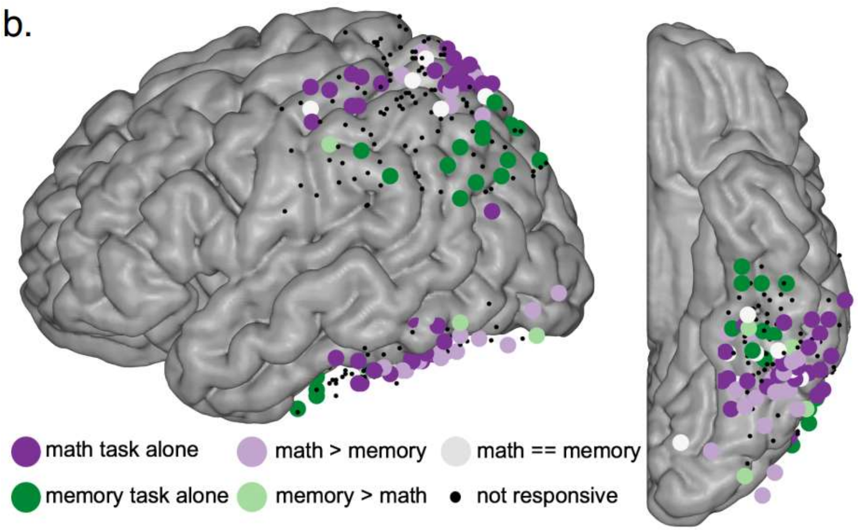
Un réseau intracranien activé par le calcul mental, pas seulement les chiffres

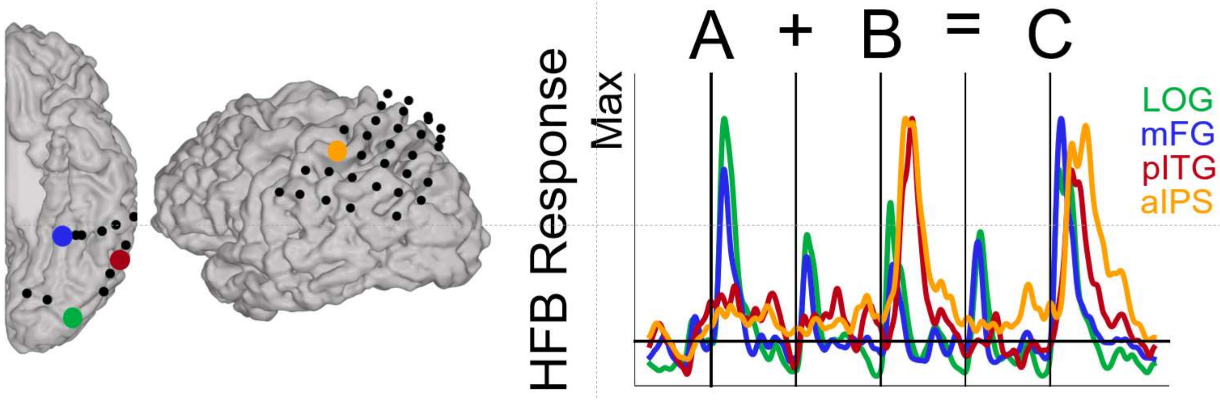
- Daitch, A. L., Foster, B. L., Schrouff, J., Rangarajan, V., Kaşikçi, I., Gattas, S., & Parvizi, J. (2016). Mapping human temporal and parietal neuronal population activity and functional coupling during mathematical cognition. *PNAS*, *113*(46), E7277–E7286. https://doi.org/10.1073/pnas.1608434113
- Pedro Pinheiro-Chagas, Amy Daich, Joseph Parvizi, Stanislas Dehaene, in preparation.





b.

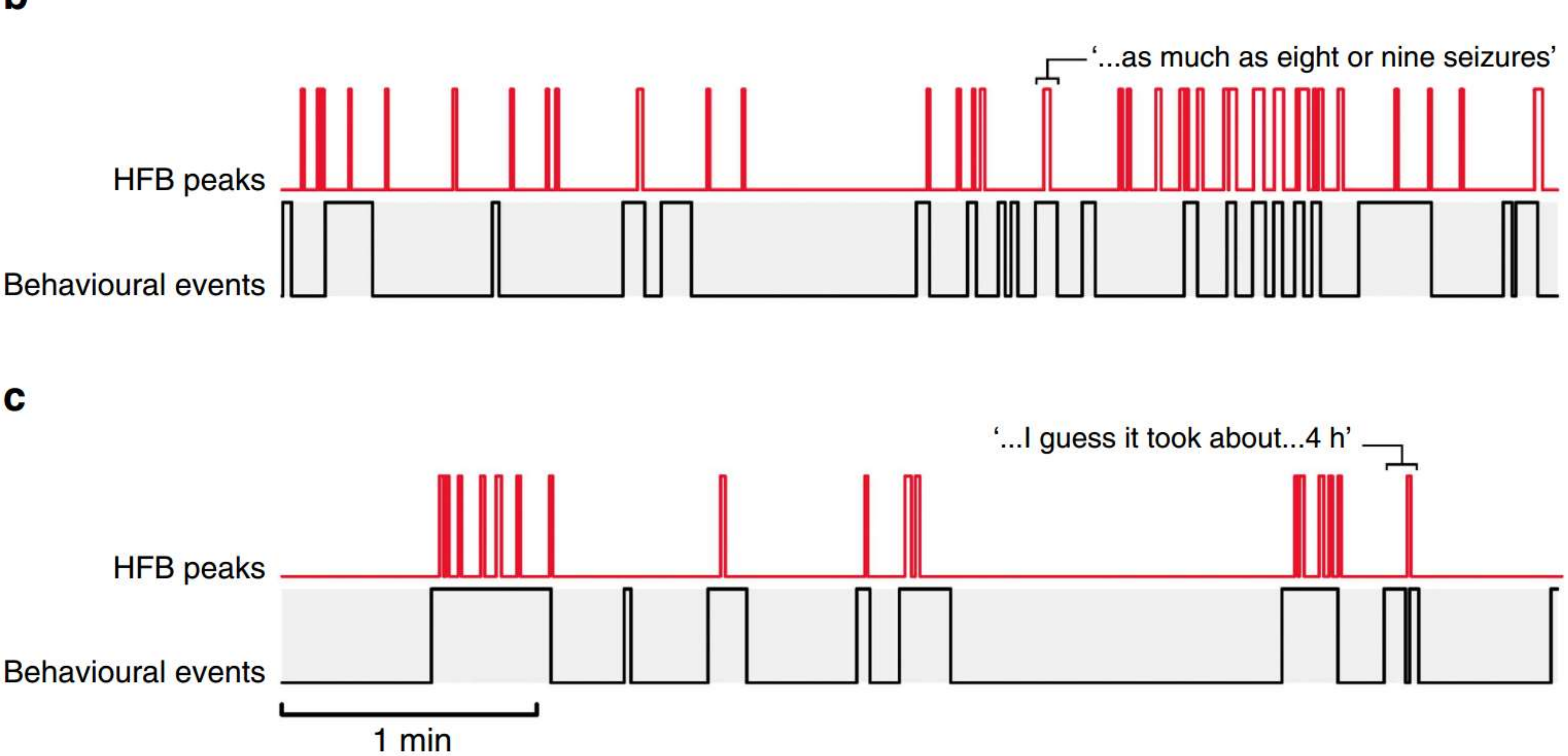


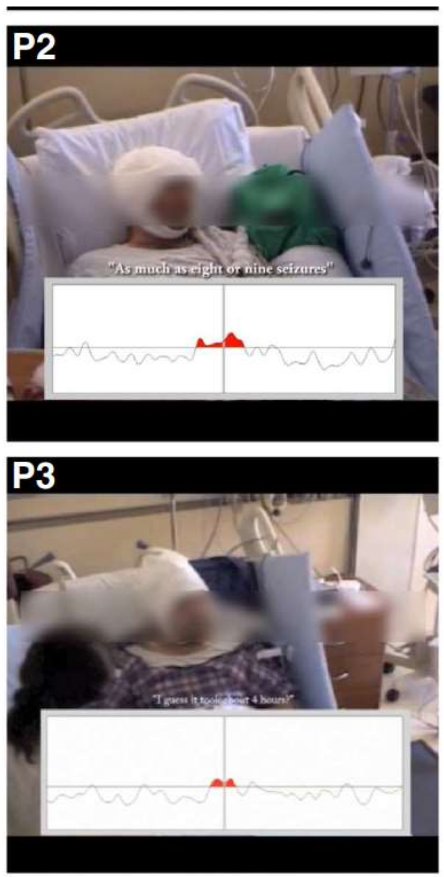


Un réseau activé à la simple écoute de nombres dans un texte

Dastjerdi, M., Ozker, M., Foster, B. L., Rangarajan, V., & Parvizi, J. (2013). Numerical processing in the human parietal cortex during experimental and natural conditions. *Nature Communications*, *4*, 2528. https://doi.org/10.1038/ncomms3528

Film du patient (1’40’’)

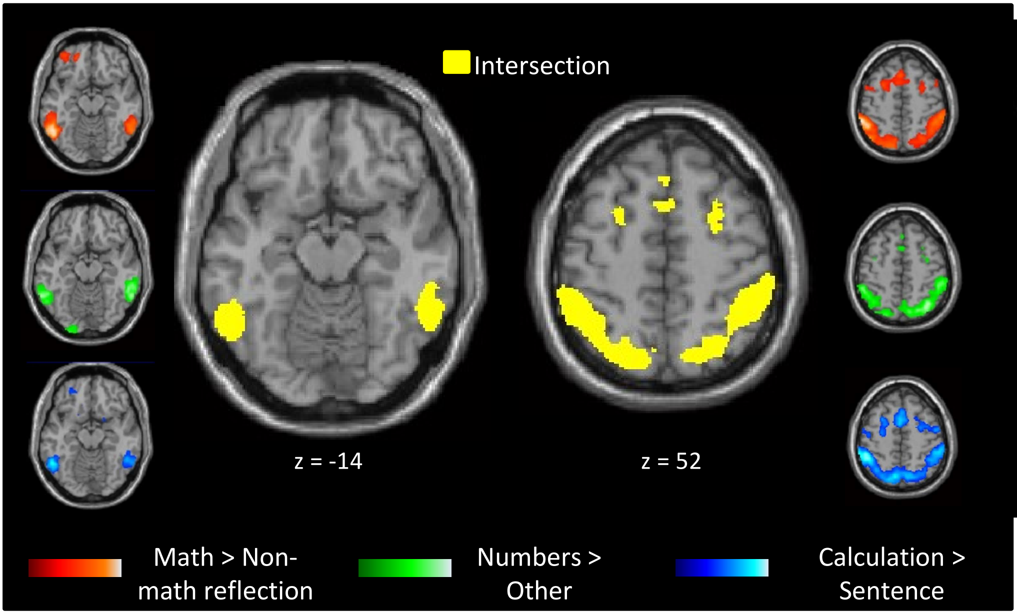


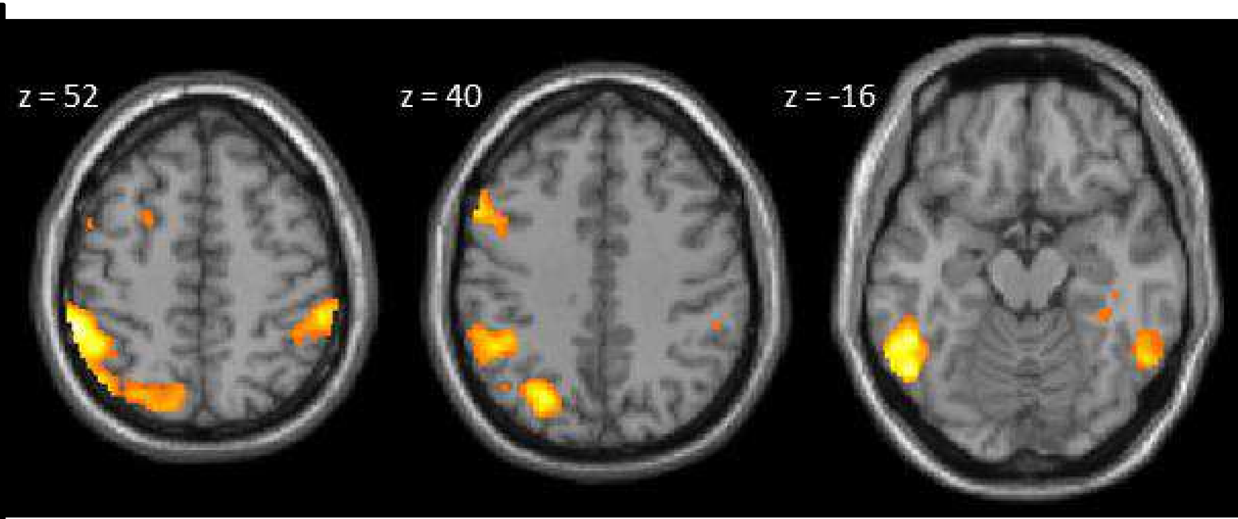


Le recouvrement entre les réseaux des mathématiques de haut niveau et de l'arithmétique élémentaire serait-il dû à la présence de nombres dans nos énoncés?

- En rédigeant nos énoncés, nous avons délibérément évité toute mention des nombres ou des faits arithmétiques.
- Certains énoncés font cependant référence, de façon indirecte et occasionnelle, à des nombres ou à des fractions (par exemple $\mathbb{R}^2$, la *sphère* unité, le demi-grand axe, etc.).
- Nous avons ré-analysé les résultats après exclusion systématique de ces énoncés:

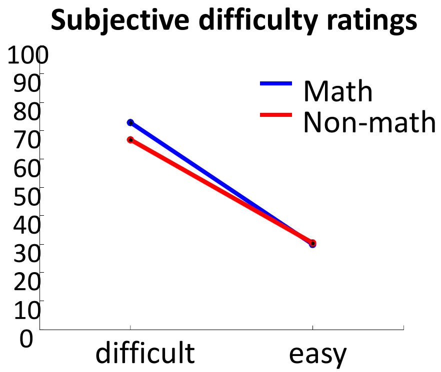
Le résultat (math > non-maths chez les mathématiciens) est essentiellement inchangé.

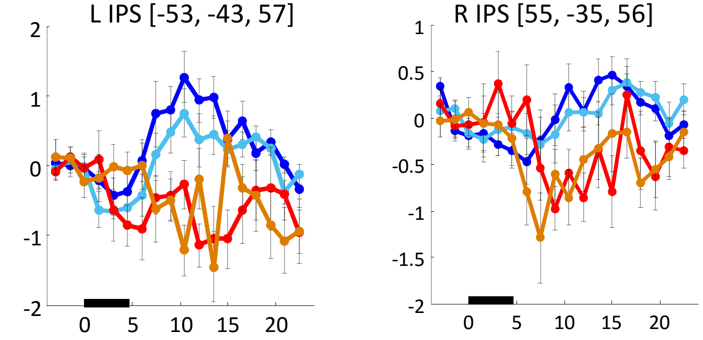


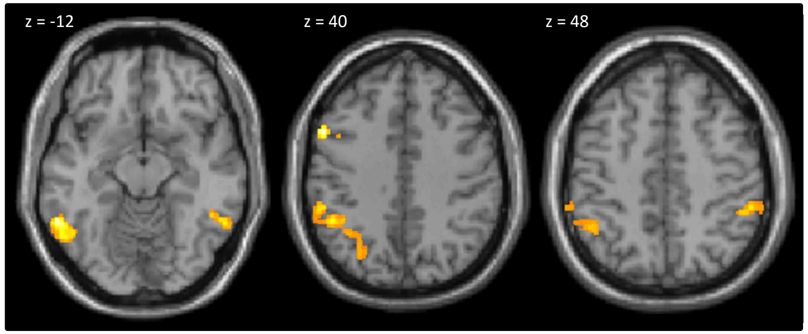


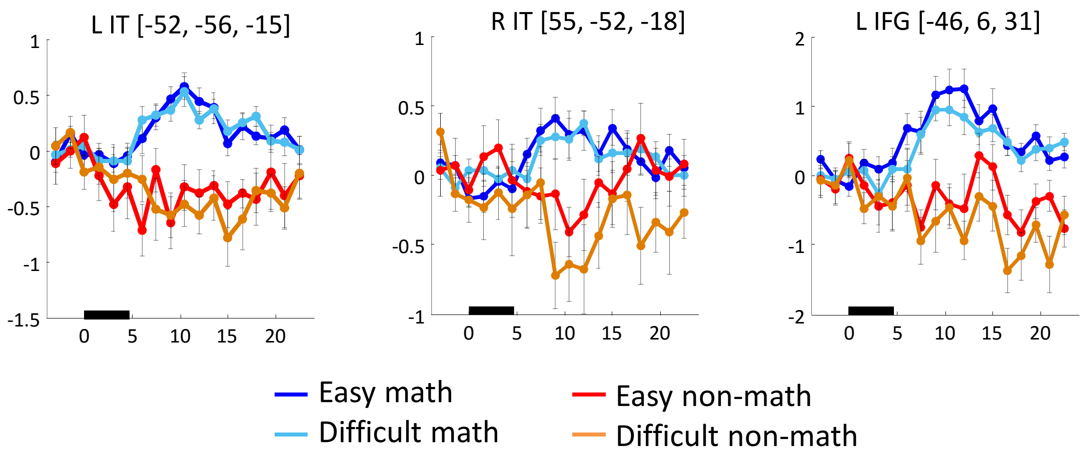
La difficulté de la tâche ne suffit pas à expliquer les résultats

- Les problèmes mathématiques et non-mathématiques sont appariés en difficulté objective (même taux d’erreur).
- Il existe une petite différence de difficulté subjective, mais même les problèmes jugés les plus faciles entrainent une activation du réseau mathématique, en comparaison des problèmes non-mathématiques jugés les plus difficiles.



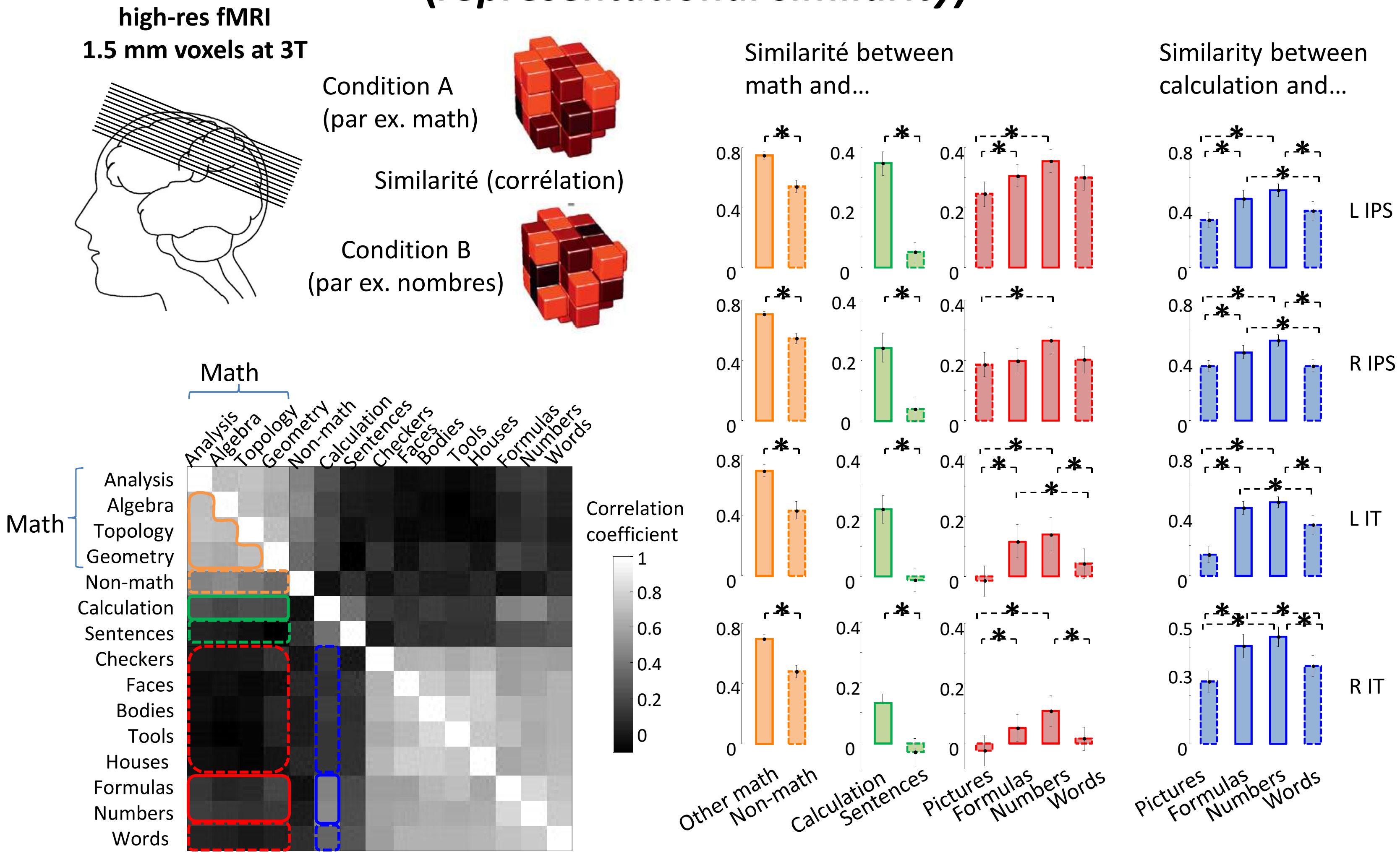




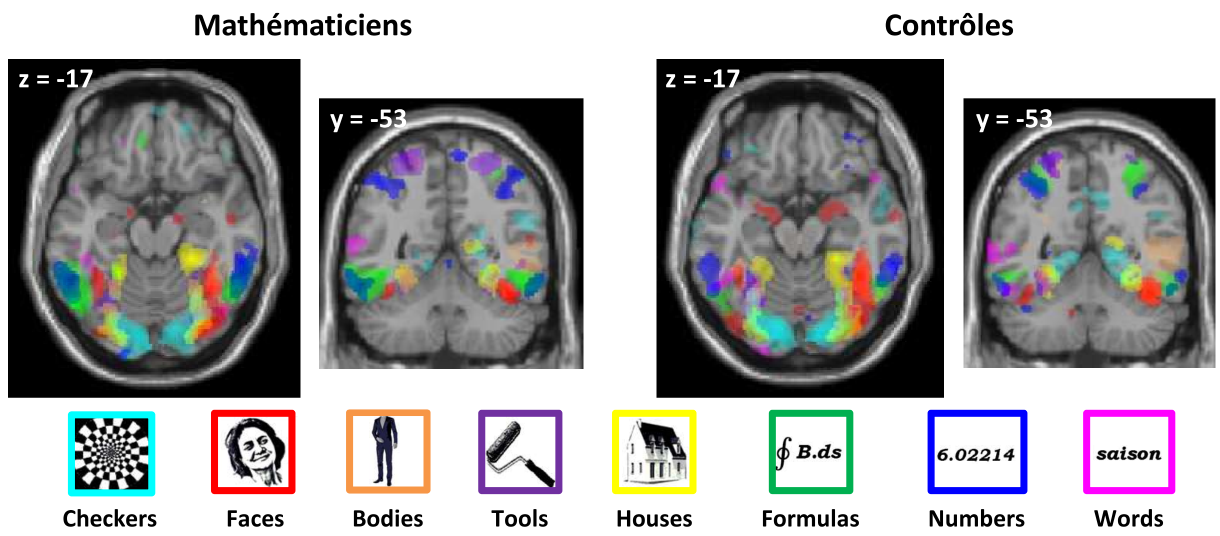


Maths faciles > non-maths difficiles chez les mathématiciens pendant la période de réflexion

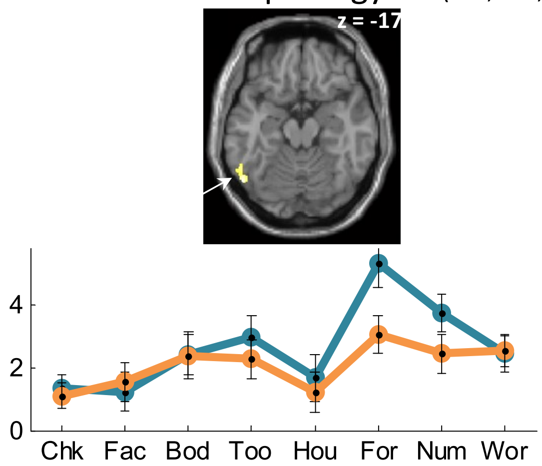
Le recouvrement entre nombres et mathématiques de haut niveau est confirmé par des analyses intra-sujets (*representational similarity)*



Les aires visuelles sont également différentes chez les mathématiciens

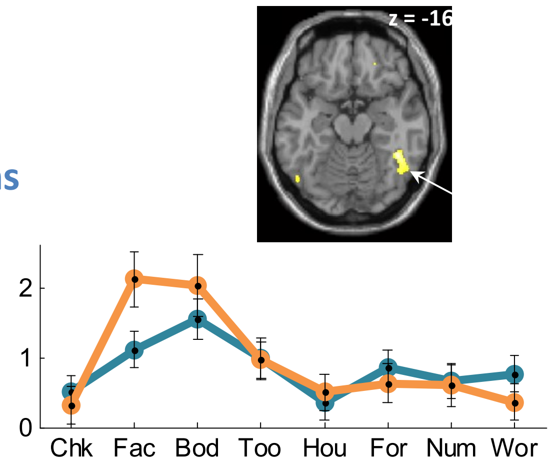


Augmentation de la réponse aux formules mathématiques:
left inferior temporal gyrus (-53, -64, -17)

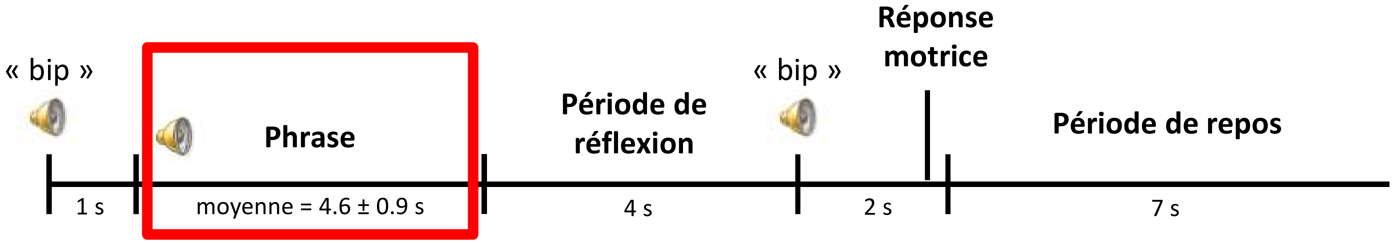


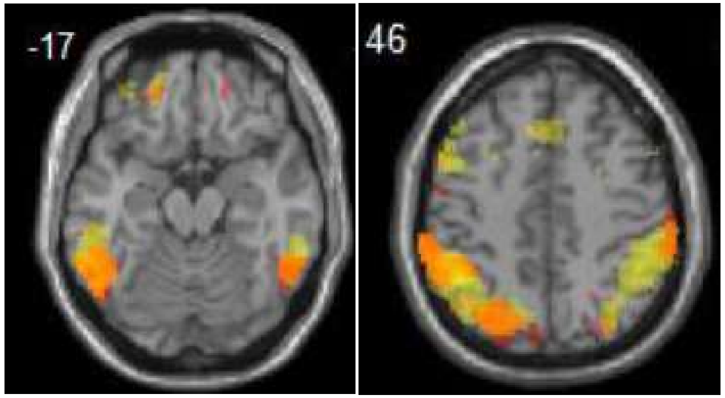
Mathématiciens
Contrôles

Diminution de la réponse aux visages :
right anterior FFA (44, -45, -16)



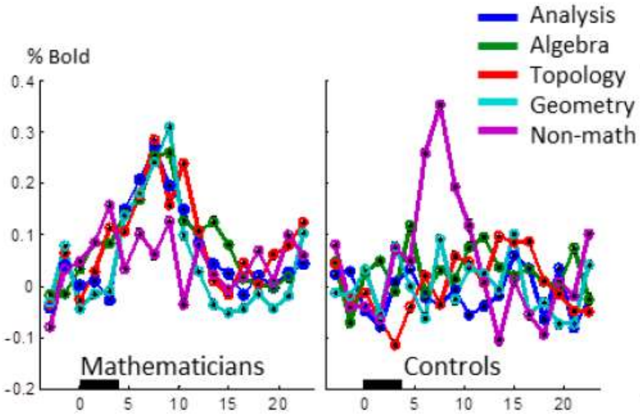
Que se passe-t-il durant l'écoute de la phrase?

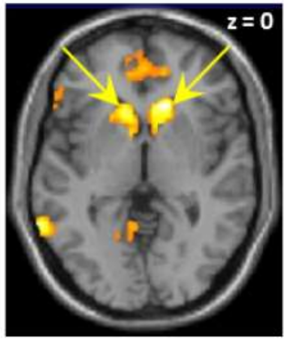


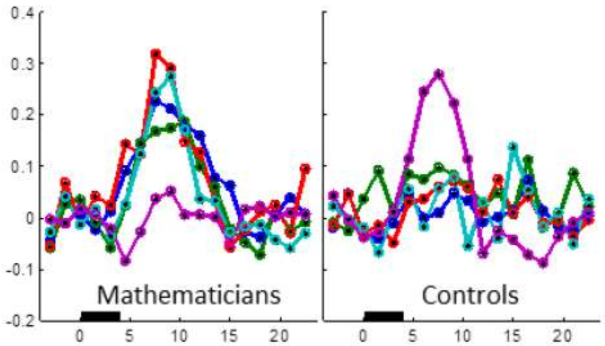


Les activations sont déjà très semblables à la période de réflexion: Activation précoce des régions temporales inférieures bilatérales et de la région intrapariétale gauche, dès l'écoute d'un problème mathématique.
(math>non-math; rouge = phrase, jaune = réflexion, orange = intersection des deux)

La tête du noyau caudé, impliqué dans la motivation et l'attention exécutive, ne s'active que lorsque les phrases appartiennent au domaine favori du sujet (math chez les matheux, non-math chez les contrôles)

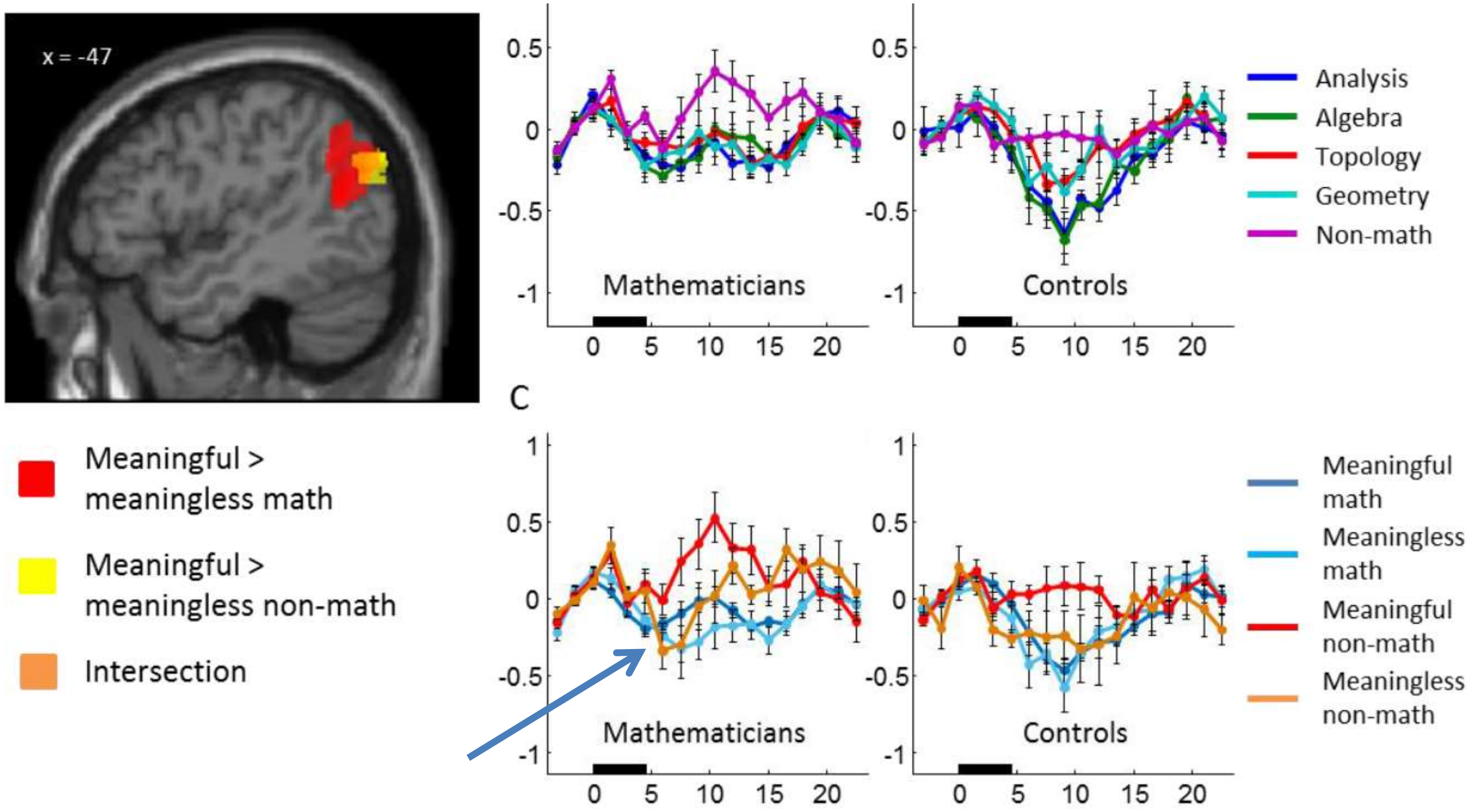


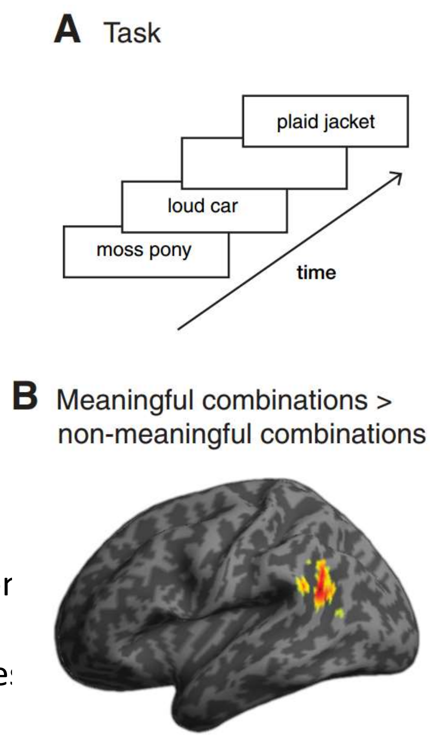




Que se passe-t-il durant l’écoute de la phrase?

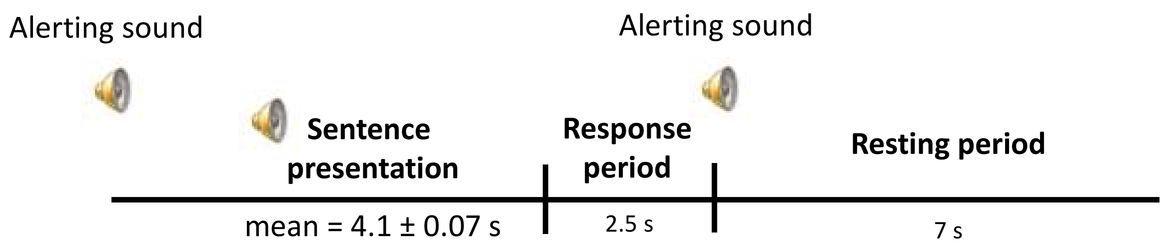
Le gyrus angulaire montre une différence entre les phrases avec et sans signification, tant pour les énoncés mathématiques que pour ceux qui portent sur des connaissances générales.





Le gyrus angulaire est impliqué dans le traitement des phrases qui nécessitent une intégration sémantique (par ex. Price et al., avec Murray Grossman, 2015).
Il ne s’agit cependant que d’un rôle transitoire, uniquement au cours de la compréhension des phrases. Cette région se désactive pendant la phase de réflexion mathématique.

Réplications et extensions (thèse de Marie Amalric)



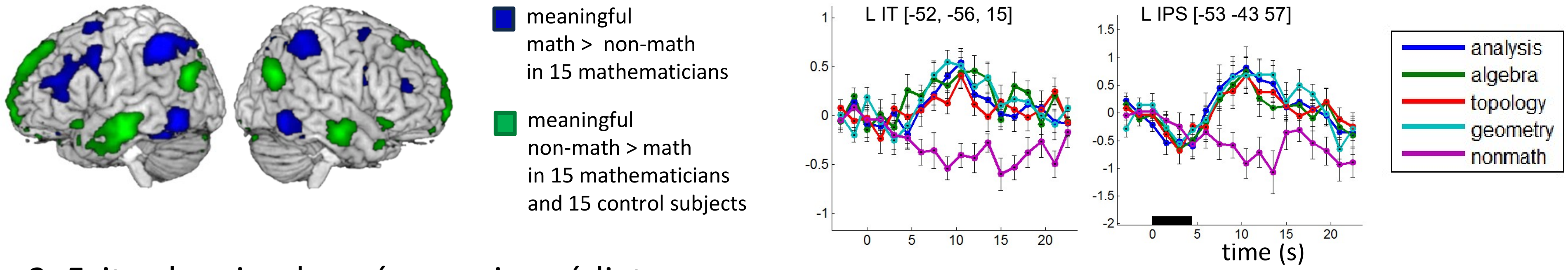
Expérience 2:

- Peut-on répliquer ces résultats avec des faits mathématiques élémentaires, qui ne nécessitent pas de longue période de réflexion?
- Les faits mathématiques connus par cœur dépendent-ils des aires du langage?
- Certains faits mathématiques sont-ils plus « visuels » que d'autres? Cas du cercle trigonométrique.

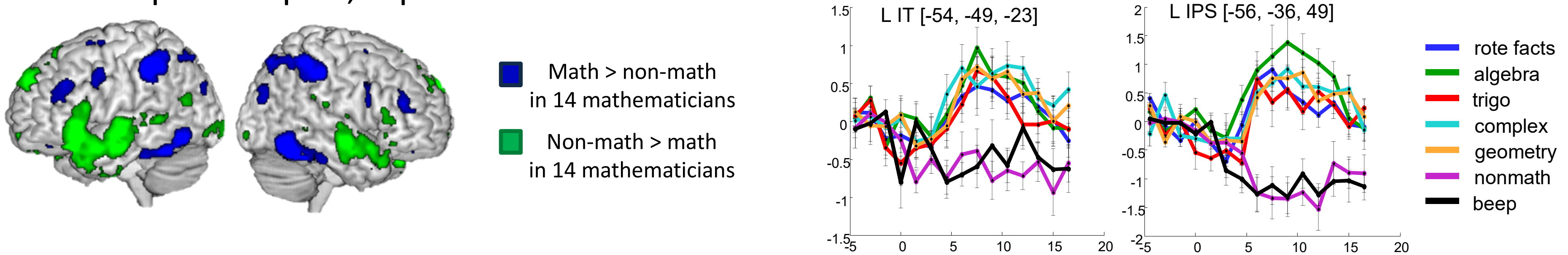
1) Identités remarquables connues par coeur: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
2) Calculs algébriques élémentaires: $(x-1)(x+1) = x^2 - 1$
3) Trigonométrie: $\sin(x+3\pi/2) = -\cos x$
4) Interprétation géométrique de nombres complexes: $Re(e^{i\pi/4}) = Im(e^{i\pi/4})$
5) Géométrie euclidienne non-métrique: La section d'une sphère par un plan est toujours un point
6) Connaissances générales: Le rock'n'roll est un style musical caractérisé par un tempo lent.
7) Contrôle auditive de bas niveau: série de tons purs.

Un réseau universel pour les mathématiques, quelle que soit leur difficulté

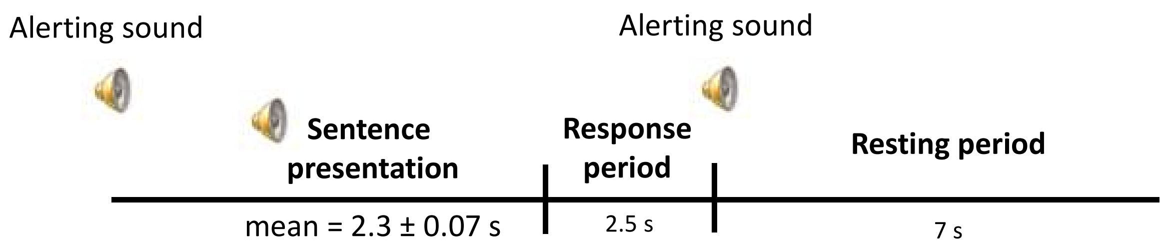
Expérience 1: Faits de haut niveau, 4 secondes de réflexion



Expérience 2: Faits plus simples, réponse immédiate



Réplications et extensions (thèse de Marie Amalric)



Expérience 3:

- Quels sont les paramètres minimaux qui font soudainement s'allumer le réseau des mathématiques?
- Une raisonnement minimal sur la forme logique sous-jacente à la phrase suffirait-elle à l'activer?

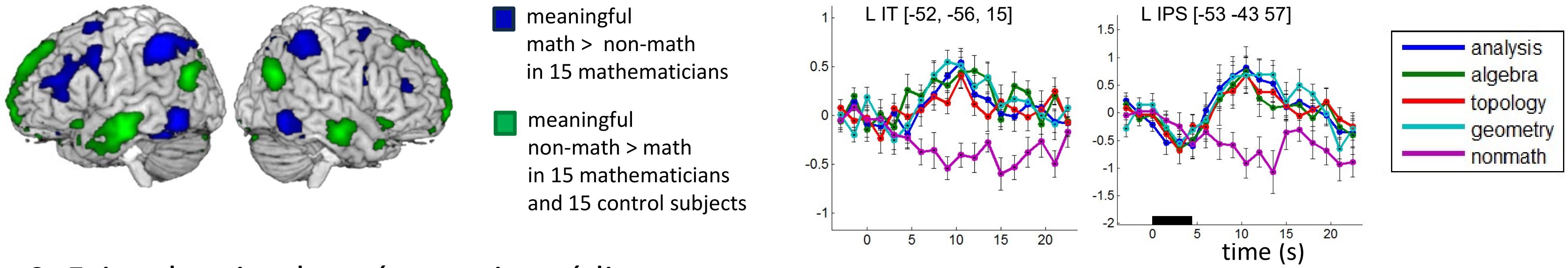
Par exemple, la présence de quantificateurs (*quelques*, *tous*) ou de négations?

- Ou bien, ce réseau dépend-il exclusivement de la présence de concepts mathématiques, même extrêmement simples?

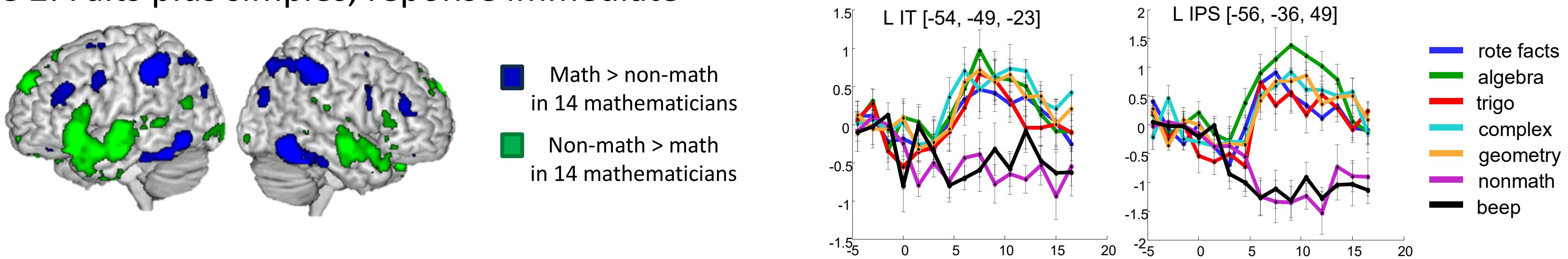
Enoncés de l'expérience 3:	**Math**	vs	**Non-math**
1) **Déclaratives**:	La fonction sinus est périodique	vs	Les bus de Londres sont rouges
2) **Négatives** :	Les hyperboloïdes ne sont pas connexes	vs	Les tigres ne sont pas carnivores
3) **Déclaratives + quantif.**	Certaines matrices sont diagonalisables	vs	Certains courants marins sont chauds
4) **Négatives + quantif.**	Certains ensembles infinis ne sont pas dénombrables	vs	Certaines plantes vertes ne sont pas grimpantes

Un réseau universel pour les mathématiques, quelle que soit leur difficulté

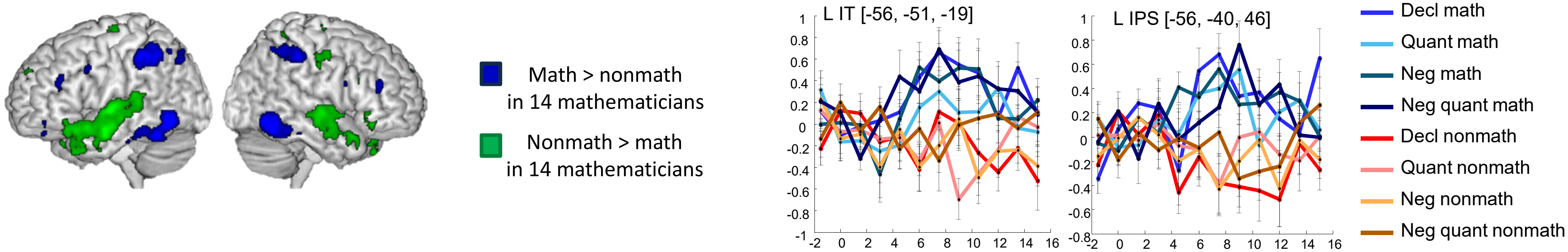
Expérience 1: Faits de haut niveau, 4 secondes de réflexion



Expérience 2: Faits plus simples, réponse immédiate



Expérience 3: Phrases déclaratives élémentaires, réponse immédiate



Le réseau des mathématiques peut-il se développer en l'absence de toute expérience visuelle?

Amalric, Denghien and Dehaene, article soumis

Certains chercheurs suggèrent que la représentation mentale des concepts mathématiques émerge à partir de l'expérience visuelle.

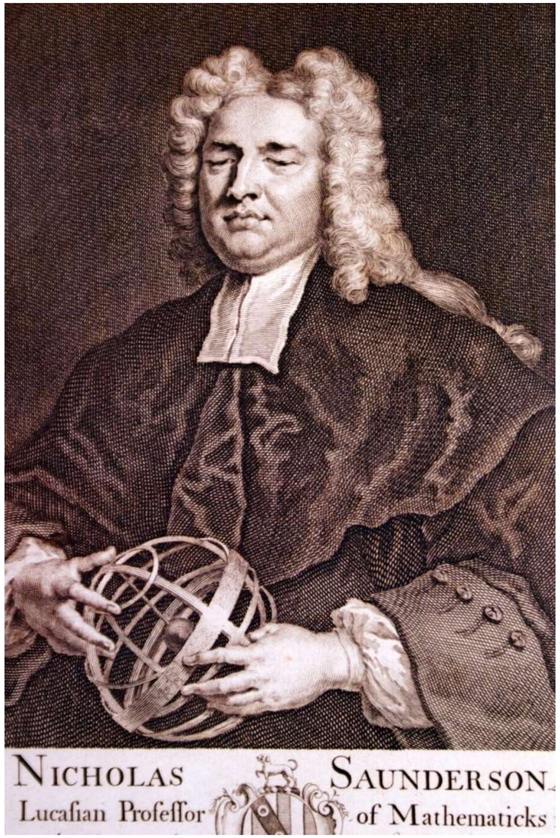
Exemple: Stoianov et Zorzi (2012) proposent un modèle de l'émergence de neurones sensibles au nombre dans un modèle connexionniste, après exposition à des dizaines de milliers d'images d'ensembles de points.

Cependant
- Les nouveau-nés semblent déjà sensibles au nombre.
- Un réseau de neurones purement aléatoire peut déjà présenter une sensibilité au nombre (Hannagan et Dehaene, en préparation).
- Il existe de nombreux exemples de mathématiciens aveugles dans l'histoire des mathématiques

Léonard Euler était devenu aveugle dans les 20 dernières années de sa vie.
Nicholas Saunderson, devenu aveugle au cours de sa première année de vie, décrocha la chaire Lucasienne de mathématiques à Cambridge.

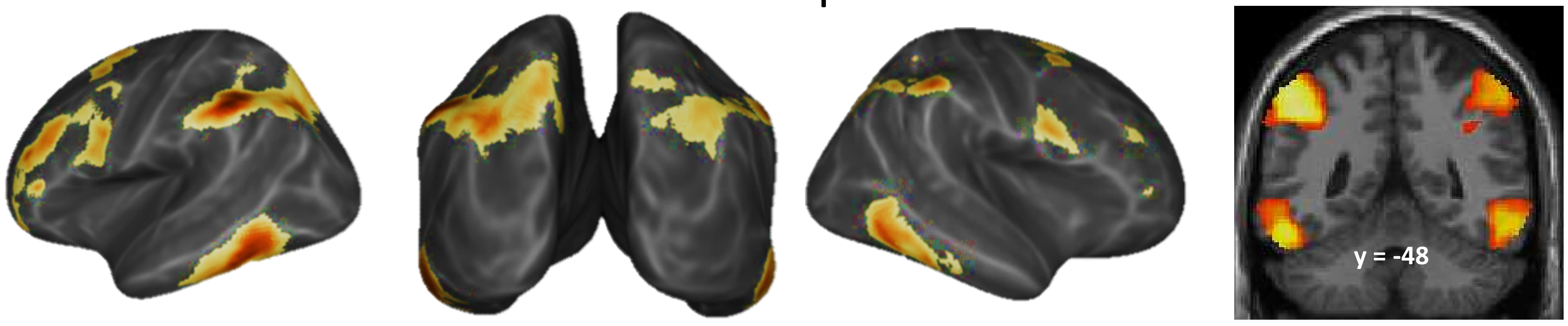
Ces mathématiciens aveugles apprennent-ils les mathématiques de manière radicalement différente?
Marie Amalric a scanné 3 mathématiciens aveugles, dont l'un a démontré un théorème remarquable en géométrie.

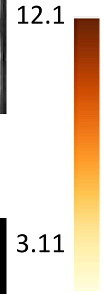
Nicholas Saunderson, mathématicien aveugle qui occupa la chaire d'Isaac Newton à Cambridge



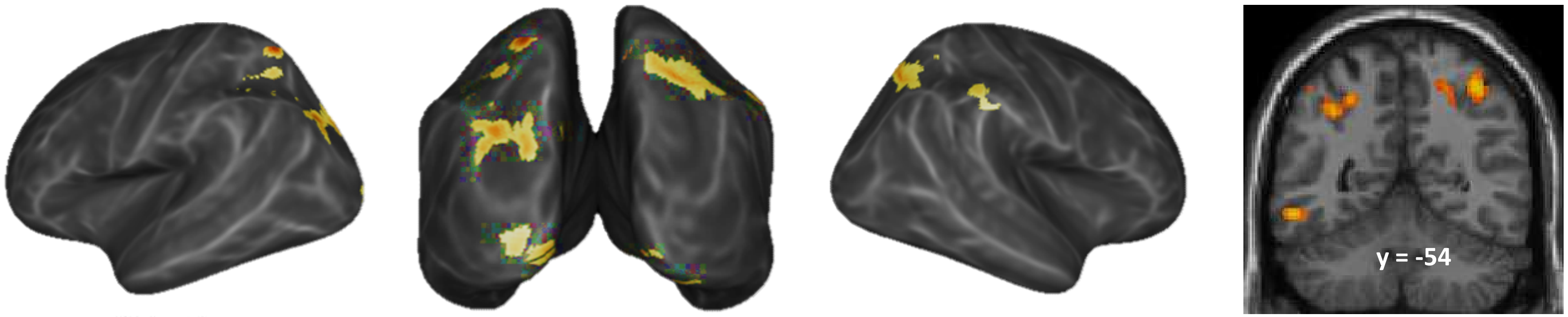
Expérience 1. Réplication de Amalric et al. (PNAS, 2016)

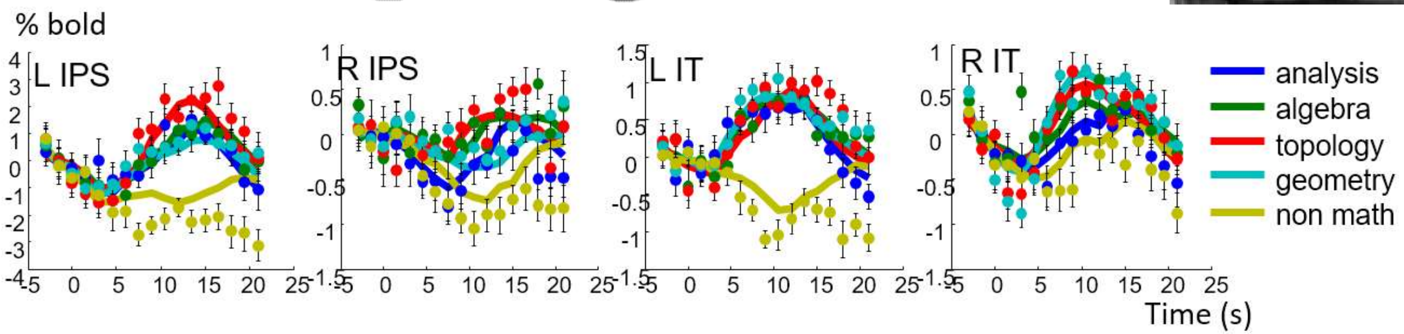
15 mathématiciens de l'article précédent





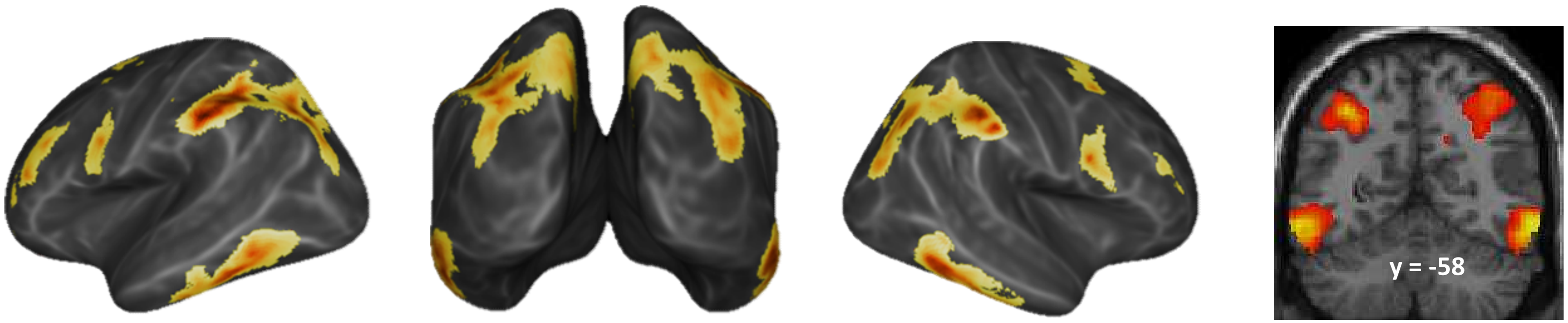
Mathématiciens aveugles



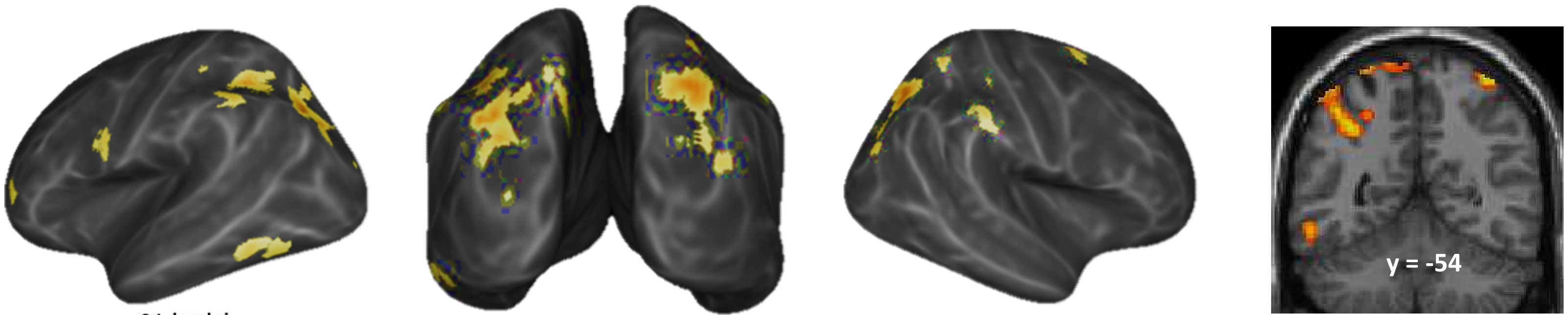


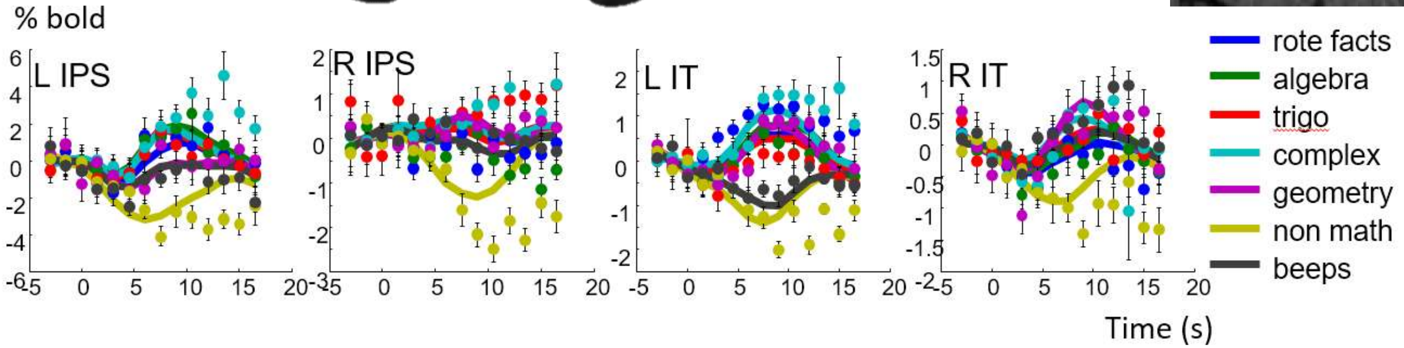
Expérience 2. Faits mathématiques élémentaires

14 mathématiciens avec une vision normale



Mathématiciens aveugles





« Recyclage » du cortex occipital chez les mathématiciens aveugles

Math > non-math
X aveugles > vision normale

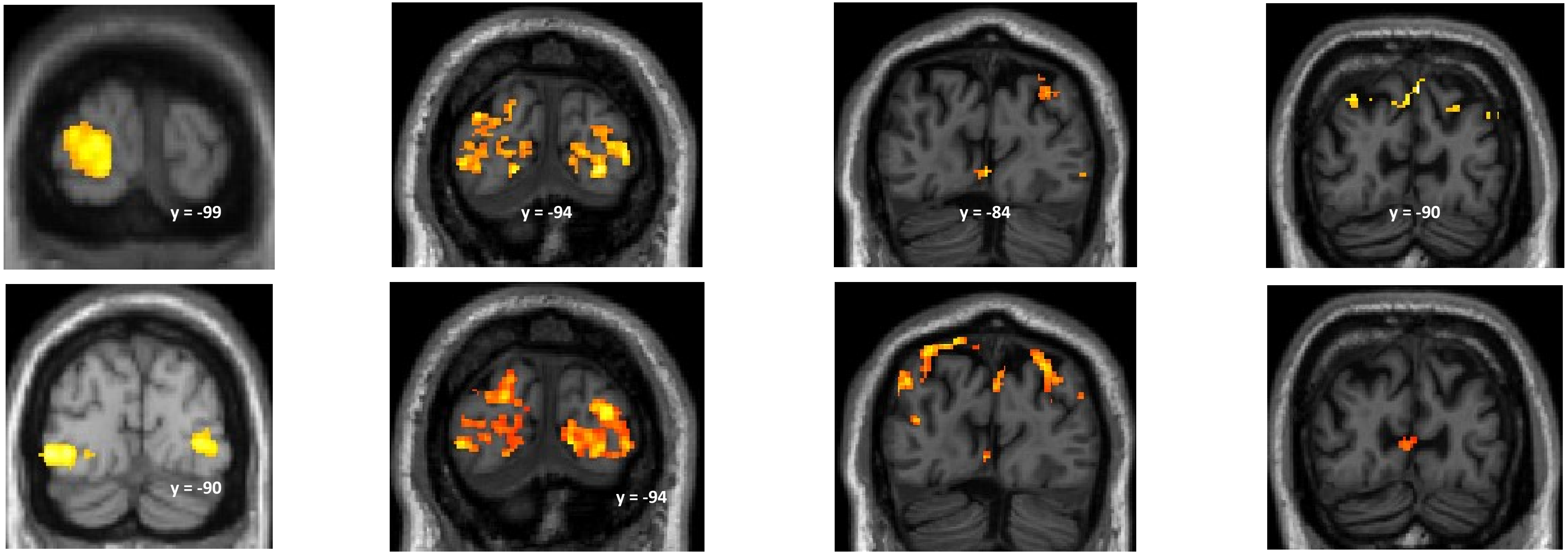
Sujet A: devenu progressivement aveugle entre 3 et 10 ans; enseigne la théorie des nombres et la géométrie dans une grande université française.

Sujet B: devenu aveugle à l'âge de 11 ans; mathématicien réputé, notamment pour la démonstration d'un théorème important en géométrie.

Sujet C: anophtalmie congénitale; ingénieur de recherches dans un laboratoire universitaire d'informatique

expérience 1

expérience 2

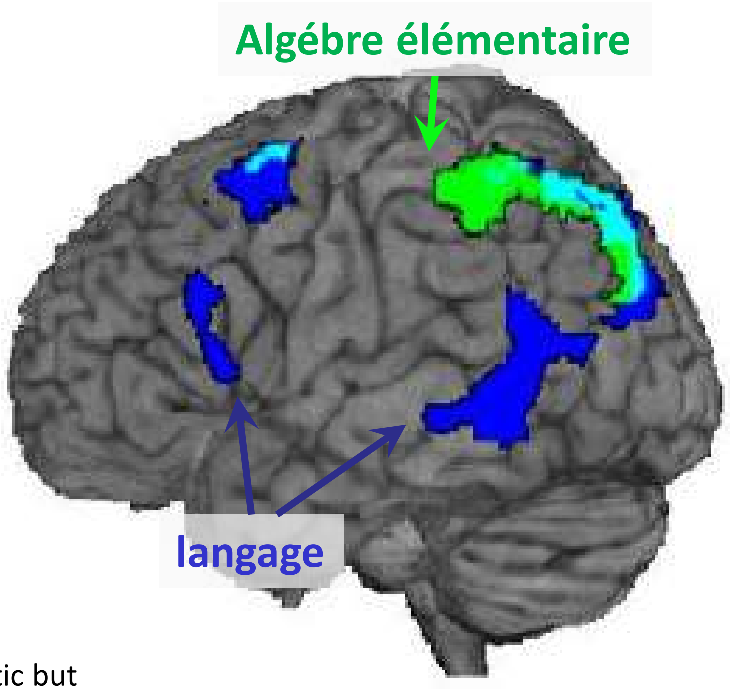


Conclusion: La cécité n'entrave pas le développement normal des aires cérébrales impliquées dans les mathématiques:
Le réseau des mathématiques peut se développer en l'absence de toute expérience visuelle.
Ces aires n'impliquent pas les régions du langage.
Les mathématiciens aveugles cooptent ou recyclent certaines aires visuelles supplémentaires pour la réflexion mathématique.

Langage et algèbre sont dissociables

Monti, M. M., Parsons, L. M., & Osherson, D. N. (2012). Thought beyond language: neural dissociation of algebra and natural language. *Psychological Science*, *23*(8), 914–922.

La manipulation de structures algébriques élémentaires fait appel à des régions complètement différentes de celles du langage:
- Langage: “Y a donné X à Z” et “C’était X que Y a donné à Z”
- Algèbre: “Y est plus grand que Z divisé par X” et “X fois Y est plus grand que Z”



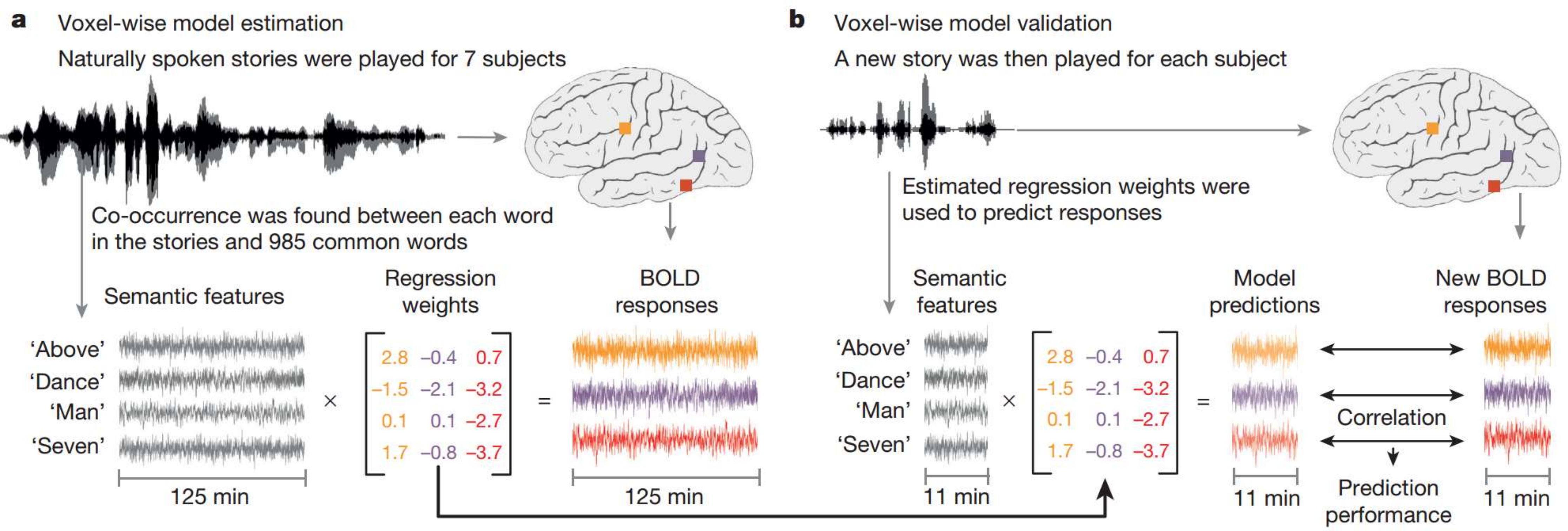
- Certains patients profondément aphasiques avec agrammatisme peuvent très bien demeurer capables de comprendre et de manipuler des expressions algébriques complexes

Varley, R. A., Klessinger, N. J., Romanowski, C. A., & Siegal, M. (2005). Agrammatic but numerate. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *102*(9), 3519–24.
Klessinger, N., Szczerbinski, M., & Varley, R. (2007). Algebra in a man with severe aphasia. *Neuropsychologia* 45, 1642–1648.

Existence d’un réseau qui répond aux nombres au sein d’une histoire

Huth, Alexander G., Wendy A. de Heer, Thomas L. Griffiths, Frédéric E. Theunissen, and Jack L. Gallant. 2016. “Natural Speech Reveals the Semantic Maps That Tile Human Cerebral Cortex.” *Nature* 532 (7600): 453–58. doi:10.1038/nature17637.

https://youtu.be/k61nJkx5aDQ

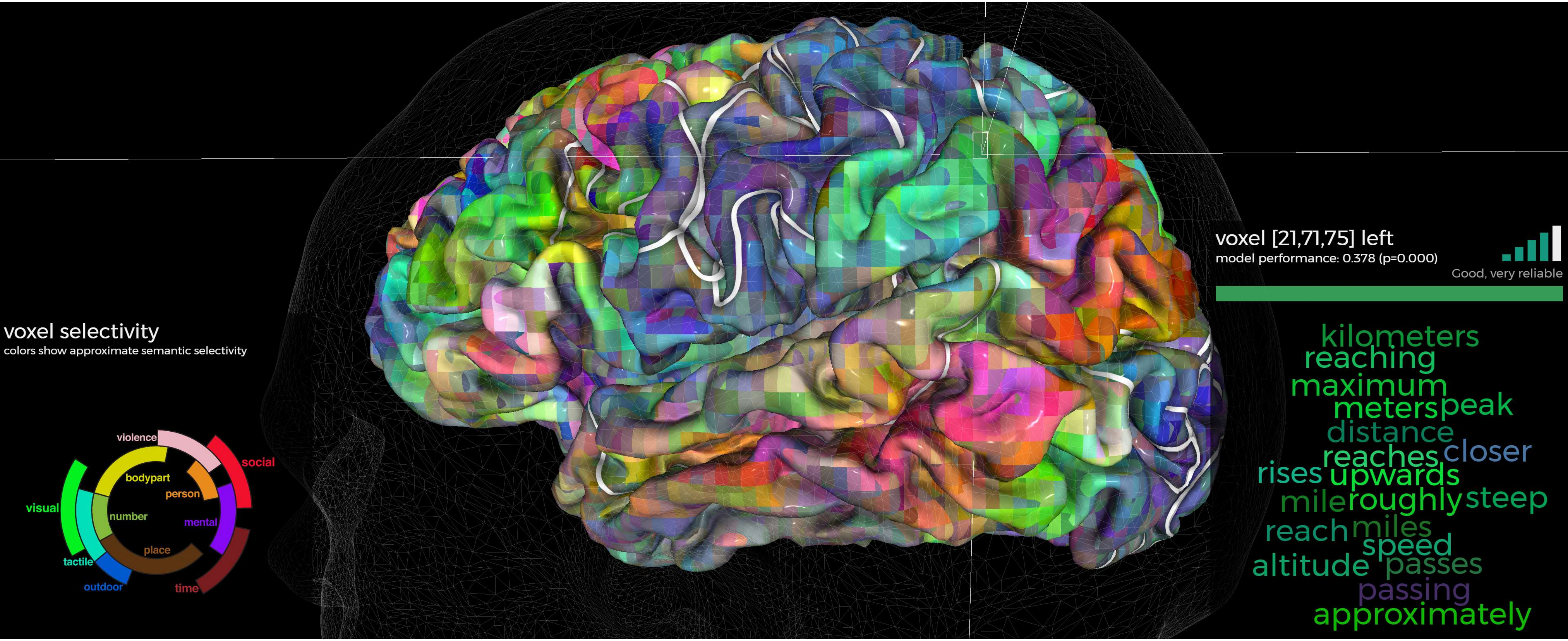


Existence d’un réseau qui répond aux nombres au sein d’une histoire

Huth, Alexander G., Wendy A. de Heer, Thomas L. Griffiths, Frédéric E. Theunissen, and Jack L. Gallant. 2016. “Natural Speech Reveals the Semantic Maps That Tile Human Cerebral Cortex.” *Nature* 532 (7600): 453–58. doi:10.1038/nature17637.

De nombreuses régions du cortex montrent des préférences pour certains mots – y compris les nombres et les mesures physiques.

https://youtu.be/k61nJkx5aDQ http://gallantlab.org/huth2016/

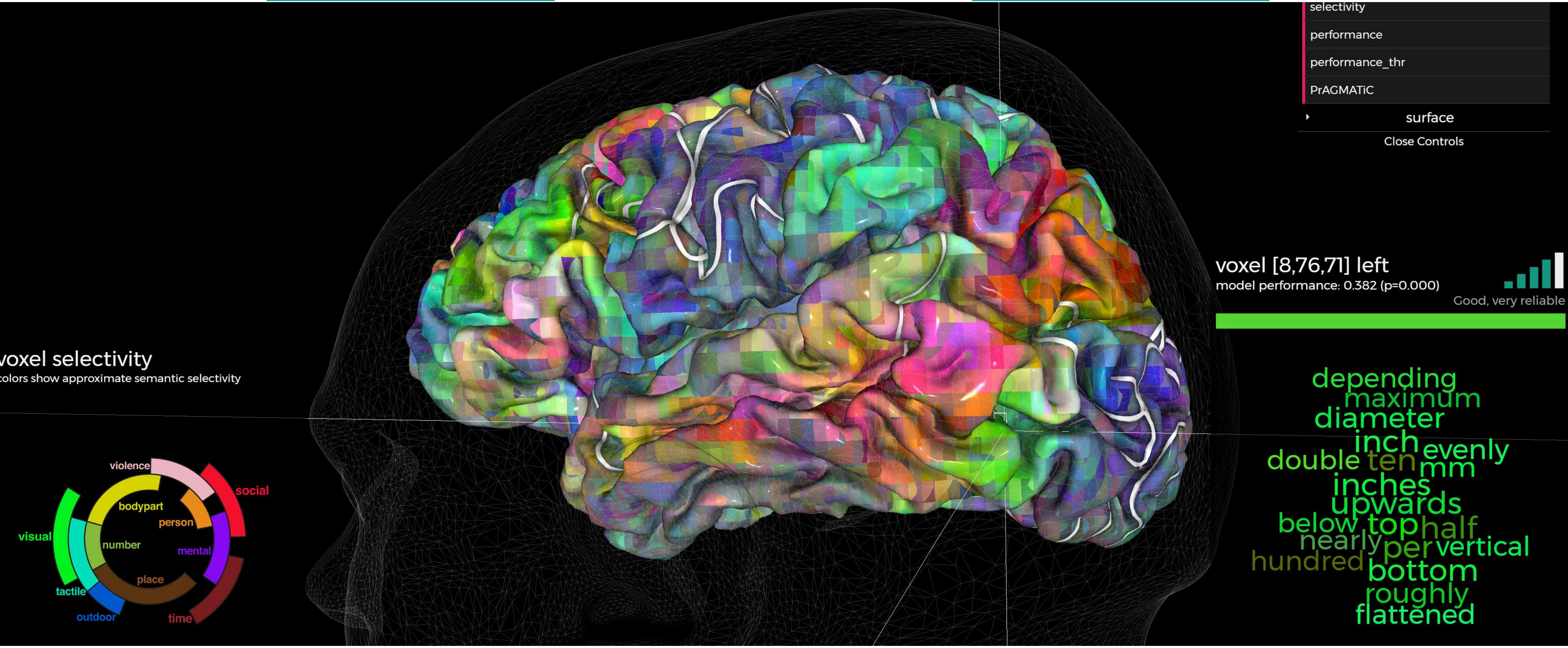


Existence d’un réseau qui répond aux nombres au sein d’une histoire

Huth, Alexander G., Wendy A. de Heer, Thomas L. Griffiths, Frédéric E. Theunissen, and Jack L. Gallant. 2016. “Natural Speech Reveals the Semantic Maps That Tile Human Cerebral Cortex.” *Nature* 532 (7600): 453–58. doi:10.1038/nature17637.

De nombreuses régions du cortex montrent des préférences pour certains mots – y compris les nombres et les mesures physiques.

https://youtu.be/k61nJkx5aDQ http://gallantlab.org/huth2016/

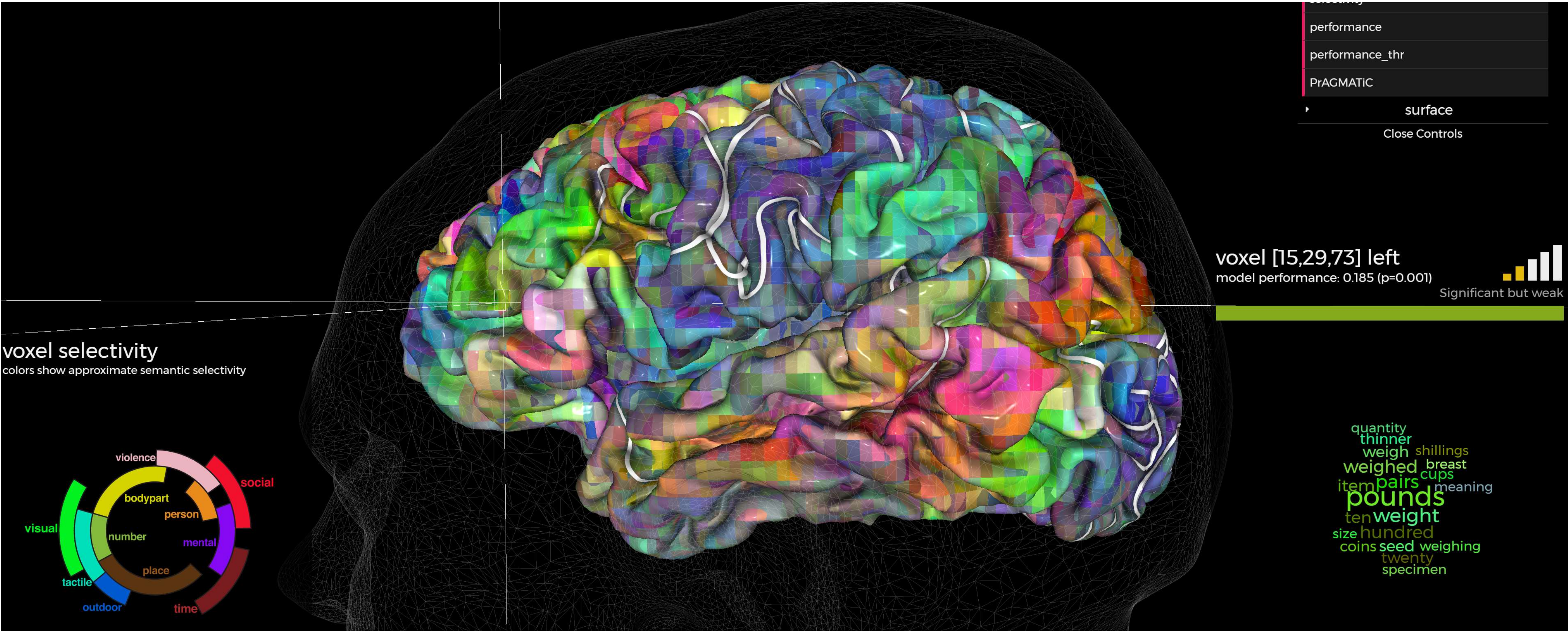


Existence d'un réseau qui répond aux nombres au sein d'une histoire

Huth, Alexander G., Wendy A. de Heer, Thomas L. Griffiths, Frédéric E. Theunissen, and Jack L. Gallant. 2016. "Natural Speech Reveals the Semantic Maps That Tile Human Cerebral Cortex." *Nature* 532 (7600): 453–58. doi:10.1038/nature17637.

De nombreuses régions du cortex montrent des préférences pour certains mots – y compris les nombres et les mesures physiques.

https://youtu.be/k61nJkx5aDQ http://gallantlab.org/huth2016/

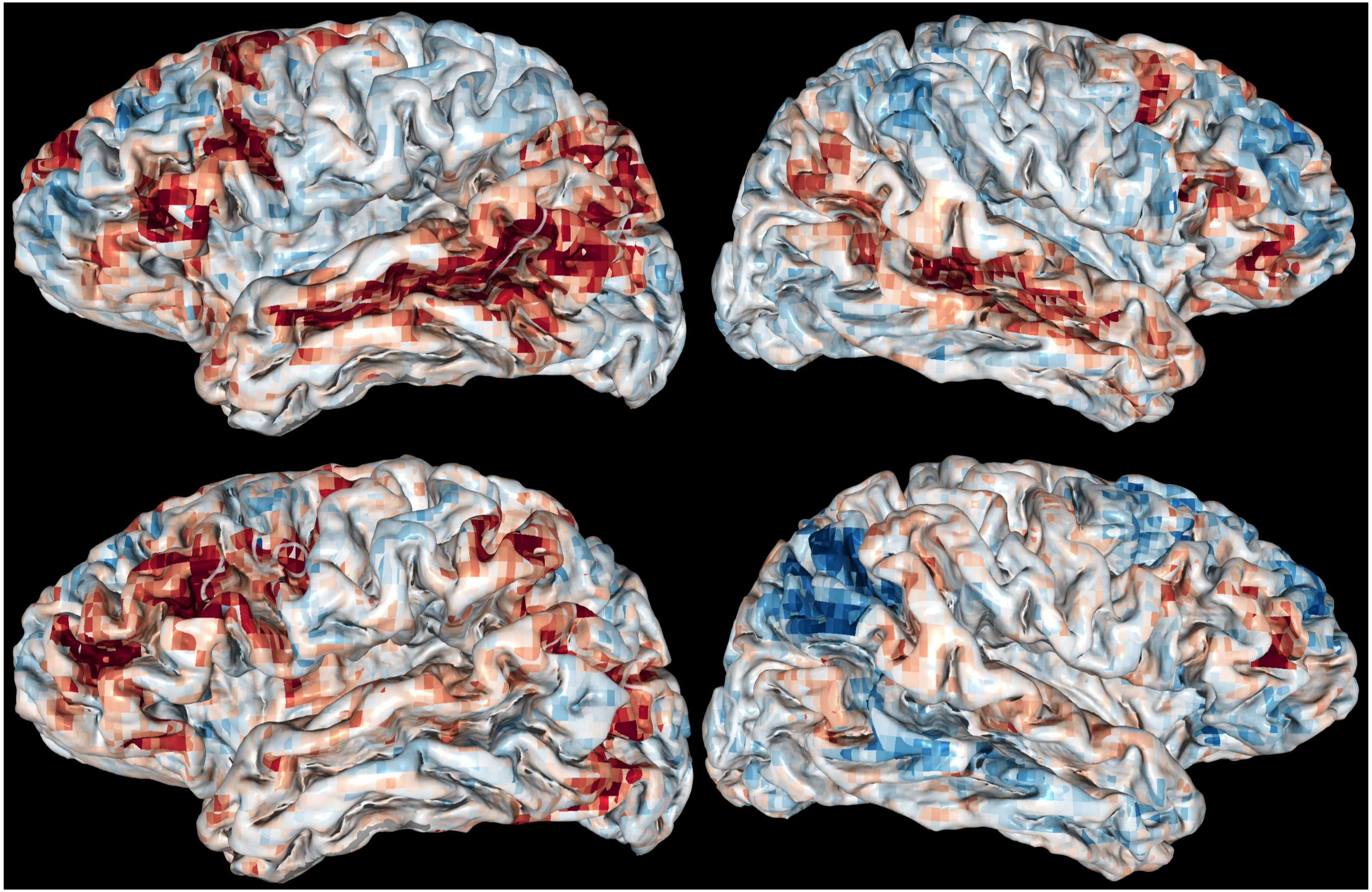


Les deux premières composantes principales distinguent nettement (1) le réseau des aires du langage (2) un réseau qui, au moins dans l'hémisphère gauche, ressemble à notre contraste math > non-math.

http://gallantlab.org/huth2016_pcs/

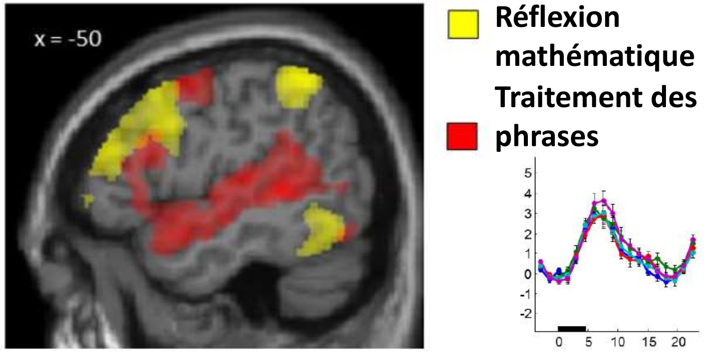
Première composante principale (PC1)

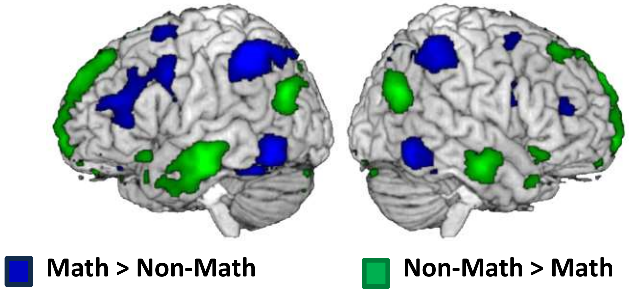
Deuxième composante principale (PC2)

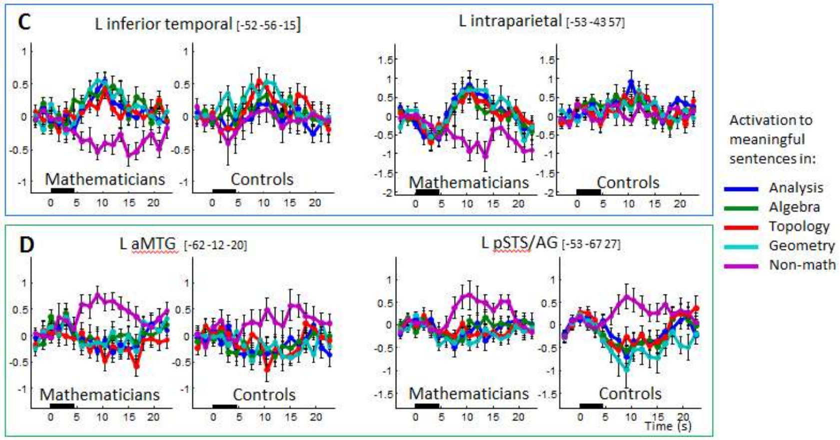


Remerciements à Alex Huth et Jack Gallant

Conclusions: Les mathématiques font appel à un réseau bien différent de celui des aires du langage







- Les aires du langage ne sont activées que de façon transitoire, pendant l'écoute des phrases mathématiques et non-mathématiques.
- L'activation se déplace ensuite vers des réseaux distincts, selon que l'on parle de mathématiques ou de connaissances sémantiques générales.
- La réflexion mathématique **recycle** des régions impliquées dans le calcul et la représentation des nombres.
- Ces régions sont également dans la représentation de l'espace, du temps, de la logique, des probabilités… Le nombre n'est pas le seul fondement des mathématiques.
- La relation entre langage et mathématique ne semble pas dépendre du domaine des mathématiques.

- Nos résultats chez l'adulte n'excluent pas une contribution transitoire des aires du langage dans **l'acquisition** des concepts mathématiques chez l'enfant.