

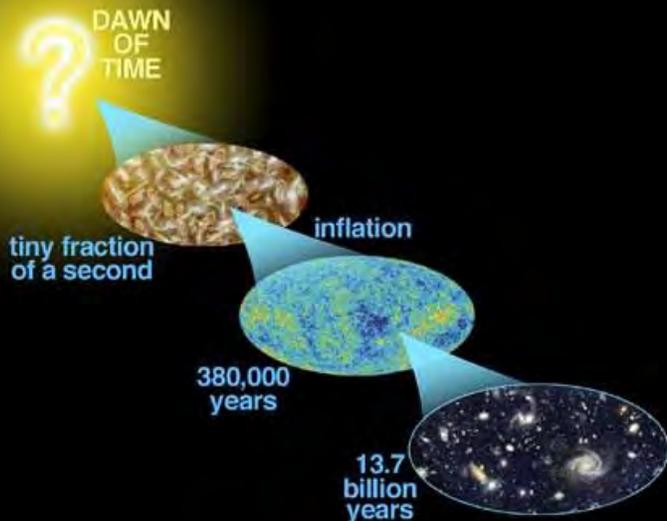


COLLÈGE
DE FRANCE
—1530—

Chaire Galaxies et Cosmologie

Formation hiérarchique des galaxies

Modèle cosmologique, Conditions initiales, Instabilité gravitationnelle



Françoise Combes



Comprendre la formation des galaxies

1- RG et Equations de Friedman

Expansion de l'Univers

Fonds cosmologique micro-onde

2- Inflation et fluctuations primordiales

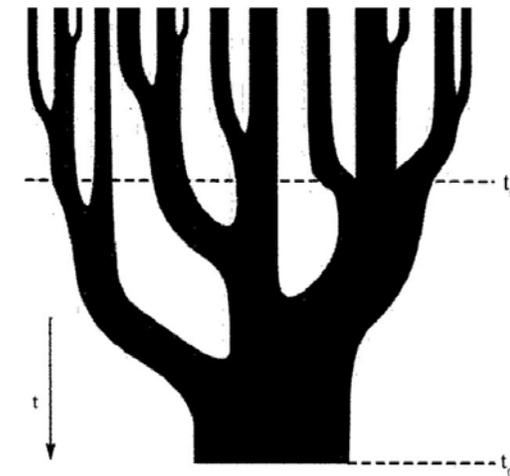
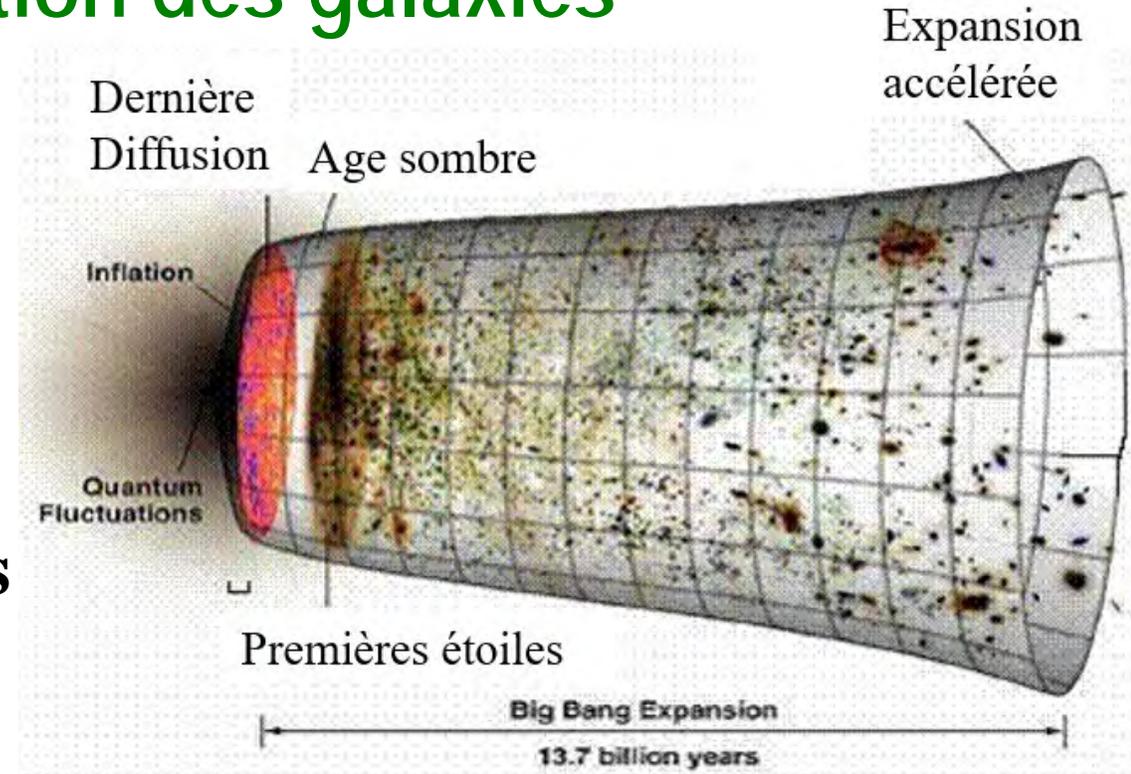
Problème de l'horizon et de la platitude

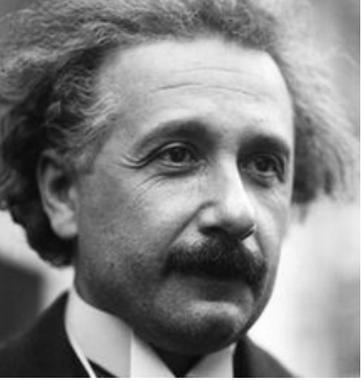
Inflation comme source de fluctuations

3- Instabilité gravitationnelle – Virialisation

Régime linéaire

Formation hiérarchique

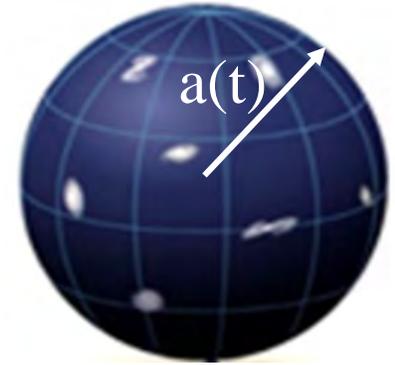




Modèle cosmologique standard

Relativité générale, espace-temps courbe et dynamique

Pour Einstein, statique $a(t) = 1$, courbe (1920)



$$ds^2 = c^2 dt^2 - dl^2$$

photon $ds^2=0$, particule $ds^2>0$

$$dl^2 = a(t)^2(dx^2 + dy^2 + dz^2) = a^2(t)(dr^2 + r^2 d\Omega)$$

$G_{\mu\nu}$ fonction de la géométrie, dérivées de la métrique $g_{\mu\nu}$

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}$$

$T_{\mu\nu}$ tenseur de densité énergie-pression

Homogène et isotrope

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p/c^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p/c^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p/c^2 \end{pmatrix}$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -a(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a(t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a(t) \end{pmatrix}$$



Comment obtenir un univers statique ? (1917)

- Equations de Friedmann Courbure de l'Univers

$$-\frac{2}{a} \ddot{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{kc^2}{a^2} + \Lambda - \frac{8\pi G}{c^2} P$$
$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = -\frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} + \frac{8\pi G}{3} \rho$$

Cste de Hubble
- Lemaître

$$H = \frac{\dot{a}}{a}$$

$$\Omega = \frac{8\pi G\rho}{3H^2}$$

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}$$

La constante Λ est homogène à $1/t^2$

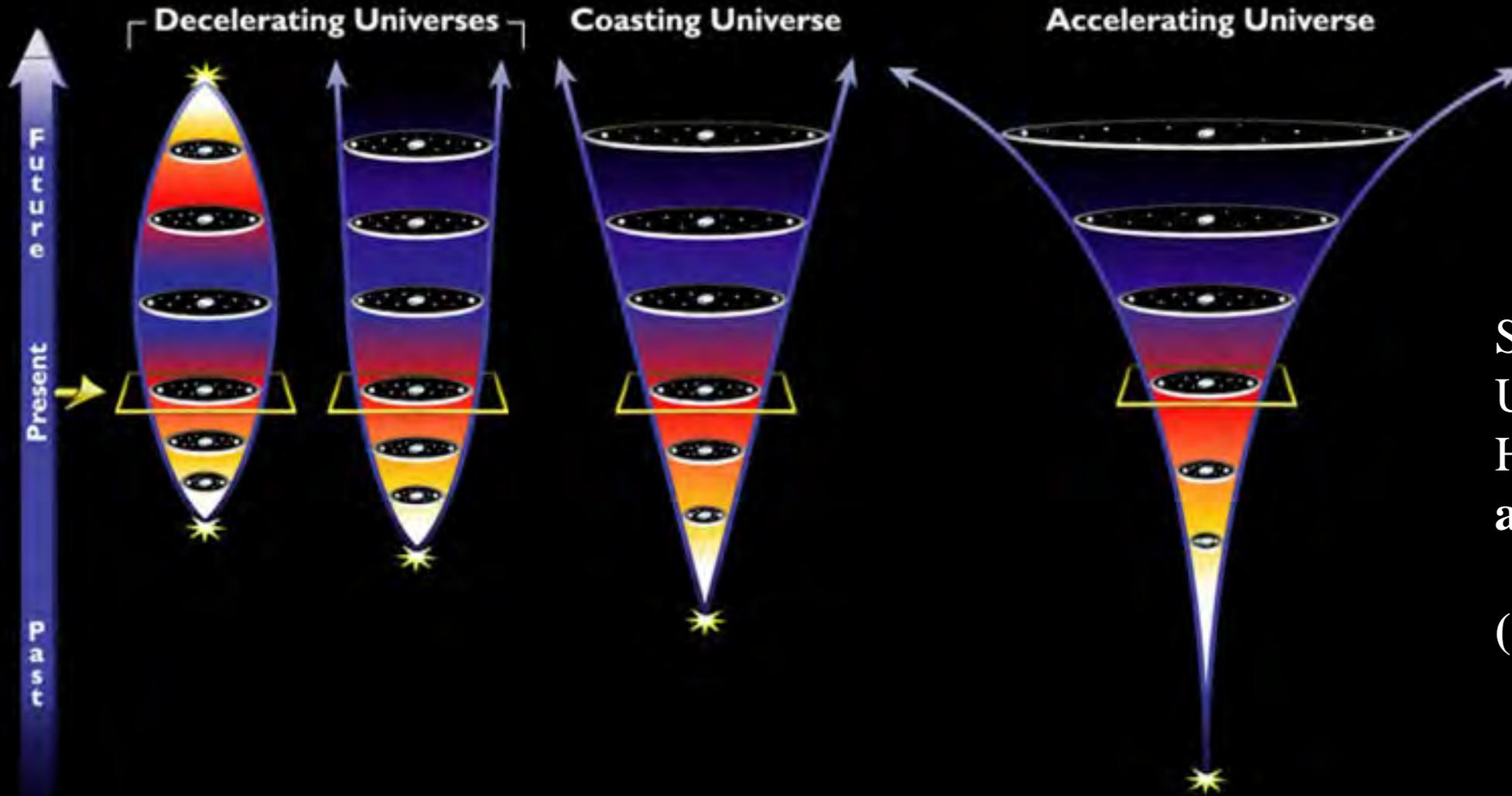
Avec homogénéité → eq de continuité

$$\frac{d\rho}{dt} + 3H(\rho + p/c^2) = 0$$

Les différentes possibilités



De Sitter



Sans matière,
Uniquement Λ
 $H(t) = \text{constante}$
 $a(t) \propto \exp(Ht)$

(1917)

Mais l'univers est en expansion

Source située à $R = a(t) r$

$$v = dR/dt = H R = (\dot{a}/a) R$$

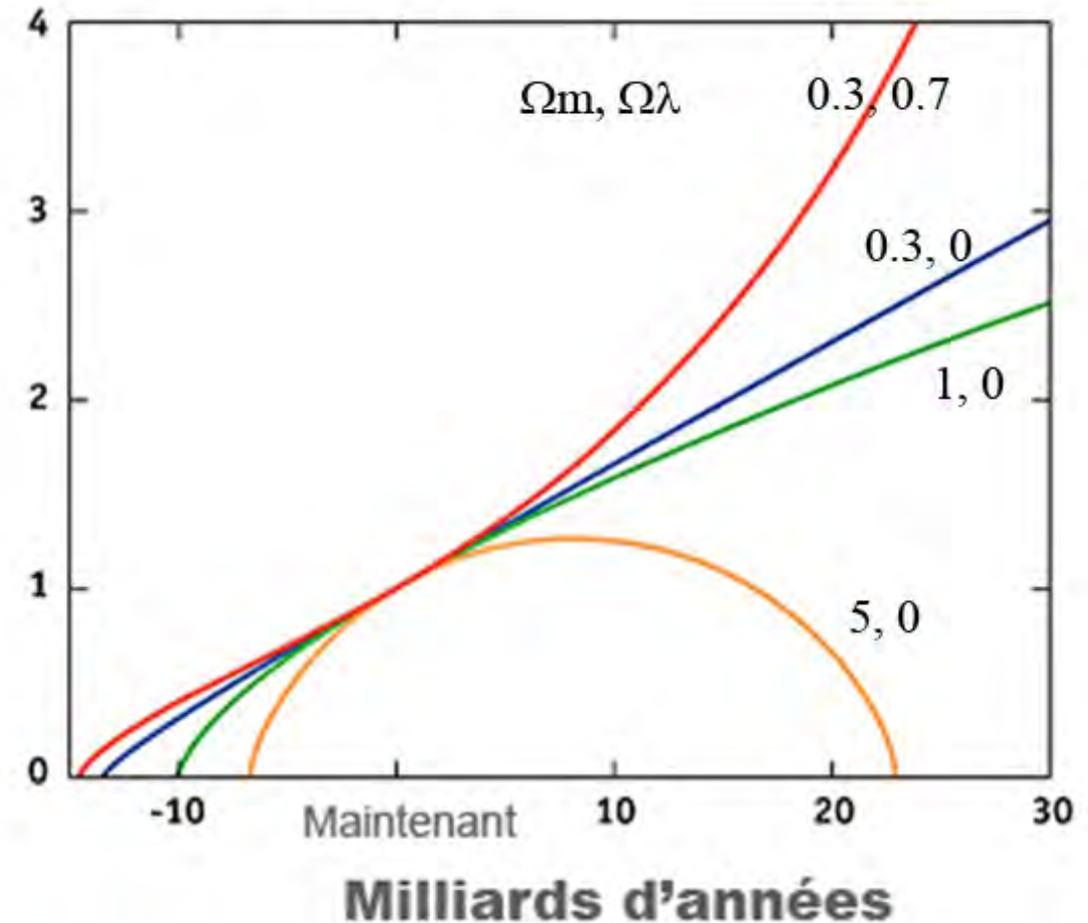
Observée à la fréquence ν , décalée vers le rouge

$$z = \frac{\Delta\nu}{\nu} \approx -\frac{v}{c} = -\left(\frac{\dot{a}}{a}\right) \left(\frac{R}{c}\right)$$
$$= -\frac{\Delta a}{a}$$

$$\nu \propto 1/a \quad \lambda = c/\nu \propto a$$

$$a = 1/(1+z)$$

Taille de l'Univers $a(t)$



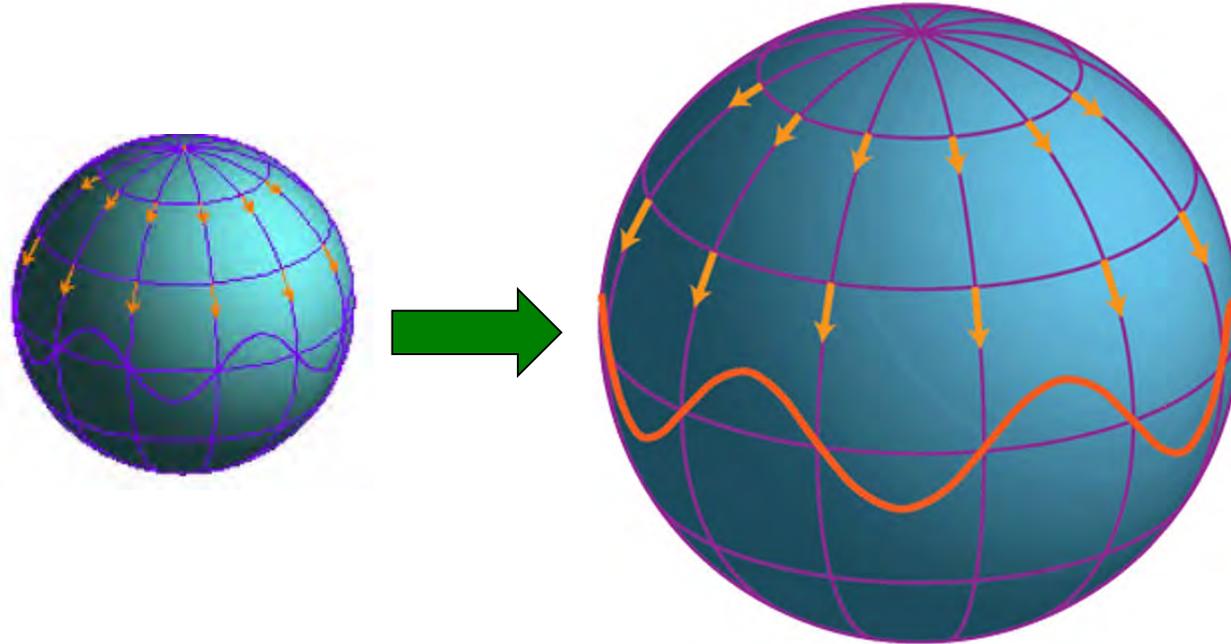
Expansion de l'Univers & redshift

$$v_{\text{obs}} = v_{\text{rest}} / (1+z)$$

$$\lambda_{\text{obs}} = \lambda_{\text{rest}} * (1+z)$$

$$a(t=0) = a_{\text{em}} * (1+z)$$

$$T = 3K * (1+z)$$



E. Hubble

G. Lemaître



En 1929, Hubble établit une loi de vitesse des galaxies proportionnelle à leur distance

En 1927, Lemaître propose un univers commençant par un état dense et chaud, « l'atome primitif »

Baptisé **Big-Bang** par Fred Hoyle en 1949

L'expansion est accélérée (1998)

Pression du rayonnement $P = \rho c^2/3$ -- matière $P=0$ $V \propto a^3$

$$\frac{d\rho}{dt} + 3H(\rho + p/c^2) = 0 \quad \rightarrow \rho_{\text{rad}} \propto a^{-4} \quad \rightarrow \rho_{\text{m}} \propto a^{-3}$$

$$\rightarrow \rho_e \propto \text{cste} \quad P_e = -\rho_e c^2$$

Ajouter Λ ne change pas l'équation de continuité, mais cela a un impact fondamental sur l'Univers **Ajout d'une énergie constante**

Pression négative

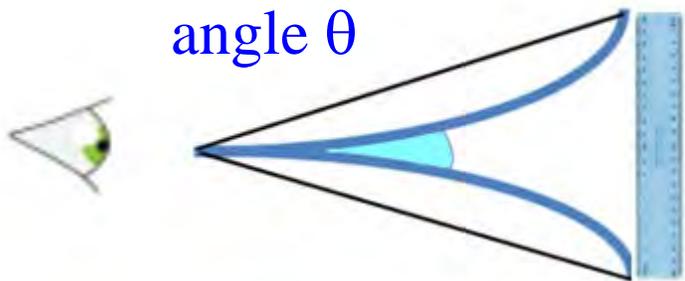
Equations de Friedmann $\rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left(\rho + \frac{3p}{c^2} \right) = -4\pi G/3 \rho^{\text{grav}}$

Matière: $\rho^{\text{grav}} = \rho_{\text{m}} \rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} < 0$ Radiation: $\rho^{\text{grav}} = 2\rho_{\text{rad}} \rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} < 0$

Energie noire: $\rho^{\text{grav}} = -2\rho_e \rightarrow \frac{\ddot{a}}{a} > 0$

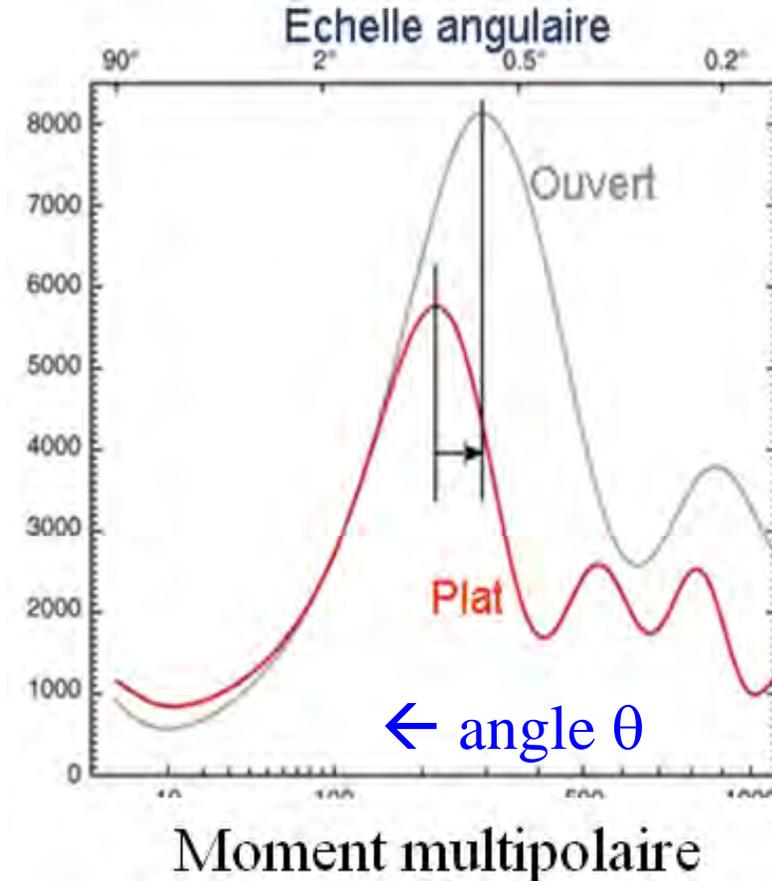
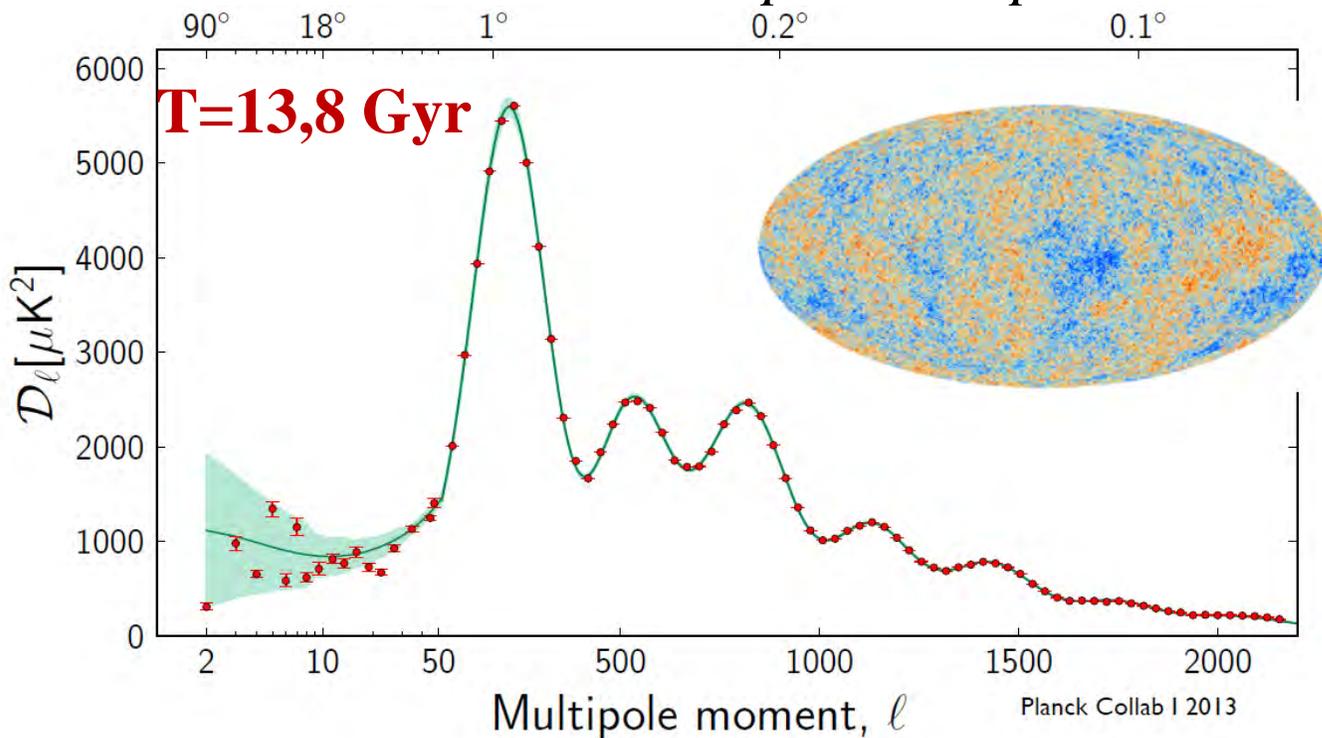


Courbure nulle de l'Univers



150Mpc
taille de l'horizon sonore
vue sous un angle de $\sim 1^\circ$

Planck : spectre de puissance



Observation du fond micro-onde
(COBE, WMAP, Planck)

Evolution de l'Univers, sans courbure

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho \quad \text{Avec } \Omega \text{ compté à } t=0$$

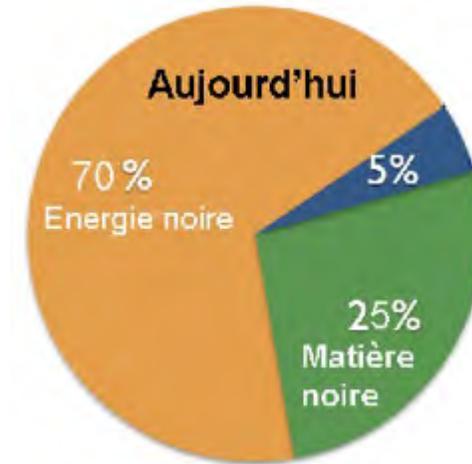
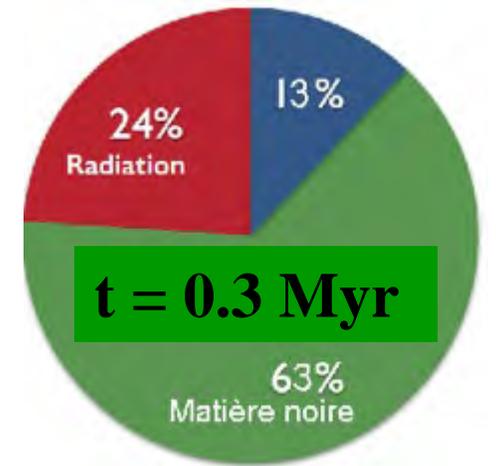
$$\frac{H(t)}{H_0} = \left[\frac{\Omega_m}{a^3} + \Omega_\Lambda + \frac{\Omega_r}{a^4} \right]^{1/2}$$

Aujourd'hui, l'énergie noire domine, et dans le futur

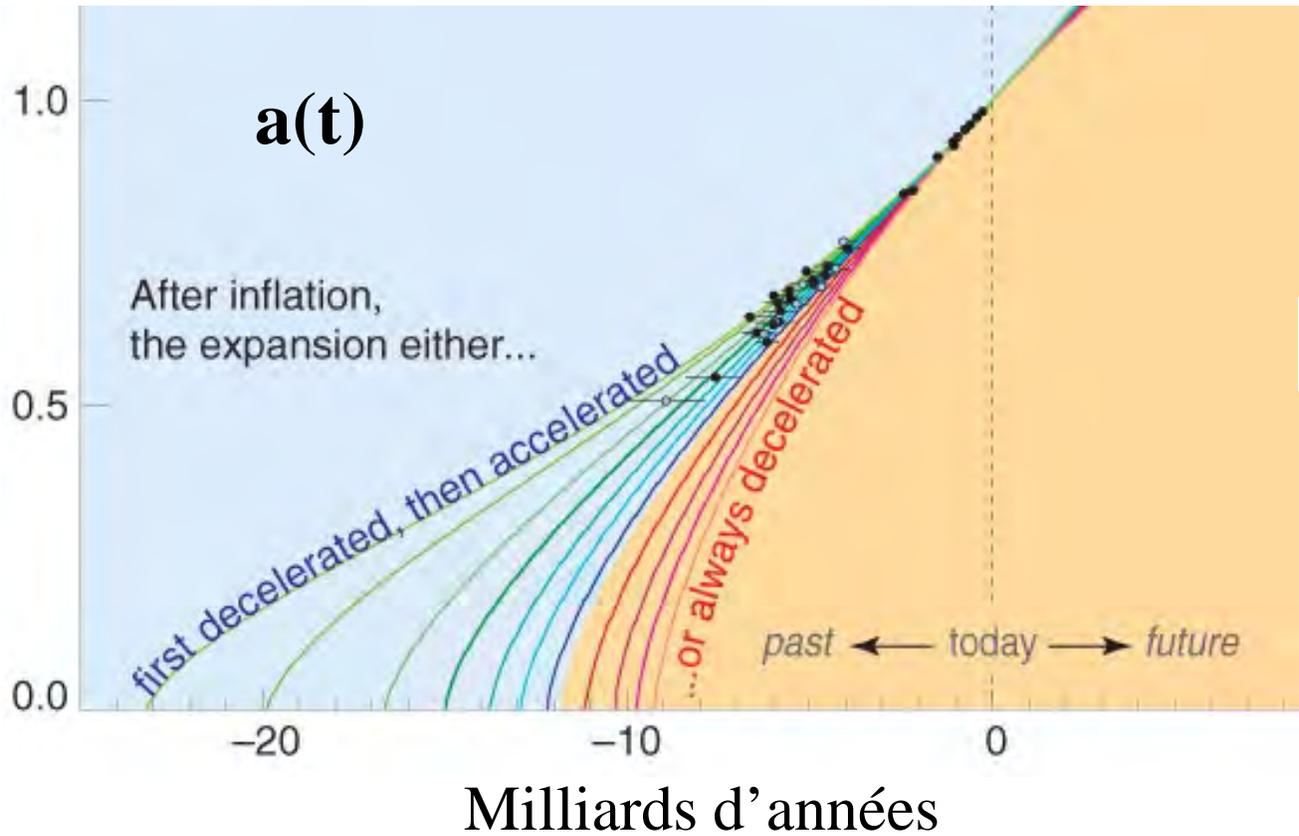
→ $H(t) = \text{constante}$, $a(t) \propto \exp(Ht)$

Période radiative $a(t) \propto t^{1/2}$

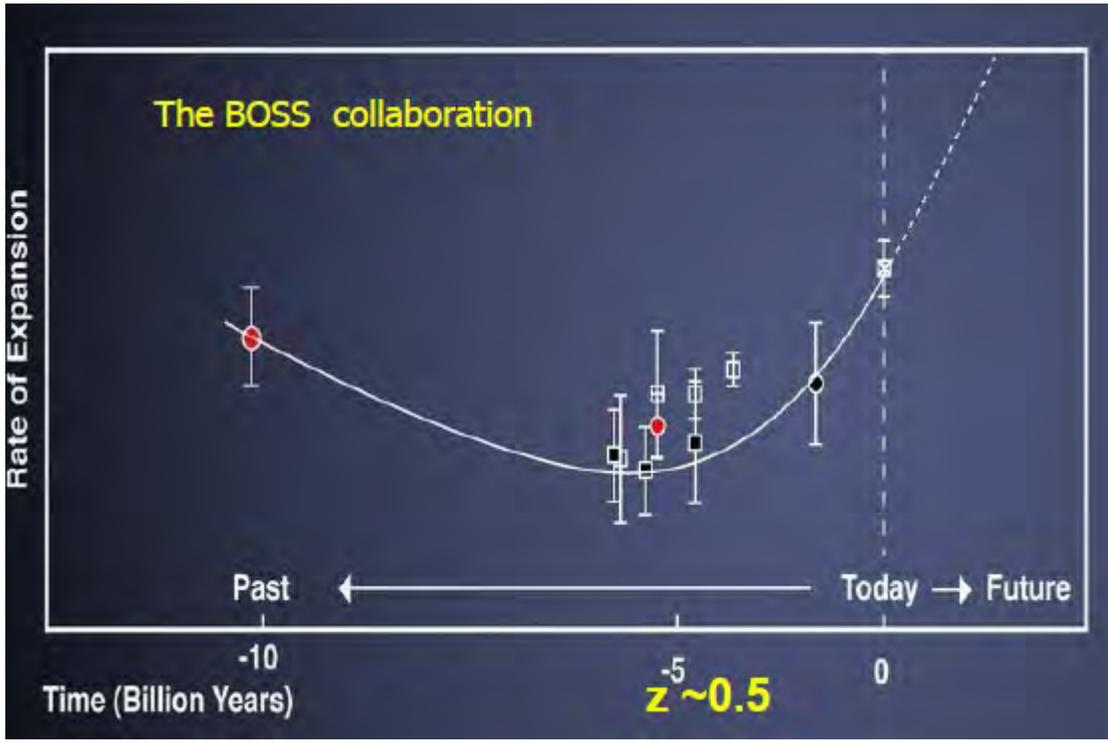
Matière $a(t) \propto t^{2/3}$



Accélération à partir de $z=0.5$



\ddot{a}

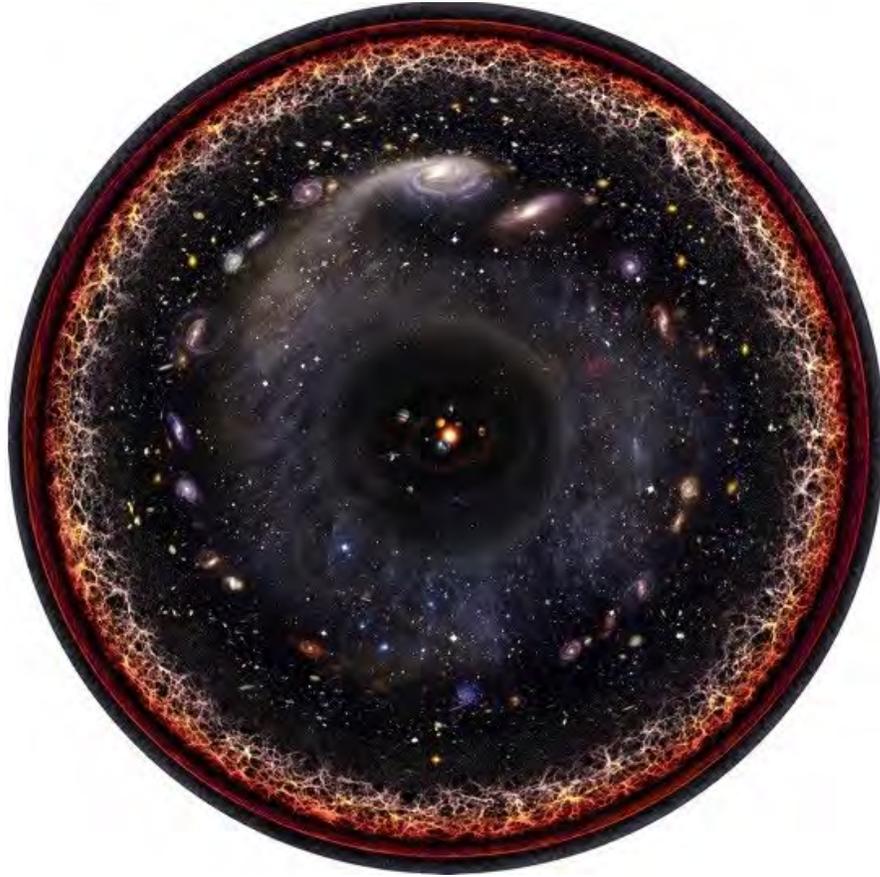


L'expansion commence par décélérer, puis **seulement à $z \sim 0.5$, se ré-accélère**

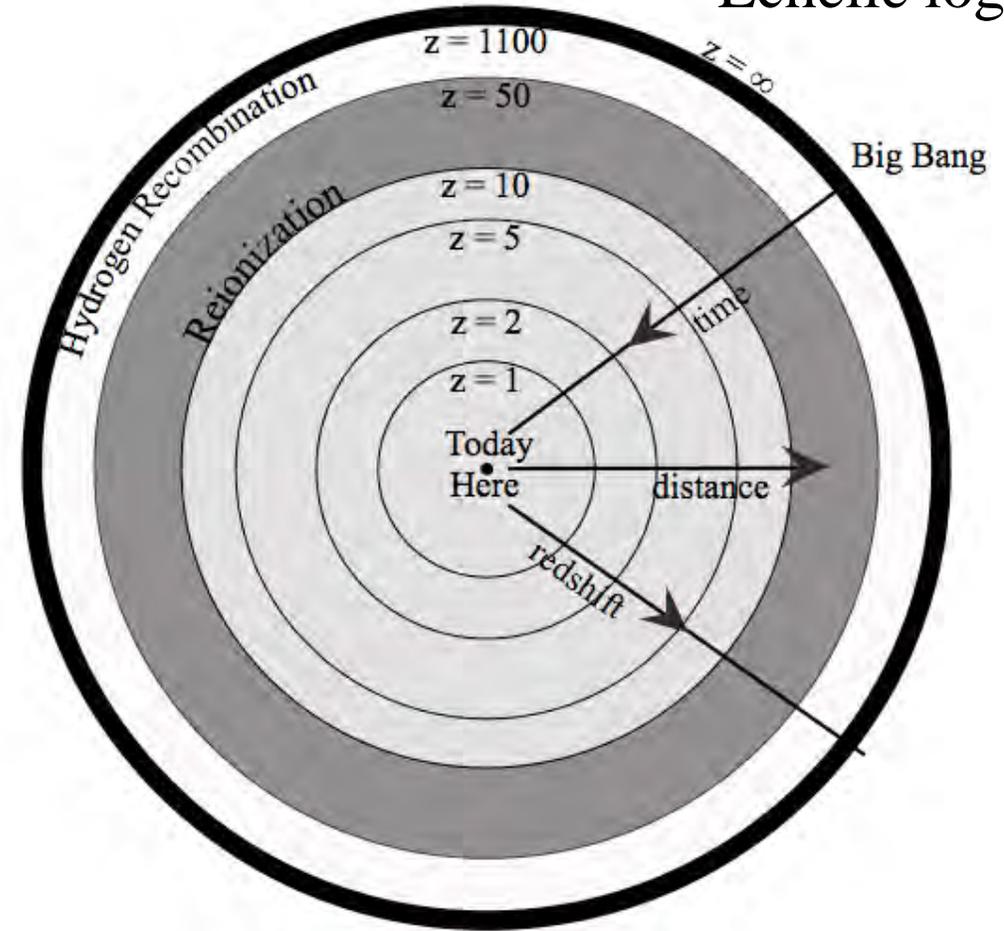
Une grande richesse de données (Euclid, Vera Rubin, DESI..) va améliorer la détermination

Horizon et communication

Echelle log (distance)

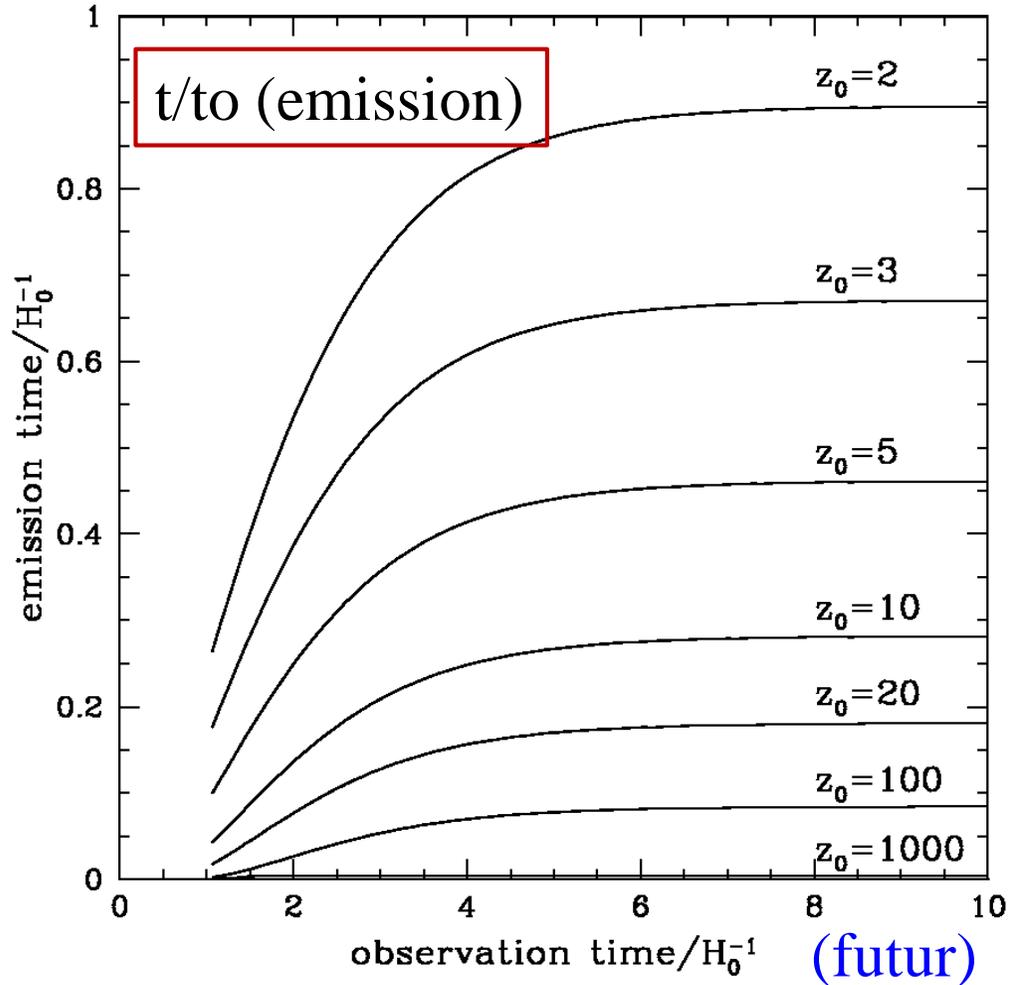


Echelle log (z)



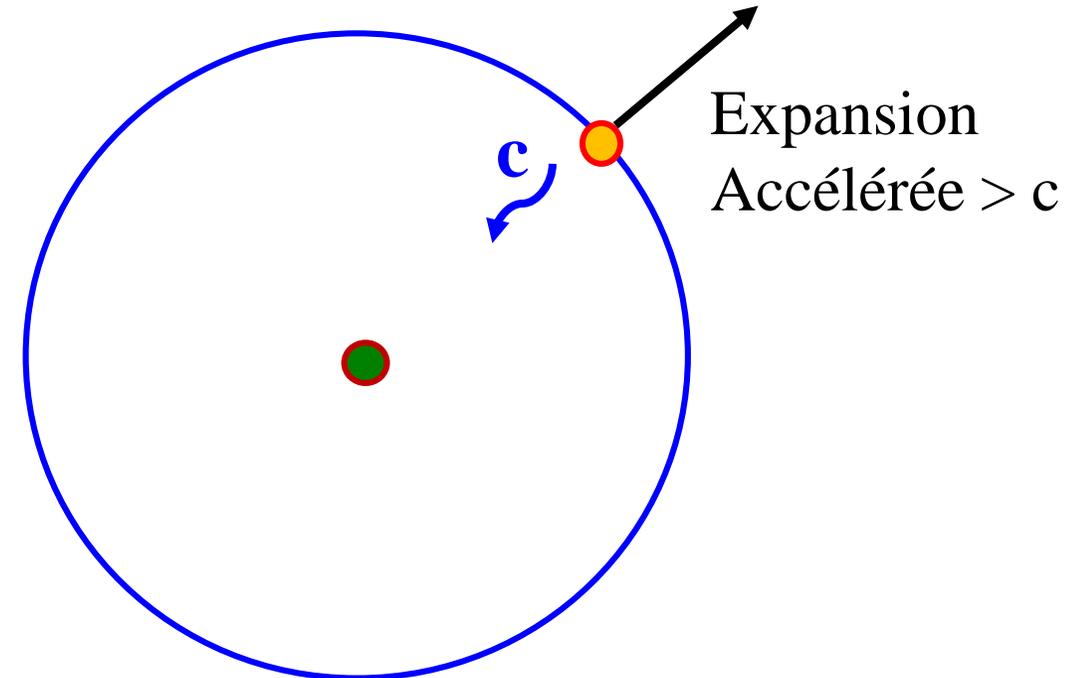
Toutes les galaxies au-delà du redshift $z=1.8$ sont déjà au-delà de notre portée (pas de communication possible vers $z>1.8$!)

$1/H_0 = t_0 =$ temps de Hubble



L'image des galaxies $z > 1.8$ est gelée pour l'observateur
(Loeb 2001)

Communication impossible



L'expansion devient plus rapide que les photons – la lumière n'arrive plus

L'horizon se rétrécit inexorablement
→ Il sera difficile de faire de l'astrophysique dans le futur!

Combien de galaxies dans le futur?

à $t_0 + 6t_H$ ($a=166$) une seule galaxie: MW+M31
Seul le Groupe Local restera lié

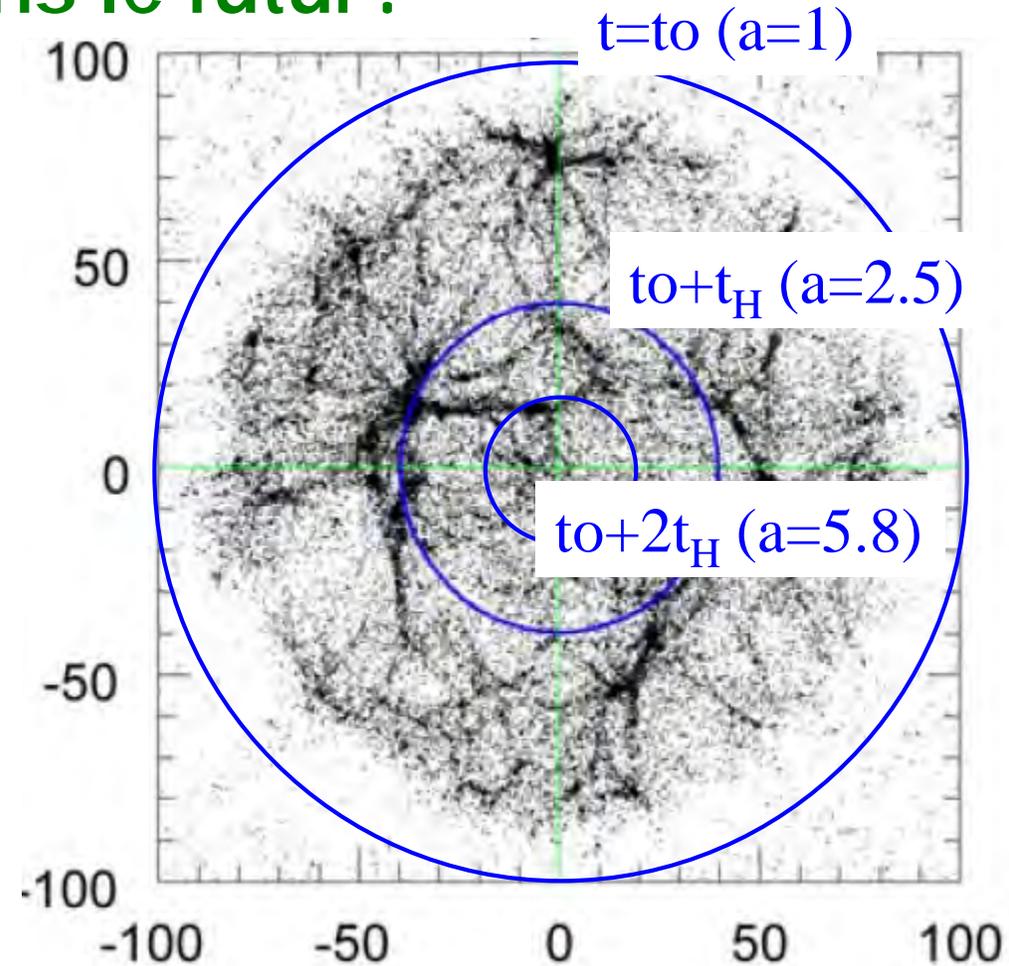
Densité $\rho_\lambda \propto a^{-3(1+w)}$

$w=-1 \rightarrow$ constante cosmologique
 $-1 < w < -1/3$ pour accélération $\frac{\ddot{a}}{a} > 0$

$w < -1$ énergie « fantôme » non-réaliste
(sort du cône de lumière) et ρ_e croît!

Uniquement $w < -1$ entraîne le Big Rip

$$t_{rip} - t_0 \simeq (2/3) |1 + w|^{-1} H_0^{-1} (1 - \Omega_m)^{-1/2}$$



Nagamine & Loeb 2003
Caldwell et al 2003

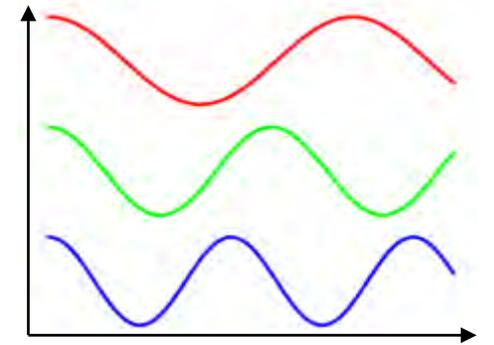
Effondrement gravitationnel

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \exp(-ikr + i\omega t)$$

Comment se forment les structures?

Instabilité gravitationnelle, **taille limite de Jeans (1902)**

Mais avec une « escroquerie », **Jeans swindle**



On suppose un milieu auto-gravitant, homogène ρ , quasi infini, statique

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \exp(-ikr + i\omega t) \quad \mathbf{k} = 2\pi/\lambda$$

Equation de Poisson $\Delta\Phi = 4\pi G \rho$

Equation de continuité $d\rho/dt + \text{div}(\rho \mathbf{v}) = 0$

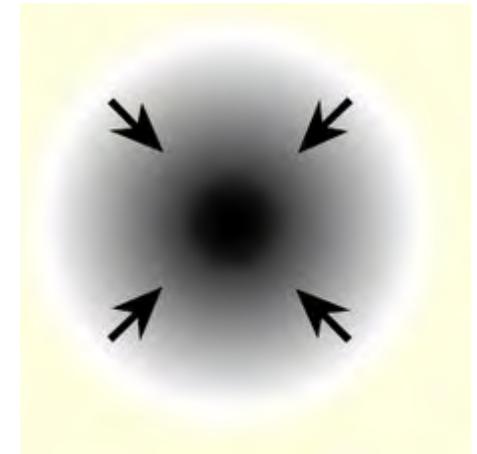
Equation du mouvement

$$d\mathbf{v}/dt + (\mathbf{v} \cdot \text{grad})\mathbf{v} = -\text{grad} \Phi - 1/\rho \text{ grad } p$$

Relation de dispersion

$$\omega^2 = k^2 c_s^2 - 4\pi G \rho_0$$

Longueur de Jeans $\lambda^2 = \pi c_s^2 / (G\rho_0)$



Effondrement

Exponentiel

$$t_{\text{ff}} \propto (G\rho_0)^{-1/2}$$

Pour les galaxies: Nécessité de matière noire

Et en présence de l'expansion?

Plus de swindle!

Dans un Univers en expansion, les structures ne collapent pas de façon exponentielle, mais se développent de façon **linéaire**

Vitesse dans le repère comobile $\mathbf{v} \leftrightarrow \mathbf{u} = (\mathbf{v} - \mathbf{H}\mathbf{R})$

$$d\mathbf{u}/dt + (\mathbf{u} \text{ grad})\mathbf{u}/a + \mathbf{H}\mathbf{u} = -\text{grad } \Phi/a - 1/a\rho \text{ grad } p$$

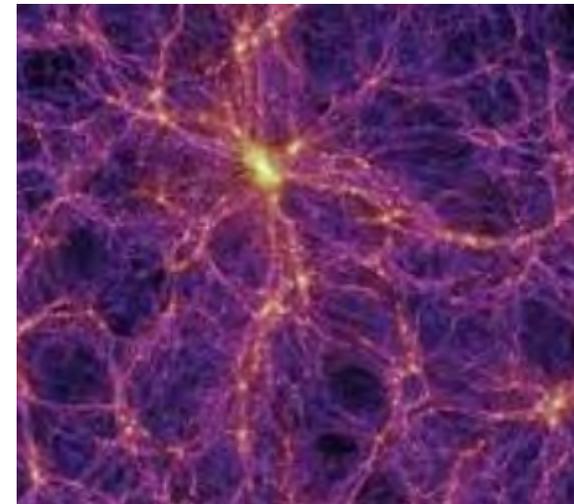
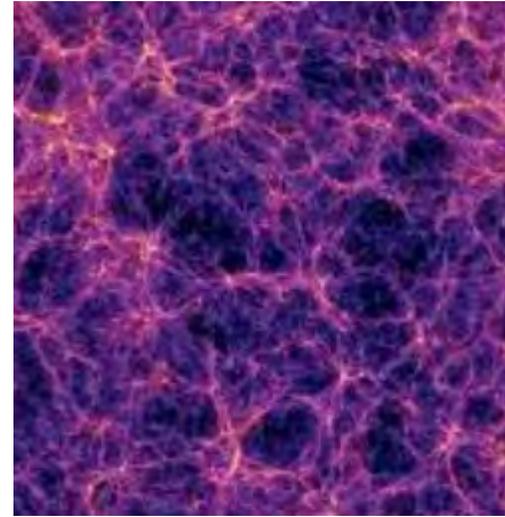
$$d\delta/dt + \text{div}\delta \mathbf{u}/a = 0$$

$$\Delta\Phi = 4\pi G \delta\rho \quad \rightarrow \text{mêmes équations avec } \delta \text{ au lieu de } \rho$$

Fluctuations de densité au départ

$$\delta\rho/\rho \ll 1 \quad \text{définition } \delta\rho/\rho = \delta$$

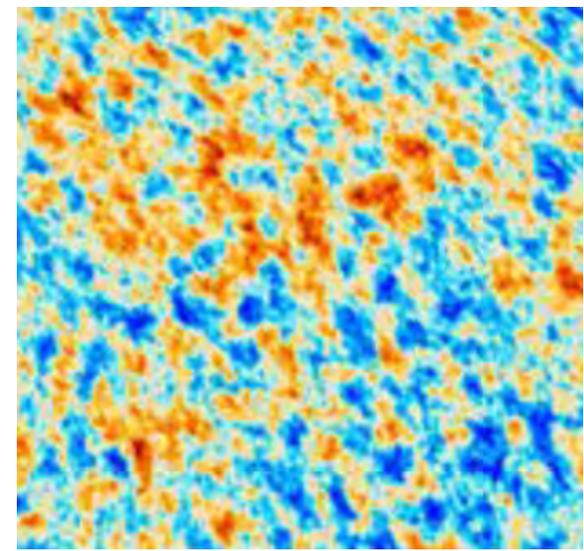
$$d^2\delta/dt^2 + 2H d\delta/dt = 4\pi G\rho_0\delta \quad \text{Avec expansion } \rightarrow \text{terme de friction}$$



A comparer Temps de free-fall $t_{\text{ff}} = (G \rho_1)^{-1/2}$

et temps d'expansion $t_{\text{exp}} = (G \langle \rho \rangle)^{-1/2}$

Les structures se développent comme le rayon
caractéristique $\delta \sim a(t) \sim (1+z)^{-1}$



Pour les baryons, qui ne peuvent se développer
qu'après la recombinaison à $z \sim 1000$

Période radiative $a(t) \propto t^{1/2}$

Matière $a(t) \propto t^{2/3}$

le facteur de croissance ne serait que de 10^3 ,

→ **insuffisant**, si les fluctuations à cette époque sont de 10^{-5}

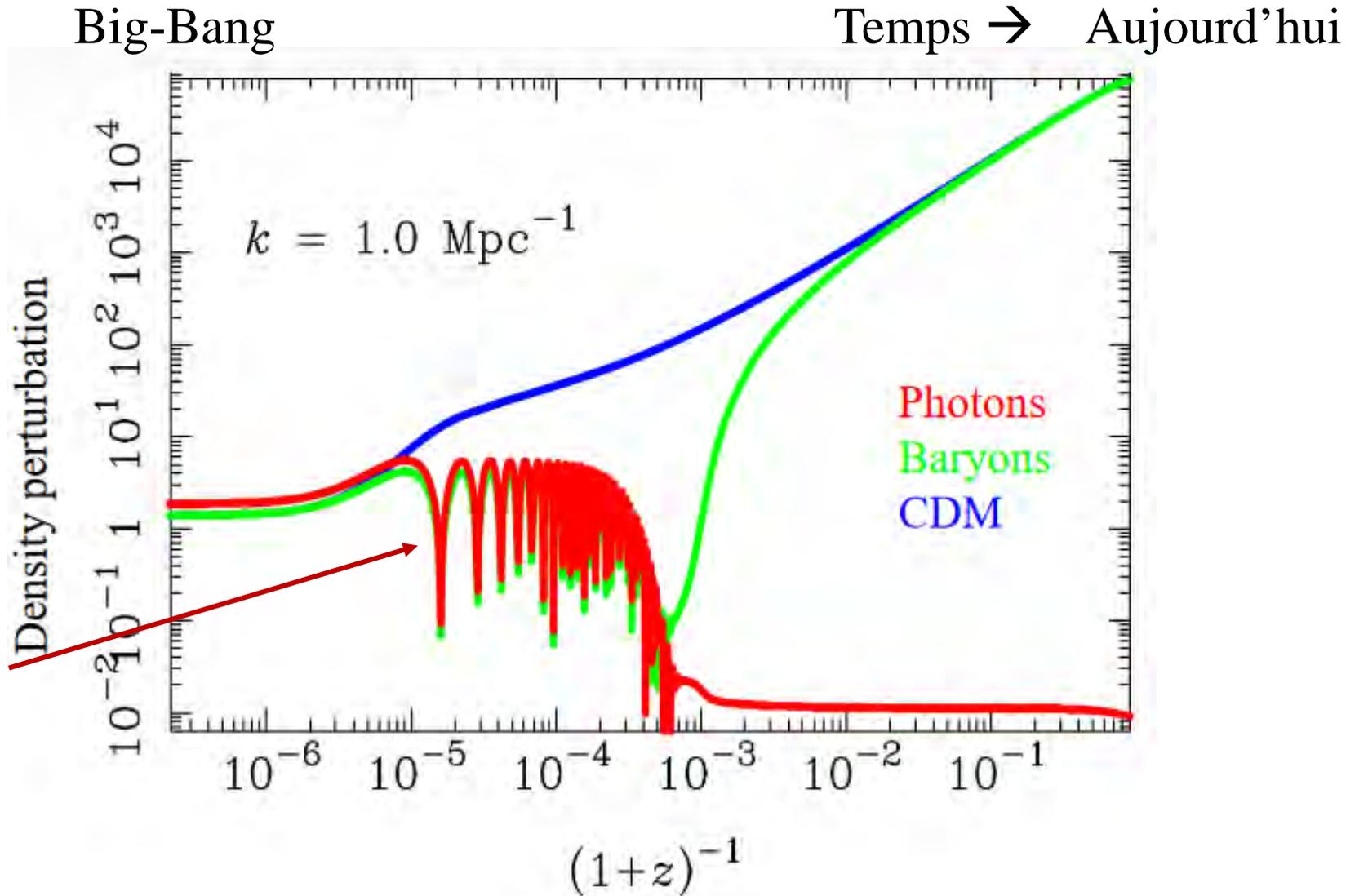
Dernière époque de diffusion (COBE, WMAP, Planck)

$\delta T/T \sim 10^{-5}$ à grande échelle

L'aide de la matière noire

La matière noire (CDM) commence à s'effondrer à la fin de la période Radiative

Les fluctuations croissent pendant que les photons et les baryons sont en équilibre de pression (ondes acoustiques)



Mesure des fluctuations

Le ciel est uniforme à $\lambda=3\text{mm}$

Une fois le niveau constant soustrait

→ **dipole** ($V = 600\text{km/s}$) à 10^{-3}

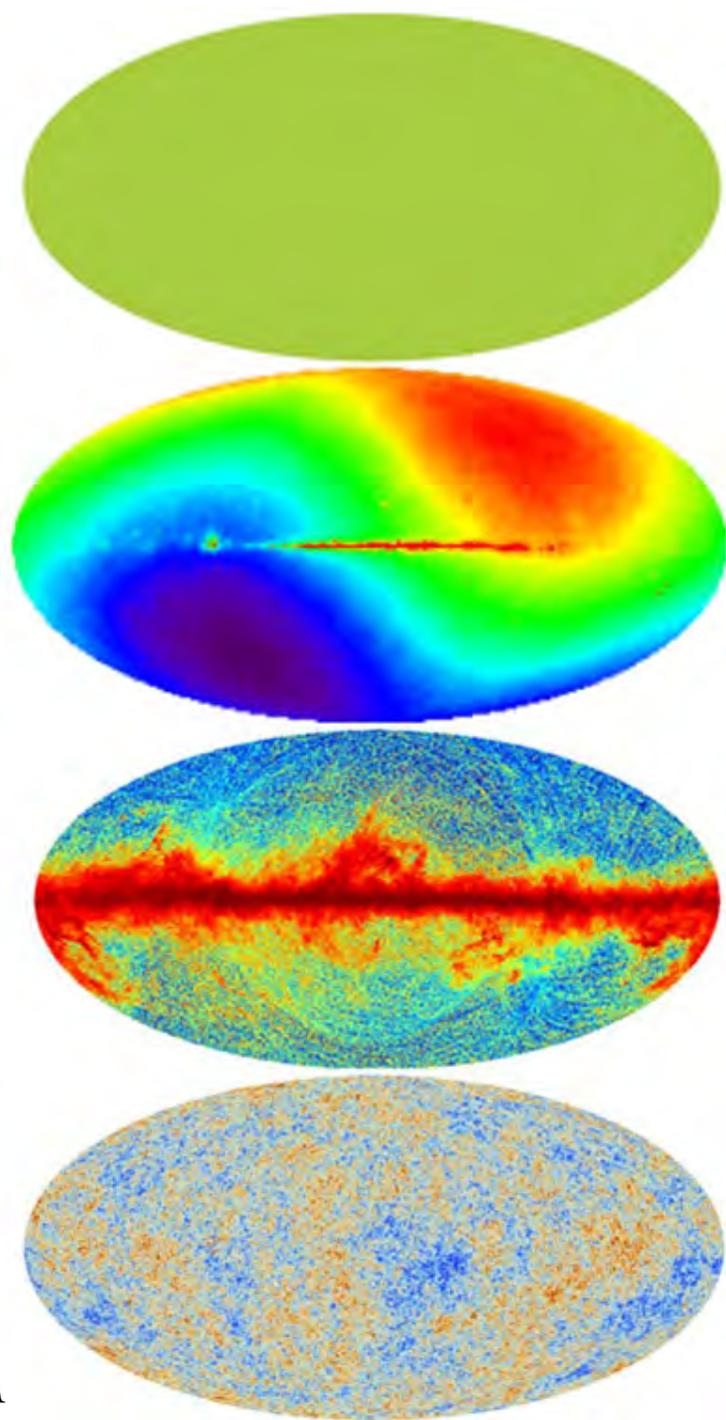
Après soustraction du dipole,

→ **la Voie Lactée**, émissions de la poussière, synchrotron, etc..
Très différents d'un corps noir

Soustraction de la Voie Lactée

→ fluctuations aléatoires

$\Delta T/T \sim 10^{-5}$



Résolution jusqu'à $10'$, signal amorti au-delà

La plus grande fluctuation 90°

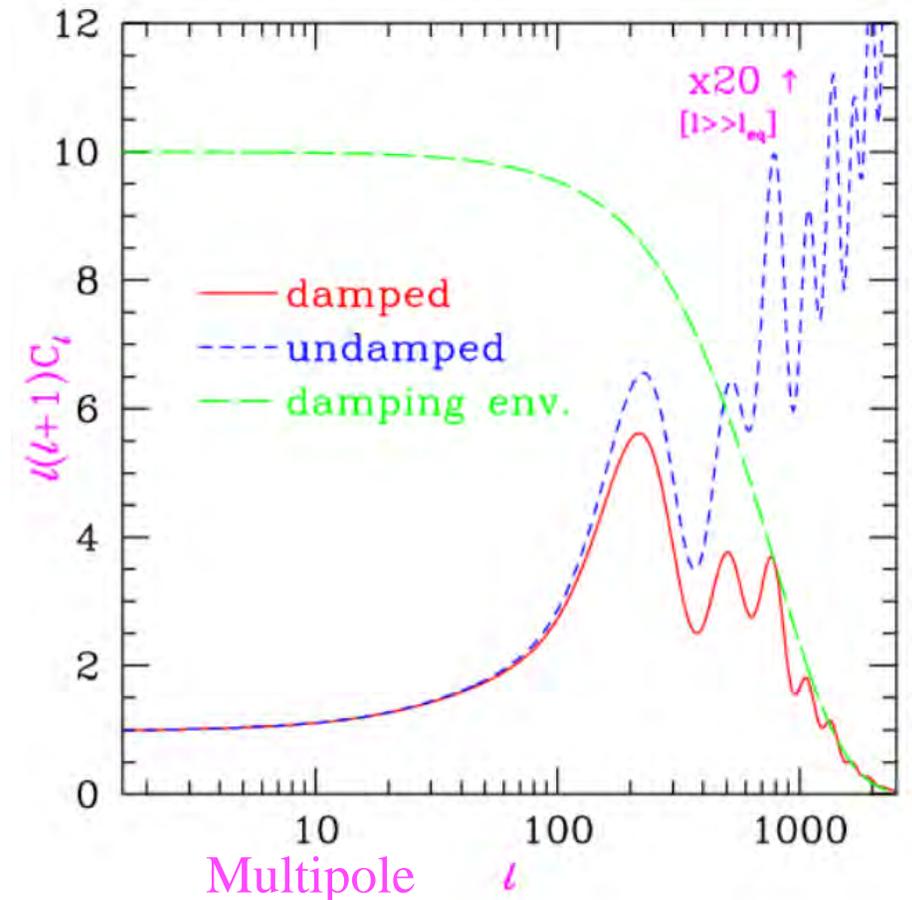
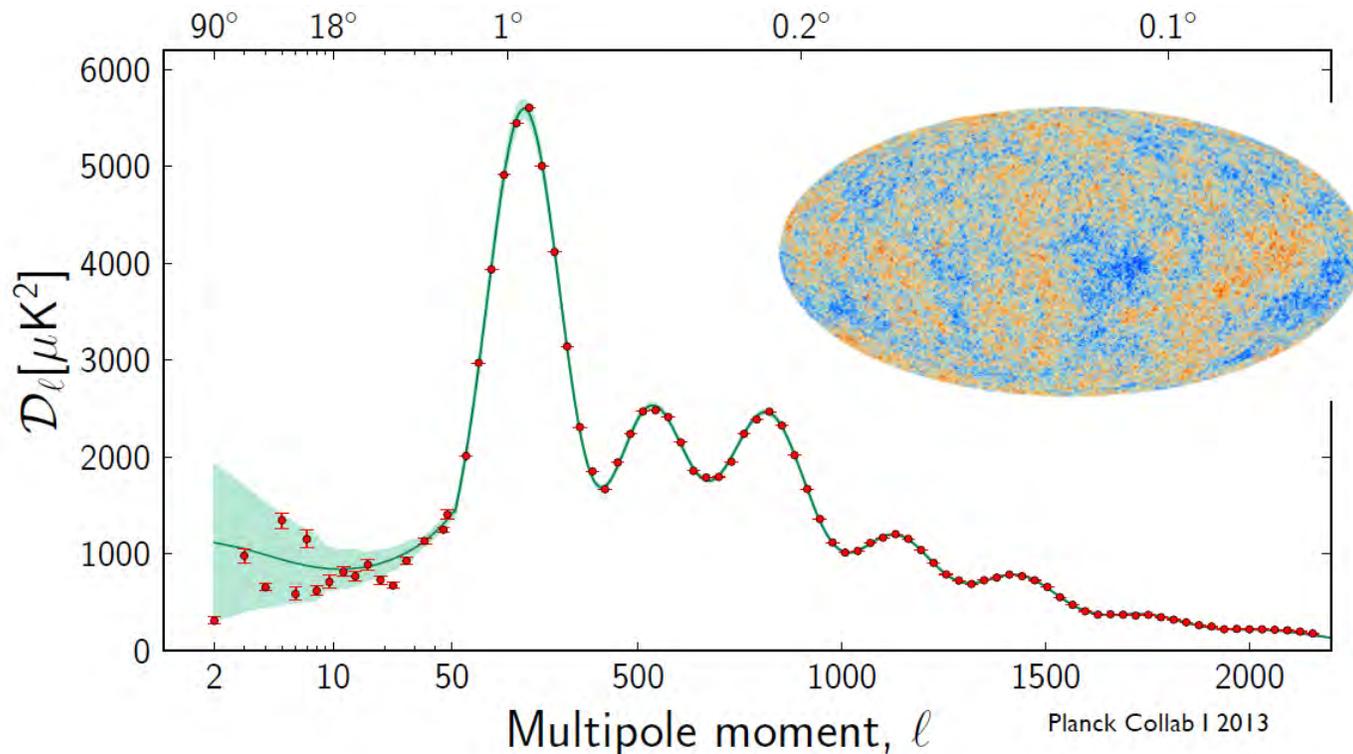
→ Variance cosmique

Les fluctuations nous sont fournies par la carte de la **dernière surface de diffusion**

Hu & White 1997

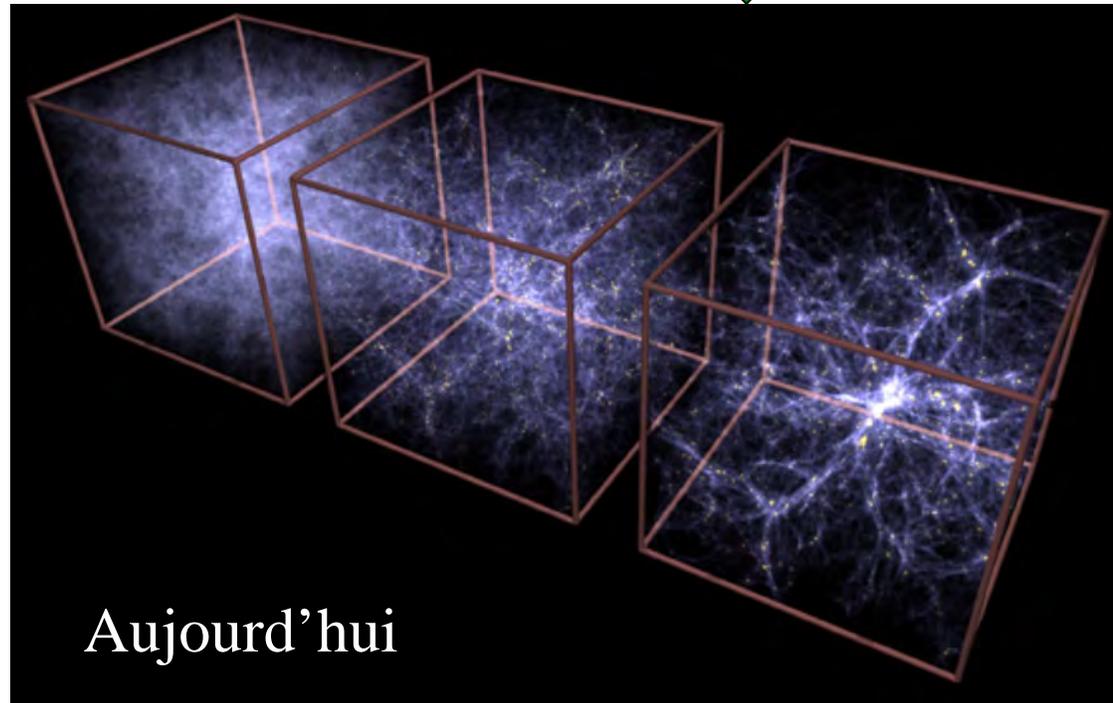
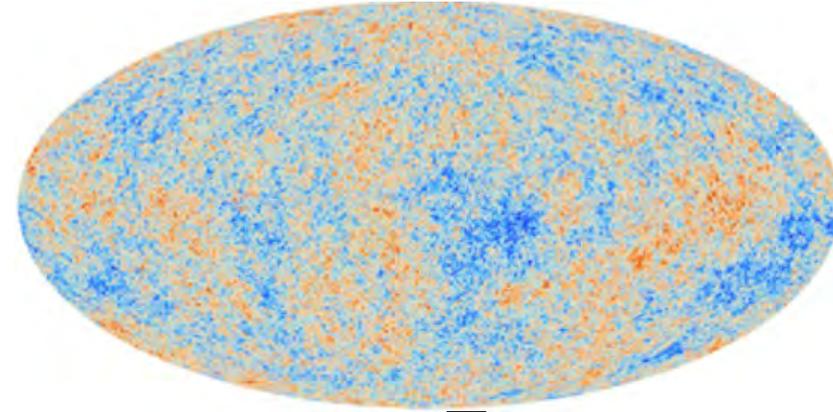
Les fluctuations sont amorties par diffusion Compton ($e^- \rightarrow$ photons) A la recombinaison, la longueur croît, et épaisit la dernière surface de diffusion

Amortissement par diffusion des photons + reionisation



Le destin des fluctuations
→ les grandes structures
de l'Univers

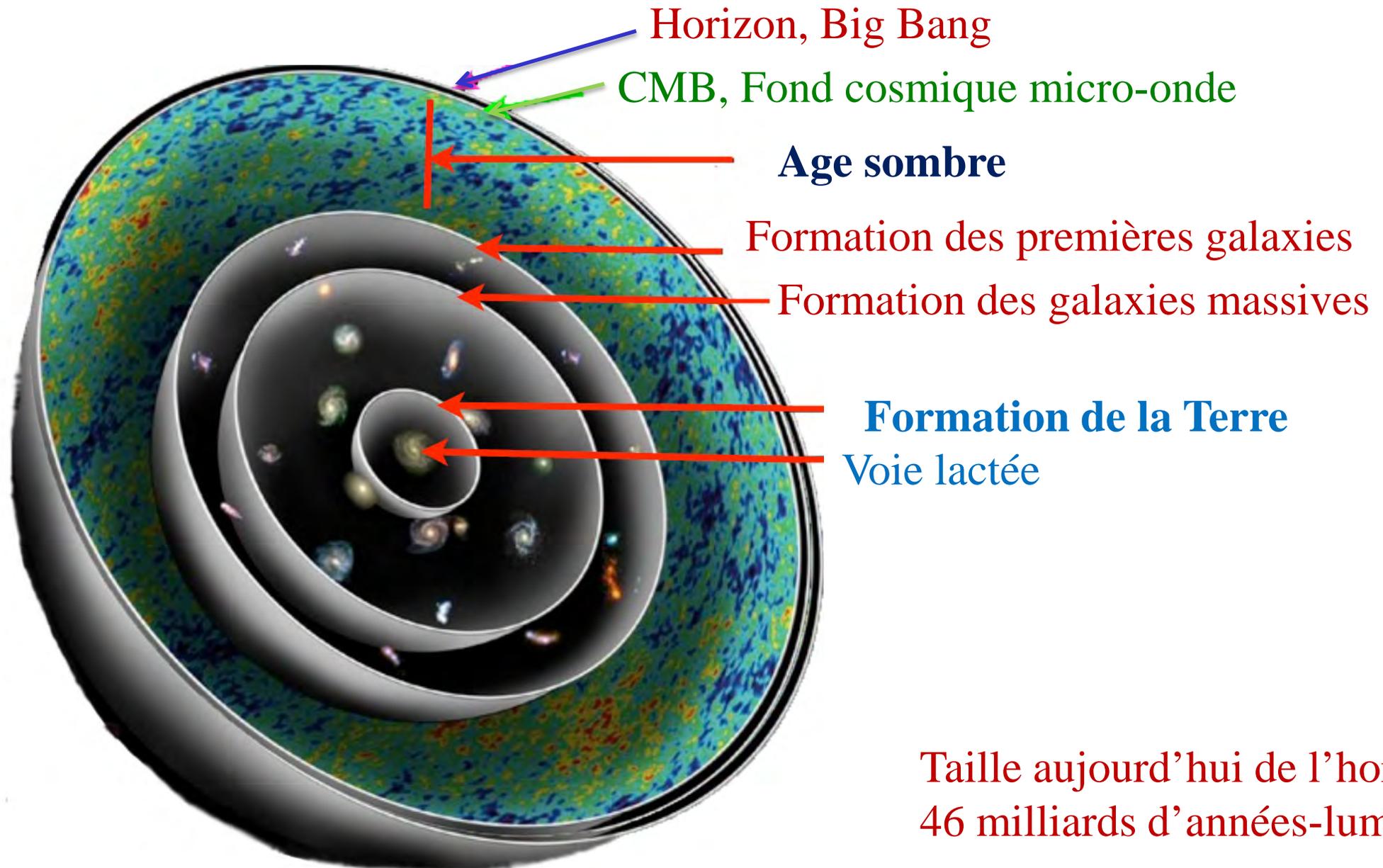
380 000 ans après le Big-Bang
Fluctuations de densité $\delta = \delta\rho/\rho \sim 10^{-5}$



13.8 milliards d'années
Structures contrastées
 $\delta \sim 10^{-10}$

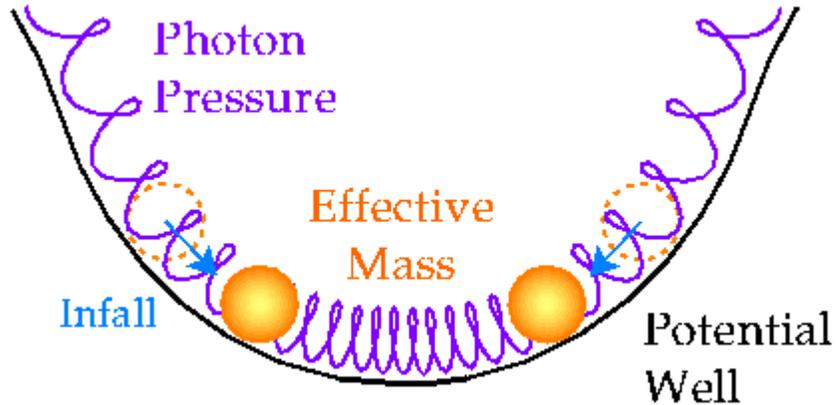
Aujourd'hui

Les diverses époques



Taille aujourd'hui de l'horizon
46 milliards d'années-lumière

Jusqu'à la recombinaison, ondes acoustiques



Voir le son:

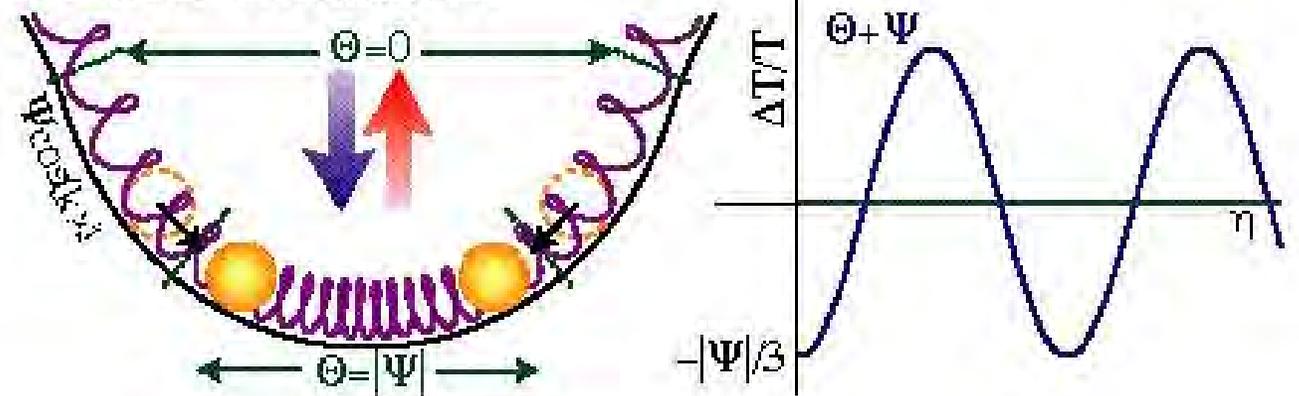
Régions plus froides ou plus chaudes

Couplage par la diffusion Compton

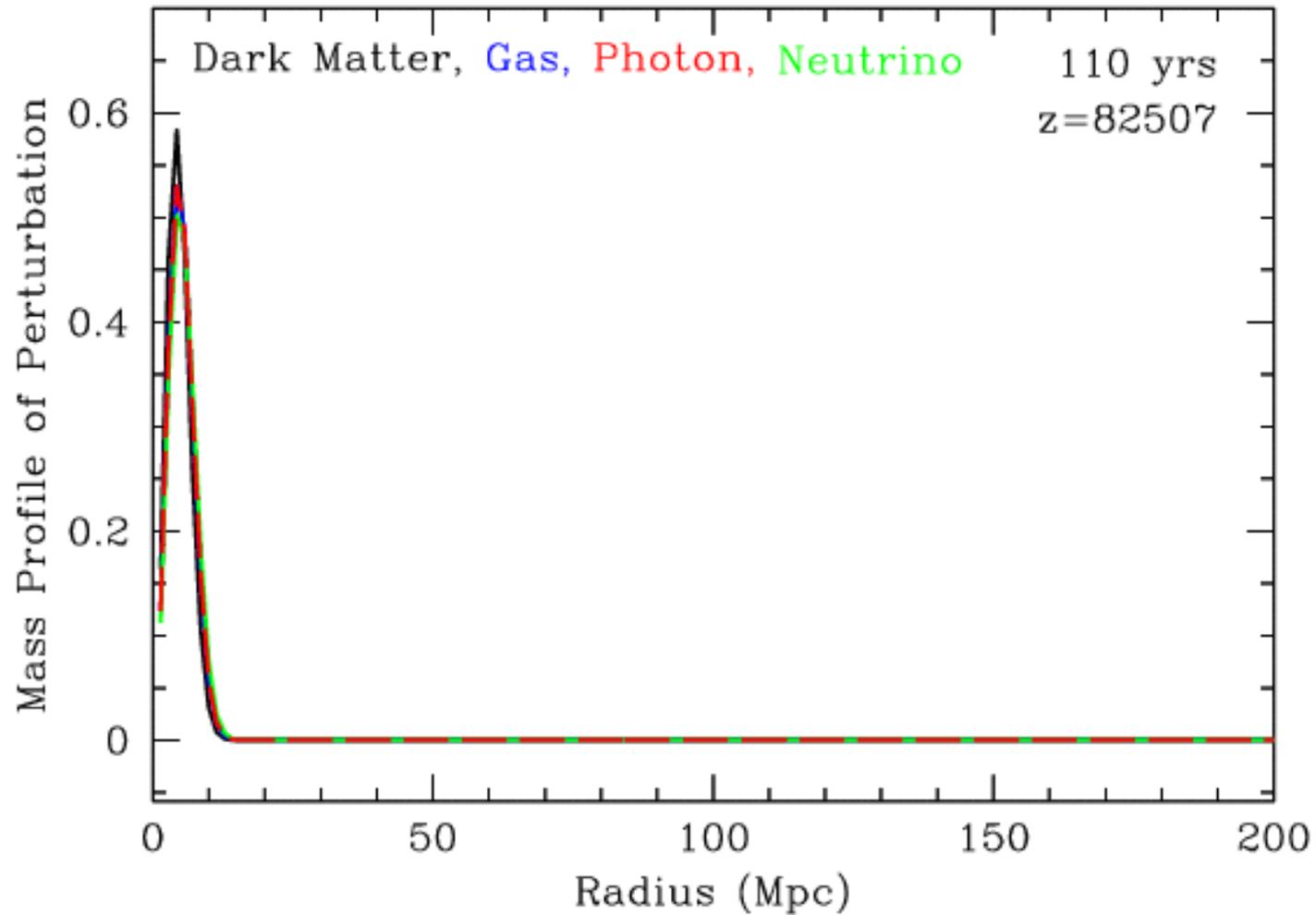
Tant que le gaz est ionisé

La matière noire ne participe pas aux oscillations,
Mais reste au centre de potentiel des fluctuations

Acoustic Oscillations



Evolution relative DM, baryons photons, ν

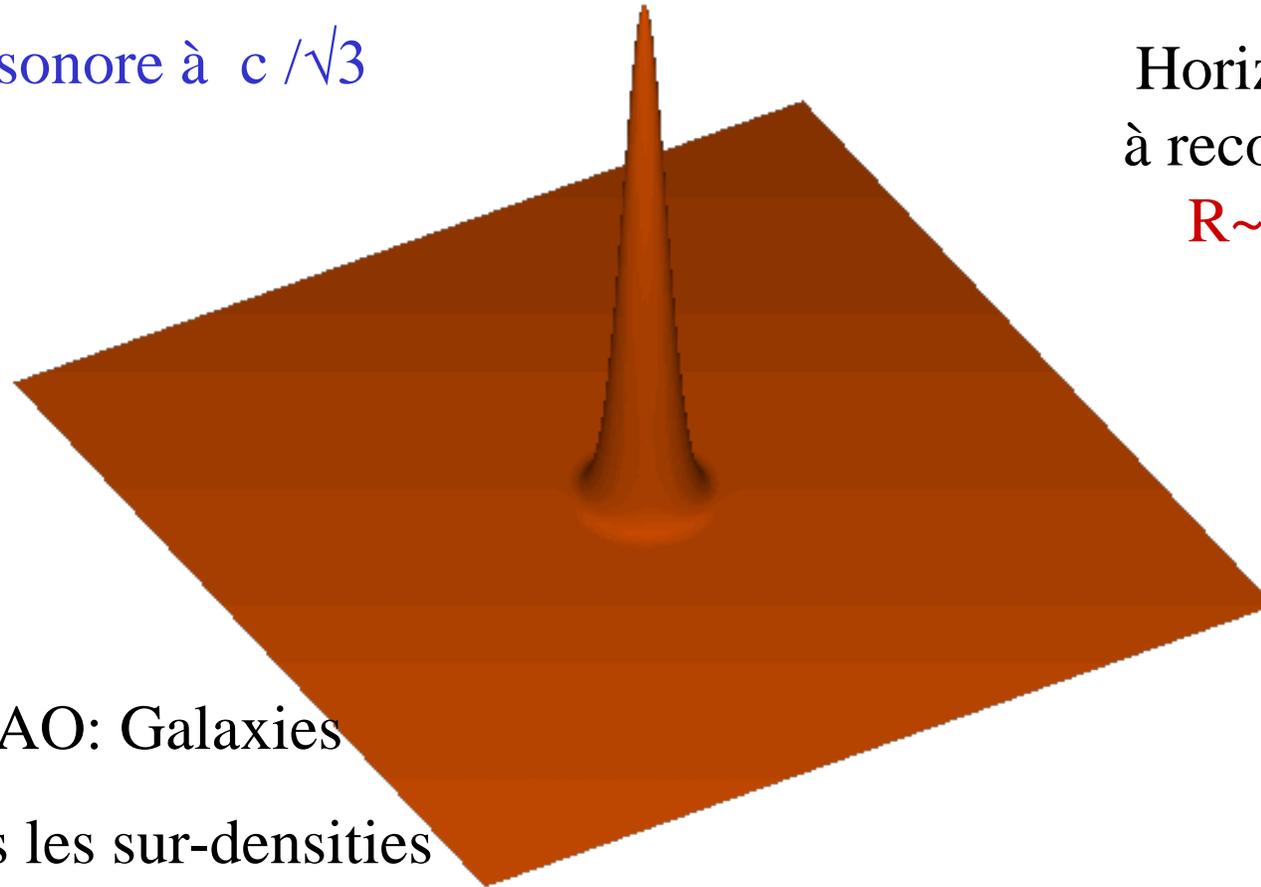


Une perturbation simple

Création d'une dépression

→ Onde sonore à $c/\sqrt{3}$

Horizon sonore
à recombinaison
 $R \sim 150 \text{ Mpc}$



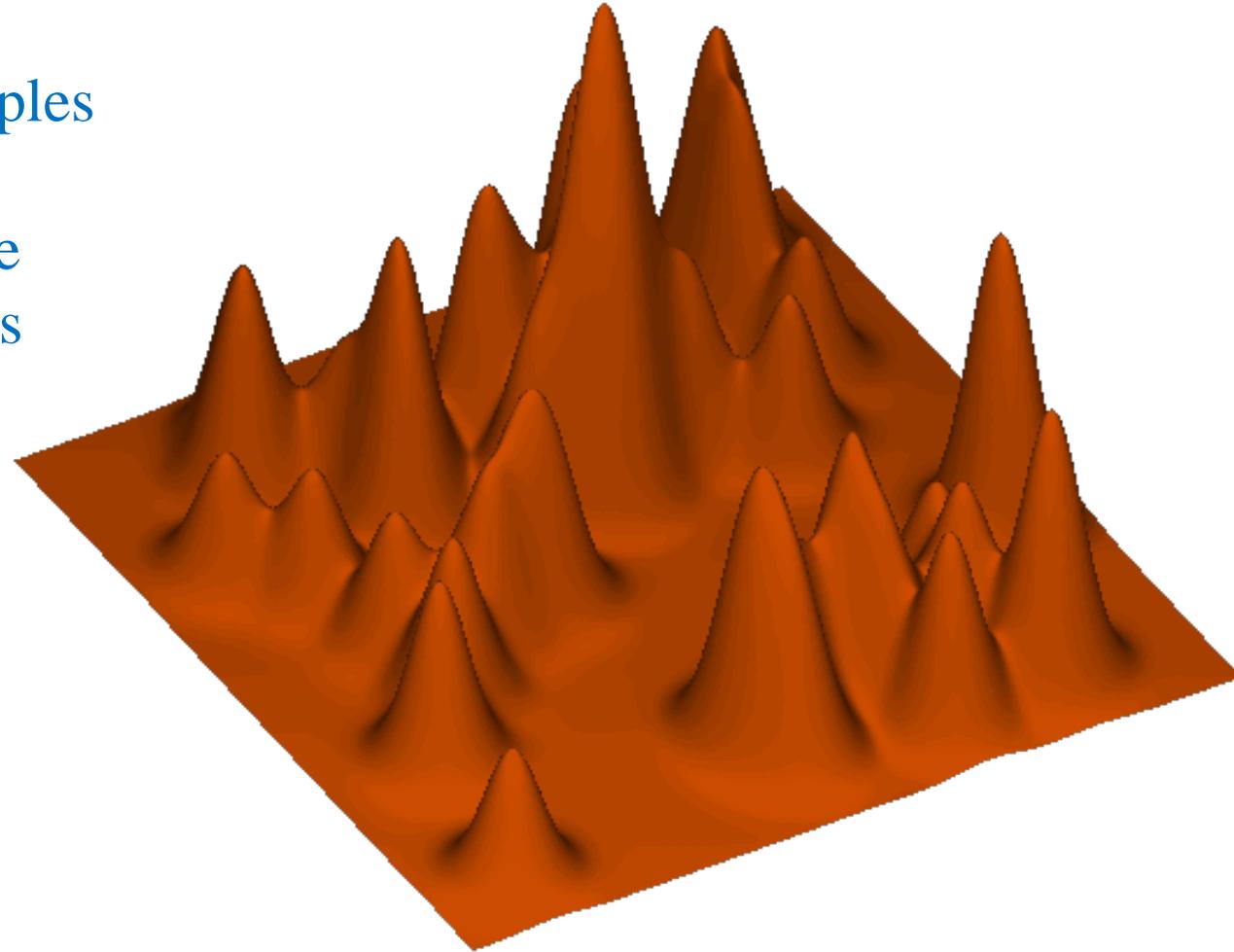
BAO: Galaxies
dans les sur-densities

→ Ondes acoustiques baryoniques

Perturbations multiples

Superposition de
plusieurs ondes simples

Signal réduit à cause
des phases aléatoires



Daniel Eisenstein

La matière noire précède les baryons

$$\rho \sim R^{-3} \sim (1+z)^3 \text{ matière}$$
$$\rho \sim R^{-4} \sim (1+z)^4 \text{ photons}$$

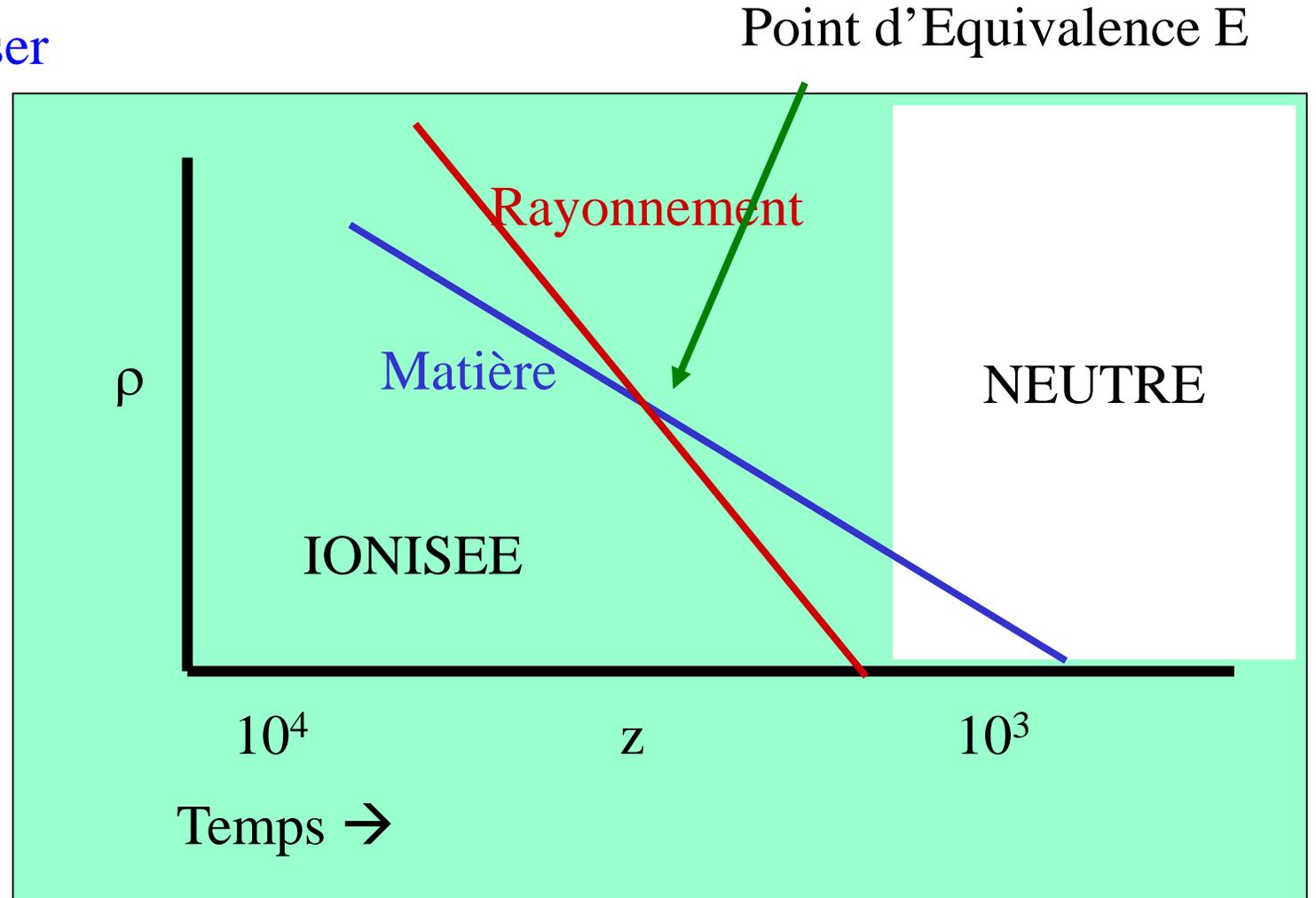
Les baryons ne peuvent se condenser

qu'à la recombinaison $z \sim 1000$

La matière noire forme des halos

à $z \sim 4000$ (**équivalence**

Matière-rayonnement)



Croissance, et longueur de Jeans

Toute échelle λ croît **après l'équivalence**

Seulement λ plus grandes que l'horizon **avant Equivalence** (free streaming)

$$z > z_{eq}$$

Rayonnement

$$\lambda > ct \quad \delta \sim a(t)^2$$

$$\lambda < ct \quad \delta \sim cste$$

$$z < z_{eq}$$

Matière noire

$$\delta \sim a(t)$$

$$\delta \sim a(t)$$

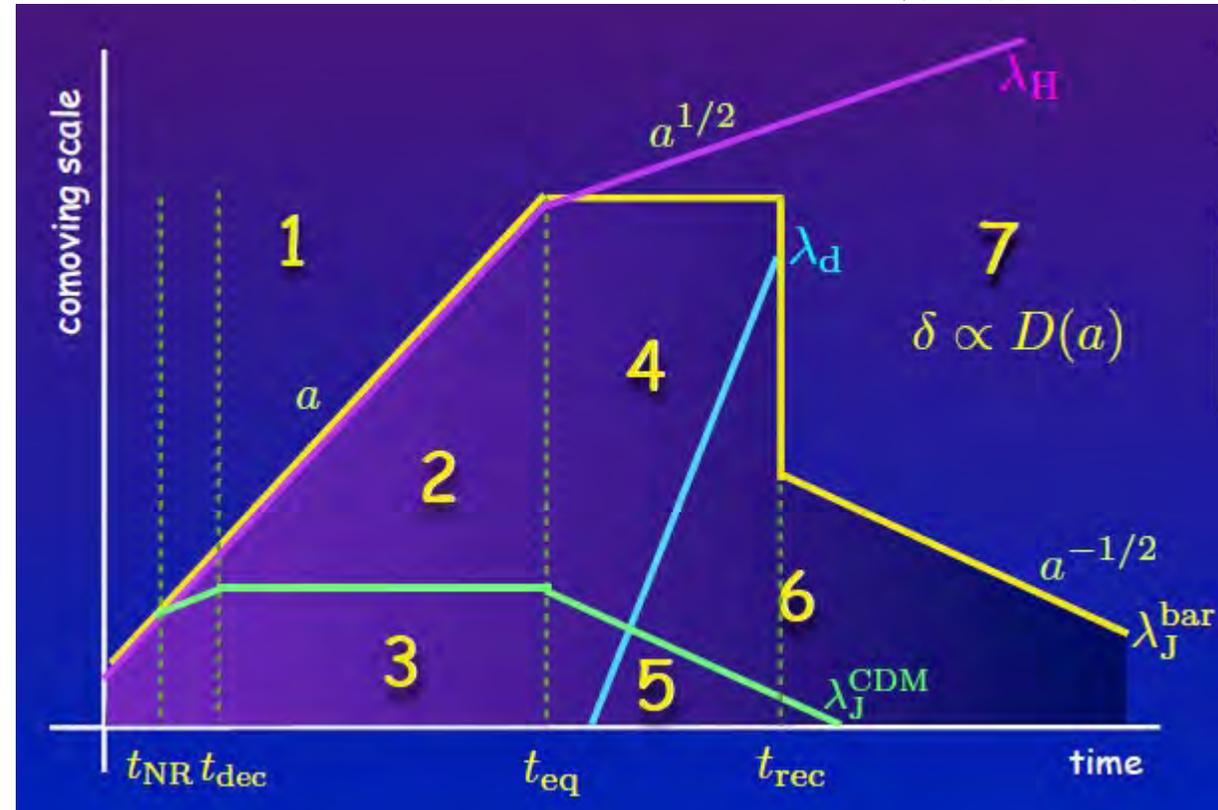
Longueurs de Jeans, $\lambda_J(\text{DM})$, $\lambda_J(\text{baryons})$

Les perturbations $\lambda > \lambda_J$ s'effondrent:

Régions 1 et 7

4 & 6 DM seulement

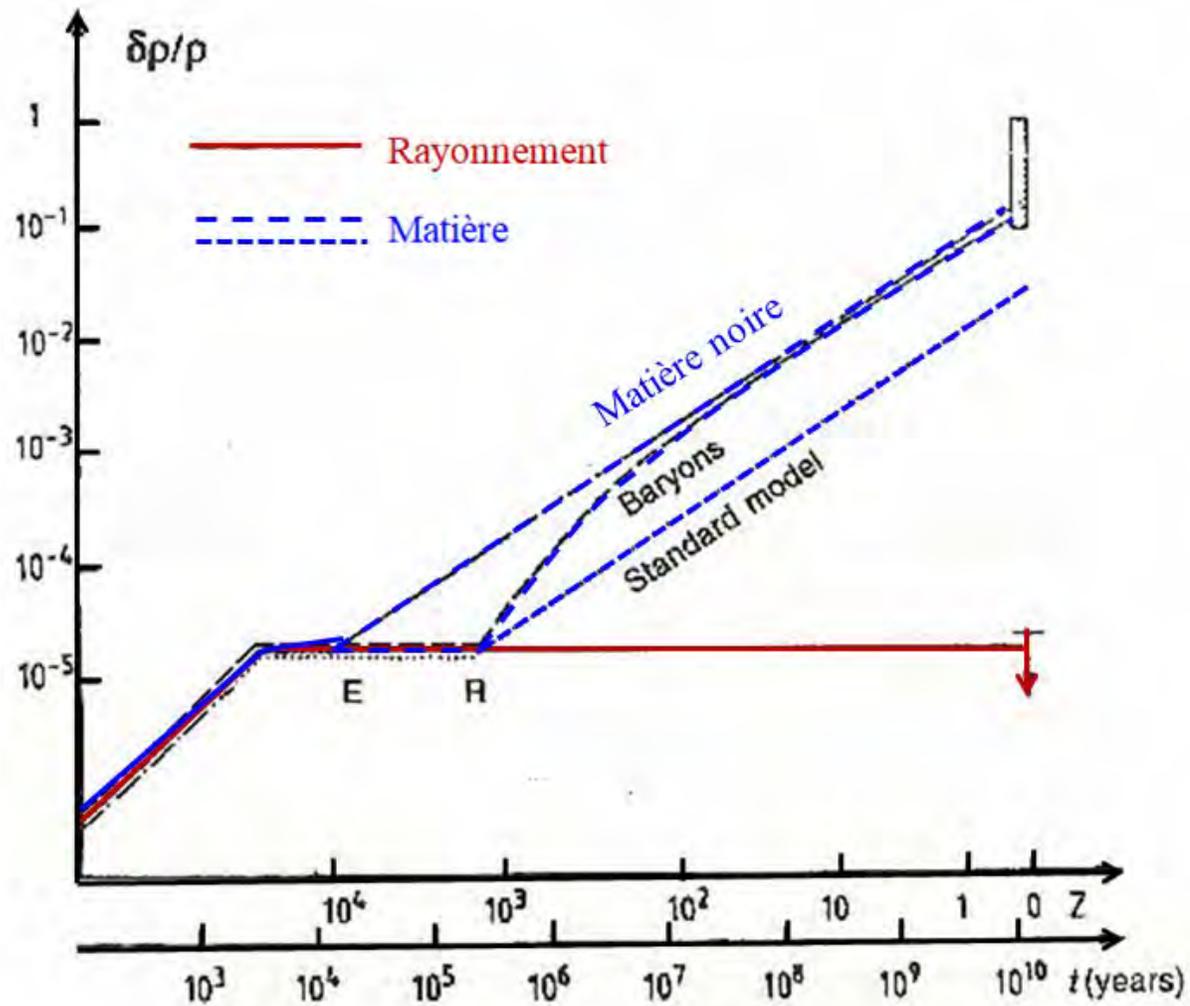
Van den Bosch



Exemple d'un amas $10^{14}M_{\odot}$

Croissance des
fluctuations adiabatiques
aux échelles (8 Mpc)

Elles croissent jusqu'à
contenir la masse de l'horizon
Puis restent **constantes**
(calibration $t=0$, flèche)



- Les fluctuations de la matière (...) "standard model" suivent le rayonnement, et ne croissent qu'après **la Recombinaison R**
- les fluctuations de CDM croissent à partir du point E **equivalence matière -rayonnement**

Spectre de puissance

Théorie de l'inflation: On suppose le spectre indépendant d'échelle, et la loi de puissance est telle que les perturbations entrent toujours dans l'horizon avec une égale amplitude

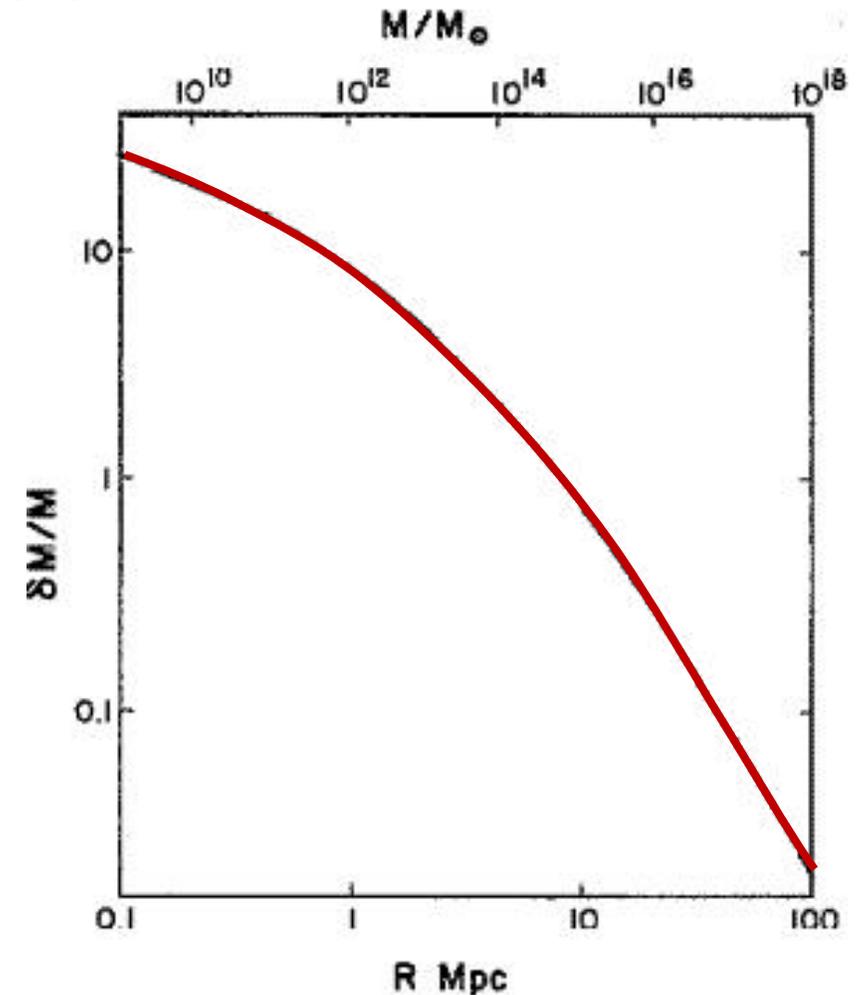
$$\delta\rho/\rho \sim \delta M/M = A M^{-a}$$

$$a = 2/3, \text{ ou } \delta(k)^2 = P(k) = k^n \text{ avec } n \sim 1$$

$P(k) \sim k$ à grande échelle

mais $P(k)$ décroît $\sim k^{-3}$ à petite échelle (*Peebles 82*)

Vient de l'effet de streaming en-dessous de l'horizon (croissance empêchée)



Inflation: problèmes Horizon, platitude

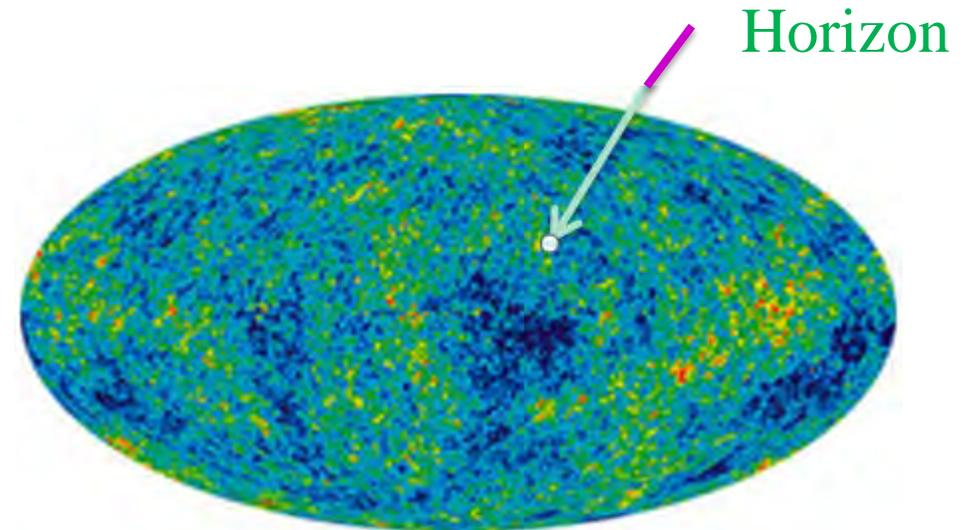
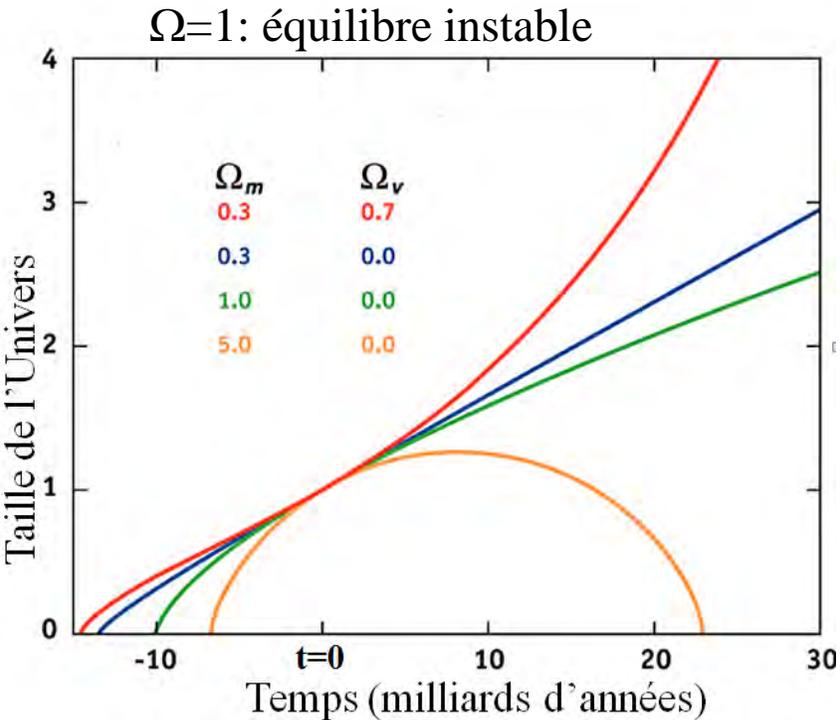
Coincidence: pourquoi $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$

très vite avec le temps, il faudrait un réglage fin (10^{-25}) au départ?

La courbure de l'Univers croît

$$\frac{d\Omega}{d \log a} = (1 + 3w)\Omega (\Omega - 1)$$

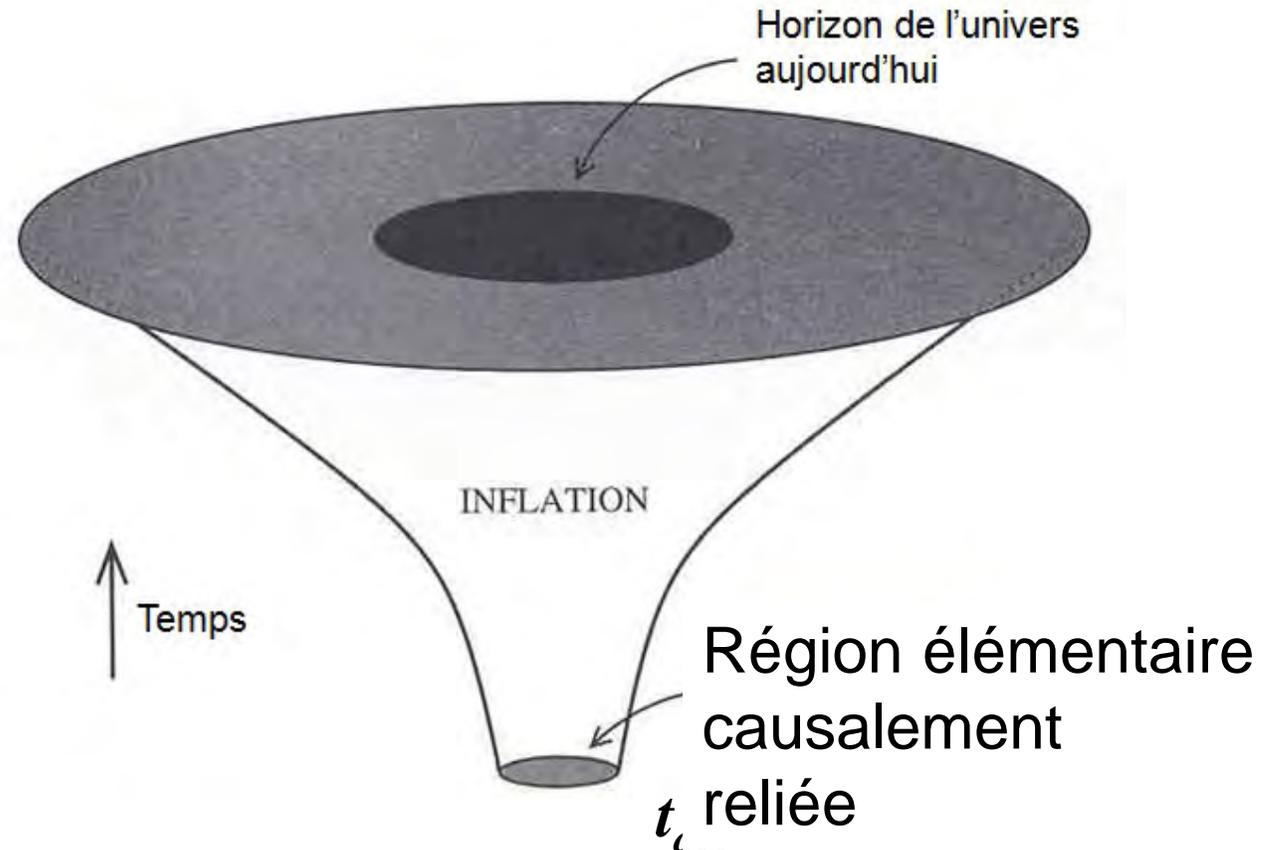
Horizon: les régions non causalement reliées $>1-2^\circ$,
à l'époque de la recombinaison ($t=380\,000$ ans) ont le même flux
Taille de l'horizon à cette époque ~ 1 degré, vu d'aujourd'hui



L'inflation résoud le problème de l'horizon

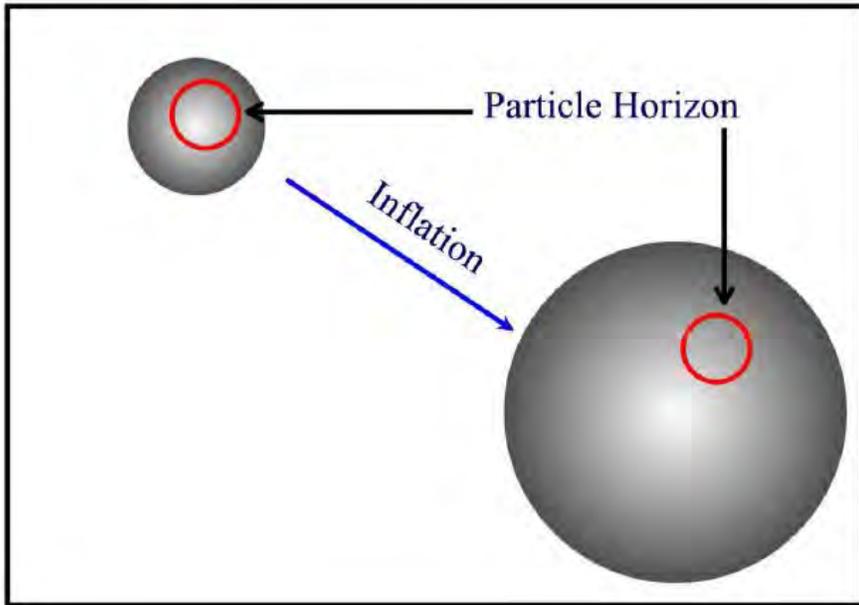
En l'absence d'inflation, l'horizon est $R = \int c dt / a(t) = 0.02 \ll 1$
 R devient $4 \cdot 10^4$, soit $\times 2 \cdot 10^6$ avec l'inflation

Pendant l'inflation, l'horizon en coordonnées comobiles se contracte! (système au repos par rapport à l'expansion)



L'inflation dilue aussi les monopoles magnétiques

Guth (1997)



Référentiel au repos

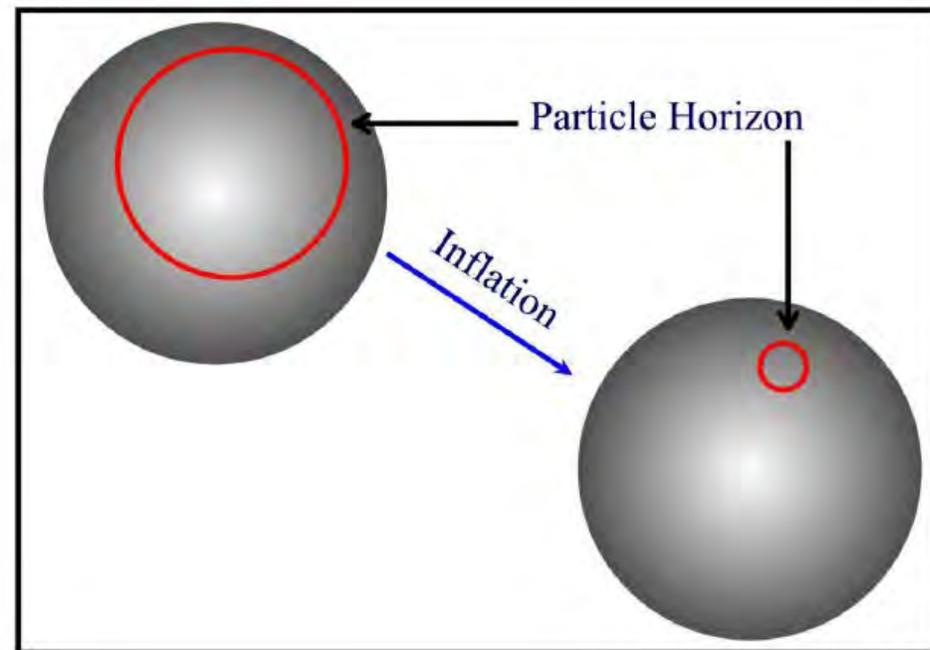
L'observateur accompagne
l'inflation de l'espace en $10^{-32}s$

L'horizon est constant

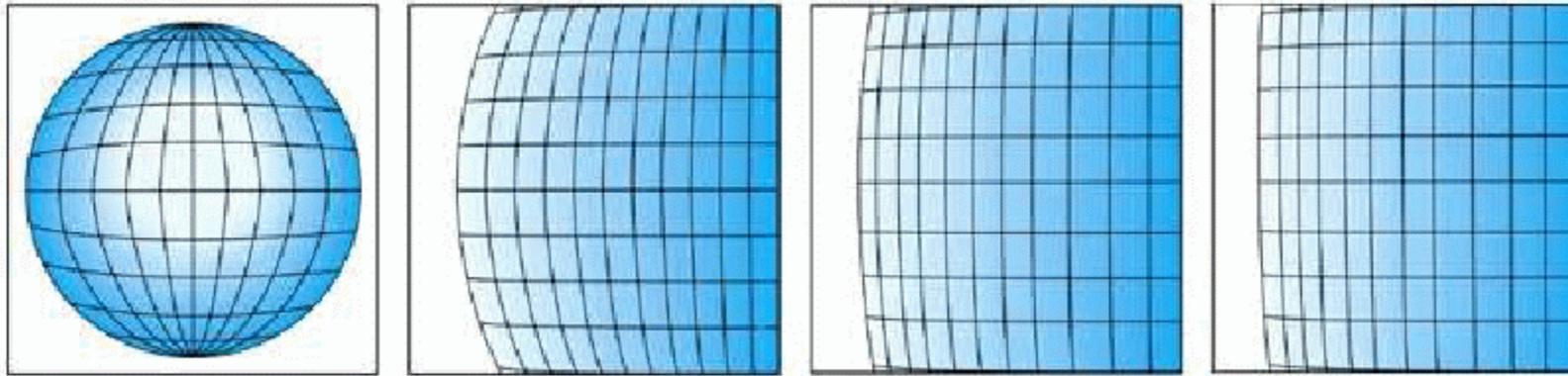
Référentiel comobile

L'observateur est au repos

L'horizon raccourcit



L'inflation résoud le problème de la platitude

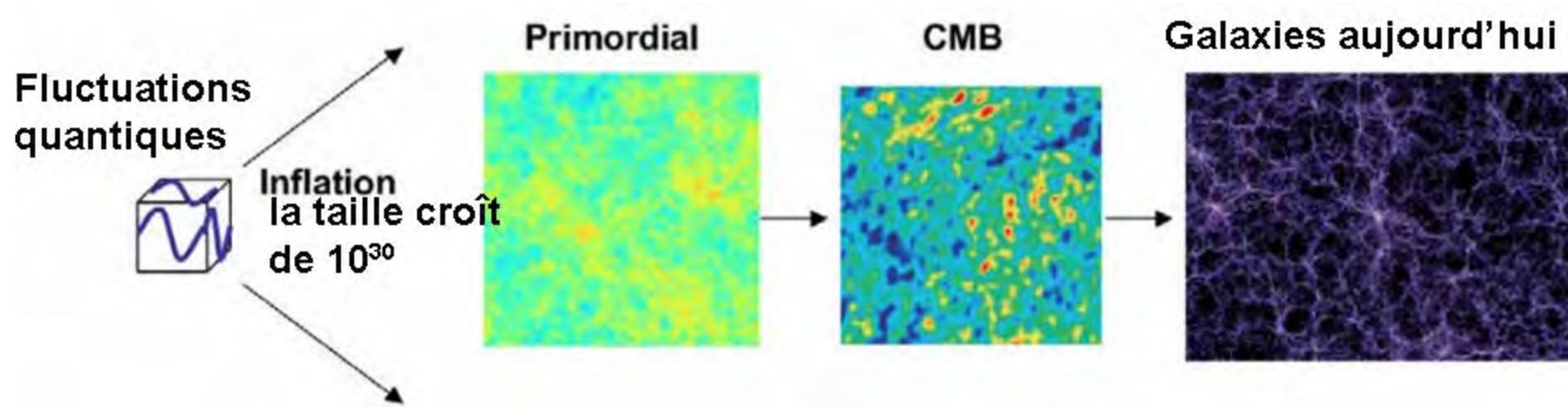


Quelles que soient les conditions initiales

L'expansion exponentielle d'un facteur $\sim 10^{30}$, réduit le terme de courbure kc^2/a^2 d'un facteur 10^{60}

$$H^2 \equiv \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad \left| \Omega(t) - 1 \right| = \frac{|k|}{a^2 H(t)^2}$$

Inflation, source des fluctuations à $t < 10^{-32}s$



Le champ scalaire qui est la source de l'inflation est baptisé **inflaton**

L'univers est vide au départ (juste habité par les fluctuations)

→ Correspond à la solution de de Sitter

→ Après la phase dominée par le rayonnement, puis par la matière, l'Univers redevient vide (à 70%?) et démarre une autre phase exponentielle

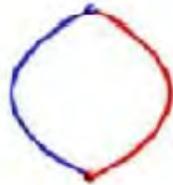
Fluctuations d'origine quantique

Mécanique quantique (MQ): particules virtuelles dans le vide

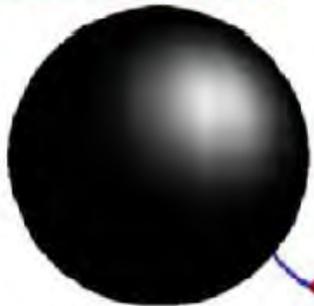
Dans l'inflation, des régions connectées causalement, se trouvent soudain déconnectées: **les particules ne peuvent plus s'annihiler**

Inflation + MQ = Fluctuations

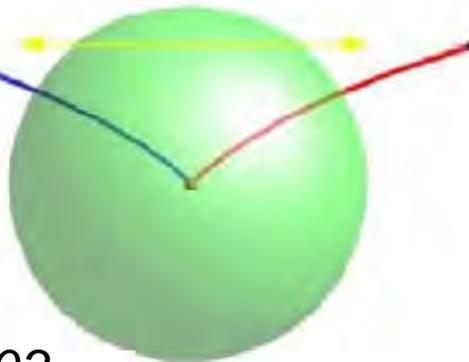
Paire **particule/antiparticule**



Trou noir :
Rayonnement Hawking



Inflation: **expansion**



Kinney 2003

Longueur d'onde (mode)
quantique $\lambda \sim a \sim \exp(Ht)$

Horizon = $c/H \sim \text{cste}$
Ondes gelées $>$ horizon
Création d'ondes gravit
(mode tenseur)

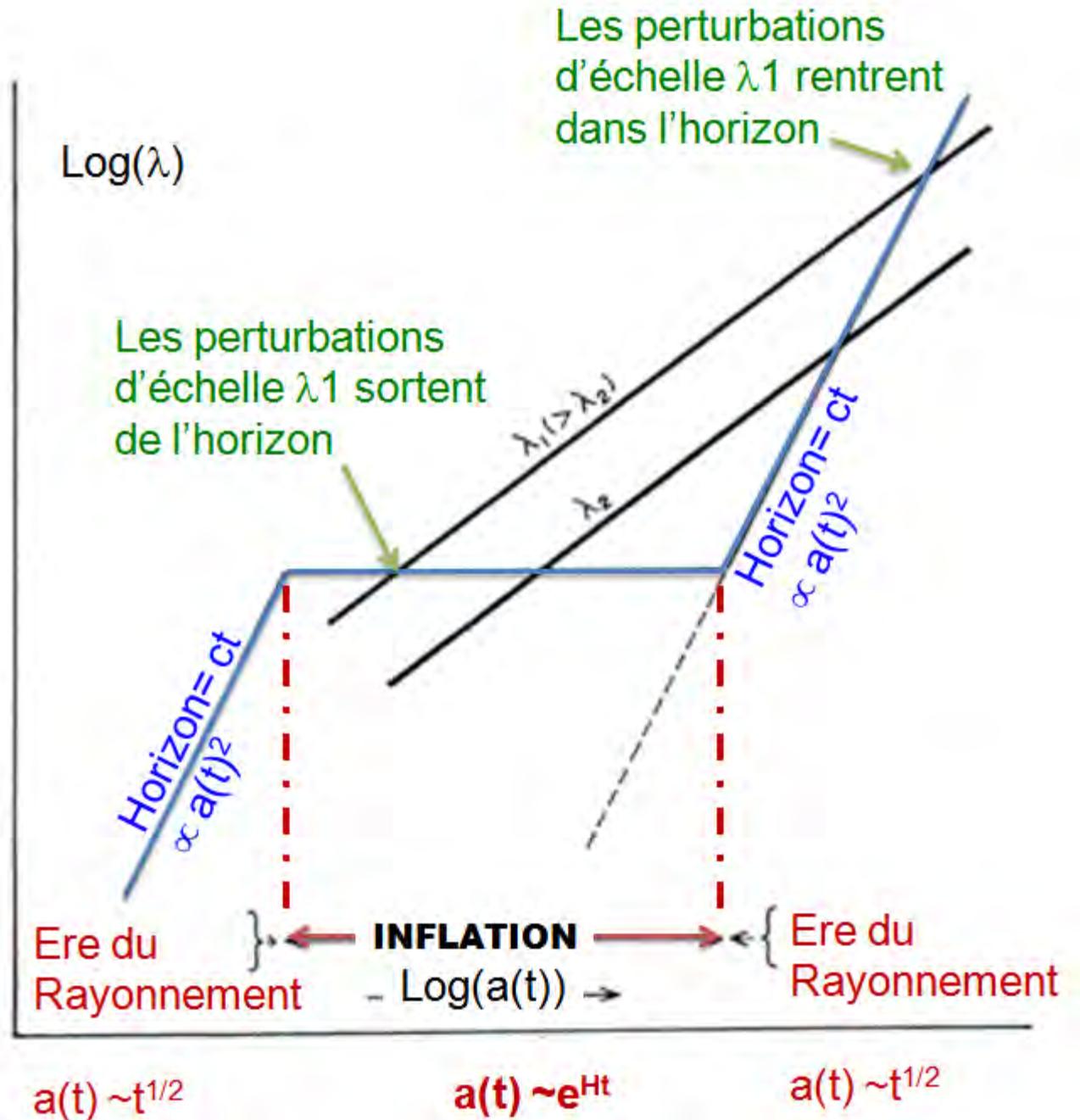
Température $\sim 1/H$

$$P_S(k) \propto k^n$$

Inflation entre $t \sim 10^{-35} \text{s}$
 Echelle de GUT
 Jusqu'à $t = 70/H \sim 10^{-32} \text{s}$
 $H = 2 \cdot 10^{53} \text{ km/s/Mpc}$!
 $a(t) \propto e^{Ht} = 2.5 \times 10^{30}$

La température à la fin de l'inflation est la même, grâce à la chaleur libérée par la transition de phase
 $T = 10^{14} \text{ GeV}$
 Autrement $T \sim 1/a(t)$

Amplitude des perturbations
 ~égales quand elles croisent l'horizon



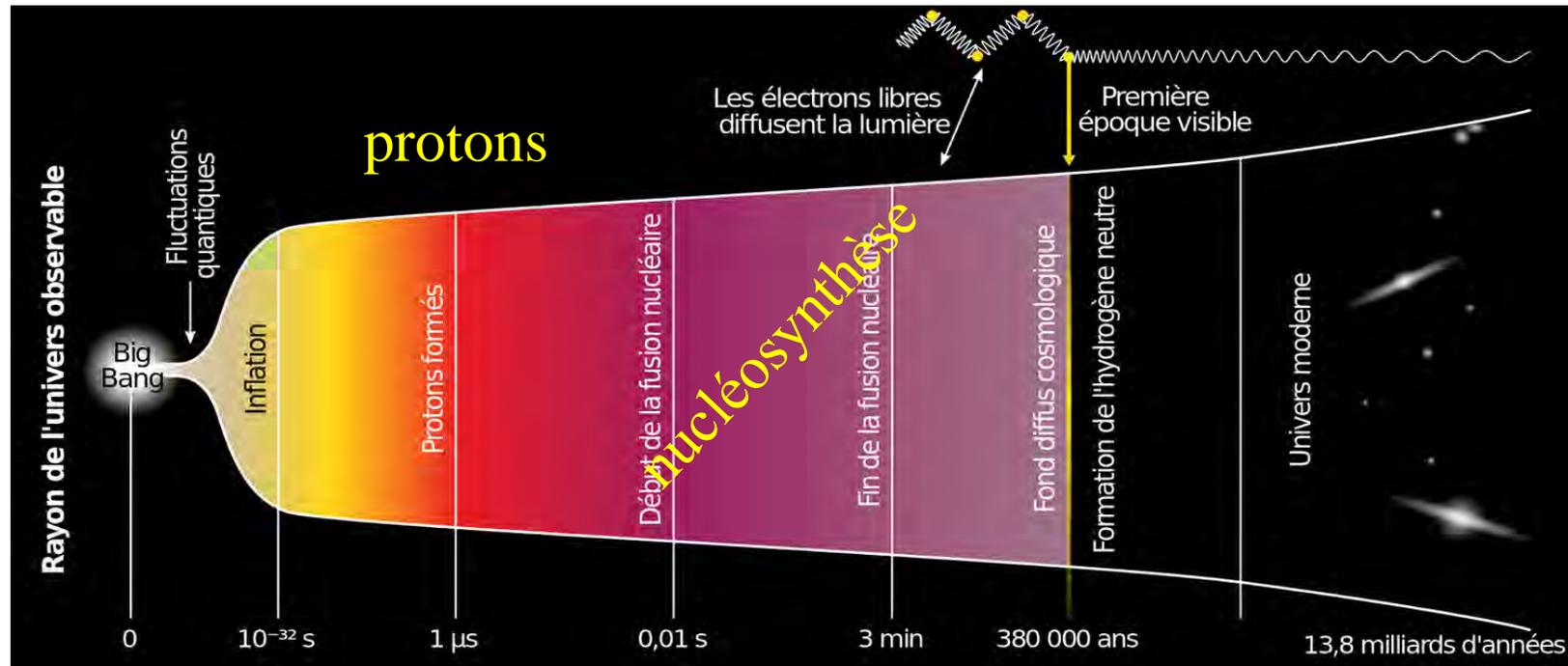
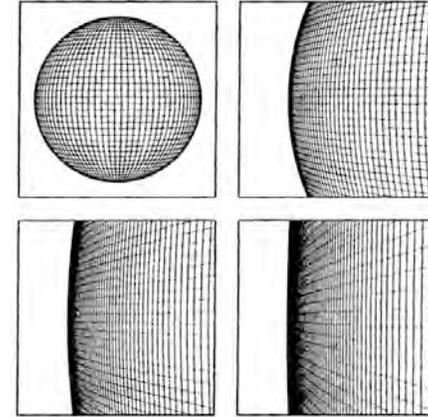
Inflation: la solution

$$(\Omega^{-1} - 1)\rho a^2 = \frac{-3kc^2}{8\pi G}$$

Courbure: $(\Omega - 1)$ croît comme $a(t)$

Une inflation de $e^{60} = 10^{26}$ est nécessaire

Horizon: Toute la carte du ciel en CMB provient du même horizon

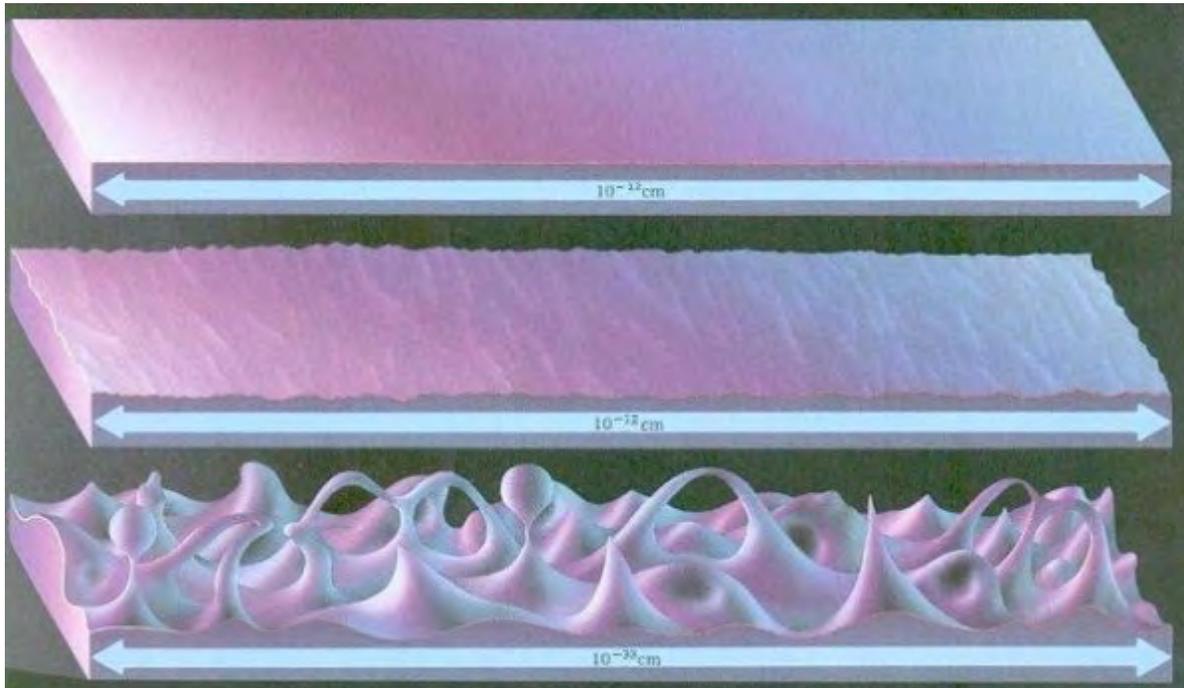


Fluctuations quantiques

D'après le principe d'incertitude d'Heisenberg, le champ est en permanence incertain $\delta\Phi$

Le temps de l'arrêt à 10^{-35} sec aussi $\delta t = d\Phi / (d\Phi/dt)$

La courbure de l'Univers de même, et entraîne des fluctuations de **densité et de température**

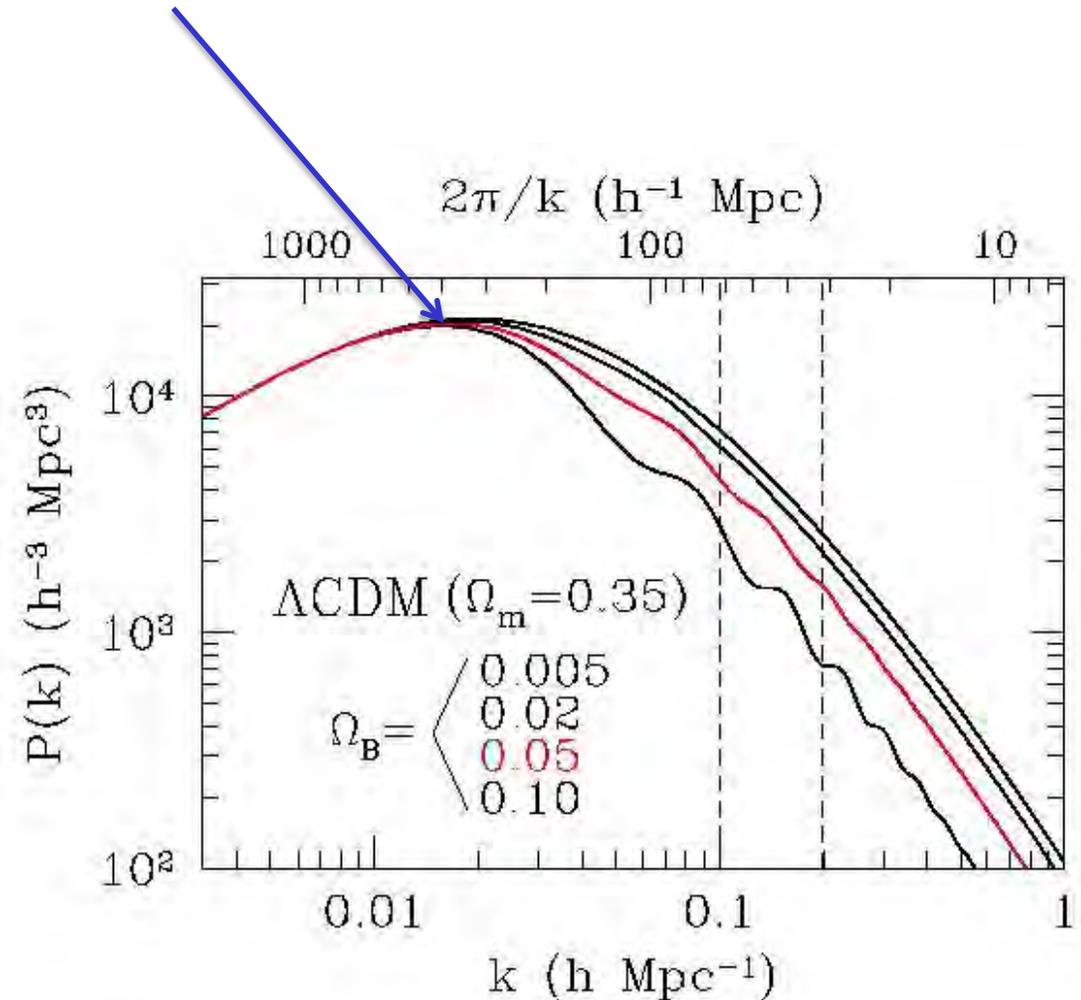
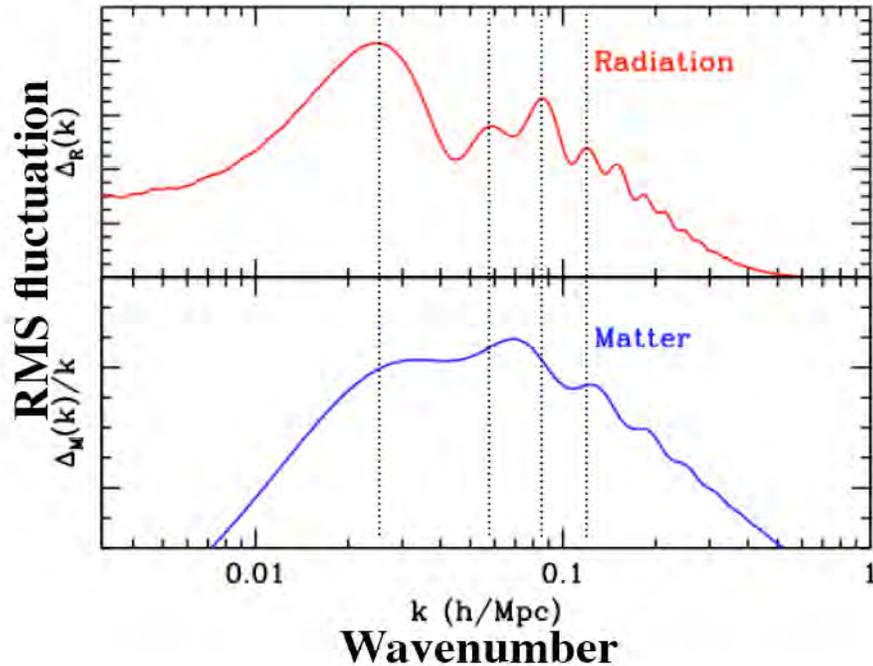


→ Ondes gravitationnelles

Empreintes des oscillations

Echelle du retournement: taille de l'horizon à l'époque d'équivalence matière-rayonnement 60 000 ans après le Big Bang

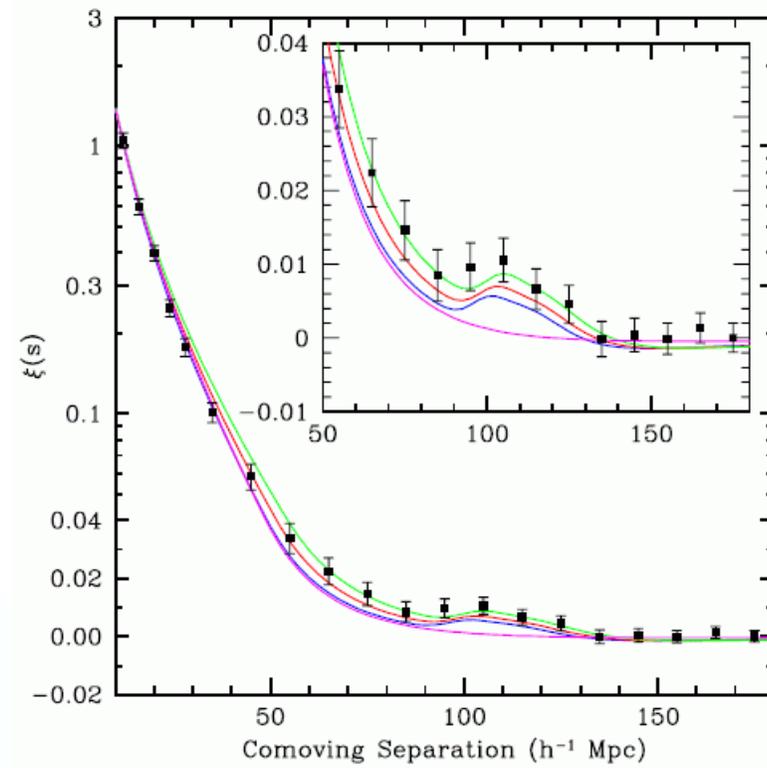
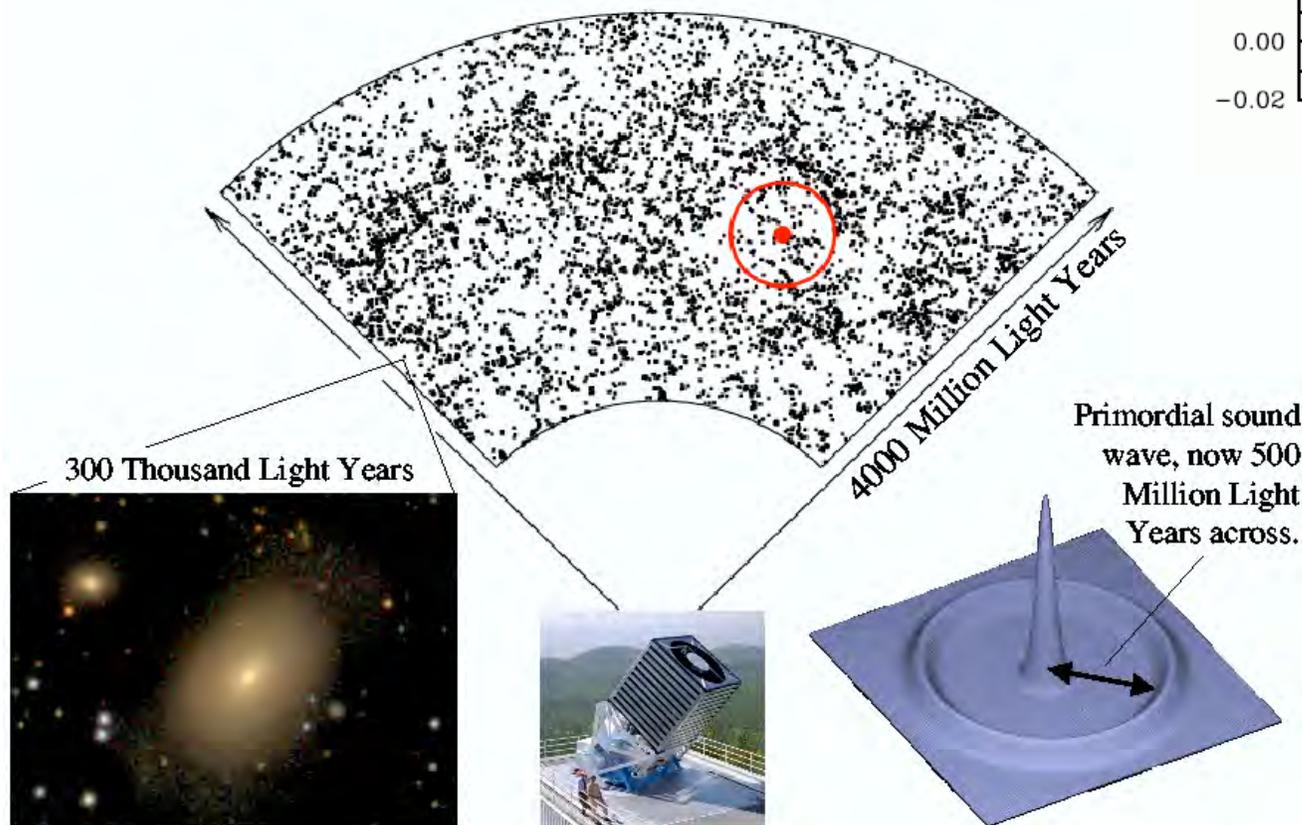
Oscillations des baryons
longueur d'onde x2



Pic acoustique baryonique

Ondes détectées aujourd'hui
dans la distribution des baryons

50 000 galaxies SDSS



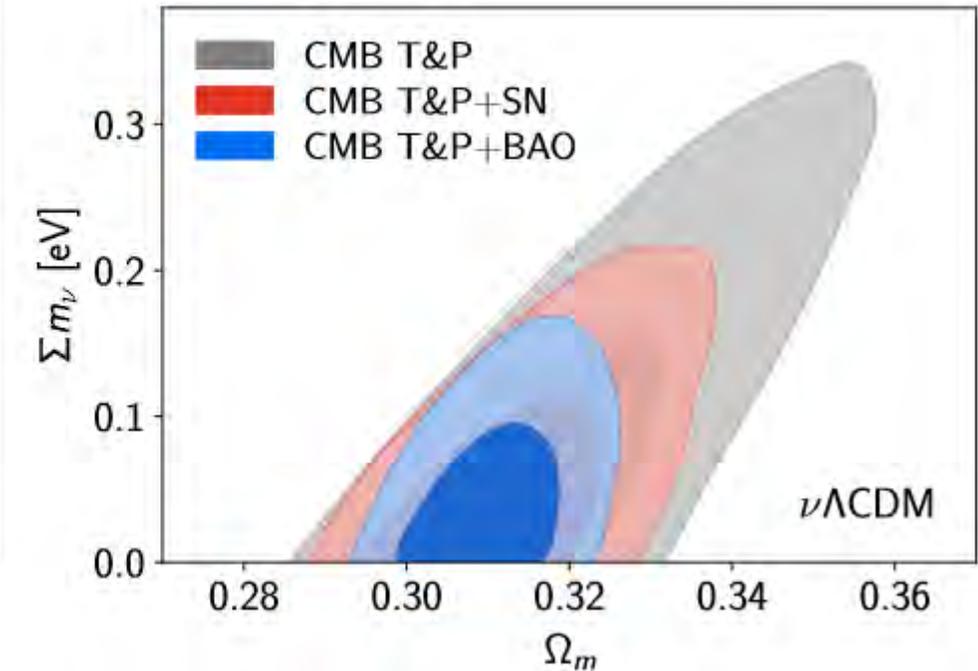
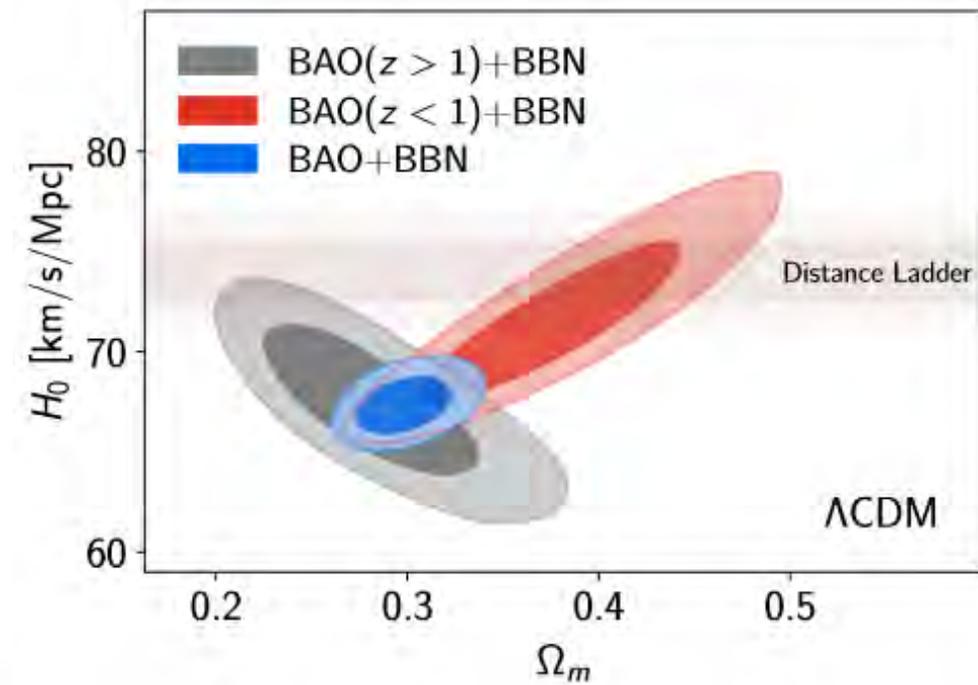
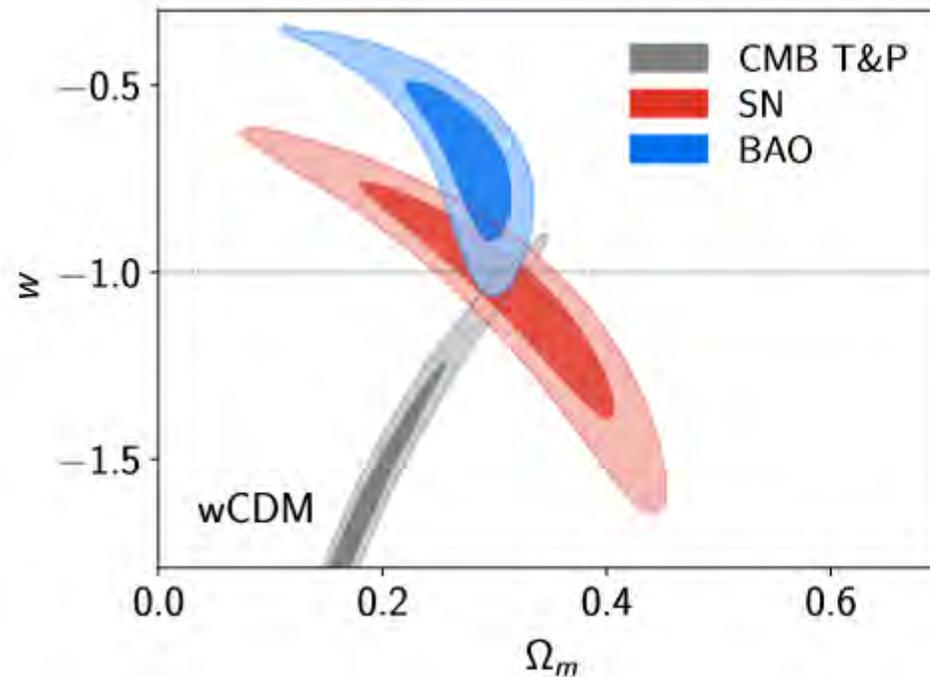
Eisenstein et al 2005

La mesure des BAO sert de règle pour l'évolution de l'expansion de l'Univers

Mesure de milliards de galaxies
Avec leurs vitesses (redshifts)
EUCLID, Vera Rubin

BAO avec SDSS
E-BOSS

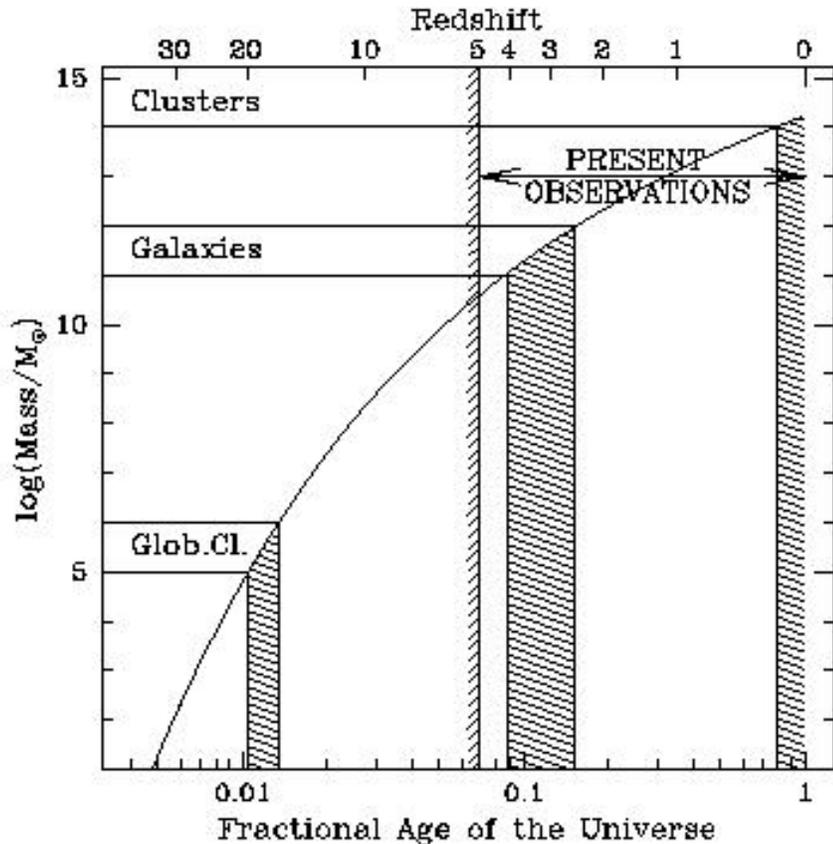
Alam et al 2021



Formation hiérarchique

Dans le modèle le plus adapté aujourd'hui aux observations

CDM (cold dark matter), les premières structures à se former sont les plus petites, puis par fusion se forment les plus grandes (**bottom-up**)



$|\delta k|^2 = P(k) \sim k^n$, avec $n=0.91$ aux grandes échelles
 k^{-3} aux petites échelles

Décroît quand $\rho_r \sim \rho_m$ à l'échelle de l'horizon

$$\delta M/M \sim M^{-1/2 - n/6}$$

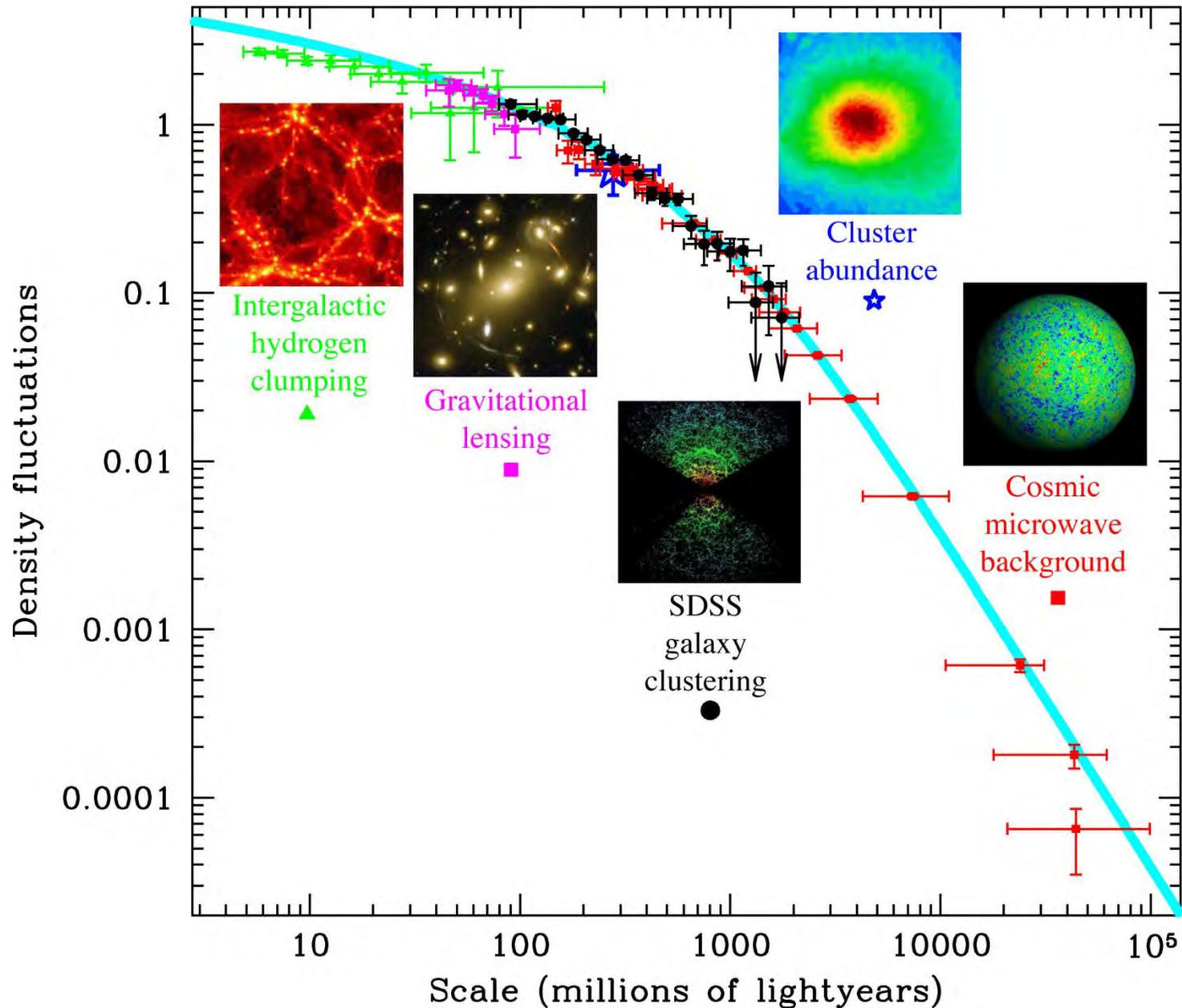
quand $n > -3$, formation Hiérarchique

($\delta M/M$ décroît avec M)

Abel & Haiman 2000



Fluctuations de densité



*Tegmark
et al 2004*

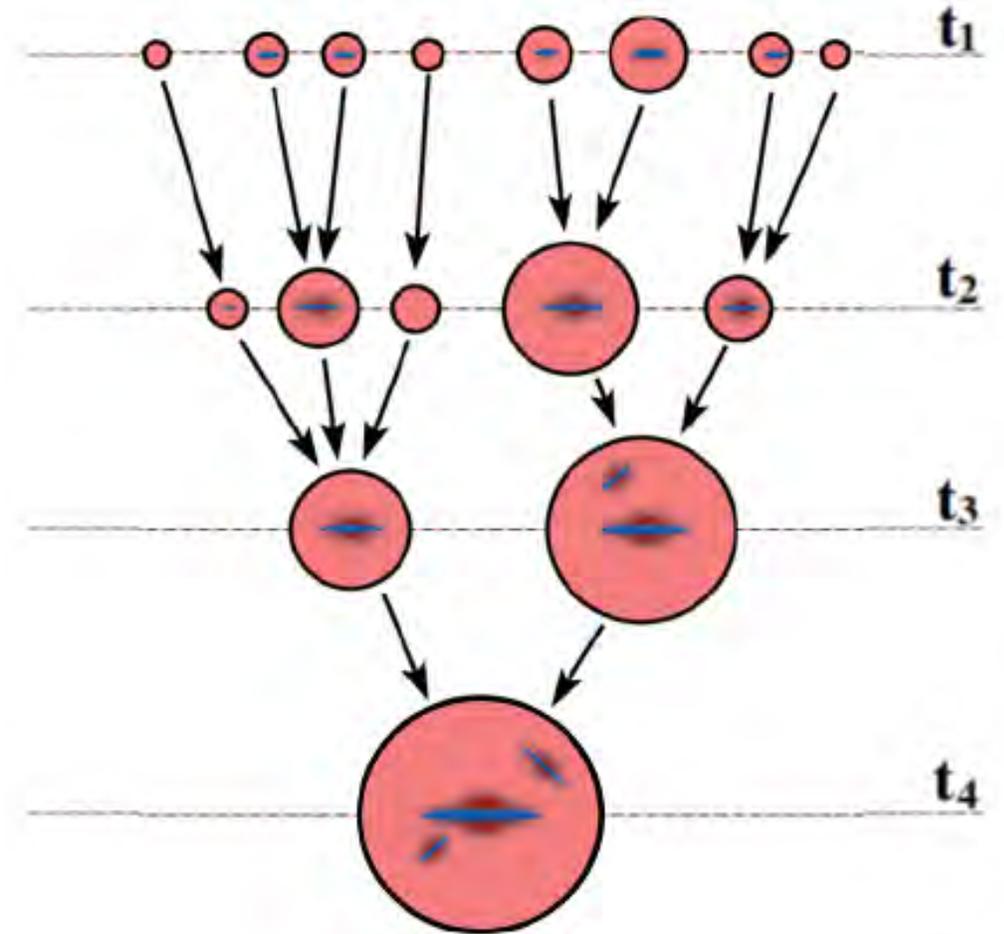
Formation hiérarchique des galaxies

Les plus petites structures se forment en premier, de la taille de galaxies naines ou amas globulaires

Par **fusion successive et accrétion** les systèmes de plus en plus massifs se forment

Ils sont de moins en moins denses

$$M \propto R^2 \quad \text{et} \quad \rho \propto 1/R$$



Fractales et Structure de l'Univers

Les galaxies ne sont pas distribuées de façon homogène
mais suivent une **hiérarchie**

Les galaxies se rassemblent en groupes, puis en **amas** de galaxies
eux-mêmes inclus dans des **superamas**

(Charlier 1908, 1922, Shapley 1934, Abell 1958)

En 1970, de Vaucouleurs met en évidence une loi universelle

Densité \propto taille $^{-\alpha}$ avec $\alpha = 1.7$

Benoît Mandelbrot en 1975: nom de « fractal »

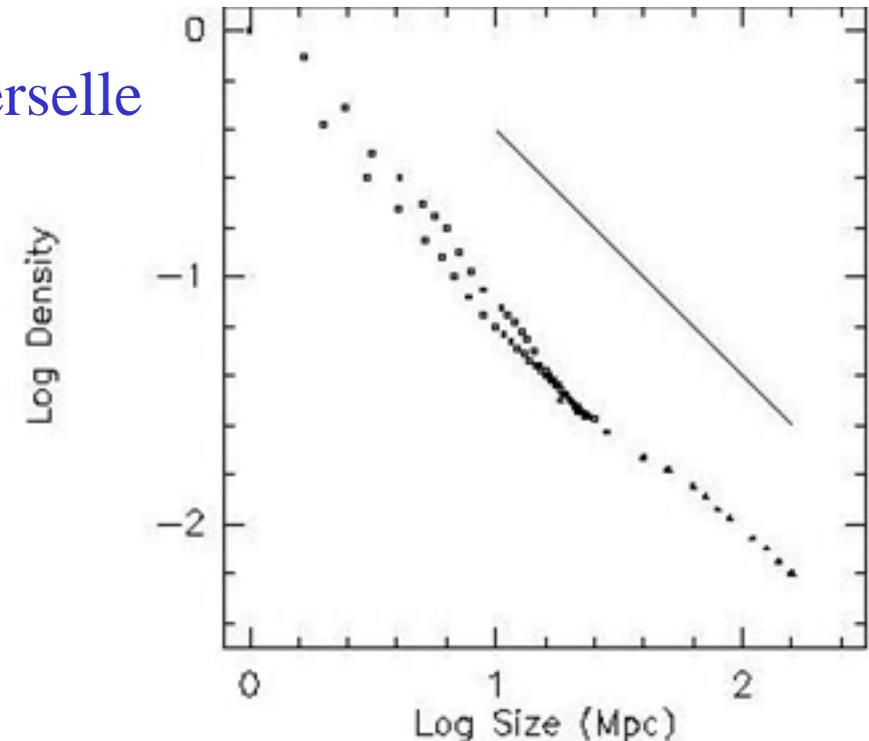
→ s'applique à l'Univers

Densité autour d'un point occupé

$$\Gamma(r) \propto r^{-\gamma}$$

Pente $\gamma = -1$, correspondant à $D = 2$

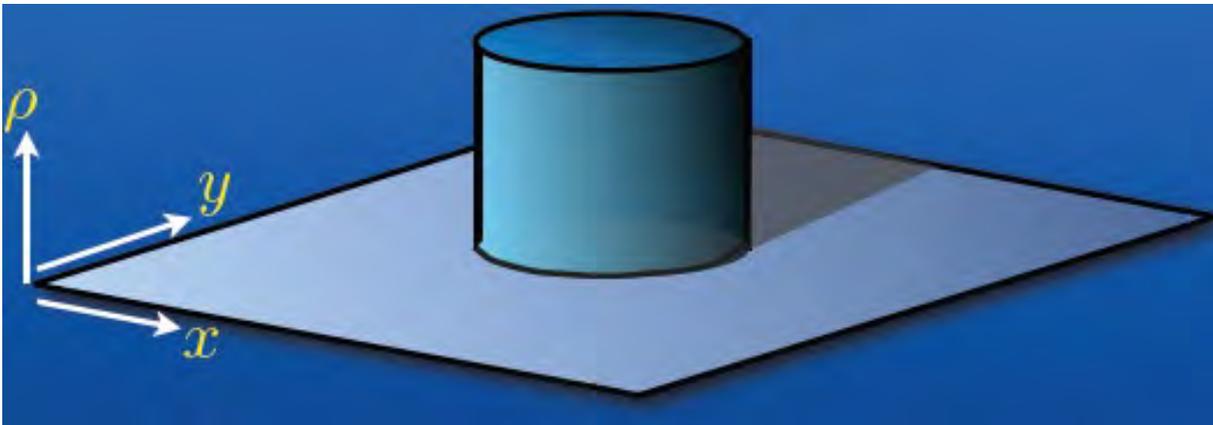
$$M(r) \sim r^2$$



Régime non-linéaire

Le développement des fluctuations est facile à suivre dans le régime linéaire $\delta \ll 1$ δ croît comme $a(t)$

Ensuite, en régime non-linéaire $\delta > 1$, uniquement des simulations numériques peuvent suivre le couplage entre les modes
La gaussianité est alors brisée



On peut toutefois avoir une idée de l'évolution en supposant une perturbation **en chapeau**
« **Top-hat** »
→ Symétrie sphérique



Effondrement du « Chapeau »

Epoque dominée par la matière, après l'équivalence

$$\delta \sim a(t) \sim t^{2/3} \quad \langle \rho \rangle \sim 1/t^2$$

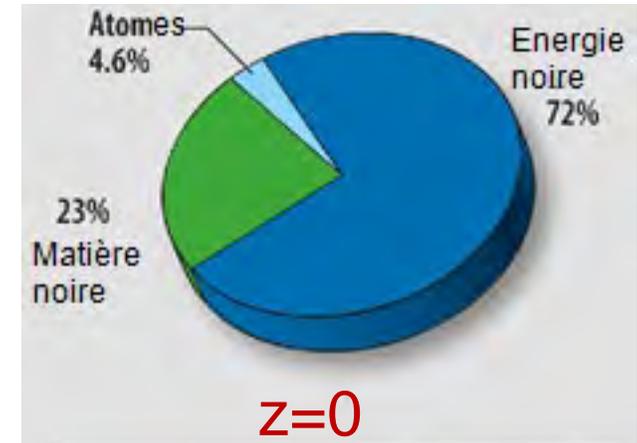
A cette époque, pas d'énergie noire

Supposons uniquement CDM, sans collision

$$d^2r/dt^2 = - GM(r)/r^2$$

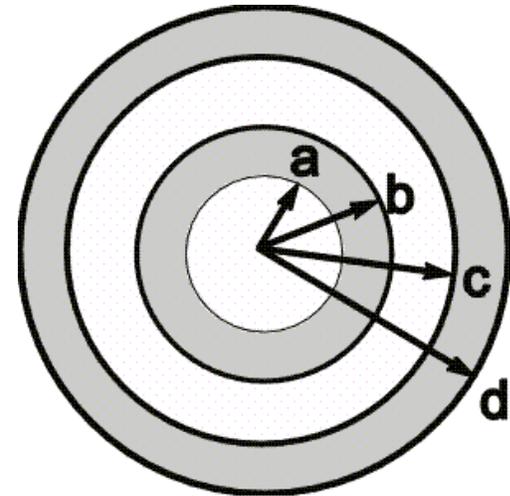
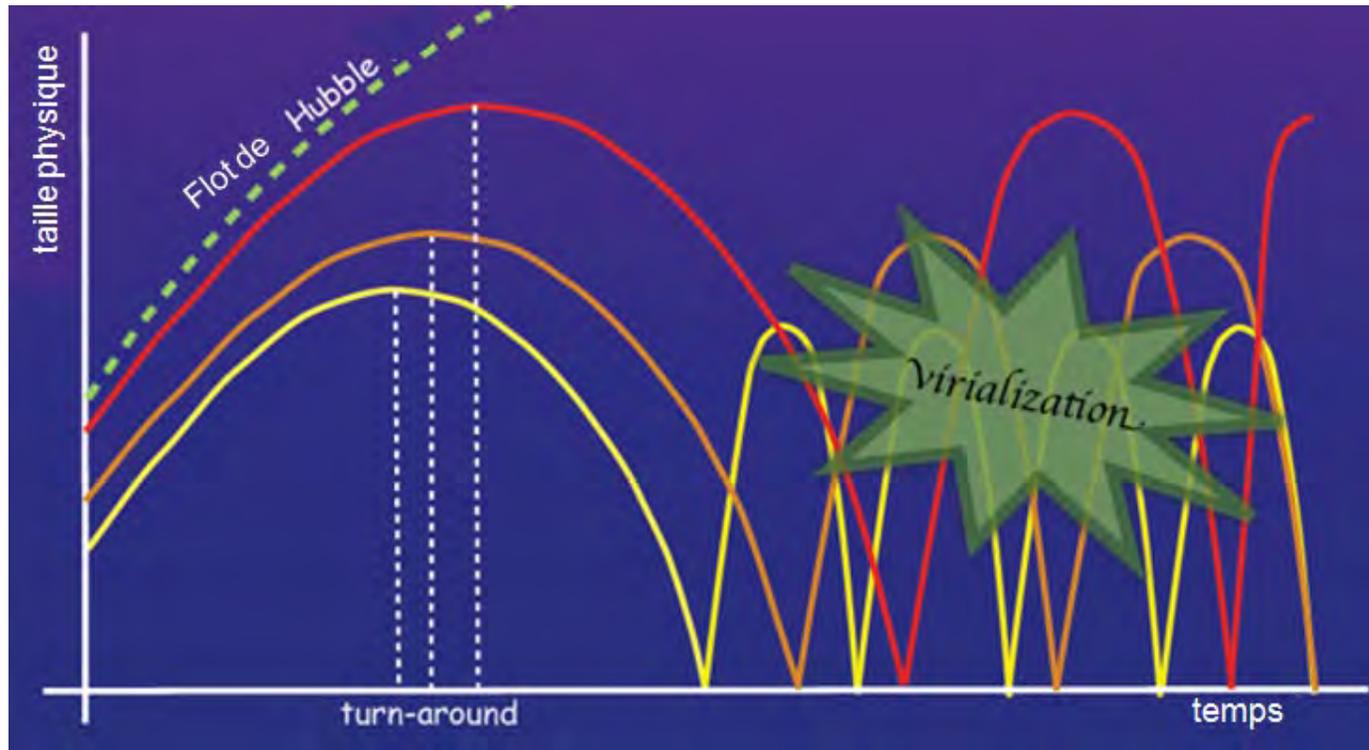
$$M(r) = 4/3 \pi r^3 \langle \rho \rangle (1+\delta)$$

Solution de l'effondrement sphérique des diverses coquilles



Point de retournement, virialisation

La coquille commence par continuer son expansion, jusqu'à un point maximum t_{\max} , ou le mouvement se retourne
→ Point de virialisation: $2 t_{\max}$

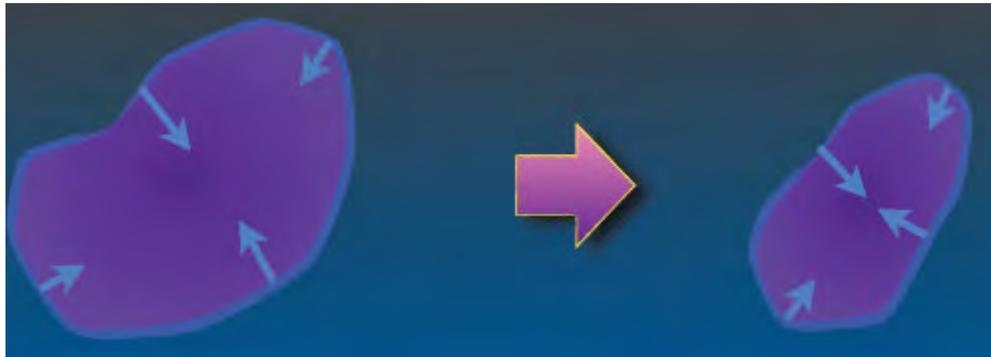


Approximation de Zeldovich

Pour aller un plus loin dans le régime non-linéaire,

On peut suivre les particules, prolonger leur trajectoire selon leur vitesse

$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}_0(t) + \mathbf{b}(t) \mathbf{f}(\mathbf{x})$ Vecteur $\mathbf{f}(\mathbf{x}) \rightarrow$ direction de la vitesse



Traitement exact à 1D,
 $\rho/\rho_0 = r_0^3/r^3 = a(t)^{-3} V_0/V$
 V volume comobile

L'effondrement gravitationnel se précipite: Une inhomogénéité initiale va s'effondrer plus vite, la densité augmente, et le temps d'effondrement en $\rho^{-1/2}$ s'accélère



Trajectoire des excursions

Pour les grandes structures, quasi-linéaires, peut-on extrapoler le spectre de masse?

Formule de Press-Schechter: gravité indépendante d'échelle

Arbres de fusion

Champ de fluctuations gaussiennes

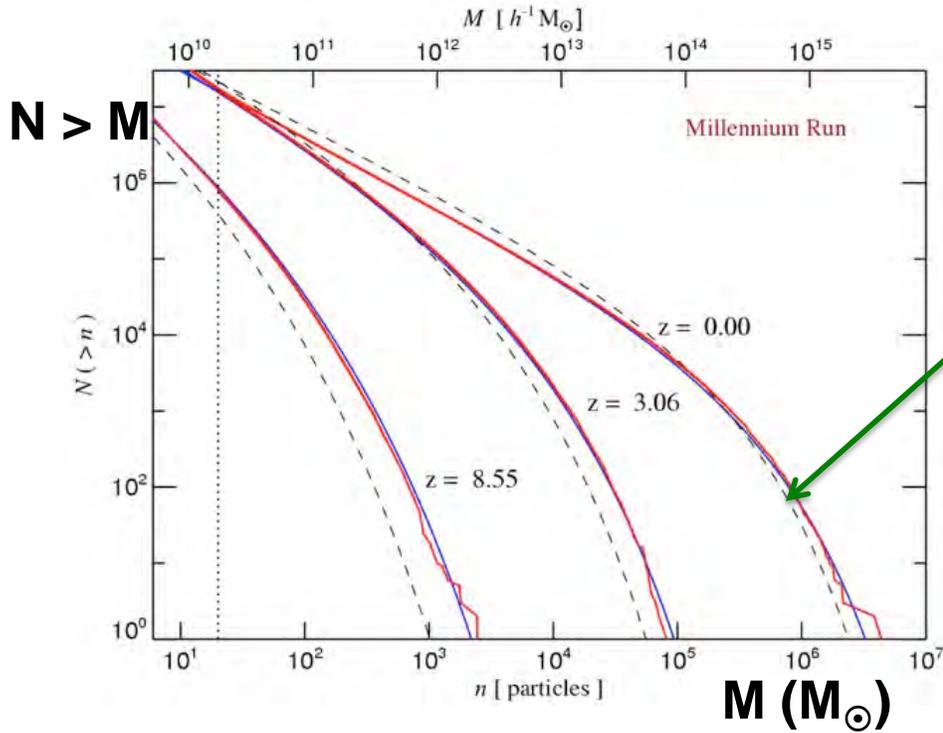
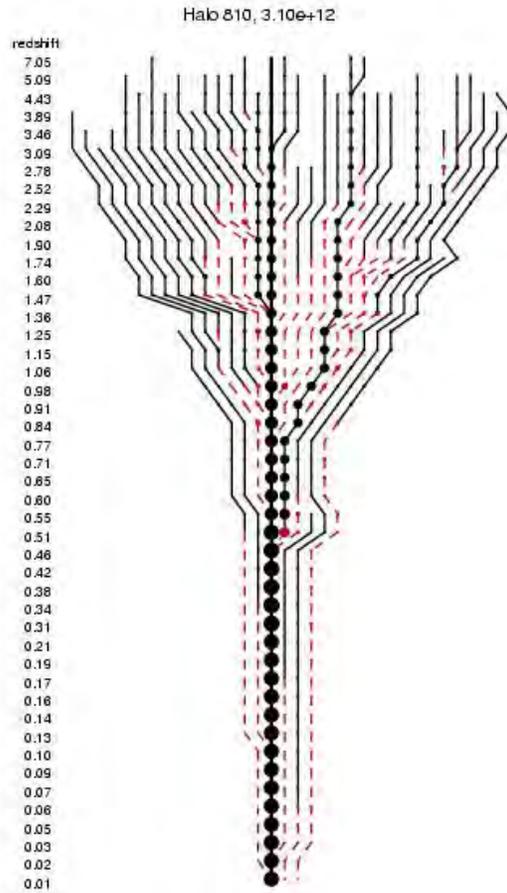
$$\mathcal{P}(\delta_M) d\delta_M = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_M} \exp\left[-\frac{\delta_M^2}{2\sigma_M^2}\right] d\delta_M$$



Les fluctuations $\delta(x)$
Croissent linéairement
 $\delta(x,t) = R(t) \delta_0(x)$

Celles qui dépassent le
Seuil critique $\delta_c = 1.686$
S'effondrent en halo

Approche semi-analytique



EPS: Press-Schechter
étendu

Pour un champ de fluctuations aléatoires gaussien,
Formule de Press-Schechter

$$\mathcal{P}(\delta_M > \delta_c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_M} \int_{\delta_c}^{\infty} \exp\left[-\frac{\delta_M^2}{2\sigma_M^2}\right] d\delta_M = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left[\frac{\delta_c}{2\sigma_M}\right]$$

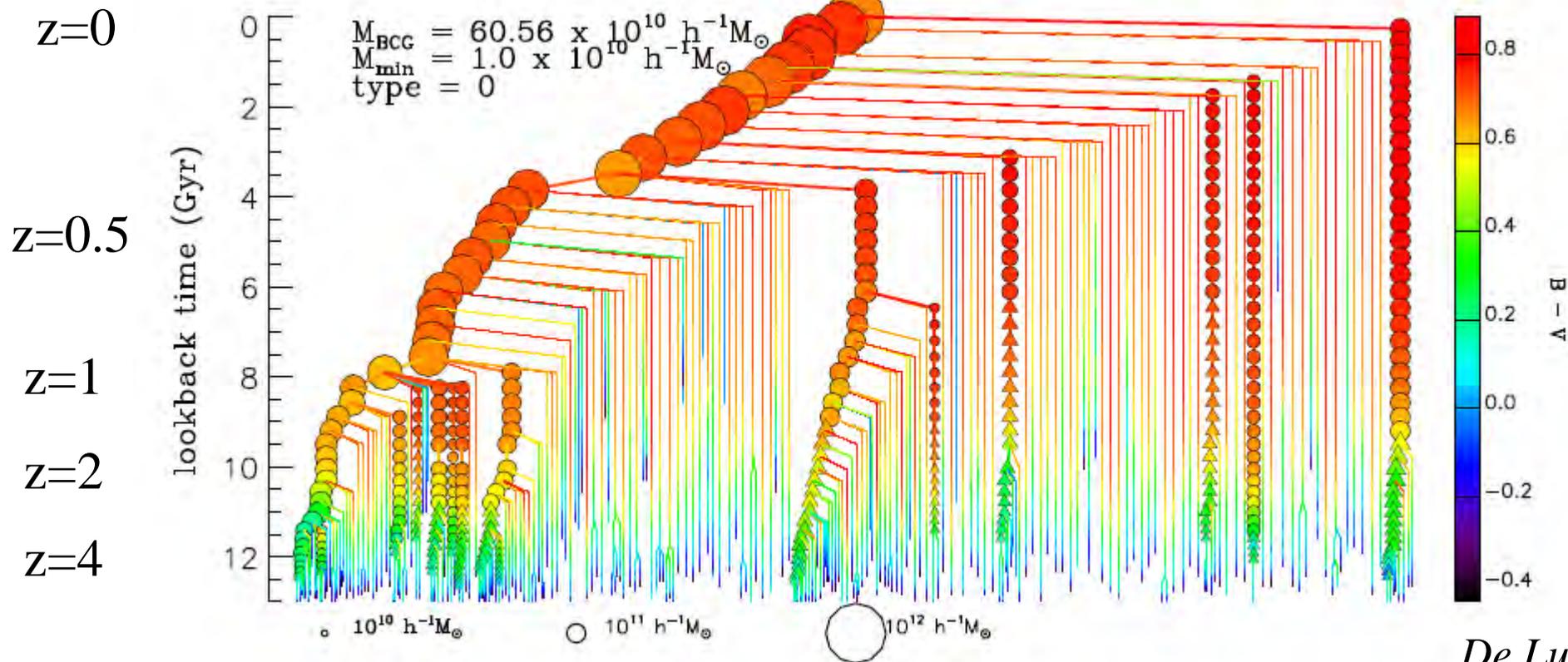
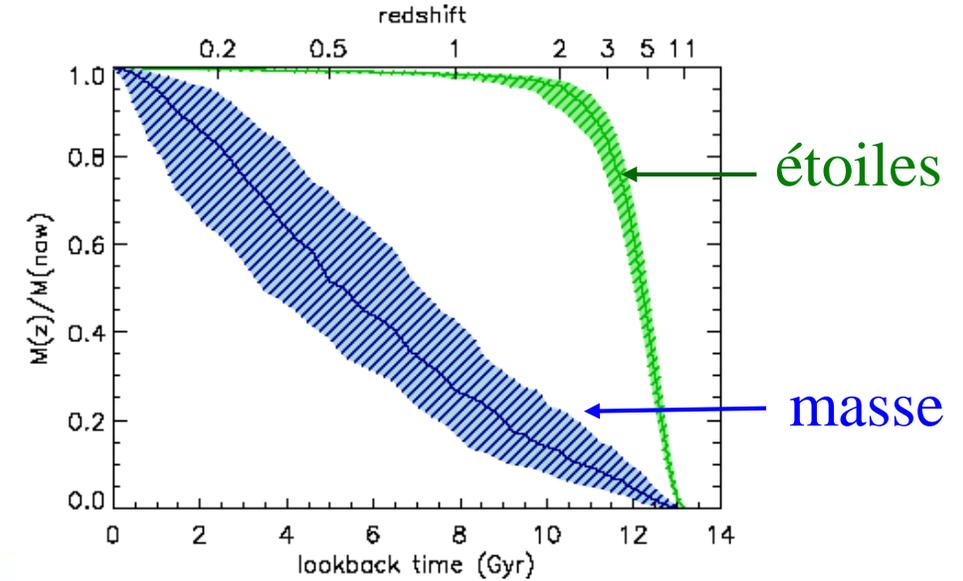
Formation hiérarchique

Pour les plus massives des galaxies (BCG)

50% des étoiles formées à $z=5$;

A partir de $z=1$, fusions seules

Assemblage de la masse $z=0.5$



Résumé

1- Modèle cosmologique

Expansion de l'Univers, CMB

Energie noire ou constante cosmologique

Nécessité de matière noire

2- Inflation et fluctuations primordiales

Problème de l'horizon et de la platitude

Les différents modèles d'inflation

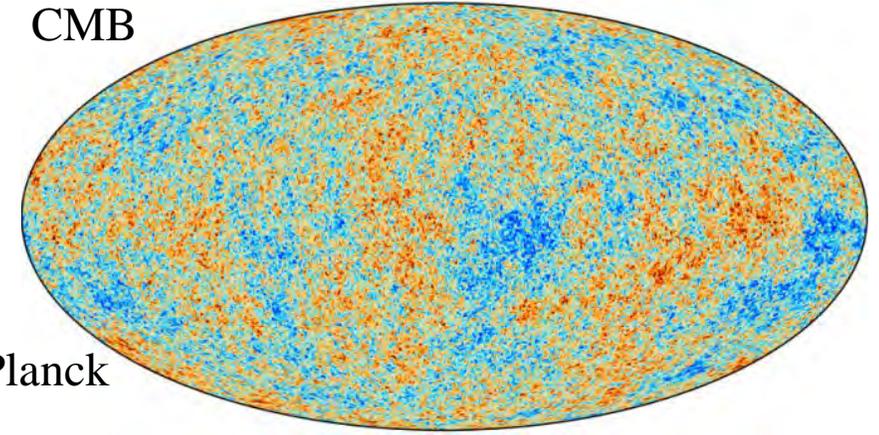
3- Instabilité gravitationnelle – Virialisation

Régime linéaire – Approximation de Zeldovich

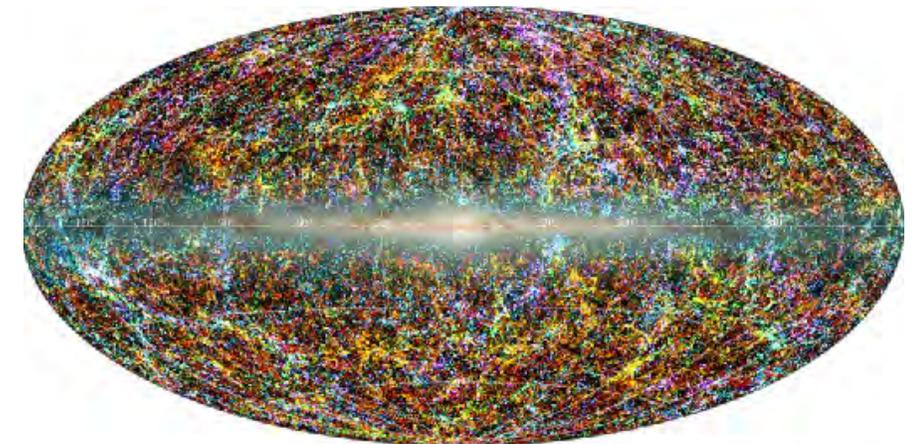
Formation hiérarchique



CMB



Planck



2MASS