



COLLÈGE  
DE FRANCE  
—1530—

*Sécurité du logiciel*, deuxième cours

## **Flux d'information**

---

Xavier Leroy

2022-03-17

Collège de France, chaire de sciences du logiciel

`xavier.leroy@college-de-france.fr`

# **Sécurité multi-niveaux et flux d'information**

---

Manipuler, dans un même système informatique, des données avec différents niveaux de **confidentialité** et d'**intégrité**.

Exemple : deux niveaux de confidentialité,

- **secret** (diffusion restreinte)
- **public** (diffusion libre)

Exemple : deux niveaux d'intégrité,

- **fiable** (provenant du système)
- **douteux** (provenant des utilisateurs)

Exemple : un fichier `/root/data` qui doit être secret et fiable.

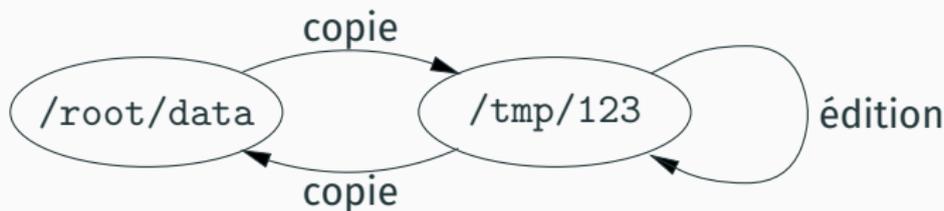
Lecture et écriture uniquement par l'administrateur `root`.

<code>/root/data</code>	<code>root</code>	<code>root</code>	<code>-</code>	<code>r</code>	<code>w</code>	<code>-</code>	<code>-</code>	<code>-</code>
	<i>possesseur</i>	<i>groupe</i>		<i>droits pour le possesseur</i>	<i>droits pour le groupe</i>	<i>droits pour les autres</i>		

## Insuffisance du contrôle d'accès

```
/root/data    root root    - r w - - - - -
```

Édition du fichier via un fichier temporaire :



Si le fichier temporaire a été créé par l'attaquant, il peut lire son contenu et le modifier avant la copie dans /root/data.

## Flux d'information

Contrôler non seulement les accès aux ressources  
(données au repos)  
mais aussi les **flux d'information** entre ces ressources  
(données en transit).

Politique de confidentialité : les flux doivent toujours aller du moins secret vers le plus secret.

public → public    public → secret  
secret → secret    secret ↯ public

Politique d'intégrité : les flux doivent toujours aller du plus intègre vers le moins intègre.

fiable → fiable    fiable → douteux  
douteux → douteux    douteux ↯ fiable

# Formaliser la confidentialité

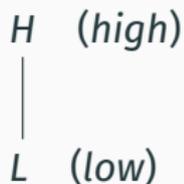
Un **ordre partiel** sur les niveaux de confidentialité

$$A \sqsubseteq B$$

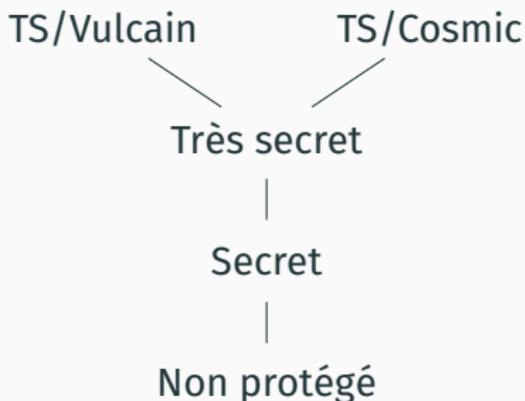
«  $B$  est aussi ou plus secret que  $A$ . »

« Une personne habilitée  $B$  peut accéder à une info classifiée  $A$ . »

Exemples : public/secret



secret défense en France



# Politique de confidentialité de Bell-LaPadula

(D. E. Bell et L. J. LaPadula, *Secure Computer Systems : Mathematical Foundations*, 1973, MITRE Corporation.)

*No read up :* (Simple Security Property)

Un sujet au niveau  $\ell$  ne peut lire que des objets de niveau  $\ell' \sqsubseteq \ell$ .

*No write down :* (Star Security Property)

Un sujet au niveau  $\ell$  ne peut écrire que dans des objets de niveau  $\ell' \sqsupseteq \ell$ .



## Variante : le point culminant (*high-water mark*)

Un sujet possède deux niveaux :

- $R$  : niveau maximal de lecture, fixé.
- $W$  : niveau minimal d'écriture, augmente au cours du temps.

Un objet de niveau  $\ell$  peut être lu si  $\ell \sqsubseteq R$ .

Dans ce cas, on fait  $W \leftarrow W \sqcup \ell$ .

Un objet de niveau  $\ell$  peut être écrit si  $W \sqsubseteq \ell$ .

## Formaliser l'intégrité

Un ordre partiel sur les niveaux d'intégrité.

$$A \sqsubseteq B$$

« A est plus fiable ou aussi fiable que B. »

« Une personne habilitée au niveau A peut modifier une donnée de niveau B. »

Exemples : Fiable/douteux

L (low)  
|  
H (high)

Windows (depuis Vista)

Low (Web)  
|  
Medium  
|  
High  
|  
System

# Politique d'intégrité de Biba

K. J. Biba, *Integrity Considerations for Secure Computer Systems*, 1975, MITRE Corporation.

**No write down** : Un sujet au niveau  $\ell$  ne peut écrire que dans des objets de niveau  $\ell' \supseteq \ell$ .

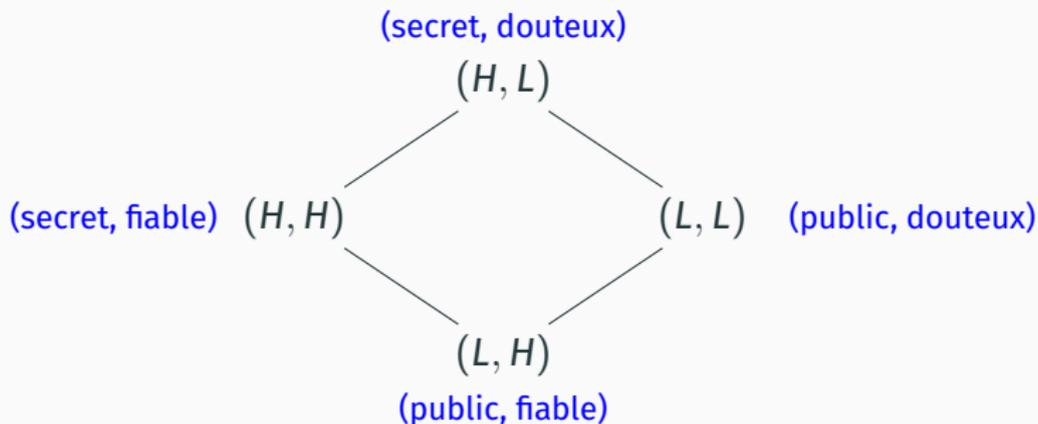
**No read up** : Un sujet au niveau  $\ell$  ne peut lire que des objets de niveau  $\ell' \sqsubseteq \ell$ .



## Combiner confidentialité et intégrité

Niveau = paire (niveau de confidentialité, niveau d'intégrité).

Ordre partiel = produit des ordres de confidentialité et d'intégrité.



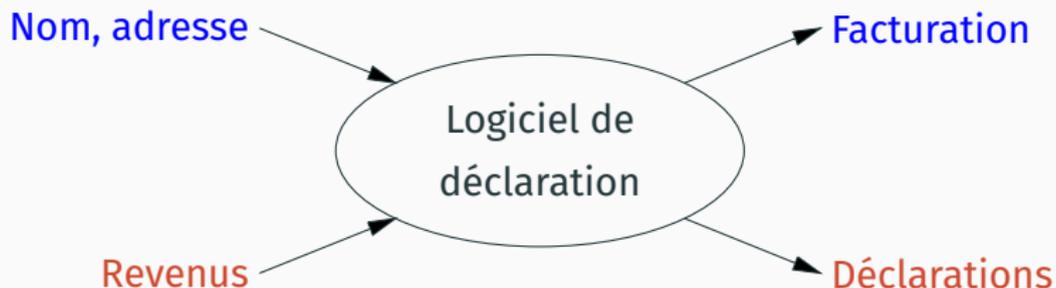
# **Flux d'information dans un programme**

---

## Sécurité multi-niveau dans un programme

Un même programme peut manipuler des données à plusieurs niveaux de confidentialité ou d'intégrité.

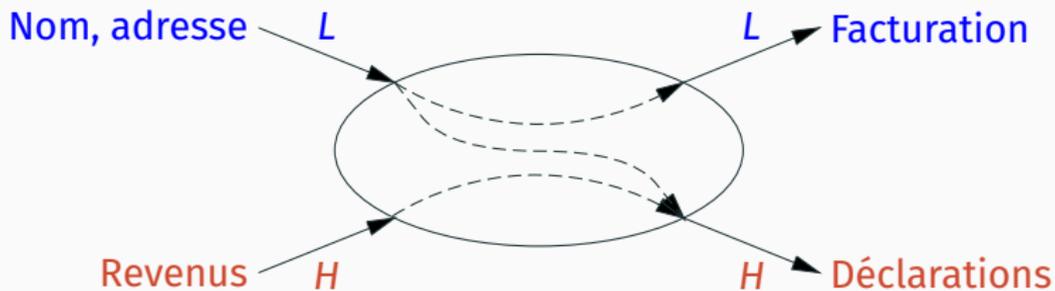
Exemple : un logiciel payant pour déclarer ses impôts.



L'information de facturation envoyée au fournisseur du logiciel ne doit révéler aucune information sur les revenus.

## Bell-LaPadula pour un programme

Associer des niveaux de confidentialité aux entrées, aux sorties, et aux résultats intermédiaires du programme.



Vérifier que les flux d'information vont toujours «vers le haut» :  
une sortie de niveau  $\ell$  ne dépend que d'entrées de niveau  $\ell' \sqsubseteq \ell$ .

Remplacer chaque donnée par une paire (valeur, niveau).

Vérifier les niveaux à chaque opération du programme.

```
z := (x + y) / 2  ⇒  assert (x.level <= z.level);  
                   assert (y.level <= z.level);  
                   z.value := (x.value + y.value) / 2
```

Cela suffit à tracer les flux **directs**.

## Le problème des flux indirects

Soit  $x$  une variable booléenne secrète (niveau  $H$ ) et  $y$  une variable publique (de niveau  $L$ ).

```
if x then y := true else y := false
```

Ce code a le même effet que  $y := x$ .

Et pourtant, seules des valeurs publiques (`true`, `false`) ont été affectées à  $y$ !

## Vérification dynamique des flux indirects

On ajoute une variable *pc* de type «niveau» qui garde trace des informations révélées par les branchements conditionnels.

Cette variable est mise à jour lors des conditionnelles :

```
if x then ... else ...  ⇒  pc := max(pc, x.level);  
                           if x.value then ... else ...
```

Elle est prise en compte lors des affectations :

```
z := (x + y) / 2  ⇒  assert (x.level <= z.level);  
                    assert (y.level <= z.level);  
                    assert (pc <= z.level);  
                    z.value := (x.value + y.value) / 2
```

Cela permet bien de vérifier les flux indirects :

```
if x then y := true else y := false
```

```
⇒   pc := max(pc, x.level);  
     if x.value  
     then assert (pc <= y.level); y := true  
     else assert (pc <= y.level); y := false
```

## L'inflation des niveaux (*label creep*)

Le niveau du *pc* ne diminue jamais!

Un seul test sur une variable de niveau *H* force toute la suite du programme à travailler au niveau *H*.

```
if xH then yH := true else yH := false;  
✗ zL := false // rejeté car pc = H
```

On est tenté de remettre le *pc* à son niveau d'avant la conditionnelle :

```
if x then ... else ... ⇒ pc1 := pc; pc := max(pc, x.level);  
if x.value then ... else ...;  
pc := pc1
```

Mais ce serait incorrect...

L'absence d'affectation peut aussi créer un flux indirect!

```
yL := false;  
if xH then yL := true else skip;  
C
```

Si le programme atteint le point  $C$ , sans avoir échoué sur l'assertion  $pc \leq y.level$ , il connaît le secret « $x^H$  est false», et doit donc exécuter  $C$  avec  $pc = H$ .

# **Typage statique des flux d'information**

---

Par analyse statique de type *dataflow* (Denning & Denning, 1973).

Sous forme d'un système de types (Volpano, Irvine, Smith, 1996) :

$\vdash a : \ell$       la valeur de l'expression  $a$  est de niveau  $\ell$

$pc \vdash c : *$     la commande  $c$  est sûre dans un contexte de niveau  $pc$

# IMP : un petit langage impératif à contrôle structuré

## Expressions arithmétiques :

$a ::= x^\ell$	variables avec leur niveau $\ell$
$0 \mid 1 \mid \dots$	constantes
$a_1 + a_2 \mid a_1 \times a_2 \mid \dots$	opérations

## Expressions booléennes :

$b ::= a_1 \leq a_2 \mid \dots$	comparaisons
$b_1 \text{ and } b_2 \mid \text{not } b \mid \dots$	connecteurs

## Commandes :

$c ::= \text{skip}$	commande vide
$x^\ell := a$	affectation
$c_1; c_2$	séquence
$\text{if } b \text{ then } c_1 \text{ else } c_2$	conditionnelle
$\text{while } b \text{ do } c$	boucle

Expressions arithmétiques ou booléennes :

$$\frac{\ell' \sqsubseteq \ell \text{ pour toute variable } x^{\ell'} \text{ apparaissant dans } a}{\vdash a : \ell}$$

$$\frac{\ell' \sqsubseteq \ell \text{ pour toute variable } x^{\ell'} \text{ apparaissant dans } b}{\vdash b : \ell}$$

# Les règles de typage des flux d'information en IMP

$$\begin{array}{c} pc \vdash \text{skip} : * \\ \frac{\vdash a : \ell' \quad \ell' \sqsubseteq \ell \quad pc \sqsubseteq \ell}{pc \vdash x^\ell := a : *} \\ \\ \frac{pc \vdash c_1 : * \quad pc \vdash c_2 : *}{pc \vdash c_1; c_2 : *} \\ \\ \frac{\vdash b : \ell \quad pc \sqcup \ell \vdash c_1 : * \quad pc \sqcup \ell \vdash c_2 : *}{pc \vdash \text{if } b \text{ then } c_1 \text{ else } c_2 : *} \\ \\ \frac{\vdash b : \ell \quad pc \sqcup \ell \vdash c : *}{pc \vdash \text{while } b \text{ do } c} \end{array}$$

(Contrôle des flux directs)

(Contrôle des flux indirects)

## Exemple de typage

Contrôle des flux indirects :

(if  $x^H = 0$  then  $y^\ell := 0$  else skip);  $z^L := 1$

Dérivation de typage :

$$\frac{\frac{\frac{\vdash 0 : L \quad L \sqsubseteq \ell \quad H \sqsubseteq \ell}{\vdash x^H = 0 : H} \quad H \vdash y^\ell := 0 : * \quad H \vdash \text{skip} : *}{L \vdash \text{if } x^H = 0 \text{ then } y^\ell := 0 \text{ else skip} : *} \quad \frac{\vdash 1 : L \quad L \sqsubseteq L \quad L \sqsubseteq L}{L \vdash z^L := 1 : *}}{L \vdash (\text{if } x^H = 0 \text{ then } y^\ell := 0 \text{ else skip}); z^L := 1 : *}$$

Le programme est donc accepté si  $\ell = H$ , rejeté si  $\ell = L$ .

Pas d'inflation des niveaux car on vérifie les 2 branches  
(au contraire de la vérification dynamique qui n'en vérifie qu'une).

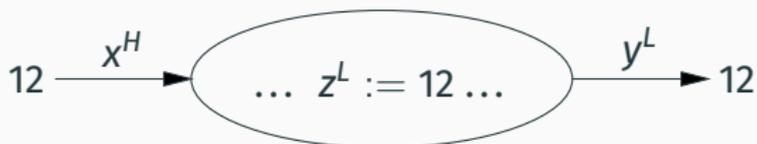
Une caractérisation sémantique du bon contrôle des flux d'information.

*Les valeurs des sorties de niveau  $\ell$  ne doivent pas dépendre des valeurs des entrées de niveau  $\ell' \sqsupseteq \ell$ .*

## La propriété de non-interférence

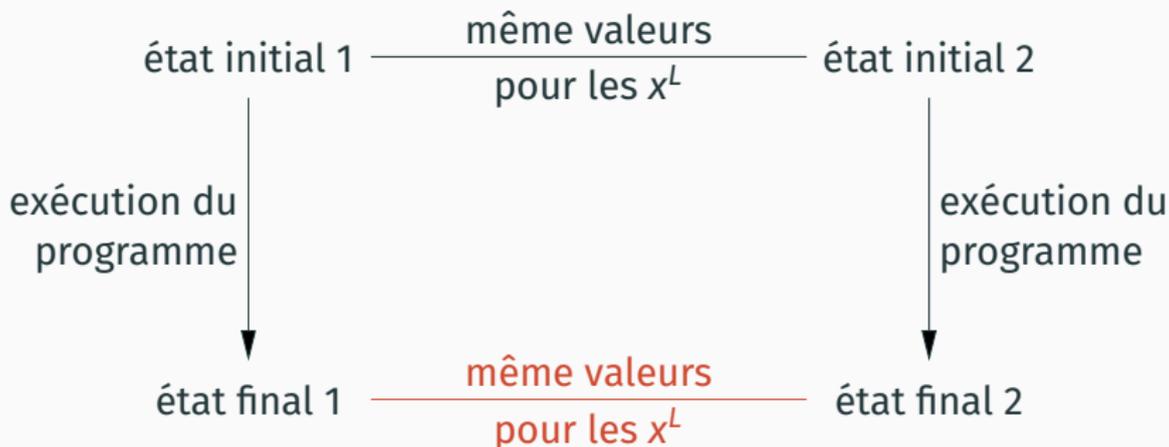
La non-interférence n'est pas une propriété d'une seule exécution du programme.

Exemple : dans l'exécution ci-dessous, y-a-t'il interférence entre la sortie  $y^H$  et l'entrée  $x^L$  ?



## La propriété de non-interférence

La non-interférence est une **hyper-propriété** qui porte sur **deux** exécutions du même programme.



Un prédicat  $c/s \Downarrow s'$

«la commande  $c$  démarrée dans l'état  $s$  termine dans l'état  $s'$ ».

$$\text{skip}/s \Downarrow s$$
$$x := a/s \Downarrow s[x \leftarrow \llbracket a \rrbracket s]$$
$$\frac{c_1/s \Downarrow s' \quad c_2/s' \Downarrow s''}{c_1; c_2/s \Downarrow s''}$$
$$\frac{c_1/s \Downarrow s' \text{ si } \llbracket b \rrbracket s = \text{true} \quad c_2/s \Downarrow s' \text{ si } \llbracket b \rrbracket s = \text{false}}{\text{if } b \text{ then } c_1 \text{ else } c_2/s \Downarrow s'}$$
$$c_1; c_2/s \Downarrow s''$$
$$\text{if } b \text{ then } c_1 \text{ else } c_2/s \Downarrow s'$$
$$\frac{\llbracket b \rrbracket s = \text{false}}{\text{while } b \text{ do } c/s \Downarrow s}$$
$$\frac{\llbracket b \rrbracket s = \text{true} \quad c/s \Downarrow s' \quad \text{while } b \text{ do } c/s' \Downarrow s''}{\text{while } b \text{ do } c/s \Downarrow s''}$$
$$\text{while } b \text{ do } c/s \Downarrow s$$
$$\text{while } b \text{ do } c/s \Downarrow s''$$

## Formalisation de la non-interférence

(On se ramène à deux niveaux,  $L$  et  $H$ .)

On définit l'égalité entre deux états mémoire sur les variables  $L$  :

$$s_1 \overset{L}{\approx} s_2 \stackrel{\text{def}}{=} \forall x^L, s_1(x^L) = s_2(x^L)$$

Une expression de niveau  $L$  a la même valeur dans deux états  $\overset{L}{\approx}$  :

$$\begin{aligned} \llbracket a \rrbracket s_1 &= \llbracket a \rrbracket s_2 && \text{si } \vdash a : L \text{ et } s_1 \overset{L}{\approx} s_2 \\ \llbracket b \rrbracket s_1 &= \llbracket b \rrbracket s_2 && \text{si } \vdash b : L \text{ et } s_1 \overset{L}{\approx} s_2 \end{aligned}$$

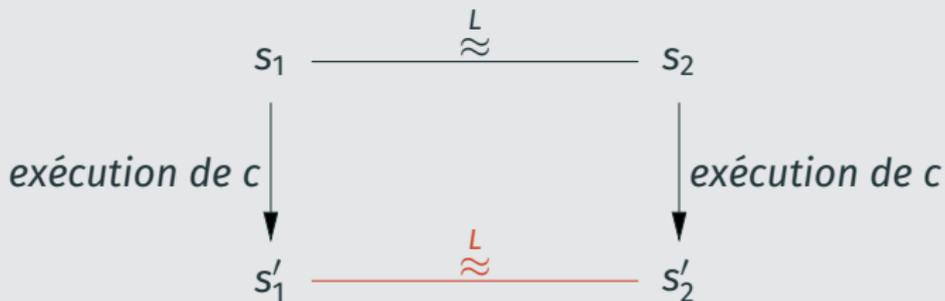
Une commande au niveau  $H$  ne modifie pas les variables  $L$  :

$$\text{si } H \vdash c : * \text{ et } c/s \Downarrow s' \text{ alors } s \overset{L}{\approx} s'$$

# Démonstration de la non-interférence

## Théorème

Si  $pc \vdash c : *$  et  $s_1 \stackrel{L}{\approx} s_2$  et  $c/s_1 \Downarrow s'_1$  et  $c/s_2 \Downarrow s'_2$ , alors  $s'_1 \stackrel{L}{\approx} s'_2$ .



## Démonstration.

Par récurrence sur la dérivation de  $c/s_1 \Downarrow s'_1$  et par cas sur  $c$ . □

# Démonstration de la non-interférence

Cas de l'affectation  $x^\ell := a$  :



Si  $\ell$  est  $L$ , par hypothèse de typage,  $\vdash a : L$ , donc  $\llbracket a \rrbracket s_1 = \llbracket a \rrbracket s_2$  et  $\overset{L}{\approx}$  est préservée.

Si  $\ell$  est  $H$ , aucune variable de niveau  $L$  n'est modifiée et  $\overset{L}{\approx}$  est préservée.

## Démonstration de la non-interférence

Cas de la conditionnelle `if b then c' else c''` :



Si  $\vdash b : L$ , on a  $\llbracket b \rrbracket s_1 = \llbracket b \rrbracket s_2$ , donc les deux exécutions suivent la même branche  $c'$  ou  $c''$ . Par hyp. de rec. on a  $s'_1 \stackrel{L}{\approx} s'_2$ .

Si  $\vdash b : H$ , les deux exécutions peuvent suivre des branches différentes. Mais par hyp. de typage on a  $H \vdash c' : *$  et  $H \vdash c'' : *$ . D'où  $s_1 \stackrel{L}{\approx} s'_1$  et  $s_2 \stackrel{L}{\approx} s'_2$  et finalement  $s'_1 \stackrel{L}{\approx} s'_2$ .

Le système de types et le critère de non-interférence précédents sont **insensibles à la terminaison** (*termination insensitive*).

Cependant, un programme peut terminer ou pas suivant la valeur d'un secret :

```
if  $s^H < 0$  then skip else diverge
```

où `diverge` est la boucle infinie `while true do skip done`.

Ce programme fait «fuir» le bit de signe de  $s^H$ .

On considère généralement qu'observer la terminaison ou la divergence transmet au plus un bit d'information à l'attaquant.

## La terminaison comme flux d'information

(Askarov, Hunt, Sabelfeld et Sands, *Termination-Insensitive Noninterference Leaks More Than Just a Bit*, ESORICS 2008.)

Ce n'est plus vrai si le programme peut communiquer sur un canal public :

```
iL := 0;
while true do
  output iL;
  if iL = sH then diverge else skip;
  iL := iL + 1
done
```

La valeur du secret  $s^H$  est le dernier entier envoyé par le programme avant de diverger.

Ce type d'attaque fait « fuiter »  $k$  bits en temps  $O(2^k)$ .

Si le langage permet aussi l'exécution en parallèle, on fait facilement «fuir»  $k$  bits en temps  $O(k)$  :

```
if  $s^H \text{ land } 1 = 0$  || ... || if  $s^H \text{ land } 2^{k-1} = 0$   
then diverge           ...           then diverge  
else skip;             ...             else skip;  
output 0               ...               output  $(k - 1)$ 
```

On peut renforcer la règle de typage de la boucle :

$$\frac{\vdash b : L \quad L \vdash c : *}{L \vdash \text{while } b \text{ do } c}$$

Cela garantit que

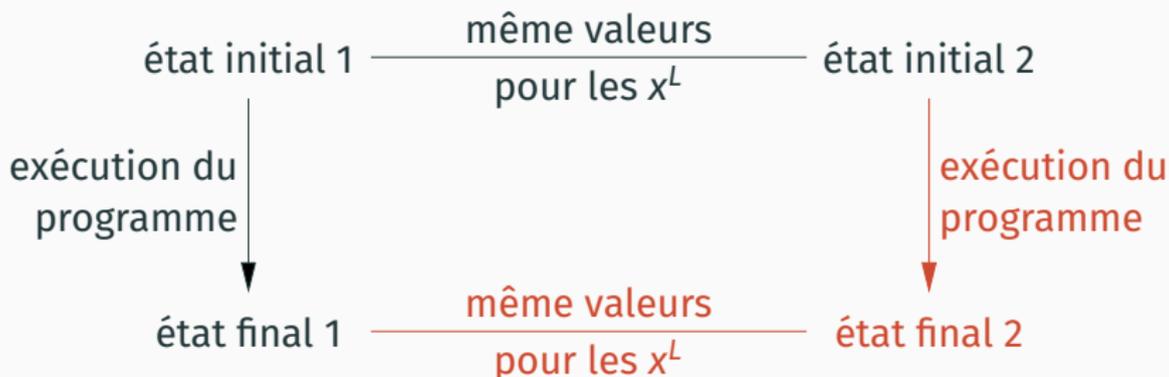
- La condition de la boucle ne dépend pas de variables  $H$ .  
(Pas de `while  $x^H = 0$  do skip done.`)
- Une conditionnelle de niveau  $H$  ne contient pas de boucles.  
(Pas de `if  $x^H = 0$  then diverge else skip.`)

## Non-interférence sensible à la terminaison

Deux exécutions d'un programme  $c$  dans deux états mémoires reliés par  $\overset{L}{\approx}$  terminent toutes deux, ou divergent toutes deux.

### Théorème

Si  $pc \vdash c : *$  et  $s_1 \overset{L}{\approx} s_2$  et  $c/s_1 \Downarrow s'_1$ ,  
alors il existe  $s'_2$  tel que  $c/s_2 \Downarrow s'_2$  et  $s'_1 \overset{L}{\approx} s'_2$ .



## Ordre supérieur : fonctions comme valeurs

On part d'un système de types usuel et on ajoute des **niveaux** sur les types :

$$\begin{array}{ll} \tau ::= \text{int}^{\ell} \mid \text{bool}^{\ell} & \text{types de base} \\ \mid (\sigma \rightarrow \tau)^{\ell} & \text{fonctions} \\ \mid \text{list}(\tau)^{\ell} & \text{listes} \end{array}$$

L'ordre  $\sqsubseteq$  entre niveaux induit une relation de **sous-typage** :

$$\frac{l \sqsubseteq l'}{\text{int}^{\ell} <: \text{int}^{\ell'}} \qquad \frac{\sigma' <: \sigma \quad \tau <: \tau' \quad l \sqsubseteq l'}{(\sigma \rightarrow \tau)^{\ell} <: (\sigma' \rightarrow \tau')^{\ell'}}$$

## Règles de typage dans le cas fonctionnel pur

$$\Gamma \vdash n : \text{int}^\ell \qquad \frac{\Gamma \vdash e : \sigma \quad \sigma <: \tau}{\Gamma \vdash e : \tau}$$

$$\frac{\Gamma, x : \sigma \vdash e : \tau}{\Gamma \vdash \lambda x. e : (\sigma \rightarrow \tau)^\ell} \qquad \frac{\Gamma \vdash e_1 : (\sigma \rightarrow \tau)^\ell \quad \Gamma \vdash e_2 : \sigma \quad \ell \sqsubseteq \text{Label}(\tau)}{\Gamma \vdash e_1 e_2 : \tau}$$

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : \text{bool}^\ell \quad \Gamma \vdash e_2 : \tau \quad \Gamma \vdash e_3 : \tau \quad \ell \sqsubseteq \text{Label}(\tau)}{\Gamma \vdash \text{if } e_1 \text{ then } e_2 \text{ else } e_3 : \tau}$$

Avec  $\text{Label}(\text{int}^\ell) = \ell$ ,  $\text{Label}((\sigma \rightarrow \tau)^\ell) = \ell$ , etc.

## Ajout de l'état mutable

(F. Pottier, V. Simonet, *Information flow inference for ML*, 2002, 2003.)

Types :  $\tau ::= \text{int}^\ell \mid \text{bool}^\ell$  types de base  
           $\mid (\sigma \xrightarrow{pc} \tau)^\ell$  fonctions  
           $\mid \text{list}(\tau)^\ell$  listes  
           $\mid \text{ref}(\tau)^\ell$  références mutables

Il faut maintenant garder trace des flux indirects en ajoutant un niveau  $pc$  au prédicat de typage

$$pc, \Gamma \vdash e : \tau$$

mais aussi comme **effet latent** dans les types de fonctions

$$(\sigma \xrightarrow{pc} \tau)^\ell$$

## Règles de typage avec état mutable

$$\frac{\rho c, \Gamma \vdash e_1 : \text{ref}(\tau)^\ell \quad \rho c, \Gamma \vdash e_2 : \tau \quad \ell \sqcup \rho c \sqsubseteq \text{Label}(\tau)}{\rho c, \Gamma \vdash e_1 := e_2 : \text{unit}}$$

$$\frac{\rho c, \Gamma \vdash e_1 : \text{bool}^\ell \quad \rho c \sqcup \ell, \Gamma \vdash e_2 : \tau \quad \rho c \sqcup \ell, \Gamma \vdash e_3 : \tau \quad \ell \sqsubseteq \text{Label}(\tau)}{\rho c, \Gamma \vdash \text{if } e_1 \text{ then } e_2 \text{ else } e_3 : \tau}$$

$$\frac{\rho c', \Gamma, x : \sigma \vdash e : \tau}{\rho c, \Gamma \vdash \lambda x. e : (\sigma \xrightarrow{\rho c'} \tau)^\ell}$$

$$\frac{\Gamma \vdash e_1 : (\sigma \xrightarrow{\rho c'} \tau)^\ell \quad \Gamma \vdash e_2 : \sigma \quad \ell \sqsubseteq \text{Label}(\tau) \quad \rho c \sqsubseteq \rho c'}{\rho c, \Gamma \vdash e_1 e_2 : \tau}$$

# **Logiques de programmes et auto-composition**

---

## Limitations des systèmes de types pour les flux d'information

Les systèmes de types pour les flux d'information sont parfois trop stricts et rejettent des programmes qui ne contiennent pas de flux dangereux et satisfont la propriété de non-interférence.

Exemples : (s est au niveau *H* et x au niveau *L*)

```
x := s; x := 0
```

```
x := x + s; ...; x := x - s
```

```
assert (s >= 0);
```

```
x := s;
```

```
while x > 0 do ... ; x := x - 1 done
```

Dans ces 3 programmes, la valeur finale de *x* ne dépend pas de la valeur initiale de *s*.

Pour un programme  $c$  donné, on voudrait vérifier directement la propriété de non-interférence

$$s_1 \stackrel{L}{\approx} s_2 \wedge c/s_1 \Downarrow s'_1 \wedge c/s_2 \Downarrow s'_2 \implies s'_1 \stackrel{L}{\approx} s'_2$$

en s'aidant d'une **logique de programmes** appropriée.

(Voir aussi : mon cours de 2020–2021 sur les logiques de programmes.)

## La logique de Hoare (rappel)

Des règles pour le prédicat

$$\{P\} c \{Q\}$$

qui signifie

$$\forall s, s', P(s) \wedge c/s \Downarrow s' \Rightarrow Q(s')$$

Les préconditions  $P$  et postconditions  $Q$  sont des prédicats sur les états mémoires  $s$ .

Des règles pour le prédicat

$$\{ P \} c_1 \mid c_2 \{ Q \}$$

qui signifie

$$\forall s_1, s_2, s'_1, s'_2, \quad P(s_1, s_2) \wedge c_1/s_1 \Downarrow s'_1 \wedge c_2/s_2 \Downarrow s'_2 \Rightarrow Q(s'_1, s'_2)$$

Les préconditions  $P$  et postconditions  $Q$  sont des **relations** entre deux états mémoires  $s_1, s_2$ .

**Application à la non-interférence** : le programme  $c$  satisfait la condition de non-interférence si et seulement si

$$\{ \overset{L}{\approx} \} c \mid c \{ \overset{L}{\approx} \}$$

## Quelques règles « diagonales »

(D. A. Naumann, *37 years of relational Hoare logic*, 2020)

$$\{ Q[x_1 \leftarrow a_1, x_2 \leftarrow a_2] \} x_1 := a_1 \mid x_2 := a_2 \{ Q \}$$

$$\frac{\{ P \} c_1 \mid c_2 \{ Q \} \quad \{ Q \} c'_1 \mid c'_2 \{ R \}}{\{ P \} c_1; c'_1 \mid c_2; c'_2 \{ R \}}$$

$$\frac{\{ P \wedge b_1 \wedge b_2 \} c_1 \mid c_2 \{ Q \} \quad \{ P \wedge \neg b_1 \wedge \neg b_2 \} c'_1 \mid c'_2 \{ Q \} \\ \{ P \wedge b_1 \wedge \neg b_2 \} c_1 \mid c'_2 \{ Q \} \quad \{ P \wedge \neg b_1 \wedge b_2 \} c'_1 \mid c_2 \{ Q \}}{\{ P \} \text{if } b_1 \text{ then } c_1 \text{ else } c'_1 \mid \text{if } b_2 \text{ then } c_2 \text{ else } c'_2 \{ Q \}}$$

$$\frac{\begin{array}{l} Q \Rightarrow b_1 = b_2 \vee (b_1 \wedge L) \vee (b_2 \wedge R) \\ \{ Q \wedge b_1 \wedge b_2 \wedge \neg L \wedge \neg R \} c_1 \mid c_2 \{ P \} \\ \{ Q \wedge b_1 \wedge L \} c_1 \mid \text{skip} \{ Q \} \quad \{ Q \wedge b_2 \wedge R \} \text{skip} \mid c_2 \{ Q \} \end{array}}{\{ P \} \text{while } b_1 \text{ do } c_1 \text{ done} \mid \text{while } b_2 \text{ do } c_2 \text{ done} \{ P \wedge \neg b_1 \wedge \neg b_2 \}}$$

$$\begin{array}{c}
 \{ Q[x_1 \leftarrow a_1] \} x_1 := a_1 \mid \text{skip} \{ Q \} \\
 \\
 \frac{\{ P \} c_1 \mid \text{skip} \{ Q \} \quad \{ Q \} c'_1 \mid c'_2 \{ R \}}{\{ P \} c_1; c'_1 \mid c'_2 \{ R \}} \\
 \\
 \frac{\{ P \wedge b_1 \} c_1 \mid c_2 \{ Q \} \quad \{ P \wedge \neg b_1 \} c'_1 \mid c_2 \{ Q \}}{\{ P \} \text{if } b_1 \text{ then } c_1 \text{ else } c'_1 \mid c_2 \{ Q \}} \\
 \\
 \frac{\{ P \} \text{while } b_1 \text{ do } c_1 \text{ done} \mid c_2 \{ Q \} \quad \{ Q \} \text{while } b_1 \text{ do } c_1 \text{ done} \mid c'_2 \{ R \} \quad Q \wedge \neg b_1 \Rightarrow R}{\{ P \} \text{while } b_1 \text{ do } c_1 \text{ done} \mid c_2; c'_2 \{ R \}}
 \end{array}$$

## Réduction à la logique de Hoare usuelle

(N. Francez, *Product properties and their verification*, 1983)

Si les variables  $V_1$  utilisées par  $c_1$  sont disjointes des variables  $V_2$  utilisées par  $c_2$ , alors

$$\{\bar{P}\} c_1; c_2 \{\bar{Q}\} \text{ implique } \{P\} c_1 \mid c_2 \{Q\}$$

où  $\bar{P}$  est le prédicat obtenu à partir de la relation  $P$  par

$$\bar{P}(s) \stackrel{\text{def}}{=} P(s|_{V_1}, s|_{V_2})$$

Idée de la démonstration : si  $c_1/s_1 \Downarrow s'_1$  et  $c_2/s_2 \Downarrow s'_2$ , on se ramène au cas  $\text{Dom}(s_i) \subseteq V_i$  et  $\text{Dom}(s'_i) \subseteq V_i$ , et alors

$$\frac{c_1/(s_1 \uplus s_2) \Downarrow (s'_1 \uplus s_2) \quad c_2/(s'_1 \uplus s_2) \Downarrow (s'_1 \uplus s'_2)}{c_1; c_2/(s_1 \uplus s_2) \Downarrow (s'_1 \uplus s'_2)}$$

(G. Barthe, P. D'Argenio, T. Rezk, *Secure information flow by self-composition*, 2004)

Pour montrer la propriété de non-interférence pour un programme  $c$ , il suffit donc de prendre deux copies de  $c$  où les variables sont renommées :

$$c_1 = c\{x \leftarrow x_1 \mid x \in \text{Vars}(c)\} \quad c_2 = c\{x \leftarrow x_2 \mid x \in \text{Vars}(c)\}$$

et de montrer en logique de Hoare usuelle

$$\{L\} c_1; c_2 \{L\}$$

où  $L$  est l'assertion «les variables de niveau  $L$  sont égales» :

$$L = \bigwedge \{x_1 = x_2 \mid x \in \text{Vars}(c), x \text{ de niveau } L\}$$

## Exemple de vérification par auto-composition

Pour le programme  $x := x + s; x := x - s$

$$\{x_1 = x_2\} \Rightarrow \\ \{(x_1 + s_1) - s_1 = (x_2 + s_2) - s_2\}$$

$x_1 := x_1 + s_1;$

$$\{x_1 - s_1 = (x_2 + s_2) - s_2\}$$

$x_1 := x_1 - s_1;$

$$\{x_1 = (x_2 + s_2) - s_2\}$$

$x_2 := x_2 + s_2;$

$$\{x_1 = x_2 - s_2\}$$

$x_2 := x_2 - s_2;$

$$\{x_1 = x_2\}$$

## Exemple de vérification par auto-composition

Pour  $\text{assert}(s \geq 0); x := s; \text{while } x > 0 \text{ do } x := x - 1 \text{ done}$

	$\{x_1 = x_2\} \Rightarrow$
	$\{T\}$
$\text{assert}(s_1 \geq 0);$	$\{s_1 \geq 0\}$
$x_1 := s_1;$	$\{x_1 \geq 0\}$
$\text{while } x_1 > 0 \text{ do}$	$\{x_1 > 0\}$
$x_1 := x_1 - 1$	$\{x_1 \geq 0\}$
$\text{done};$	$\{x_1 = 0\}$
$\text{assert}(s_2 \geq 0);$	$\{x_1 = 0 \wedge s_2 \geq 0\}$
$x_2 := s_2;$	$\{x_1 = 0 \wedge x_2 \geq 0\}$
$\text{while } x_2 > 0 \text{ do}$	$\{x_1 = 0 \wedge x_2 > 0\}$
$x_2 := x_2 - 1$	$\{x_1 = 0 \wedge x_2 \geq 0\}$
$\text{done};$	$\{x_1 = 0 \wedge x_2 = 0\}$
	$\Rightarrow \{x_1 = x_2\}$

## **Déclassification et approbation**

---



Diminuer volontairement le niveau de confidentialité de certaines données ou résultats de calculs.

Exemple : vérification d'un mot de passe.

```
let checkpwd (input: stringH) (hashed_password: stringH)
    : boolL =
    let res : boolH = (hash(input) = hashed_password) in
    declassify(res)
```

Quelques techniques :

- Caviardage manuel + coup de tampon / signature crypto
- Révéler  $\leq 1$  bit du secret (comme dans checkpwd)
- Chiffrer ou hacher le secret

## Approbation (*endorsement*)

Augmenter volontairement le niveau d'intégrité de certaines données.

Exemple : validation d'un code postal entré sur une page Web.

```
let checkzip (input: stringL) : stringH =  
  if DB.search zip_database input = Found  
  then endorse(input)  
  else raise "bad ZIP code"
```

Quelques techniques :

- Vérification manuelle + coup de tampon / signature crypto.
- Croisement avec des données fiables (cf. checkzip).

## Fonctions de déclassification ?

Il est risqué de présenter la déclassification sous forme de fonctions  $H \rightarrow L$  utilisables un nombre arbitraire de fois.

Exemple : avec `checkpwd : stringH → stringH → boolL`, on peut faire «fuite» tous les bits d'un secret  $s^H$ .

```
for bH in bits(sH) do
  let cH = if bH then "1" else "0" in
  let zL = checkpwd cH (hash("1")) in
  output(zL)
done
```

## Fonctions de déclassification ?

Il est risqué de présenter la déclassification sous forme de fonctions  $H \rightarrow L$  utilisables un nombre arbitraire de fois.

Exemple : avec une fonction de chiffrement

`encrypt : keyH → stringH → stringL.`

```
for bH in bits(sH) do
  let cH = if bH then "X" else "" in
  let zL = enc kH cH in
  output(zL)
done
```

Tous les bits «fuitent» si le chiffrement préserve la longueur du texte clair, ou juste s'il est déterministe.

(Li & Zdancewicz, *Downgrading Policies and Relaxed Noninterference*, 2015.)

Un ensemble de fonctions  $F_i$  qui peuvent être appliquées aux entrées secrètes du programme pour produire des résultats déclassifiés. Par exemples, pour le programme suivant :

```
let checkpwd (input: stringH) (hashed: stringH) =  
    hash(input) = hashed
```

Une fonction de déclassification :  $F(i, h) = (\text{hash}(i) = h)$ .

La valeur  $F(\text{input}, \text{hashed}) = (\text{hash}(\text{input}) = \text{hashed})$  est déclassifiée et utilisable au niveau  $L$ .

Toute autre comparaison de hashes n'est pas déclassifiée.

Relaxation du critère de non-interférence : les sorties de niveau  $L$  ne dépendent que des entrées de niveau  $L$  et des valeurs déclassifiées, c.à.d. les valeurs des  $F_i$  appliquées aux entrées  $H$ .

En logique de Hoare relationnelle :

$$\{ \overset{L}{\approx} \wedge \mathcal{D} \} c \mid c \{ \overset{L}{\approx} \}$$

où  $\mathcal{D}$  exprime l'égalité des valeurs déclassifiées dans les 2 états :

$$\mathcal{D}(s_1, s_2) \stackrel{def}{=} \bigwedge_i F_i(s_1^H) = F_i(s_2^H)$$

## **Point d'étape**

---

Les systèmes multi-niveaux «sécurité défense» tels qu'envisagés par Bell et LaPadula sont peu nombreux...

... mais des systèmes comme Android, iOS et Windows intègrent des politiques d'intégrité dans le style de Biba...

... et des problèmes similaires de confidentialité et d'intégrité se présentent dans bien d'autres contextes, à commencer par les pages Web.

La notion de flux d'information est cruciale pour assurer la confidentialité et l'intégrité des données.

L'analyse des flux d'information (par typage ou par logiques de programmes) est très stricte...

... mais efficace pour identifier les endroits du code où une déclassification ou une approbation se produit

... et a d'autres utilisations,

p.ex. pour le «temps constant» (→ cours du 31 mars).

**Typage des flux d'information pour des «vrais» langages :**  
fonctions, objets, exceptions, parallélisme, non-déterminisme, ...

(Voir p.ex. JIF, «Java + Information Flow» par Myers *et al*,  
[https://www.cs.cornell.edu/jif/.](https://www.cs.cornell.edu/jif/))

**Prise en compte d'autres canaux d'information :**  
temps d'exécution (→ cours du 31 mars), consommation  
électrique, émissions électromagnétiques, ...

**Raisonner sur la quantité d'information qui «fuite» :**  
théorie de l'information, modèles bayésiens, ...

(Voir le livre de Alvim *et al*, *The Science of Quantitative  
Information Flow*, Springer, 2020.)