

Cours 2012:

**Le cerveau statisticien:
La révolution Bayésienne en sciences cognitives**

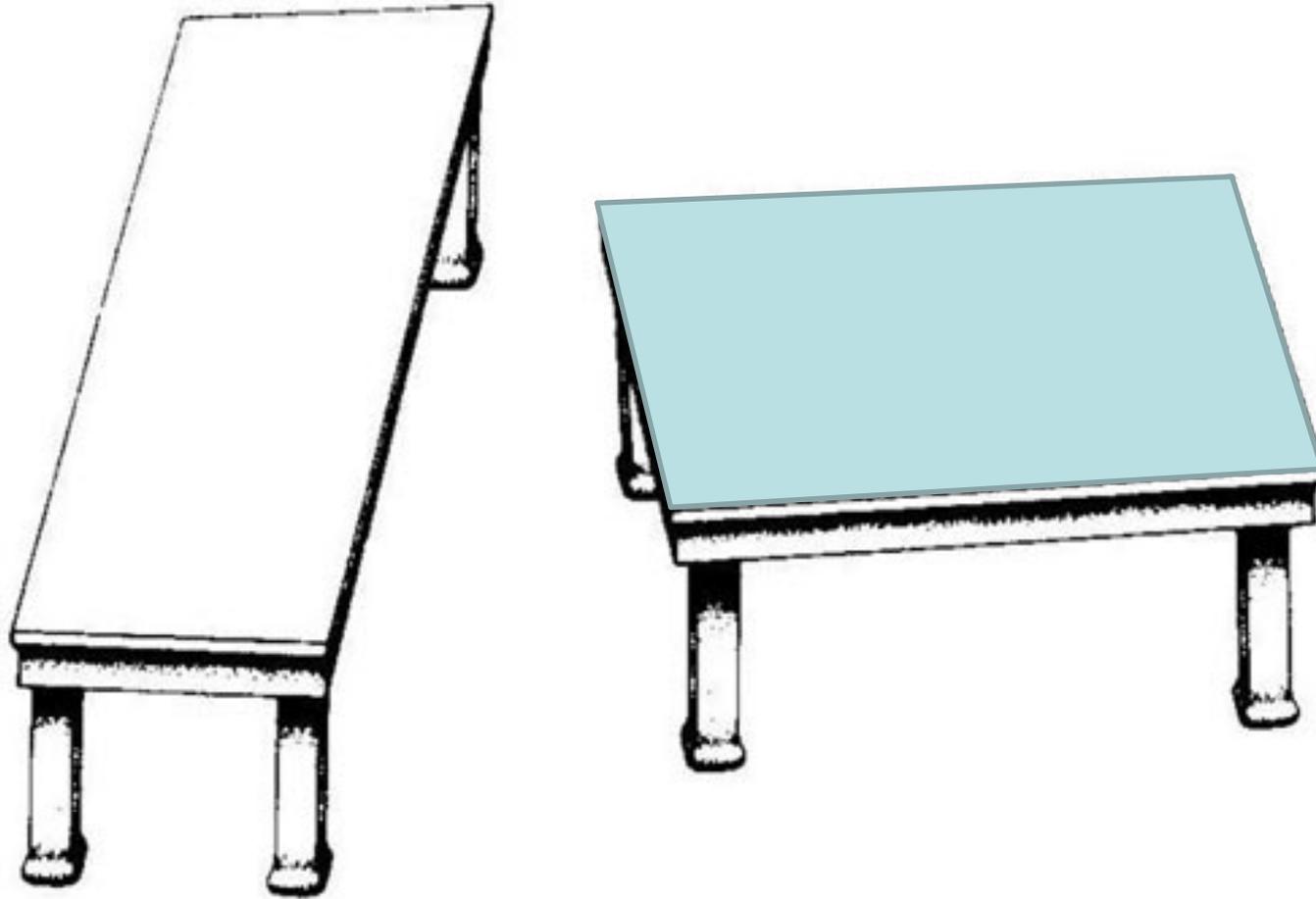
Stanislas Dehaene
Chaire de Psychologie Cognitive Expérimentale

Cours n°3

Les illusions visuelles: des inférences optimales?

Notre système visuel se trompe-t-il?

Ou bien reconstruit-il l'interprétation la plus plausible du stimulus?



“Turning the tables”, par Roger Shepard

Shepard, R. N. (1990). *Mind sights: W.H. Freeman.*

Traduction française: L'oeil qui pense: Visions, Illusions, Perceptions (Seuil,2000)

Sommes-nous de mauvais statisticiens?

Un mot sur les recherches d'Amos Tversky et de Daniel Kahneman

Pierre-Simon de Laplace

“ la théorie des probabilités n'est au fond que le bon sens réduit au calcul : elle fait apprécier avec exactitude, ce que les esprits justes sentent par une sorte d'instinct, sans qu'ils puissent souvent s'en rendre compte”.

Amos Tversky et Daniel Kahneman

« On s'accorde généralement à penser que les choix rationnels doivent satisfaire des critères élémentaires de cohérence. Dans cet article [*Science*, 1981], nous décrivons des problèmes de décision dans lesquels les gens violent systématiquement ces critères. »

Problem 1 [$N = 152$]: Imagine that the U.S. is preparing for the outbreak of an unusual Asian disease, which is expected to kill 600 people. Two alternative programs to combat the disease have been proposed. Assume that the exact scientific estimate of the consequences of the programs are as follows:

If Program A is adopted, 200 people will be saved. [72 percent]

If Program B is adopted, there is 1/3 probability that 600 people will be saved, and 2/3 probability that no people will be saved. [28 percent]

Which of the two programs would you favor?

Problem 2 [$N = 155$]:

If Program C is adopted 400 people will die. [22 percent]

If Program D is adopted there is 1/3 probability that nobody will die, and 2/3 probability that 600 people will die. [78 percent]

Which of the two programs would you favor?

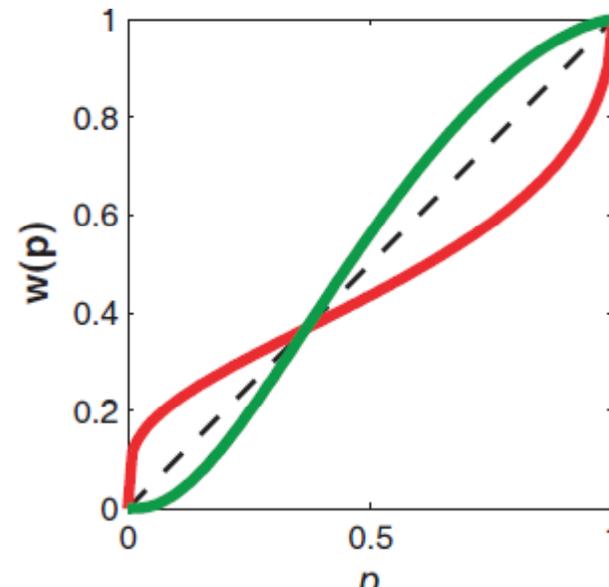
Sommes-nous de mauvais statisticiens?

Un mot sur les recherches d'Amos Tversky et de Daniel Kahneman

Etendant le paradoxe d'Allais (1953) et autres, Tversky et Kahneman montrent que les jugements humains s'écartent parfois massivement de la théorie du choix rationnel.

Ils en rendent compte par la *théorie des perspectives (prospect theory)*, qui s'écarte de l'optimalité Bayésienne en plusieurs points:

- les gains et les pertes ne sont pas absolus, mais rapportés à un **cadre de référence (frame)**
- nos décisions maximisent l'espérance de la valeur subjective: $V = \sum_i w(p_i) v(X_i)$
- La fonction de **valeur subjective v** est concave pour les gains, convexe pour les pertes
- La **probabilité est pondérée** selon une fonction en S inversé qui surestime les petites probabilités et sous-estime les grandes probabilités



Sommes-nous de mauvais statisticiens?

Un mot sur les recherches d'Amos Tversky et de Daniel Kahneman

Comment réconcilier Kahneman et Tversky avec la perspective Bayésienne?

Quelques pistes :

1. Bien des difficultés identifiées par K&T proviennent de la **prise de décision**, pas nécessairement de **l'évaluation des probabilités**. La fonction d'utilité, mais aussi la prise en compte du risque, peuvent expliquer certains de biais observés.
2. Le cerveau, qui n'est pas un ordinateur digital, pourrait n'implémenter qu'un **algorithme Bayésien imparfait**. Par exemple, il se peut que la représentation des toutes petites probabilités, ou la multiplication de deux probabilités ou de deux distributions, posent des difficultés au cerveau.
3. K & T utilisent des **tâches conscientes, verbales, de haut niveau**. Notre espace de travail conscient ne prend en compte que peu de données, selon un algorithme sériel.

Il se pourrait que les traitements **non-conscients** qui sous-tendent la perception, la décision motrice, l'apprentissage du langage... fassent appel à des algorithmes massivement parallèles et plus proches de l'optimalité Bayésienne.

Un axe de recherche récent: comparer des problèmes formellement identiques sur le plan mathématique, mais résolus au niveau conscient ou dans le système moteur (pour une revue, voir Braun et al. (2011). Risk-sensitivity in sensorimotor control. *Front Hum Neurosci*, 5, 1.)

Sommes-nous de mauvais statisticiens?

Un mot sur les recherches d'Amos Tversky et de Daniel Kahneman

Comment réconcilier Kahneman et Tversky avec la perspective Bayésienne?

Quelques pistes :

4. Le **contexte** et les **mots** utilisés pour expliquer le problème peuvent avoir un effet important.

Notre cerveau pourrait traiter plus facilement certains types de problèmes,

- soit parce qu'ils font spontanément appel à des domaines de connaissances pour lesquels l'évolution nous a doté de solutions spécifiques (cf l'hypothèse d'un « module de détection des tricheurs » ou du « raisonnement social »; Cosmides, *Cognition* 1989)
- soit parce que le format de présentation des données n'est pas facilement transposable au format interne que nous utilisons pour l'inférence Bayésienne.

Par exemple, le biais de négligence de la probabilité *a priori* disparaît largement lorsque le problème est formulé sous forme de « fréquences naturelles » (Gigerenzer)

La sensibilité au biais dépend de la formulation du problème

Voir par exemple: Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: Frequency formats. *Psychological Review*, 102(4), 684-704. Gigerenzer, G., & Edwards, A. (2003). Simple tools for understanding risks: from innumeracy to insight. *BMJ*, 327(7417), 741-744.

Exemple testé auprès d'un échantillon de médecins:

0.3% des adultes de 60 ans sont atteints d'un cancer colorectal. La moitié de ces cancers (50%) peuvent être détectés par un test. Il y a 3% de chances que le test s'avère positif chez une personne qui n'a pas le cancer. Si le test est positif, quelle est la probabilité que la personne ait effectivement un cancer?

Réponse des médecins: entre 1 et 99%! Environ la moitié l'estiment à 50% ou 47%.

Réponse réelle (règle de Bayes):

$$p(H|D) = P(D|H)P(H)/P(D) = 0.5 \times 0.003 / (0.5 \times 0.003 + 0.03 \times (1-0.003)) = 4.8 \%$$

Autre présentation du problème:

Sur 10,000 personnes, 30 ont un cancer colorectal. Sur ces 30, la moitié, soit 15, auront un test positif. Sur les 9970 autres, 3% soit 299 auront un test positif. Parmi un échantillon de gens qui ont un test positif, quelle fraction ont vraiment un cancer?

Réponse: 15 sur (15+299), soit 4.8%

Il est possible que notre cerveau ait évolué pour résoudre, automatiquement et inconsciemment, des problèmes Bayésiens **à condition que le problème soit formulé dans un format "naturel"**, compatible avec celui rencontré par le passé.

L'hypothèse de la formulation d'un modèle causal

Krynski, T. R., & Tenenbaum, J. B. (2007). The role of causality in judgment under uncertainty. *Journal of Experimental Psychology: General*, 136(3), 430-450.

Selon Krynski & Tenenbaum, le cadre théorique approprié à ce genre de problème n'est pas celui de l'inférence statistique traditionnelle, mais celui de l'inférence *causale*.

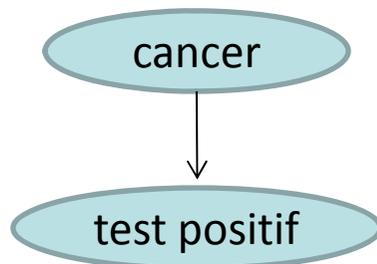
Notre cerveau n'aurait pas évolué pour compiler des statistiques sur toutes les probabilités conditionnelles $P(A|B,C,D\dots)$ [problème qui devient d'ailleurs très vite impossible à estimer]

mais pour tirer des inférences à partir de modèles *causaux* des observations effectuées.

L'interprétation d'un problème se ferait en trois étapes:

- construction d'un modèle mental des relations causales
- attribution d'une valeur aux différents paramètres du modèle
- inférence Bayésienne

Dans le cas qui nous intéresse, c'est la construction du modèle qui serait en cause. Les sujets construiraient un modèle mono-causal de la situation.



$$p(\text{cancer}) = 0.003$$

$$p(\text{test positif} | \text{cancer}) = 0.5$$

taux de faux positif de seulement 3%??

Cette information n'est pas utilisée.

[noter: pas de « négligence de l'a priori »]

inférence:

$$p(\text{cancer} | \text{test})$$

$$\approx 1 - p(\text{faux positif})$$

$$= 0.97\%$$

L'hypothèse de la formulation d'un modèle causal

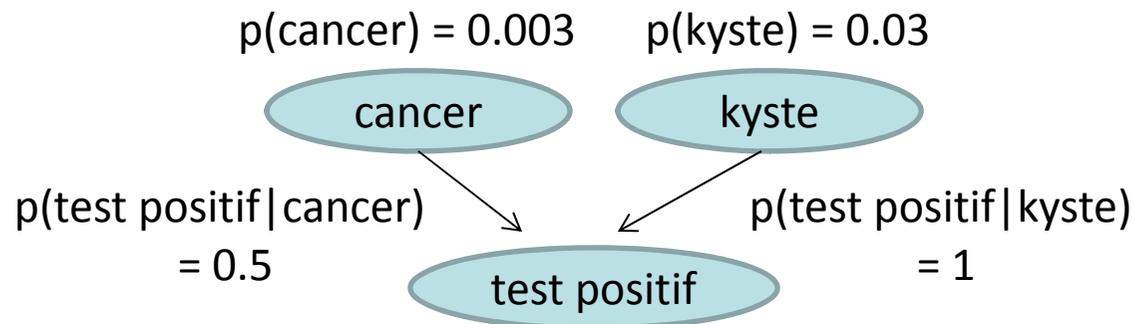
Krynski, T. R., & Tenenbaum, J. B. (2007). The role of causality in judgment under uncertainty. *Journal of Experimental Psychology: General*, 136(3), 430-450.

Expérience 1. Krynski & Tenenbaum testent cette théorie en présentant des problèmes strictement identiques, si ce n'est une phrase destinée à changer le modèle causal:

« il y a 3% de chances qu'une personne qui n'a pas le cancer reçoive un résultat positif au test » *versus*

« il y a 3% de chances qu'une personne, bien qu'elle n'ait pas le cancer, ait un kyste sans gravité qui rende le test positif »

Nouveau modèle mental:

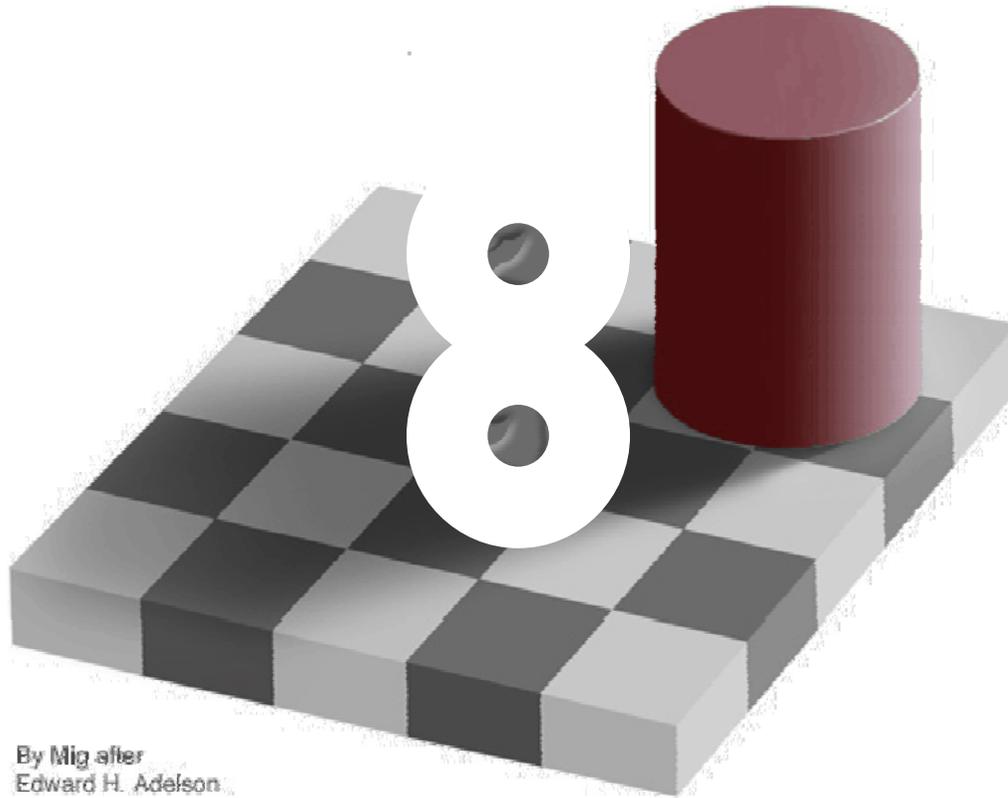


Dans ces conditions, les résultats changent radicalement. Même sans valeurs numériques précises, les sujets testés ont des intuitions correctes sur les probabilités.

Conclusion: le cerveau humain comprend des mécanismes intuitifs d'inférence Bayésienne. Ceux-ci ne sont toutefois déployés convenablement que si l'exposé du problème conduit l'auditeur à se représenter le modèle causal approprié.

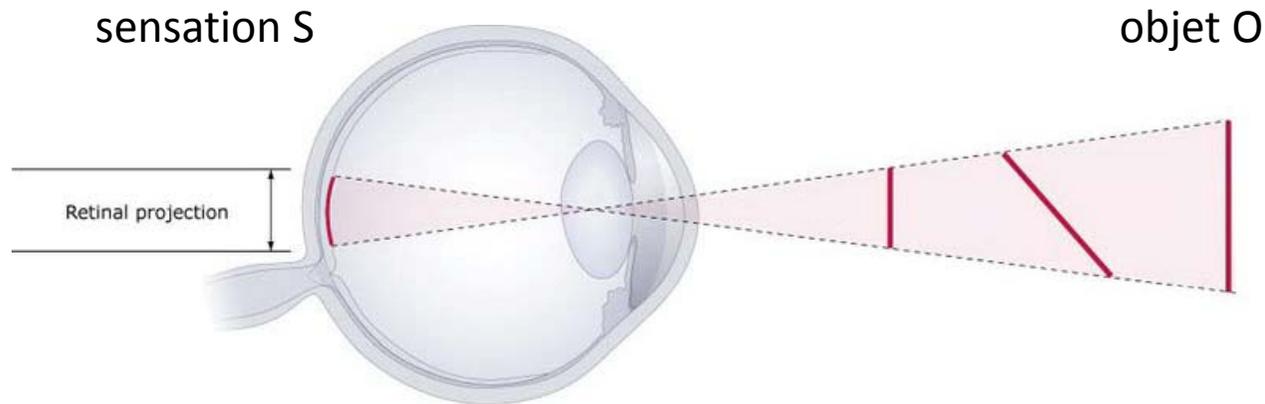
La vision résulte d'inférences inconscientes

Dans son traité d' « *optique physiologique* » (*Handbuch der physiologischen Optik*, 1867), Hermann von Helmholtz introduit le concept d' « inférence inconsciente » : Les entrées sensorielles (« Perception ») se combinent à nos attentes (« Vorstellung ») pour former le contenu de l'expérience consciente (« Anschauung »).



By Mig after
Edward H. Adelson

Pourquoi le cadre Bayésien s'applique-t-il bien à la perception?



Les entrées sensorielles sont *toujours* ambiguës.

Par exemple, un cercle se projette comme une ellipse sur la rétine.

Notre système perceptif doit donc *sélectionner*, parmi une infinité de solutions possibles, celle qui est la plus *plausible*.

La théorie Bayésienne explique ce processus de choix optimal sur la base de:

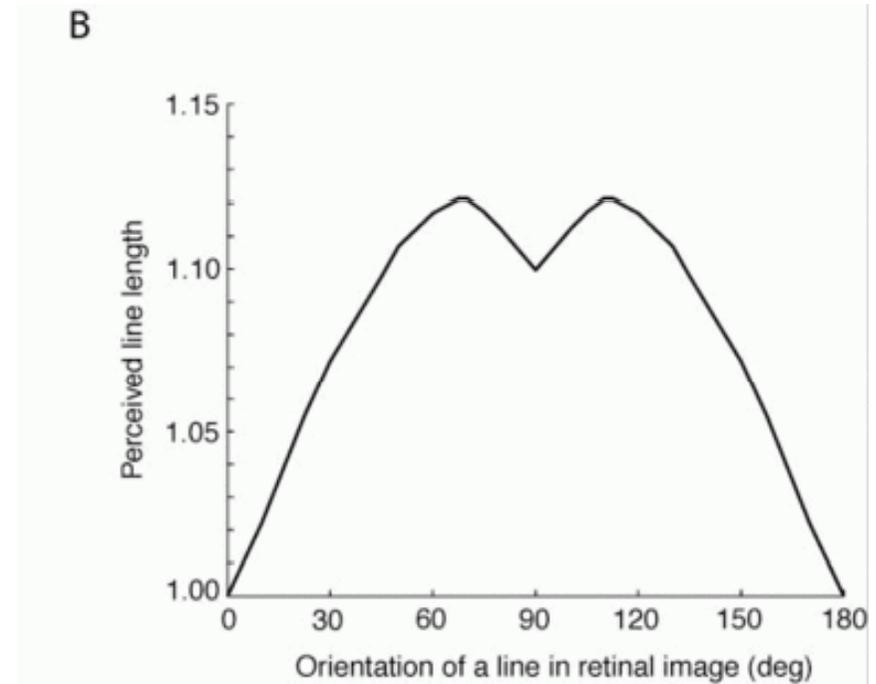
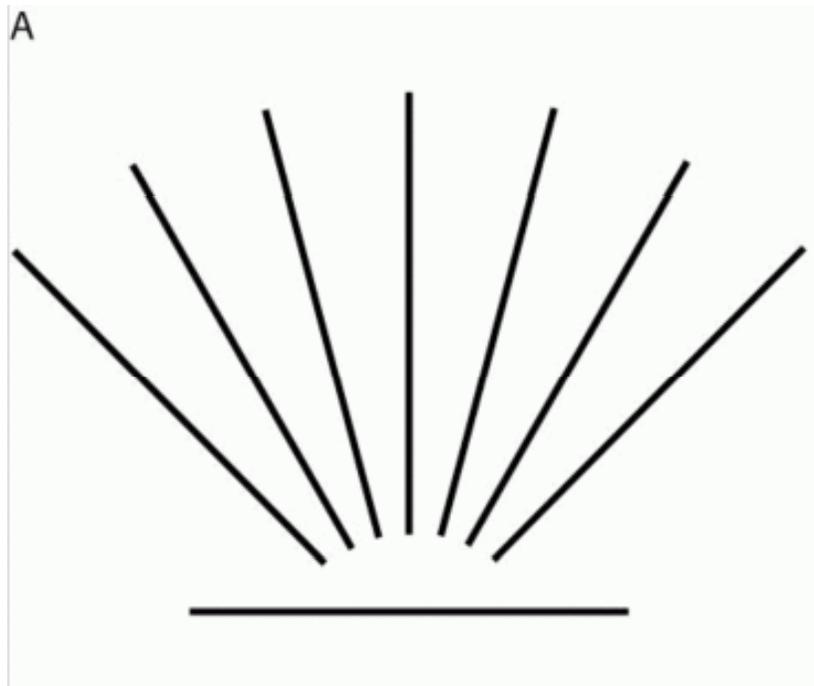
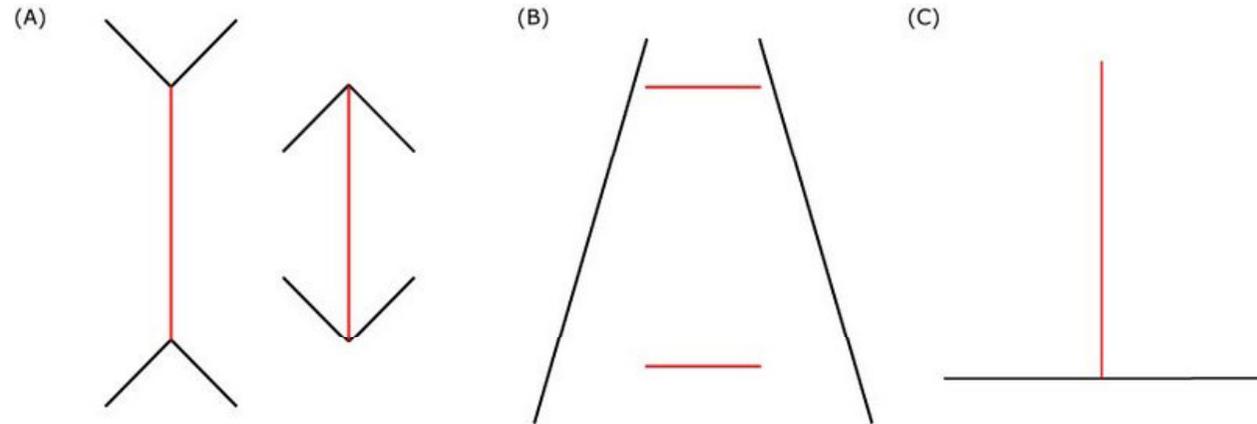
- la connaissance *a priori* des probabilités des objets dans le monde extérieur $p(O)$ (qui peut résulter d'une accumulation de connaissances au cours de l'apprentissage)
- la connaissance de la fonction de vraisemblance $p(S|O)$ (qui peut résulter d'un *modèle interne* du comportement des objets)
- l'application de la règle de Bayes: $p(O|S) \propto p(S|O) p(O)$

L'effet massif de la probabilité a priori:
Les illusions visuelles reflètent souvent
un retour à l'interprétation la plus probable



Exemple: la perception de la taille

La taille perçue dépend de la projection rétinienne, mais aussi du contexte.

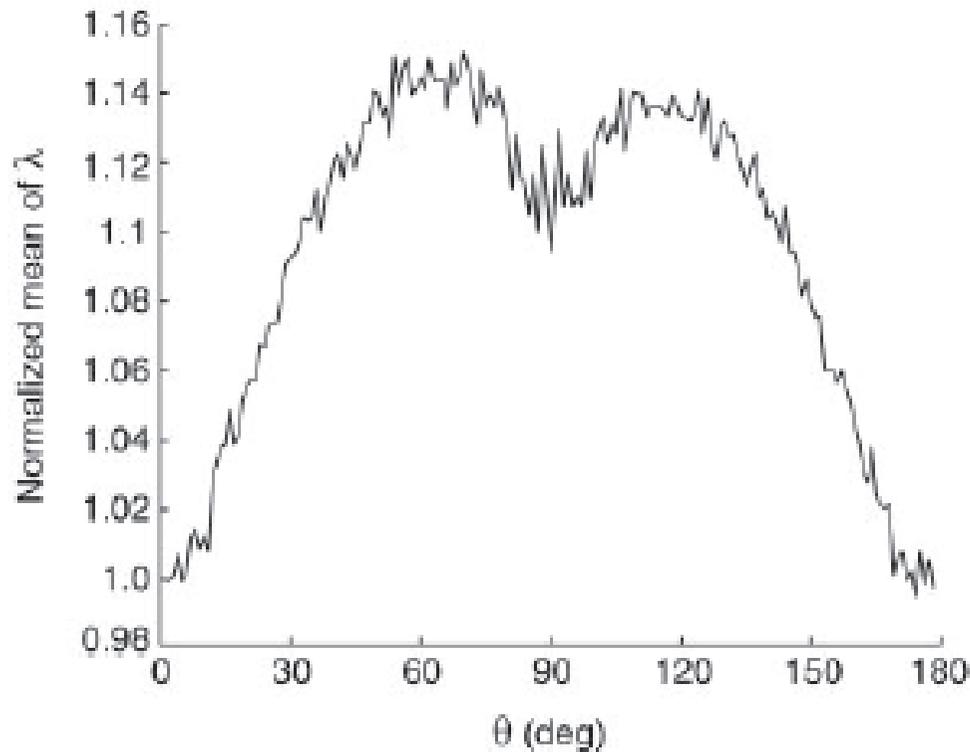


Exemple 1: la perception de la taille

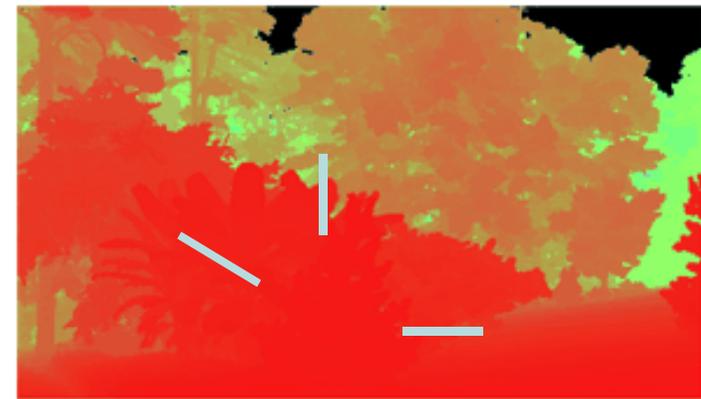
Howe, C. Q., & Purves, D. (2002). Range image statistics can explain the anomalous perception of length. *Proc Natl Acad Sci U S A*, 99(20), 13184-13188.

Howe et Purves ont mesuré, par télémétrie laser, les distances dans le monde réel correspondant à une distance fixe sur la rétine. **A**

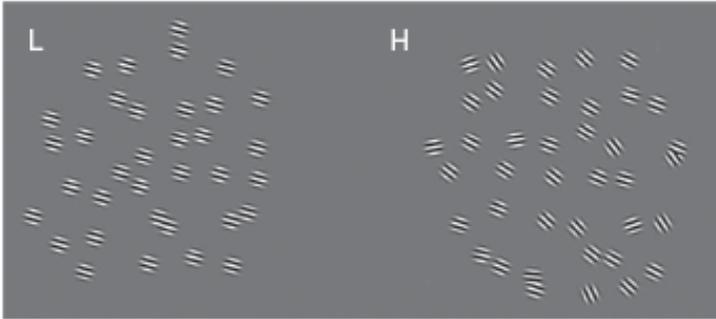
La distance mesurée pour un angle donné reproduit la courbe de l'illusion perceptive:



B



1 m 150 m



Exemple 2: La perception de l'orientation

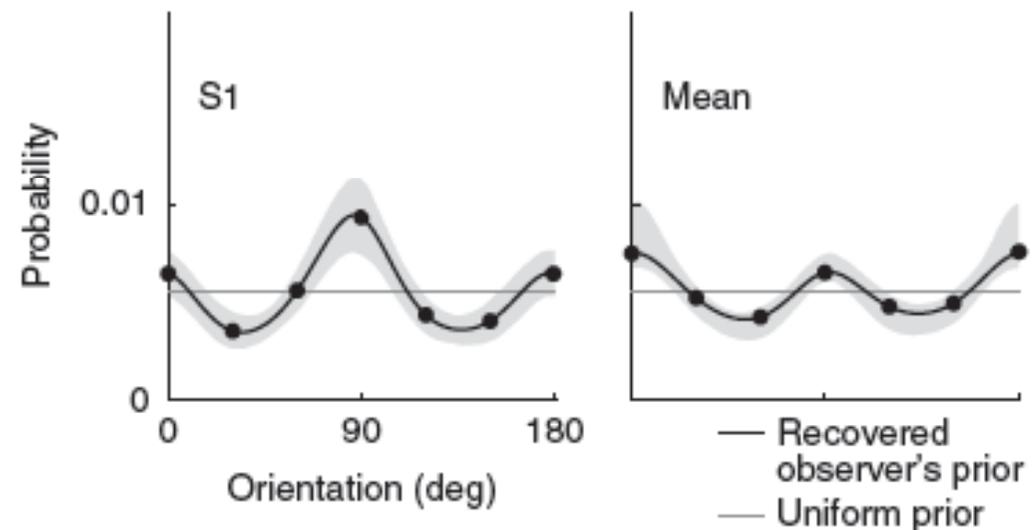
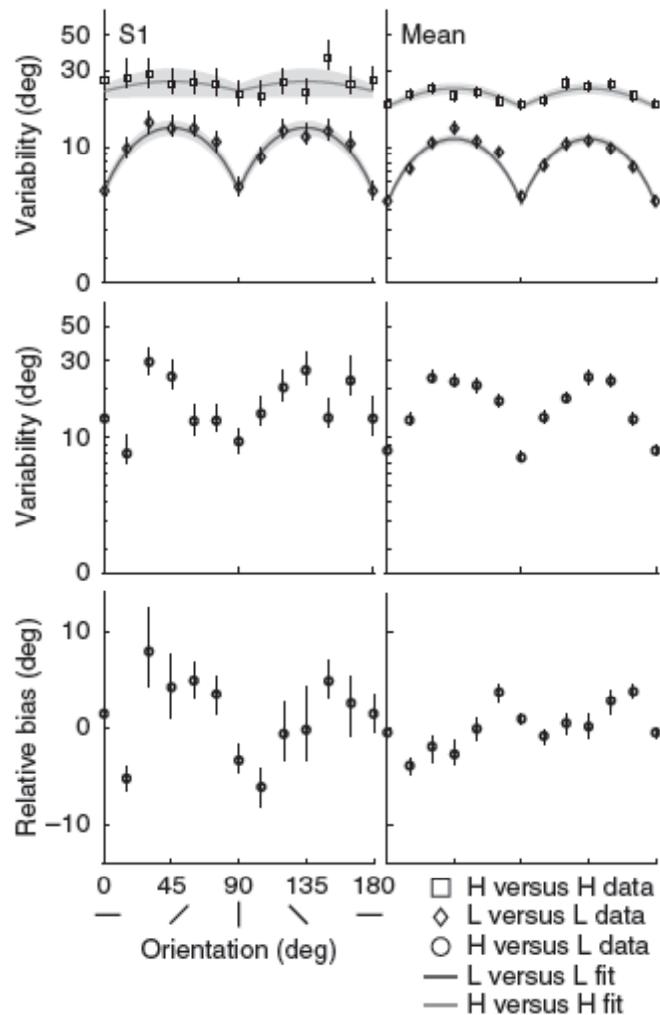
Girshick, A. R., Landy, M. S., & Simoncelli, E. P. (2011). Cardinal rules: visual orientation perception reflects knowledge of environmental statistics. *Nat Neurosci*, 14(7), 926-932.

Dans un jugement d'orientation (les barres de droites sont-elles, en moyenne, plus tournées que celles de gauche?), la perception varie selon l'orientation:

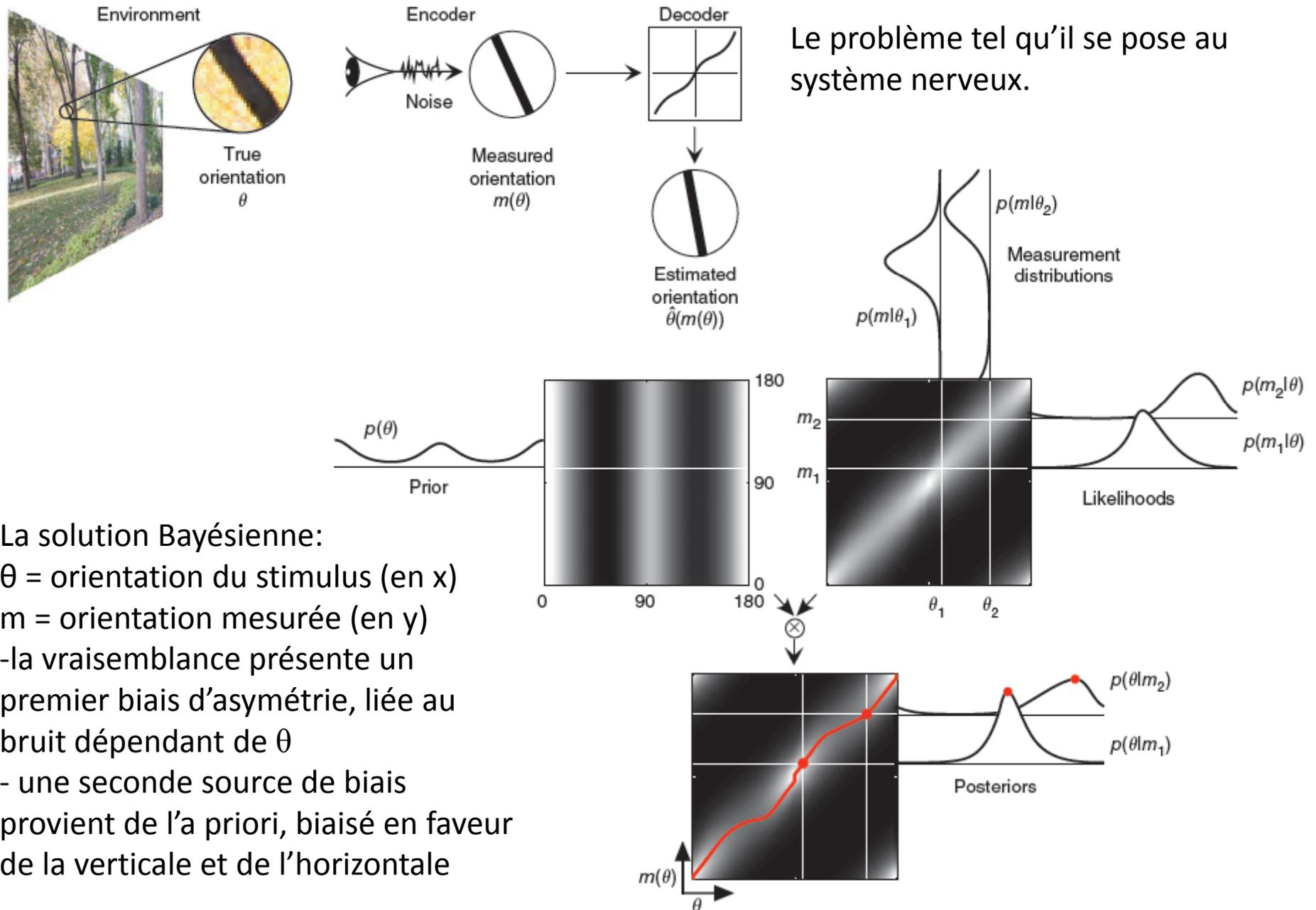
- à la fois dans sa **précision** (la **variabilité interne** est minimale pour la verticale et l'horizontale)

- et dans son **biais** (qui favorise les directions horizontales et verticales)

L'analyse théorique montre que ces données s'expliquent intégralement, dans le cadre Bayésien, par un *a priori* en faveur de ces directions.



L'explication Bayésienne du jugement d'orientation



Le problème tel qu'il se pose au système nerveux.

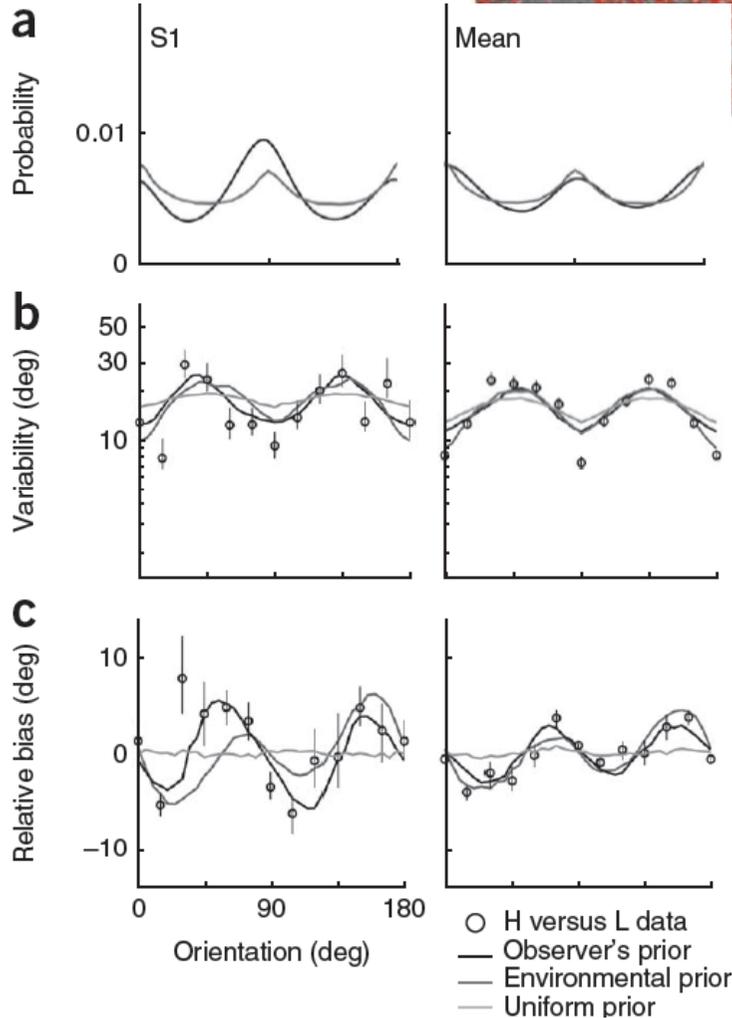
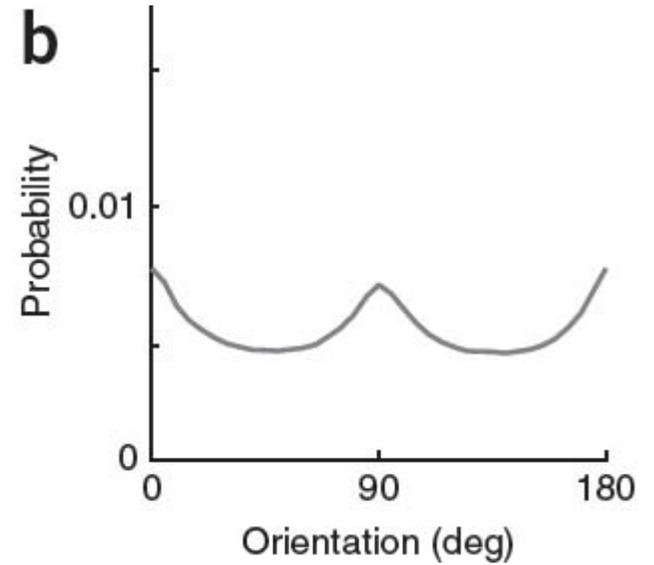
La solution Bayésienne:

θ = orientation du stimulus (en x)

m = orientation mesurée (en y)

- la vraisemblance présente un premier biais d'asymétrie, liée au bruit dépendant de θ

- une seconde source de biais provient de l'a priori, biaisé en faveur de la verticale et de l'horizontale

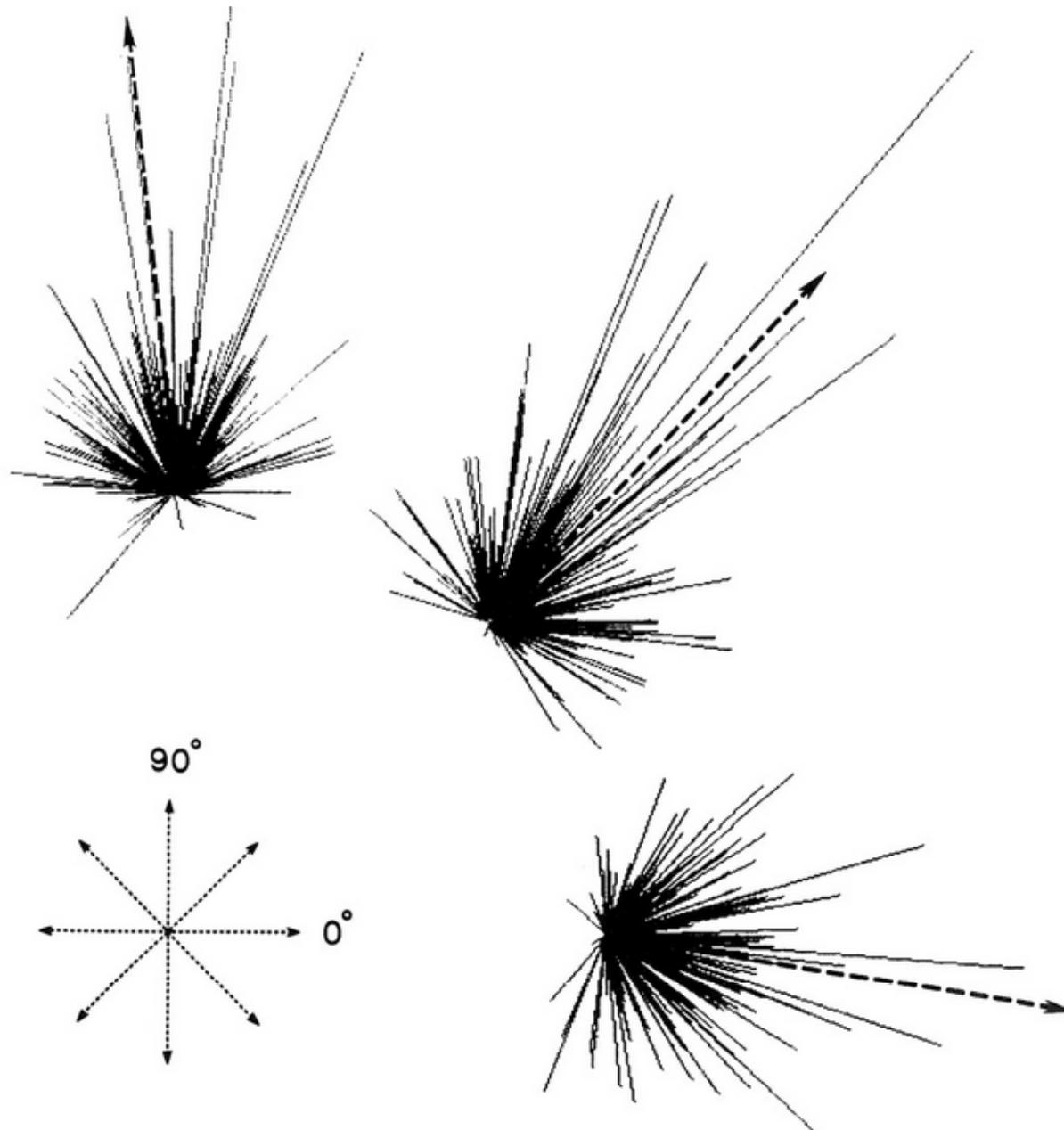


La distribution des orientations des contours, dans les images naturelles, fait apparaître le même biais
 L'utilisation de cette distribution comme *a priori* reproduit tous les aspects du comportement humain.

Le cerveau aurait donc **internalisé** la distribution des orientations présente dans le monde extérieur.

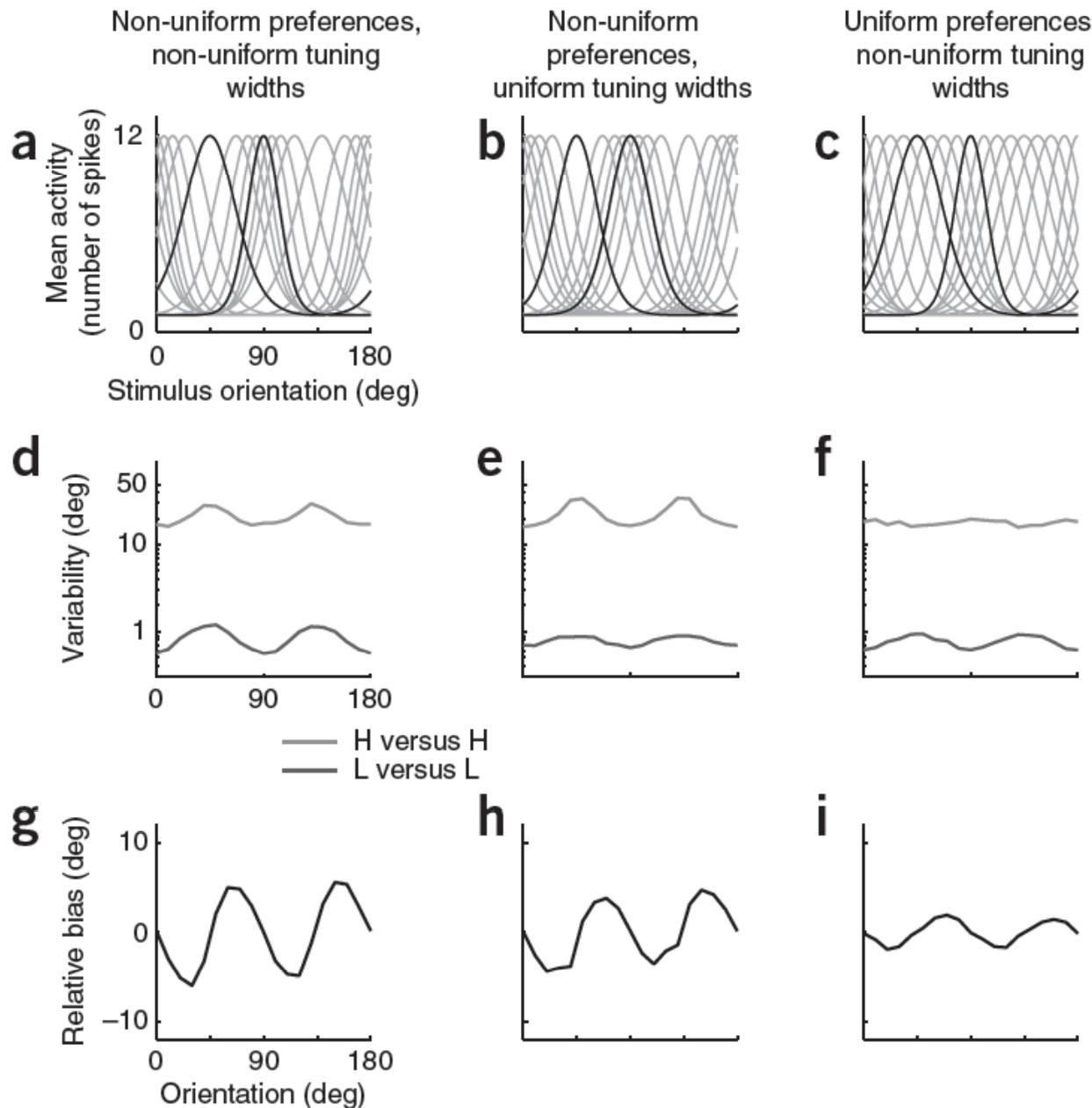
Cette internalisation semble se produire dans l'aire visuelle primaire V1: plus de neurones sont alloués à la verticale et à l'horizontale, et leurs courbes d'accord (*tuning curves*) sont également plus précises pour ces deux orientations.

Comment le système visuel implémente-t-il le calcul Bayésien?



Girschick et al. (2011)
suggèrent que le simple
calcul du **vecteur de
population** suffit à
reproduire l'intégralité des
données

Comment le système visuel implémente-il le calcul Bayésien?

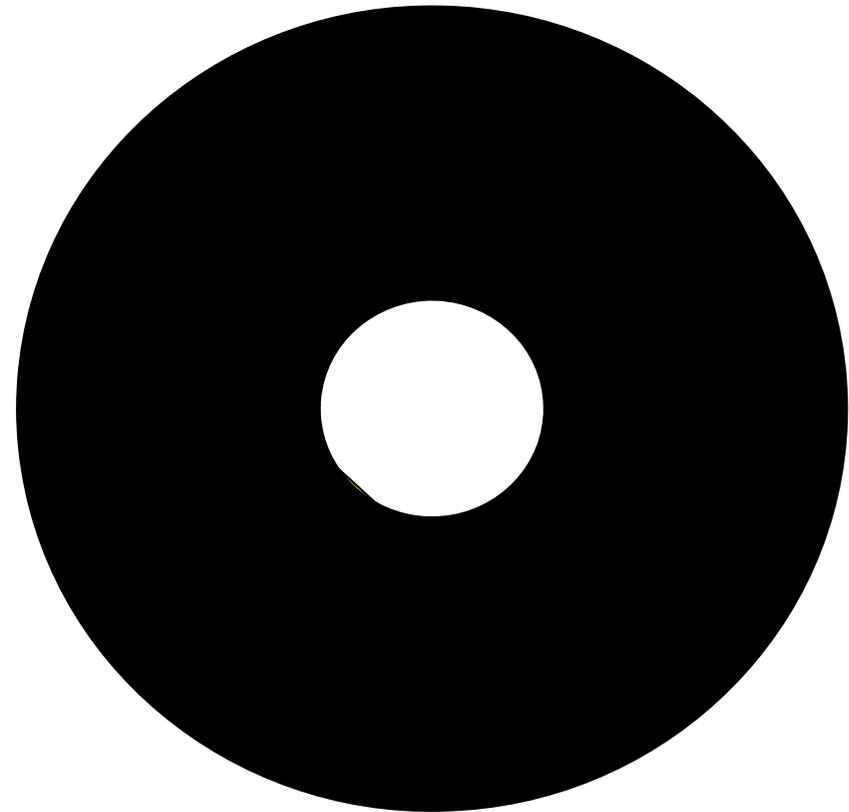
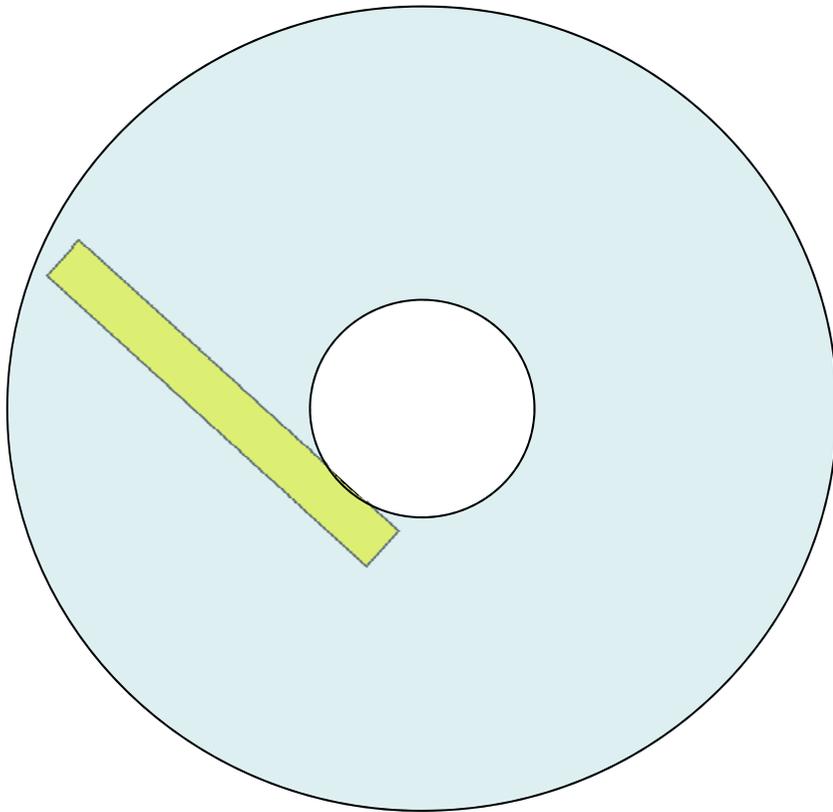


Girschick et al. (2011) suggèrent que le simple calcul du **vecteur de population** suffit à reproduire l'intégralité des données

à condition que la distribution et la largeur des courbes d'accord se distribuent avec un biais qui correspond à l'*a priori* Bayésien.

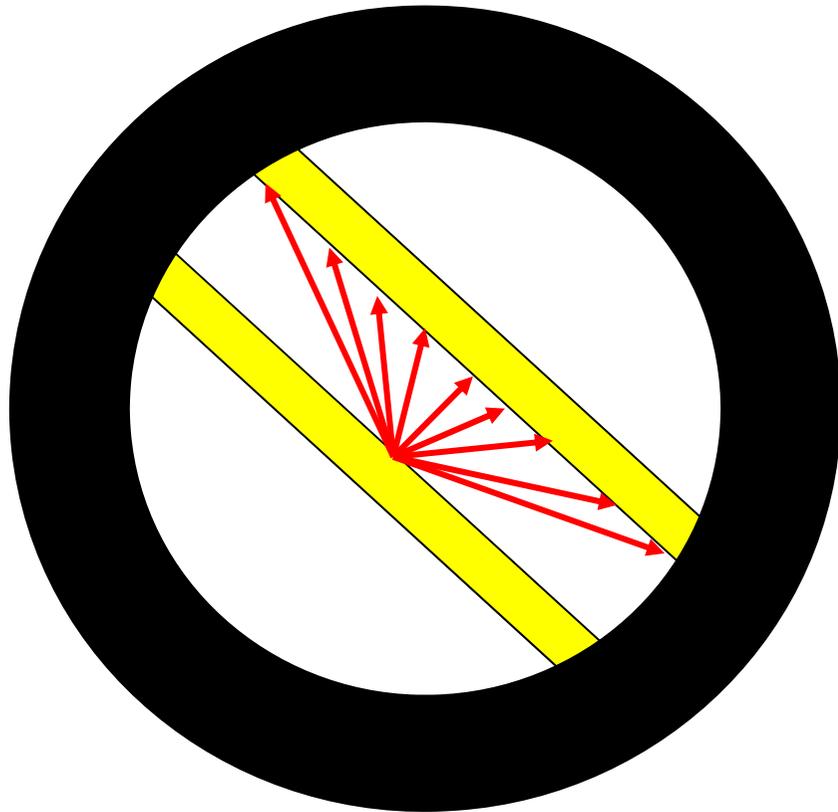
La distribution inégale des cellules constituerait un **codage implicite de l'*a priori***, qui permet son utilisation par le biais d'une simple sommation.

Exemple 3: la perception du mouvement
et le problème de l'ouverture

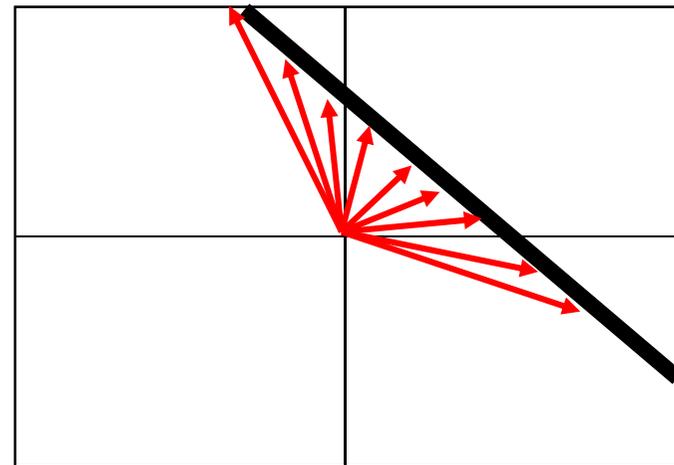


Le problème de l'ouverture

Chaque mouvement local, vu à travers un champ récepteur étroit, est compatible avec une infinité d'interprétations possibles



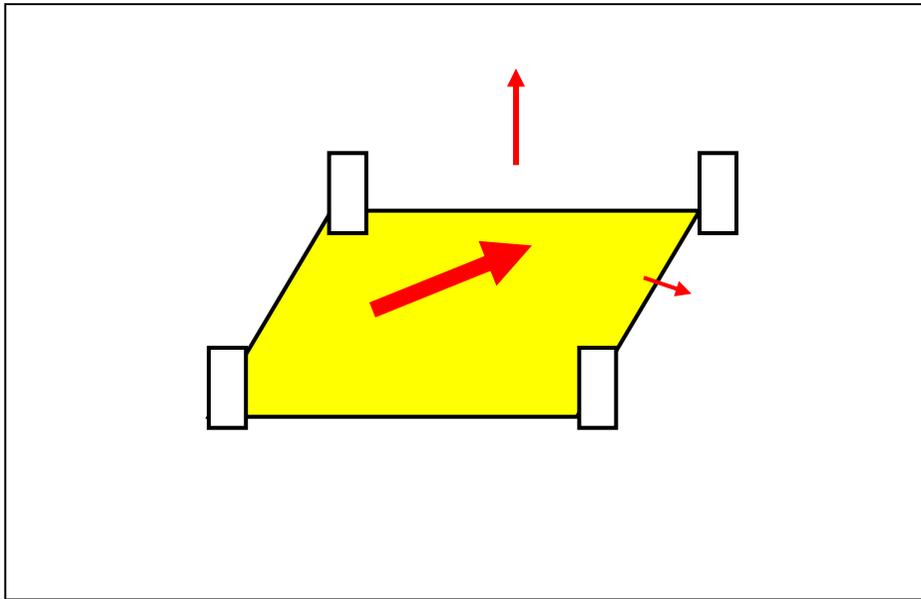
vitesse en y



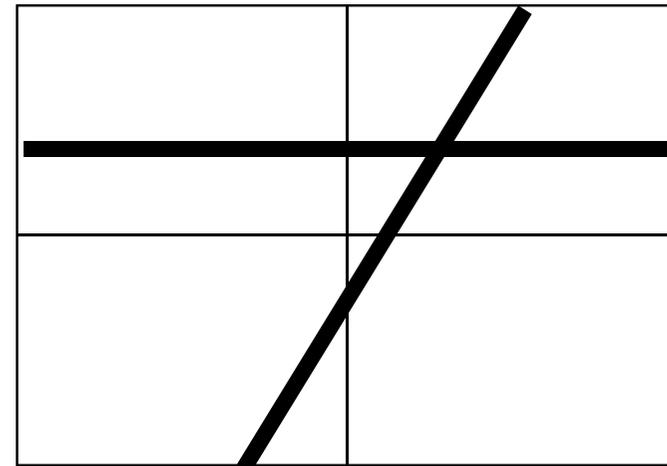
vitesse en x

Le problème de l'ouverture

Lorsqu'une surface est en mouvement, la combinaison des vitesses locales permet de calculer le mouvement global.



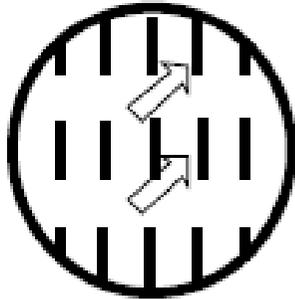
vitesse en y



vitesse en x

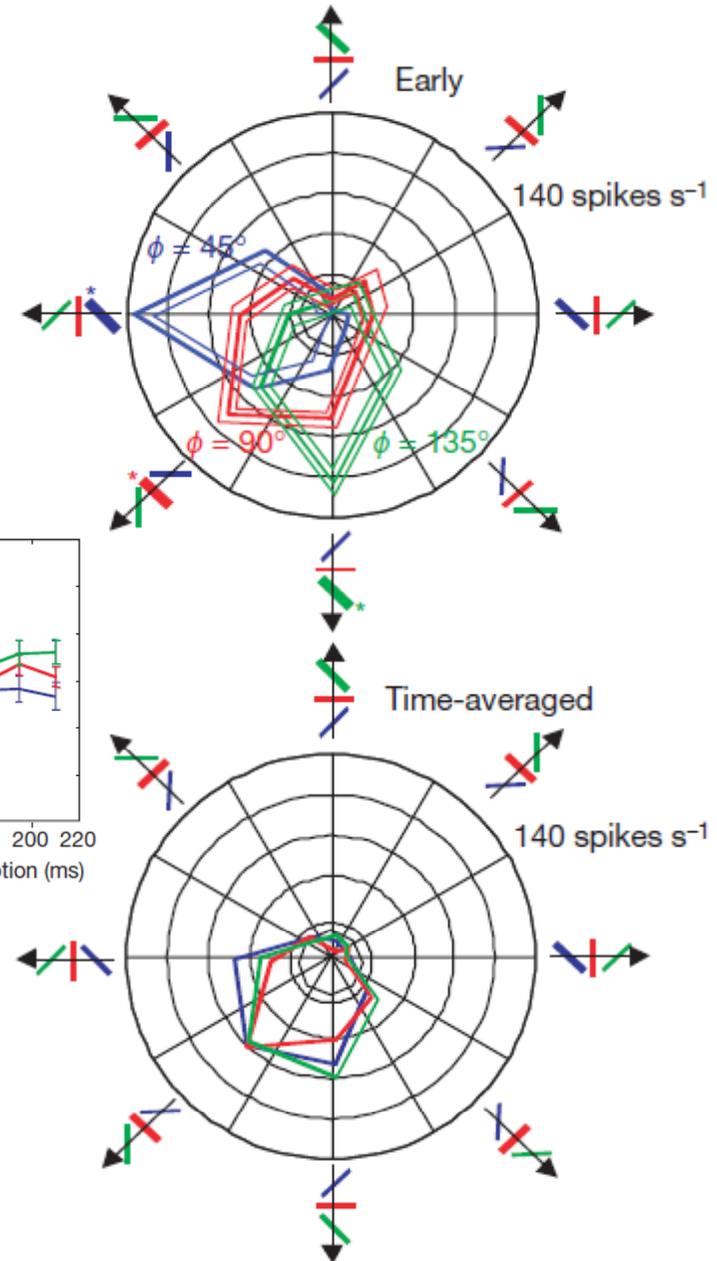
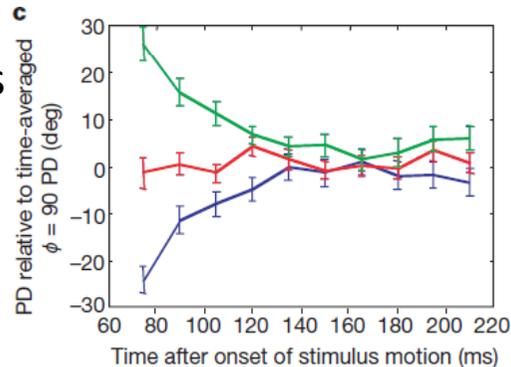
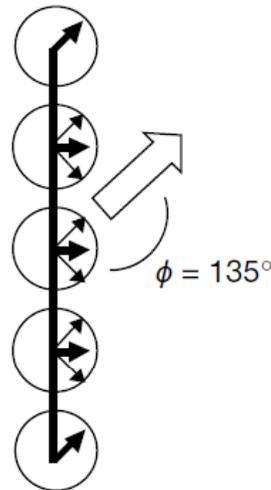
Le problème de l'ouverture est résolu au niveau de l'aire MT

Pack, C. C., Berezovskii, V. K., & Born, R. T. (2001). *Nature*, 414(6866), 905-908.
 Pack, C. C., & Born, R. T. (2001). *Nature*, 409(6823), 1040-1042.



FP

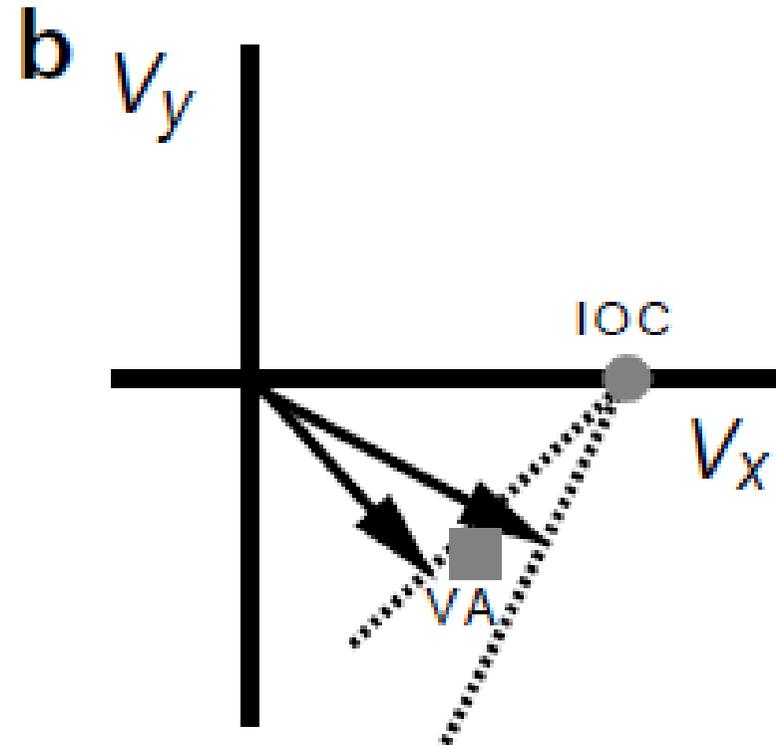
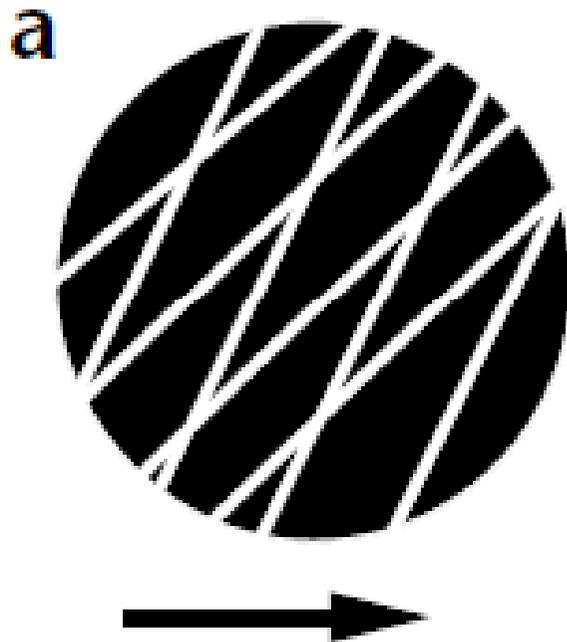
- Les neurones de V1 sont sensibles au problème de l'ouverture
- Initialement, les neurones de MT codent pour le vecteur de direction locale (perpendiculaire à la barre)
- Après 120-140 ms, ils codent pour la direction globale de la grille (un type de réponse qui n'est jamais vu dans V1)
- Cette deuxième partie de la réponse disparaît sous anesthésie!



Motion illusions as optimal percepts

Yair Weiss¹, Eero P. Simoncelli² and Edward H. Adelson³

Plusieurs mécanismes ont été proposés:
intersection de contraintes (*intersection of constraints*)
moyenne de vecteurs (*vector average, VA*)
suivi de traits élémentaires (*feature tracking, FT*).



Les mécanismes VA, IOC et FT ne suffisent pas à expliquer la perception du mouvement

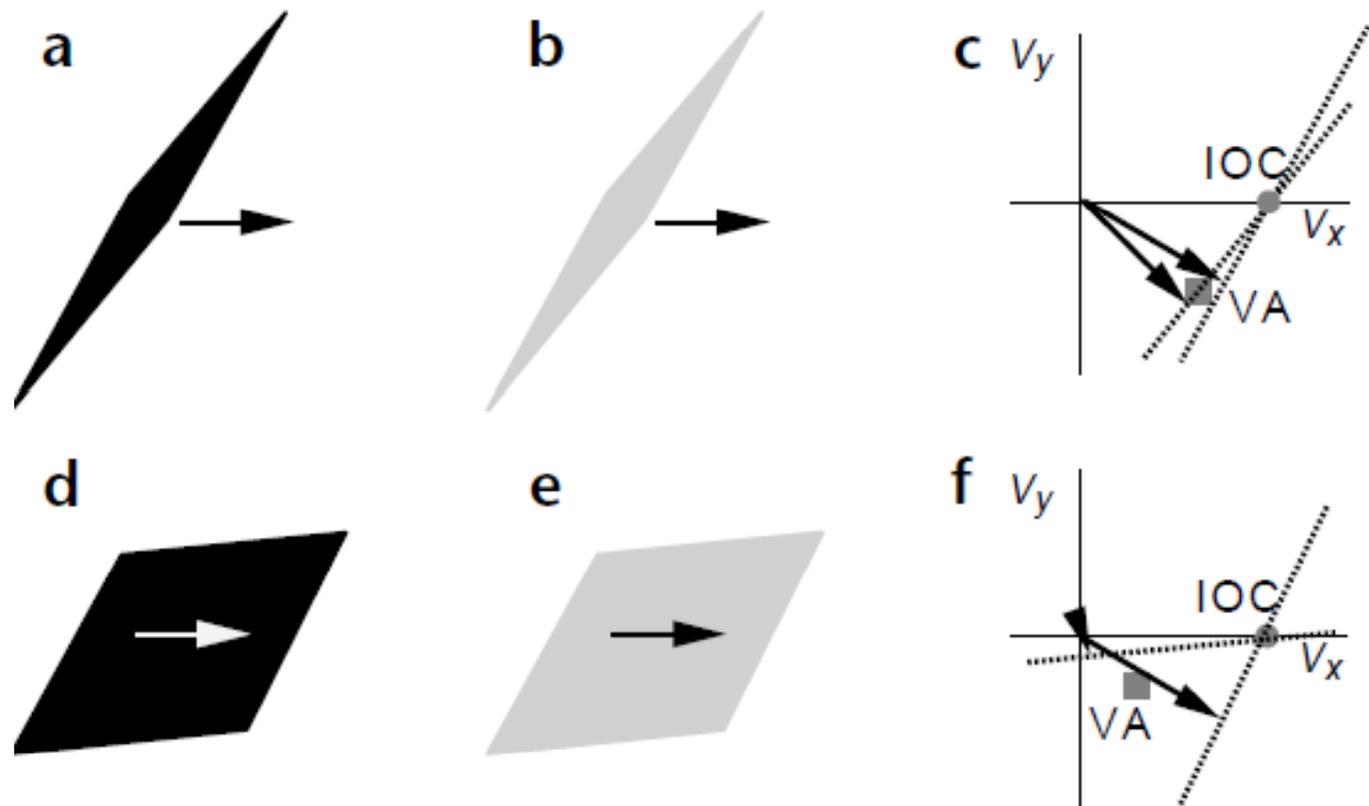


Fig. 2. Insufficiency of either VA, IOC or FT rules as an explanation for human perception of a horizontally moving rhombus. (a) A 'narrow' rhombus at high contrast appears to move horizontally (consistent with IOC/FT). (b) A narrow rhombus at low contrast appears to move diagonally (consistent with VA). (c) Velocity space constraints for a narrow rhombus. (d,e) A 'fat' rhombus at low or high contrast appears to move horizontally (consistent with IOC/FT). (f) Velocity space constraints for a fat rhombus.