



DÉVELOPPEMENT DES RÉSEAUX CÉRÉBRAUX ASSOCIÉS AUX MATHÉMATIQUES

Marie Amalric

Collège de France – 27 janvier 2023

Introduction – Des intuitions proto-mathématiques aux mathématiques avancées



SQUARE

CIRCLE



TRIANGLE



STAR



HEXAGON



OCTAGON



DIAMOND



RECTANGLE



TRAPEZOID



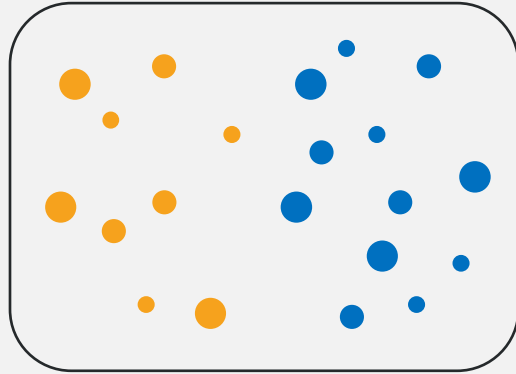
PENTAGON



OVAL



PARALLELOGRAM

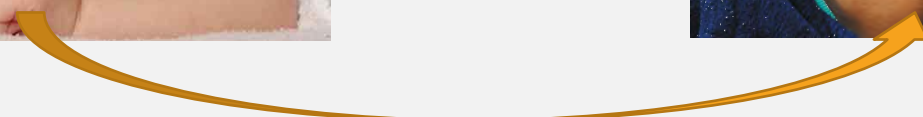
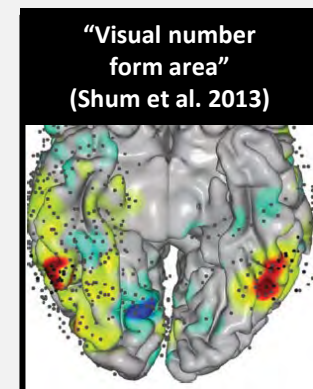
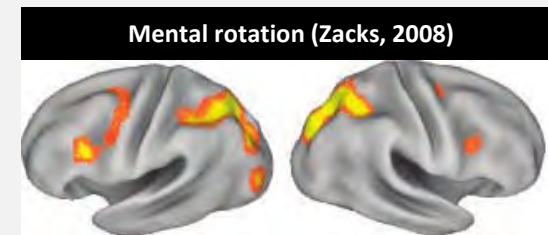
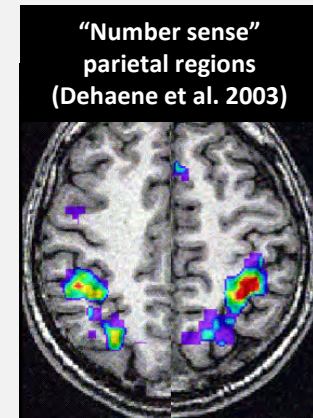
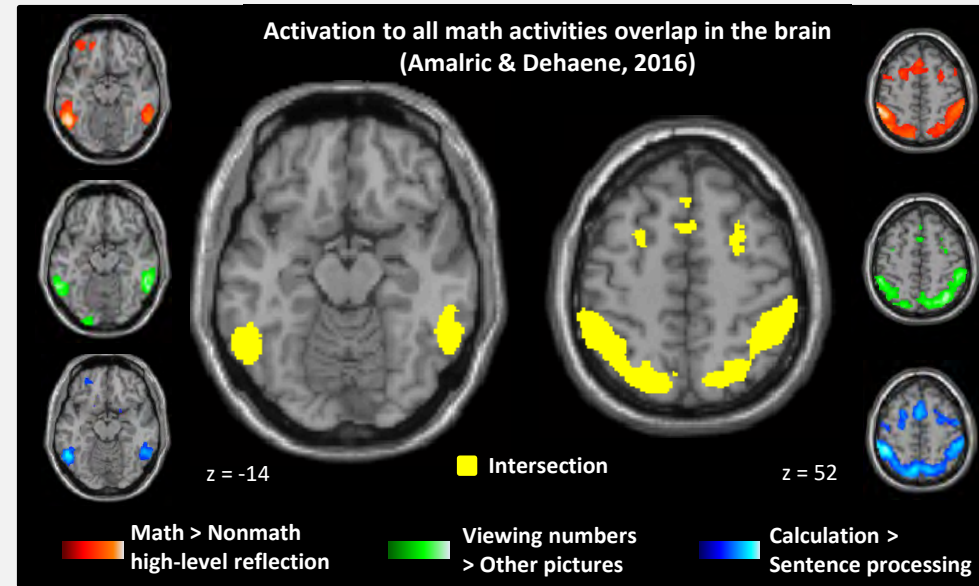
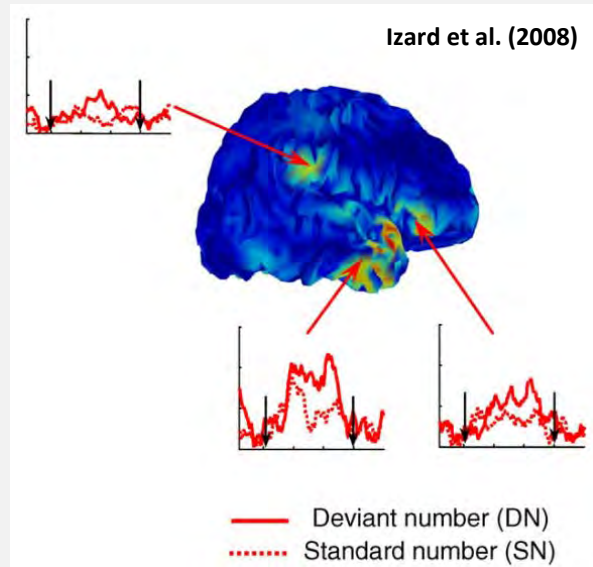


$x^4 + x^2 + y^3 + z^3 + xyz - 6 = 0$
 $\text{grad} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right)$
 $\text{tg} x \cdot \text{cotg} x = 1$
 $2x^2yy' + y^2 = 2$
 $x_i = -11p_1, x_2 = -p_1, x_3 = 7p_1, p_i \in \mathbb{R}$
 $Y_{in} = Y + b \cdot k_2$
 $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
 $\text{tg} \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$
 $F_2 = 2x \cdot yz - 1 = 1$
 $X_1 = \begin{pmatrix} 2p \\ -p \\ 0 \end{pmatrix}$
 $(1+e^x)y' = e^x$
 $y(1) = 1$
 $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
 $A+B+C=8$
 $-3A-7B+2C=10,3$
 $-18A+6B-3C=15$
 $\frac{\partial}{\partial x} = 2; \frac{\partial}{\partial y} = 0$
 $\vec{n} = (F_x; F_y; F_z)$
 $c^2 + b^2 = c^2$
 $\lambda_2 = 1\sqrt{14}$
 $\int R(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$
 $\frac{2x}{x^2+2y^2} = 2$
 $z = \frac{1}{x} \text{ or } \cos \ln \frac{\sqrt{2}}{L}$
 $\eta_1 = \lambda^2 - 3\lambda + 1 + 0$
 $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $y' - \frac{y}{x+2} = 0; y(0) = 1$
 $\cos p = (1,0) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$
 $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$
 $b^2 = c \cdot c_b$
 $a^2 = c \cdot c_a$



Introduction – Des intuitions proto-mathématiques aux mathématiques avancées

Réponses cérébrales aux mathématiques



Nouvel axe de recherche:

tester l'évolution de l'activation cérébrale en cours d'apprentissage

Introduction d'un nouveau paradigme expérimental

Chez les enfants:

- I. Le cas de la commutativité: création de matériel pédagogique et évaluation de son efficacité au niveau comportemental
- II. Étude du niveau de maturité des activations cérébrales aux mathématiques

Chez les adultes:

- III. Test de l'efficacité de courtes vidéos pédagogiques à entraîner l'activation du réseau cérébral répondant aux mathématiques

Nouvel axe de recherche:

tester l'évolution de l'activation cérébrale en cours d'apprentissage

Introduction d'un nouveau paradigme expérimental

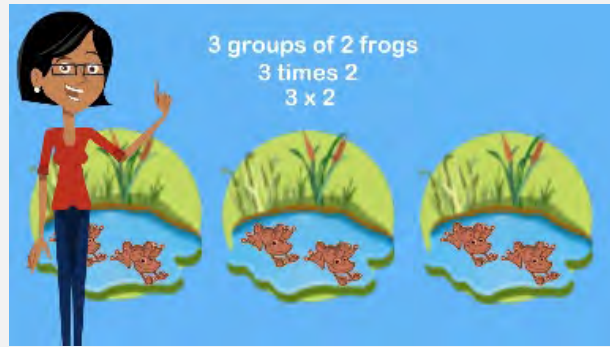
Chez les enfants:

- I. **Le cas de la commutativité: création de matériel pédagogique et évaluation de son efficacité au niveau comportemental**
- II. Étude du niveau de maturité des activations cérébrales aux mathématiques

Chez les adultes:

- III. Test de l'efficacité de courtes vidéos pédagogiques à entraîner l'activation du réseau cérébral répondant aux mathématiques

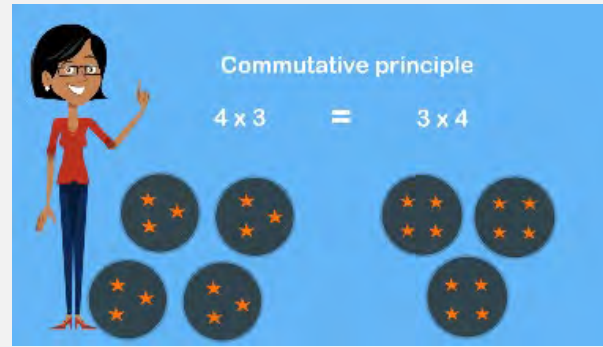
I. Le cas du principe de commutativité



3 groups of 2 frogs
3 times 2
 3×2

Rest
10 s

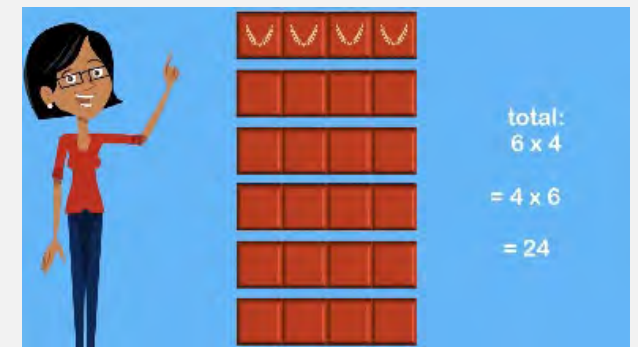
Sequence 1
76 s



Commutative principle
 $4 \times 3 = 3 \times 4$

Rest
10 s

Sequence 2
80 s

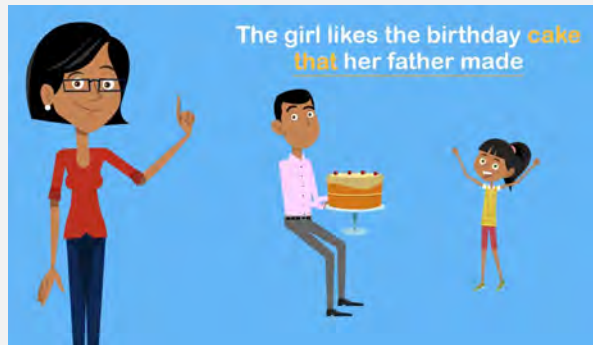


total:
 6×4
 $= 4 \times 6$
 $= 24$

Rest
10 s

Sequence 3
85 s

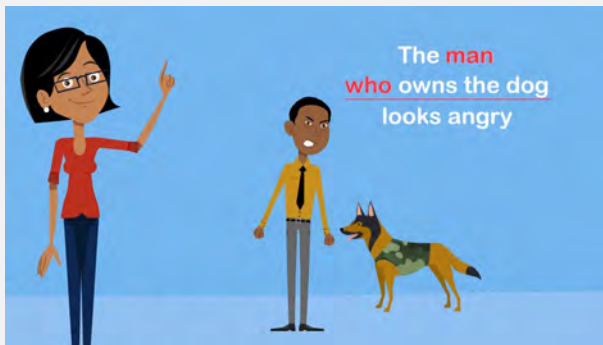
Rest
10 s



The girl likes the birthday **cake**
that her father made

Rest
10 s

Sequence 1
79 s



The **man**
who owns the dog
looks angry

Rest
10 s

Sequence 2
77 s



The Christmas tree which
has been decorated by
the children looks
beautiful

Rest
10 s

Sequence 3
85 s

Rest
10 s

I. Le cas du principe de commutativité


← → ↻ 3a32-2601-19b-a00-3cb-b42f-5b4d-dd80-ce87.ngrok.io/publix/2/103/start?srnd=2194 < ☆ ✱ □ ⋮

Good job! You're now ready to start.

Let's go over the rules one last time:

- The goal is to say if the results or the number of dots in both circles are the same or if one circle has more than the other.
- When the circles turn green, that's your cue to answer by clicking the corresponding button.
- Remember to answer fast, before you run out of time!
- Always give an answer, even if you're not sure.
- Go by feel and estimate!

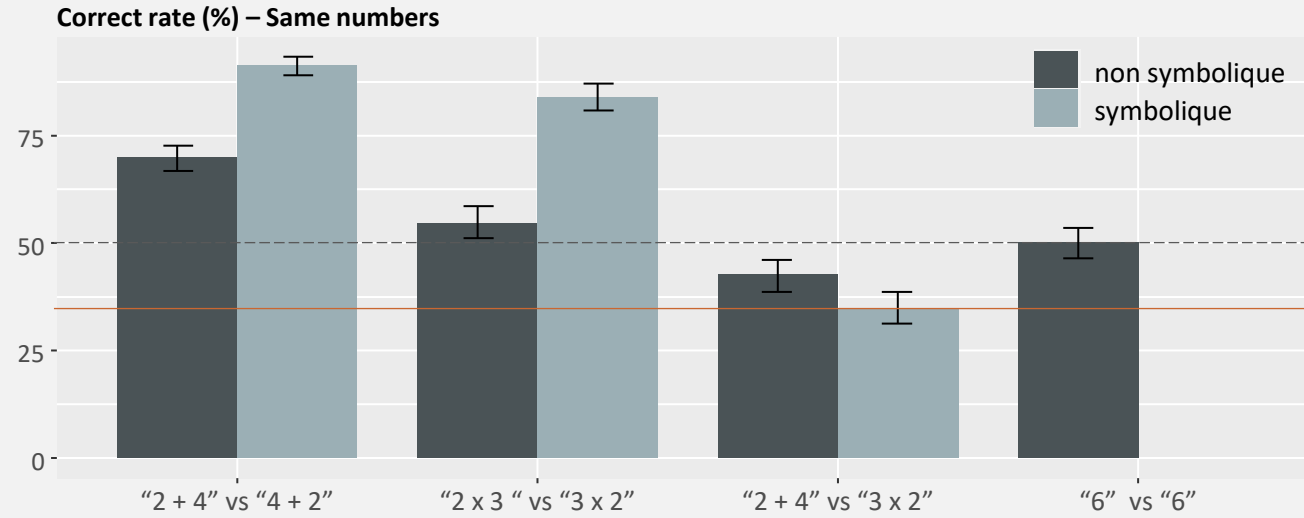
Press the logo to start the game.



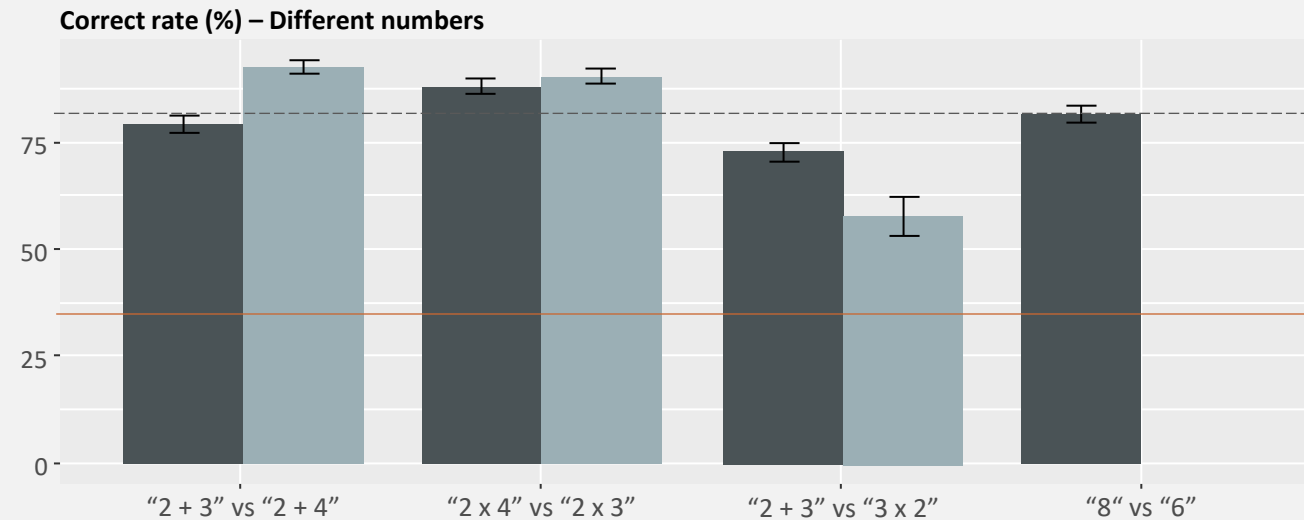
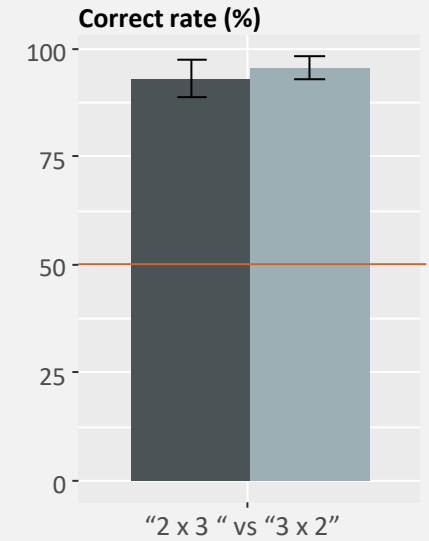
I. Le cas du principe de commutativité

Amalric, Piazza, Spelke, in prep

Que savent les écoliers de la commutativité?



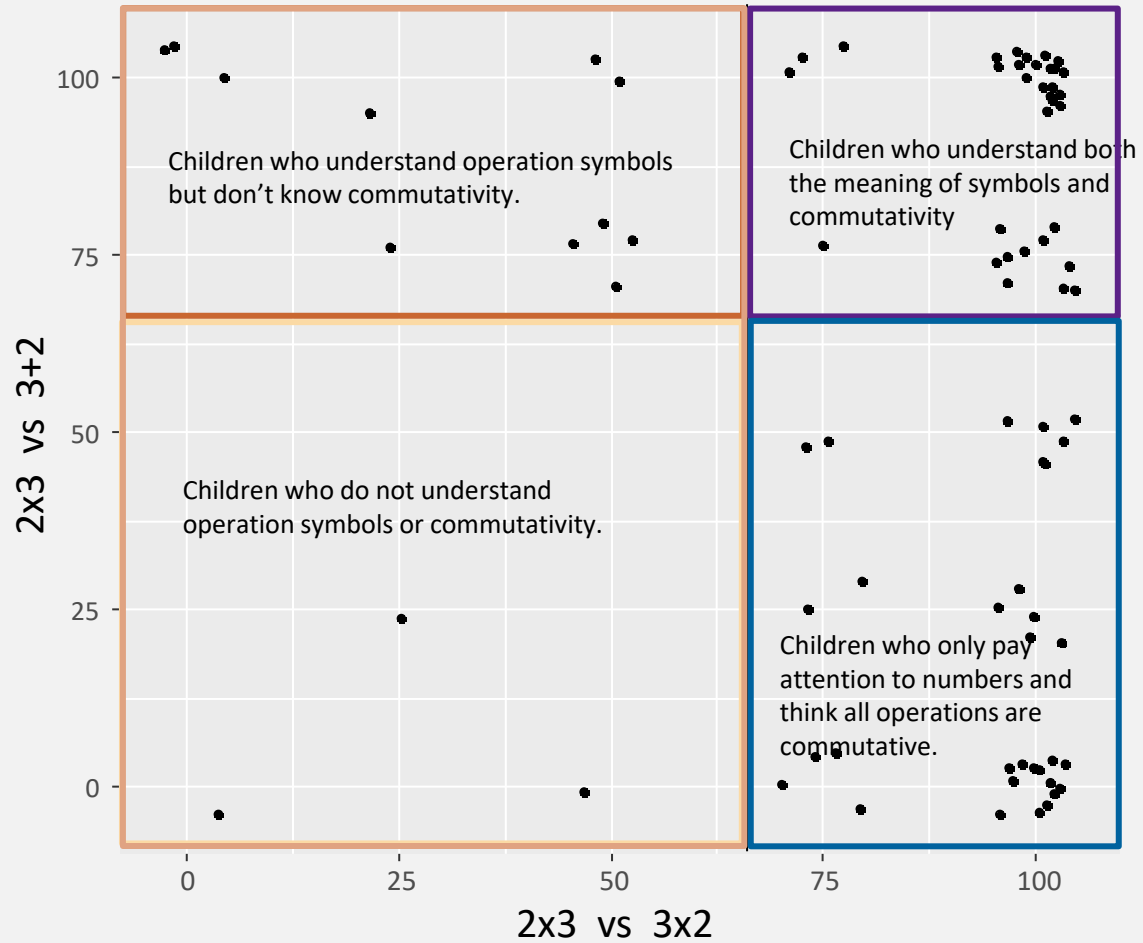
Résultats chez 15 adultes



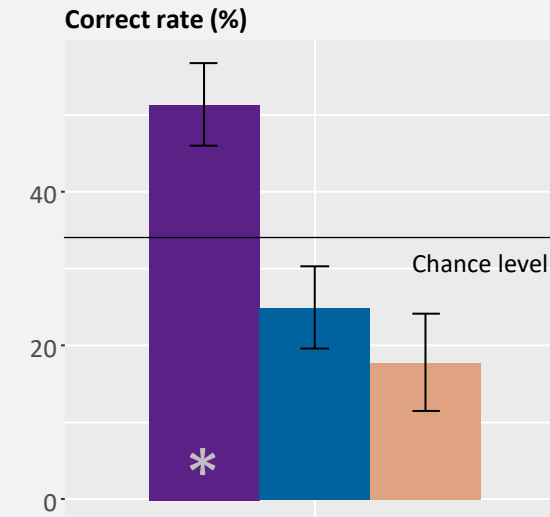
I. Le cas du principe de commutativité

Amalric, Piazza, Spelke, in prep

Différents niveaux de compréhension symbolique...



Essais qui témoignent de la compréhension symbolique: "2 + 4" vs "3 x 2"

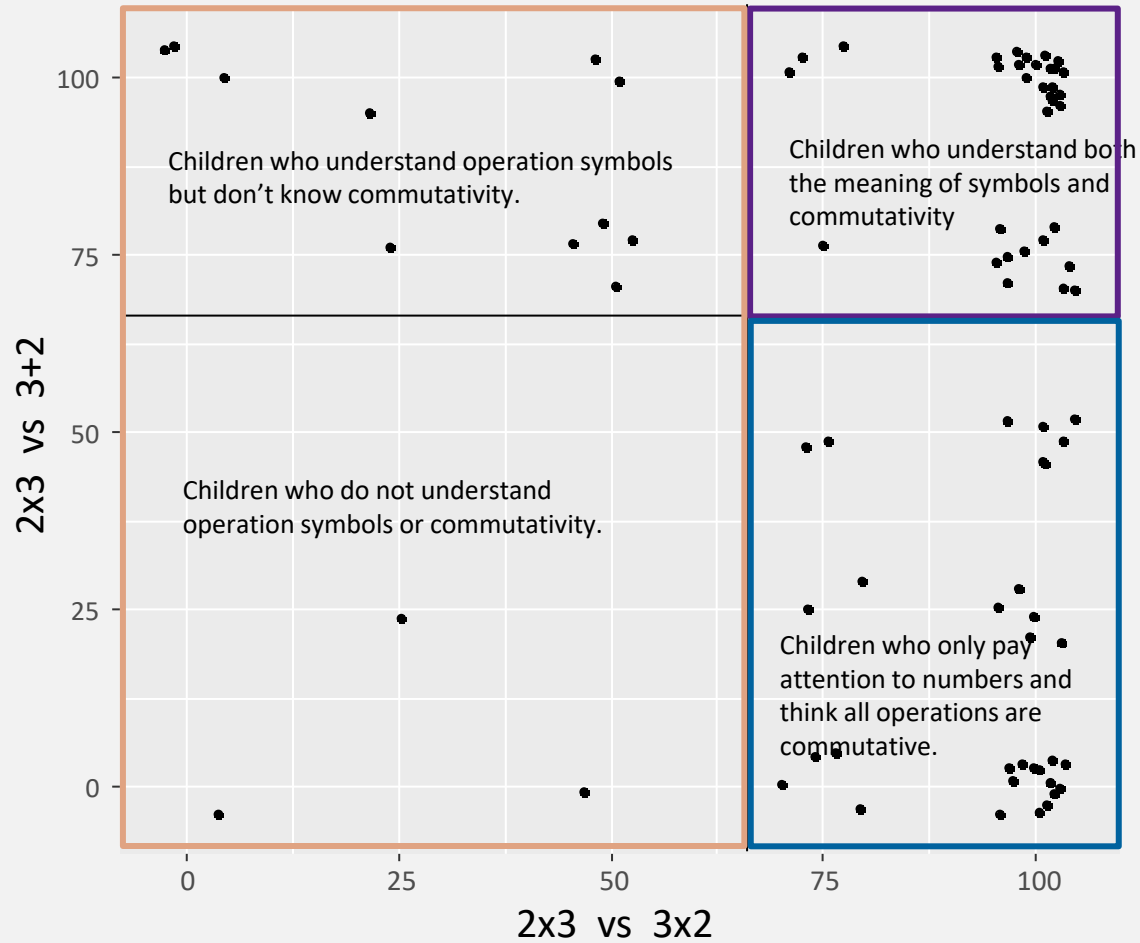


- 1: Children who understand both the meaning of symbols and commutativity – N = 33
- 2: Children who only pay attention to numbers and think all operations are commutative – N = 32
- 3+4: Children who do not understand commutativity – N = 14

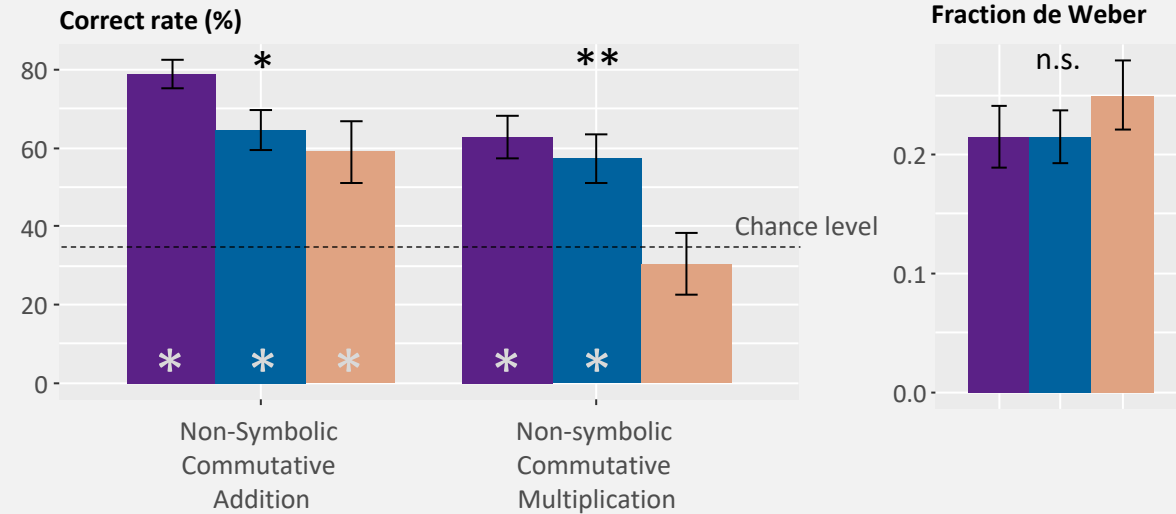
I. Le cas du principe de commutativité

Amalric, Piazza, Spelke, in prep

... qui influence la perception de commutativité au niveau non-symbolique



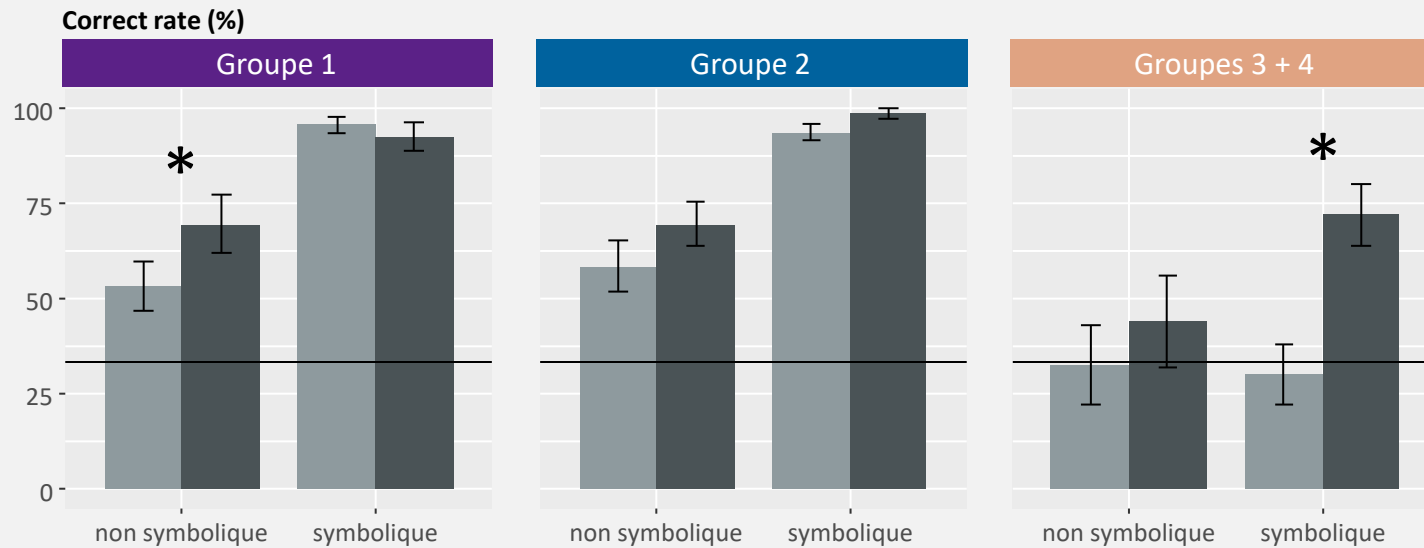
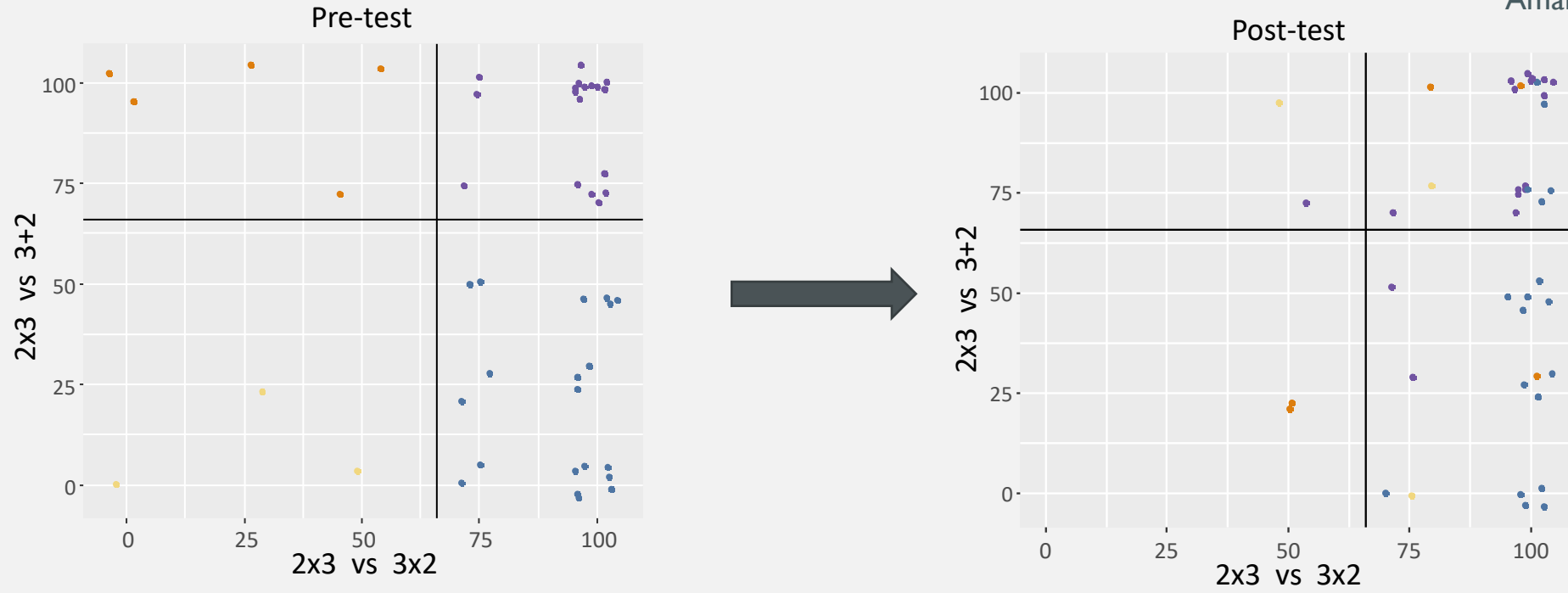
Performance de chaque groupe sur les paires commutatives non symboliques



- 1: Children who understand both the meaning of symbols and commutativity – N = 33
- 2: Children who only pay attention to numbers and think all operations are commutative – N = 32
- 3+4: Children who do not understand commutativity – N = 14

I. Le cas du principe de commutativité

Amalric, Piazza, Spelke, in prep



Évolution de la performance sur les essais impliquant la commutativité de la multiplication

Pre-test
Post-test

Nouvel axe de recherche:

tester l'évolution de l'activation cérébrale en cours d'apprentissage

Introduction d'un nouveau paradigme expérimental

Chez les enfants:

- I. Le cas de la commutativité: création de matériel pédagogique et évaluation de son efficacité au niveau comportemental
- II. Étude du niveau de maturité des activations cérébrales aux mathématiques**

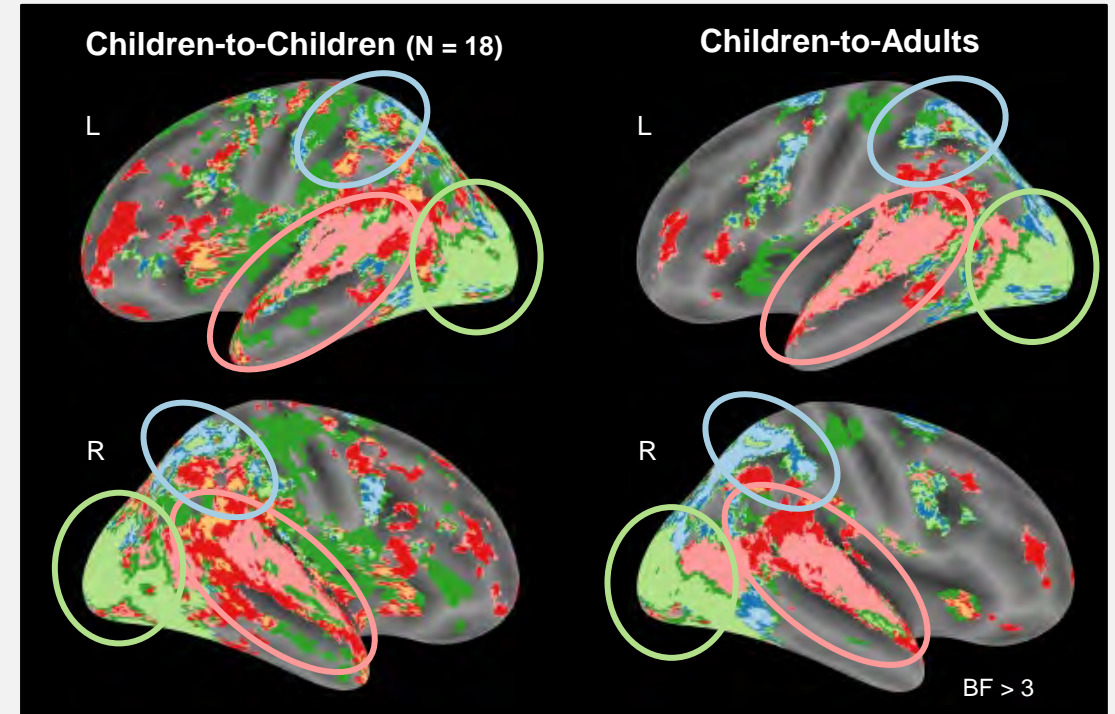
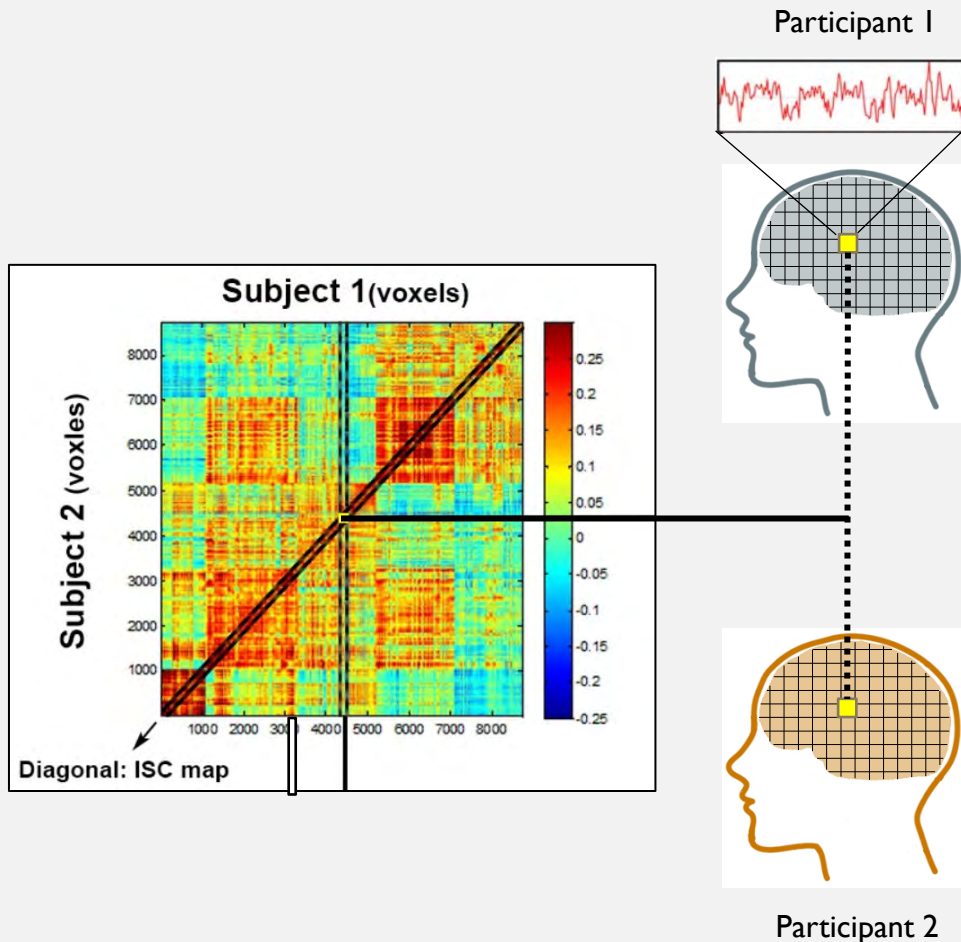
Chez les adultes:

- III. Test de l'efficacité de courtes vidéos pédagogiques à entraîner l'activation du réseau cérébral répondant aux mathématiques**

II. Et dans le cerveau?

Amalric & Cantlon, 2022, JoCN

Des activations communes entre une vidéo pédagogique et une tâche de comparaison numérique qui portent sur le principe de commutativité



Individual tasks

- Arithmetic video
- Laboratory math task
- Grammar video

Procedure commonalities

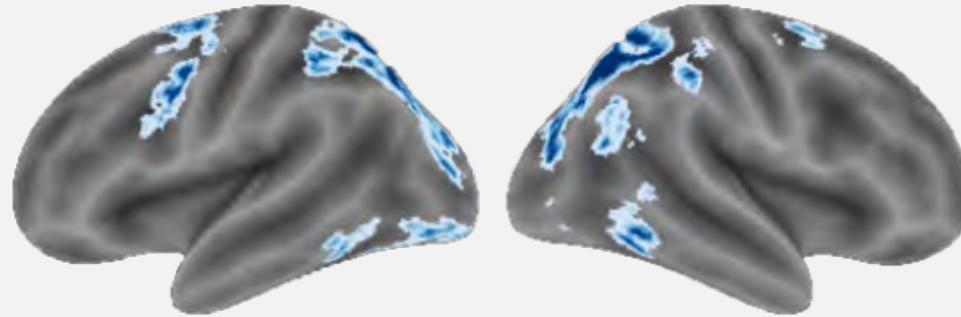
- Overlap between both videos
- General overlap

Math commonalities

- Overlap between both math tasks

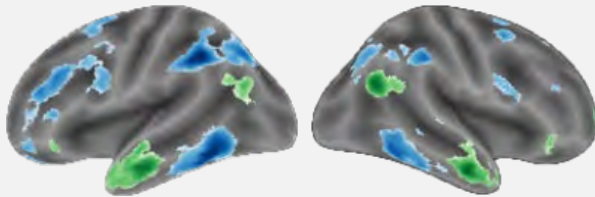
II. Et dans le cerveau?

**Chevauchement des activations
révélant la maturité fonctionnelle,
engendrées par les deux tâches mathématiques**



Expérience 1: réflexion mathématique avancée

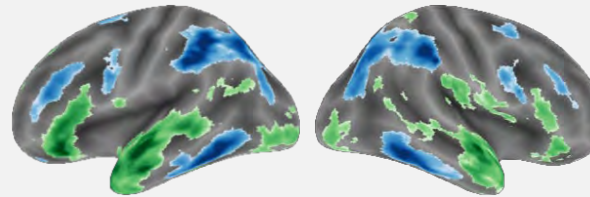
« Les espaces L_p sont séparables »
vs « Le métro parisien a été construit avant celui d'Istanbul »



Amalric & Dehaene (2016) PNAS

Expérience 2: faits simples, réponse immédiate

« $a + b$ facteur de $a - b$ est égal à $a^2 - b^2$ »
vs « Le rock est un style musical caractérisé par un tempo lent »

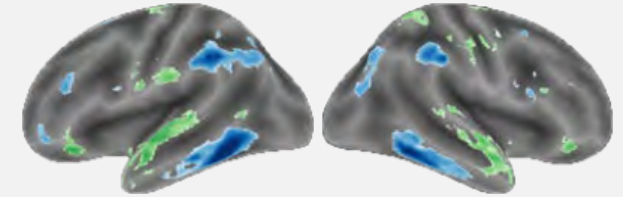


■ Math > control nonmath

■ Control nonmath > math

Expérience 3: déclaratives simples

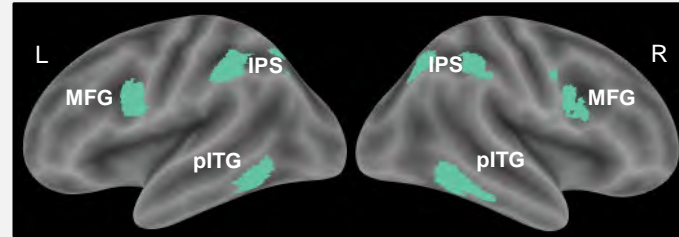
“La fonction sinus est périodique”
vs “Les bus londoniens sont rouges”



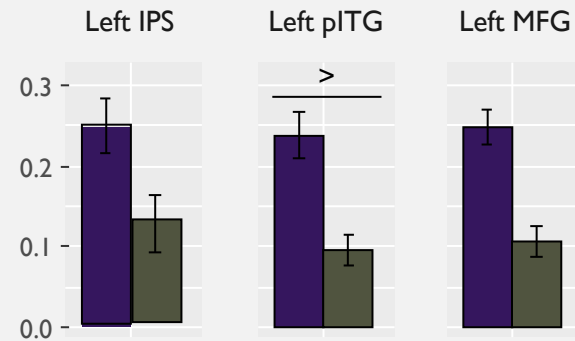
Amalric & Dehaene (2019) NeuroImage

Comparaison avec les adultes au sein du réseau des mathématiques

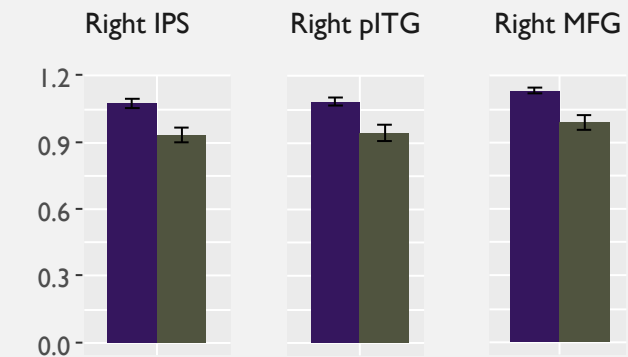
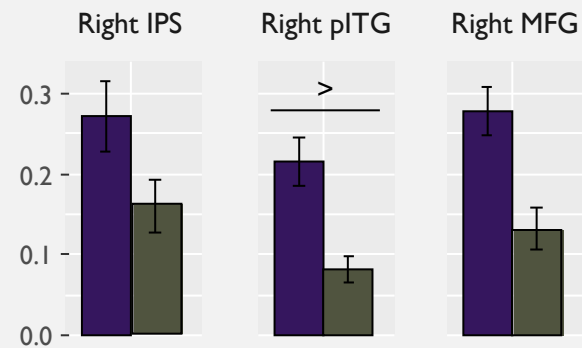
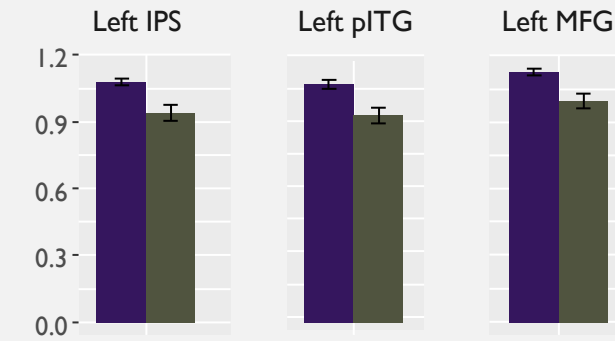
Math-related regions of interest (ROIs)



ISC (Z-value)



Mean SampEn

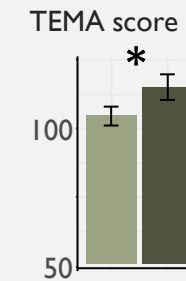
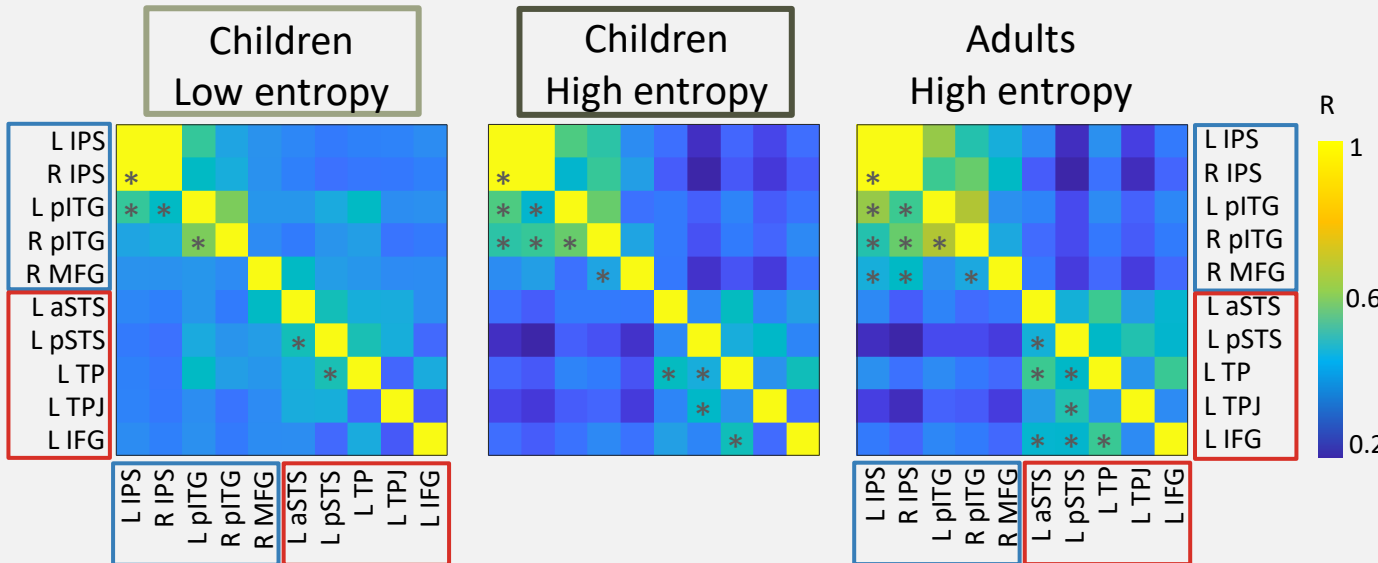
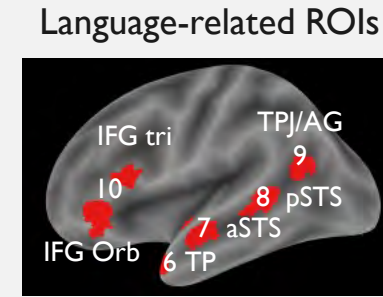
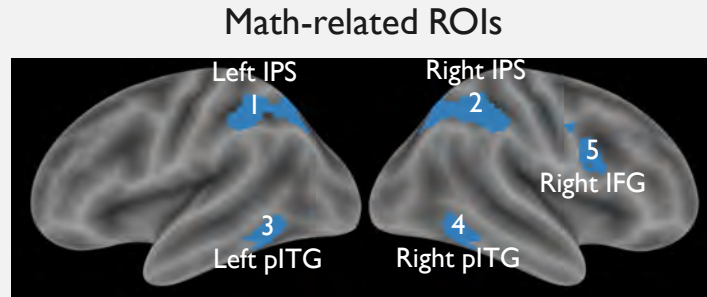


■ Adults
■ Children

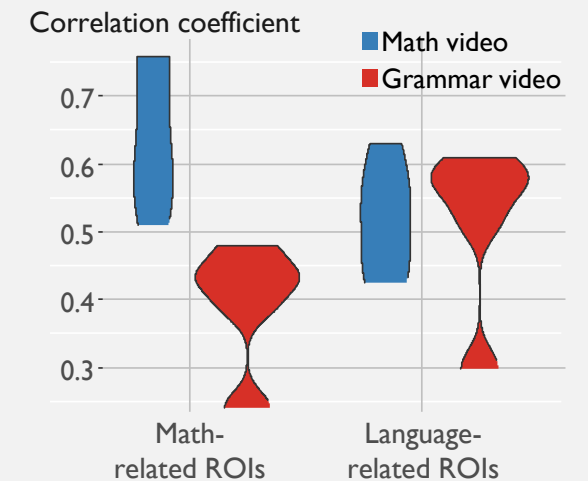
II. Et dans le cerveau?

Amalric & Cantlon, under review

Complexité de l'activité cérébrale et richesse du traitement sémantique



La corrélation entre entropie neuronale et maturité fonctionnelle dépend du contenu sémantique



Nouvel axe de recherche:

tester l'évolution de l'activation cérébrale en cours d'apprentissage

Introduction d'un nouveau paradigme expérimental

Chez les enfants:

- I. Le cas de la commutativité: création de matériel pédagogique et évaluation de son efficacité au niveau comportemental
- II. Étude du niveau de maturité des activations cérébrales aux mathématiques

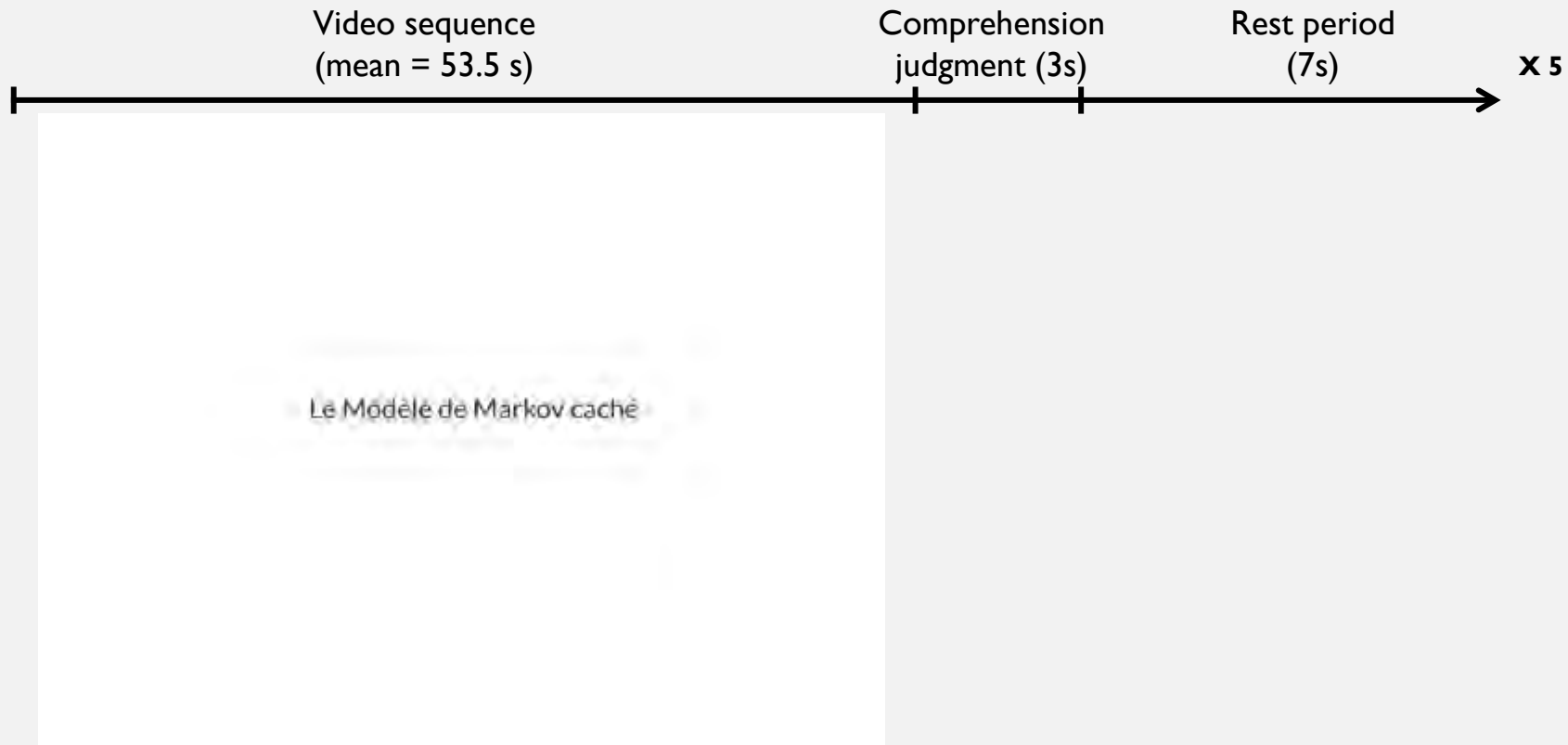
Chez les adultes:

- III. Test de l'efficacité de courtes vidéos pédagogiques à entraîner l'activation du réseau cérébral répondant aux mathématiques

III. Évaluer l'effet de courtes vidéos pédagogiques sur le réseau des maths

Amalric, Roveyaz & Dehaene, in press, PNAS

21 étudiants en licence de mathématiques

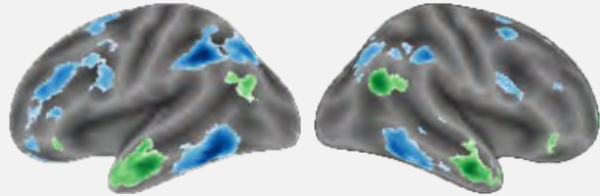


III. Évaluer l'effet de courtes vidéos pédagogiques sur le réseau des maths

Amalric, Roveyaz & Dehaene, in press, PNAS

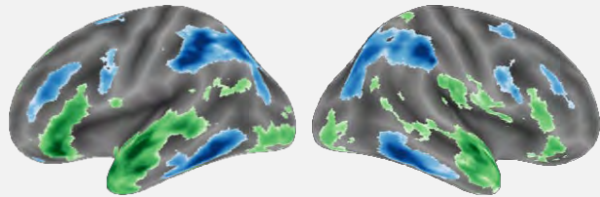
Expérience 1: réflexion mathématique avancée

« Les espaces L_p sont séparables »
vs « Le métro parisien a été construit avant celui d'Istanbul »



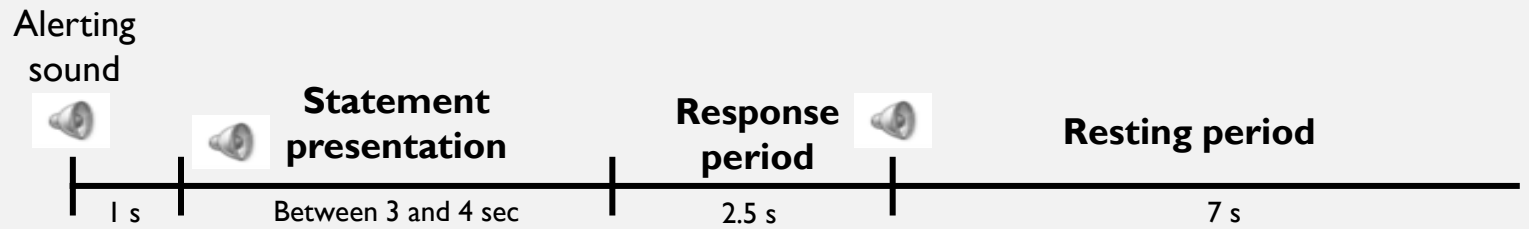
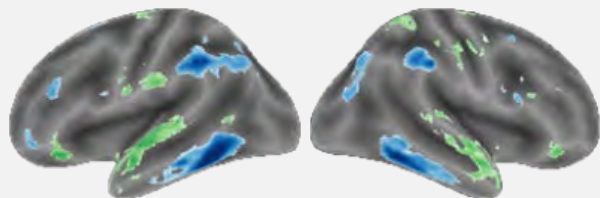
Expérience 2: faits simples, réponse immédiate

« $a + b$ facteur de $a - b$ est égal à $a^2 - b^2$ »
vs « Le rock est un style musical caractérisé par un tempo lent »



Expérience 3: simples déclaratives

“La fonction sinus est périodique”
vs “Les bus londoniens sont rouges”



Exemples	Math	Control
Connus	Toute suite réelle croissante majorée est convergente.	Un pamphlet est un texte écrit en alexandrins.
Enseignés	Le modèle de Markov cache est un processus gaussien.	La racine principale d'une plante dicotylédone est ramifiée.
Inconnus	L'ensemble triadique de Cantor est dénombrable.	La parélie est un phénomène d'optique atmosphérique.

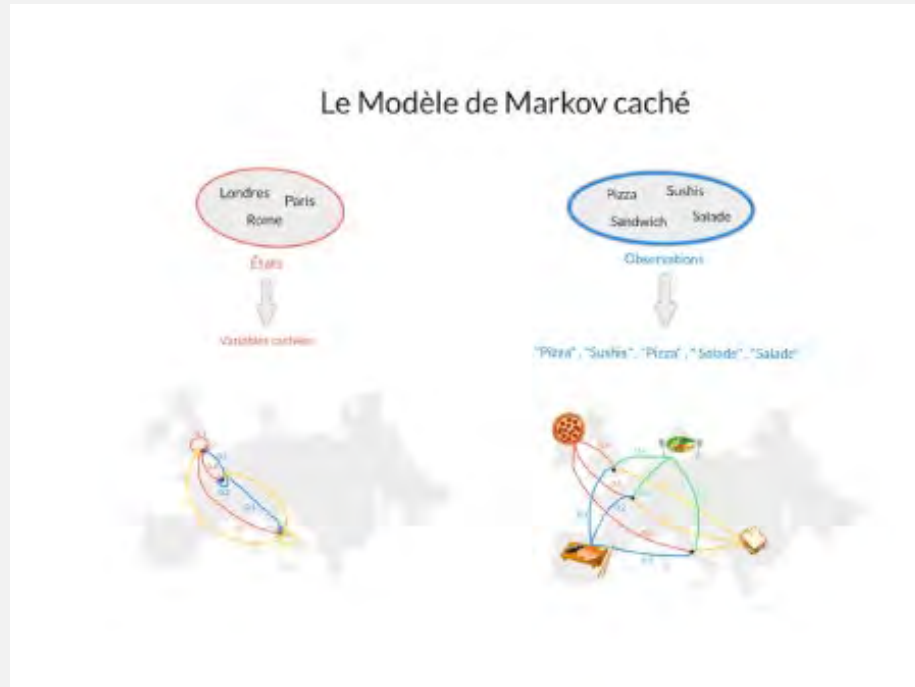
■ Math > control nonmath

■ Control nonmath > math

III. Évaluer l'effet de courtes vidéos pédagogiques sur le réseau des maths

Amalric, Roveyaz & Dehaene, in press, PNAS

21 étudiants en licence de mathématiques



Session x2:

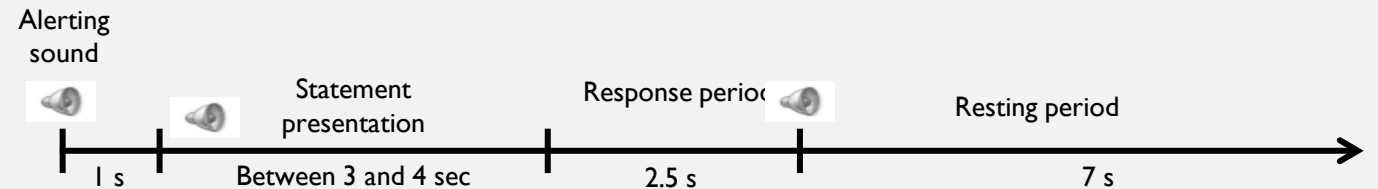
Pre-test: 40 Math and Control statements

Math video lesson: 5 video sequences

Control video lesson: 5 video sequences

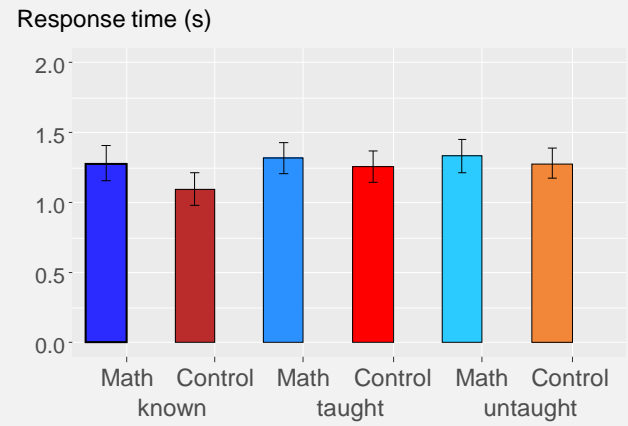
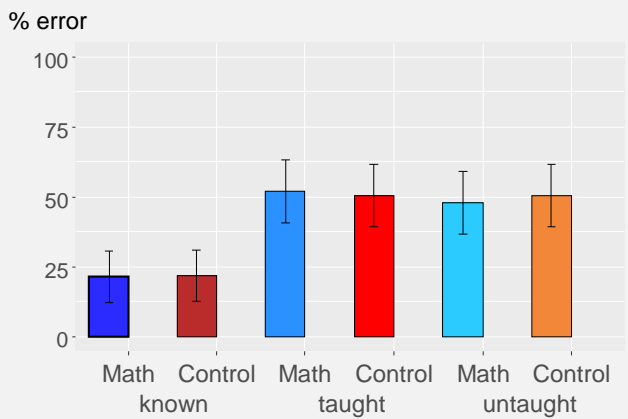
Post-test: 40 Math and Control statements

Pre- and Post-tests: Rapid truth-value judgments

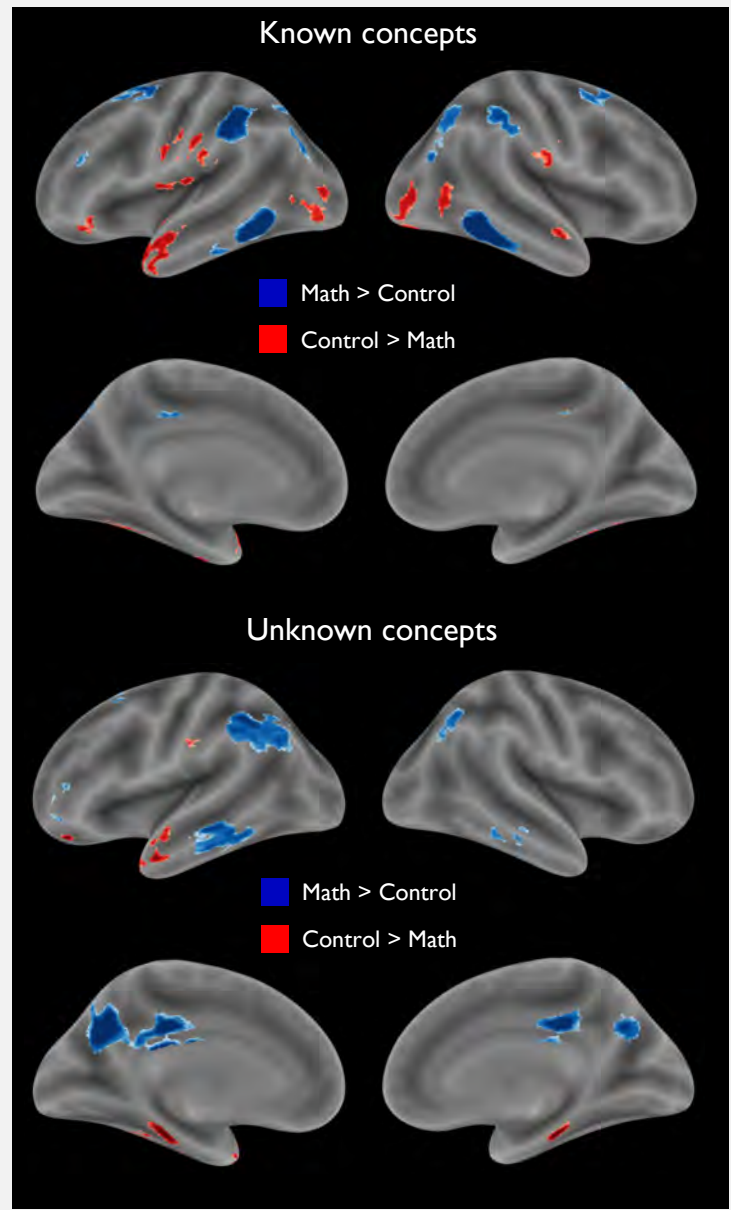


III. Évaluer l'effet de courtes vidéos pédagogiques sur le réseau des maths

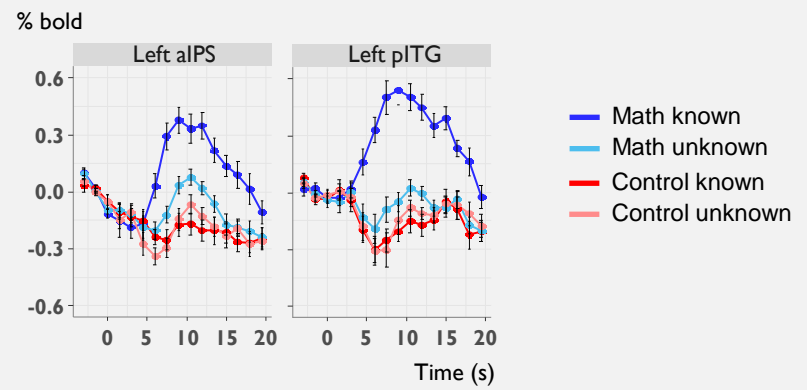
Le réseau cérébral activé par les connaissances mathématiques ne répond qu'aux concepts connus



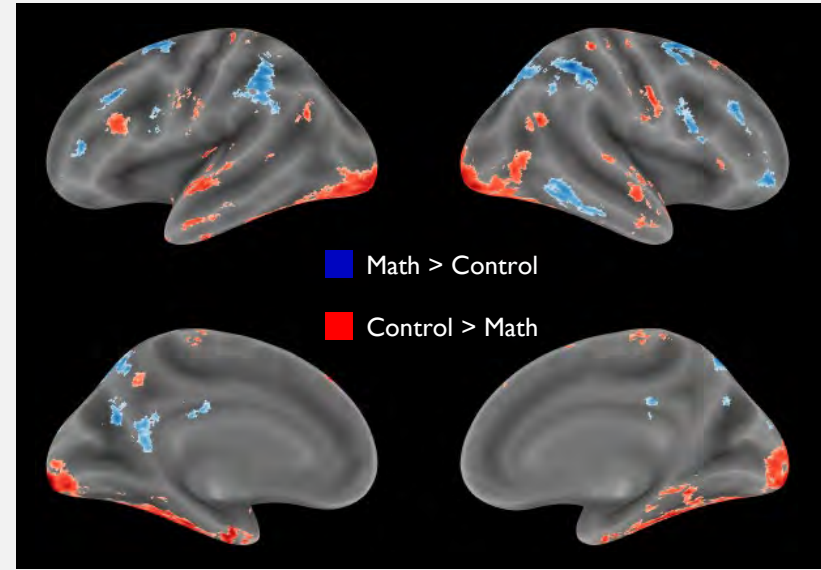
□ Pre-test



Amalric, Roveyaz & Dehaene, in press, PNAS



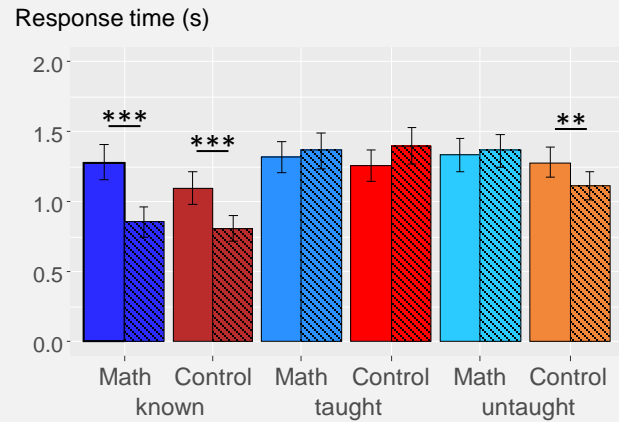
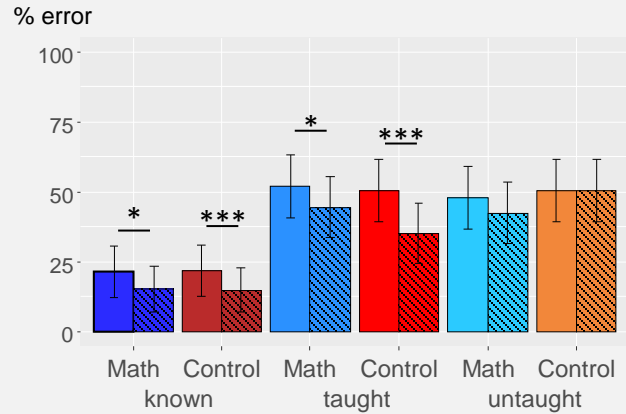
Et pendant le visionnage de la vidéo



III. Évaluer l'effet de courtes vidéos pédagogiques sur le réseau des maths

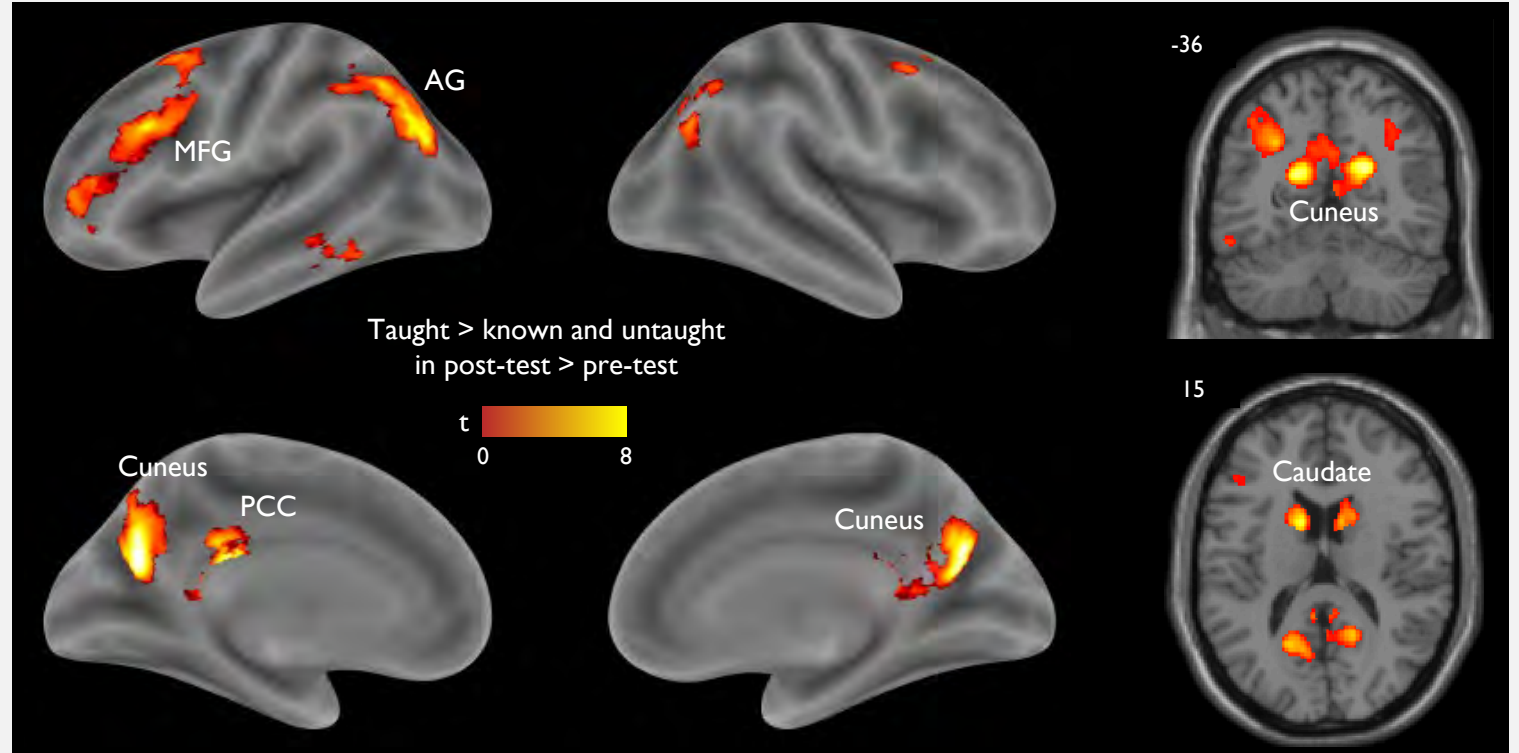
Amalric, Roveyaz & Dehaene, in press, PNAS

Une brève leçon vidéo n'est pas suffisante pour augmenter l'activité dans les circuits cérébraux sensibles aux mathématiques



□ Pre-test ▨ Post-test

* $p < 0.05$ ** $p < 0.01$ *** $p < 0.001$



Conclusions

Le principe de commutativité de la multiplication est difficile pour les écoliers aux compétences symboliques les plus faibles.

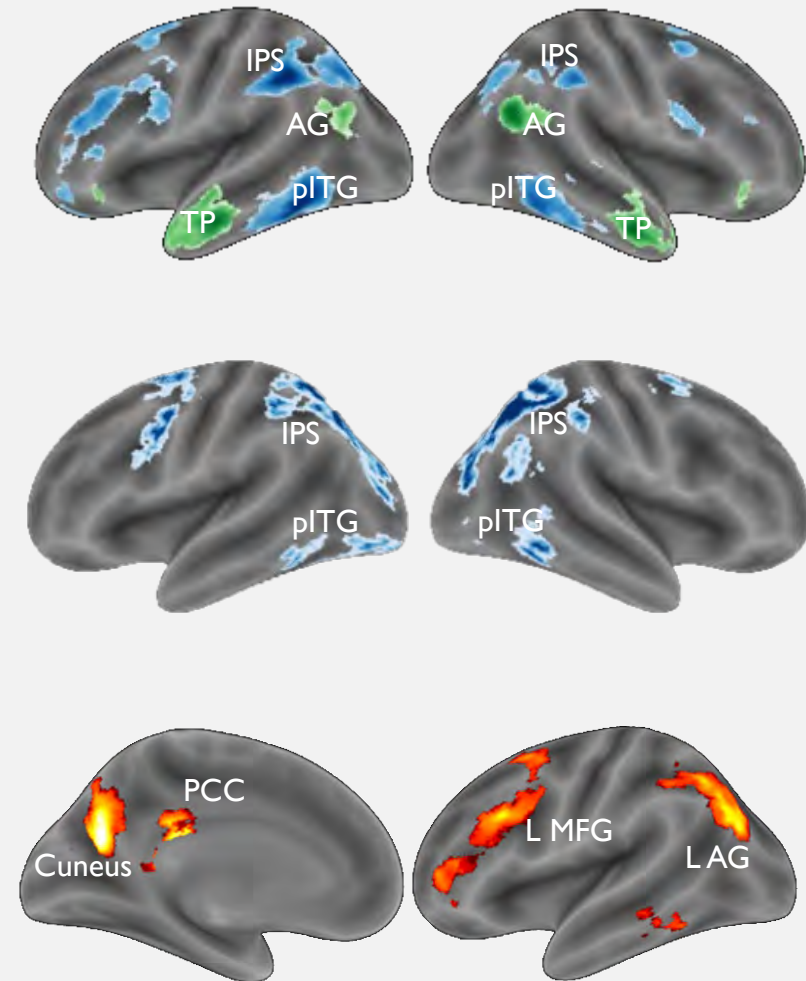
L'intervention vidéo créée est en partie efficace à améliorer leurs performances.

L'étude des activations cérébrales pendant le visionnage de vidéos donne de nouvelles informations sur la maturité neuronale des enfants.

L'augmentation de la quantité d'information échangée entre régions du réseau sensible aux maths semble être un facteur de développement.

Le nouveau paradigme expérimental introduit ici fournit un outil diagnostique de l'efficacité d'un matériel pédagogique au niveau cérébral.

De courtes vidéos similaires au contenu de sites tels que la Khan Academy ne sont pas suffisantes à augmenter l'activation du réseau cérébral répondant aux mathématiques.





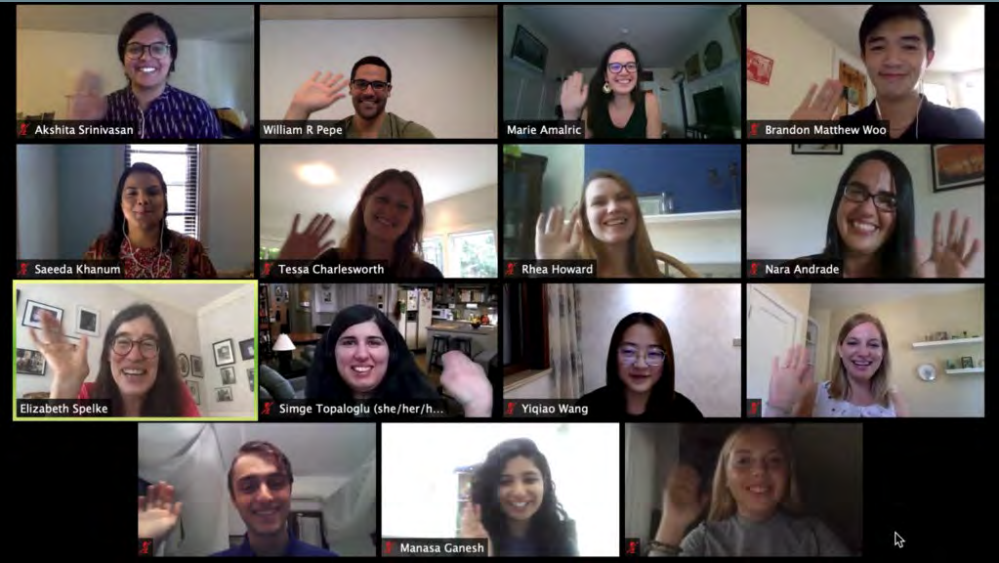
MERCI!



Jessica Cantlon



Spelke Lab



Stanislas Dehaene



CAOS Lab



Pauline Roveyaz



Elizabeth Spelke



Manuela Piazza

