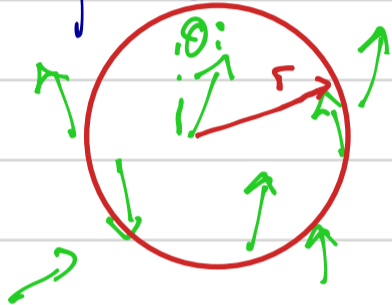


Introduction à la matière active

I. Modèle de Vicsek T. Vicsek et al. Phys. Rev. Lett. 75 1226 (1995)

Ce modèle introduit par Vicsek en 1995 est le premier modèle qui présente une transition de phase active. Il est en fait considéré comme le modèle d'Ising de la matière active. C'est un modèle très idéalisé pour des vols d'oiseaux à 2 dimensions.

Chaque oiseau i a une vitesse v_0 dans une direction \vec{m}_i avec un angle θ_i



Le temps est discrétisé et à chaque instant un oiseau réoriente sa vitesse parallèle à celle des voisins. Les voisins sont tous les oiseaux

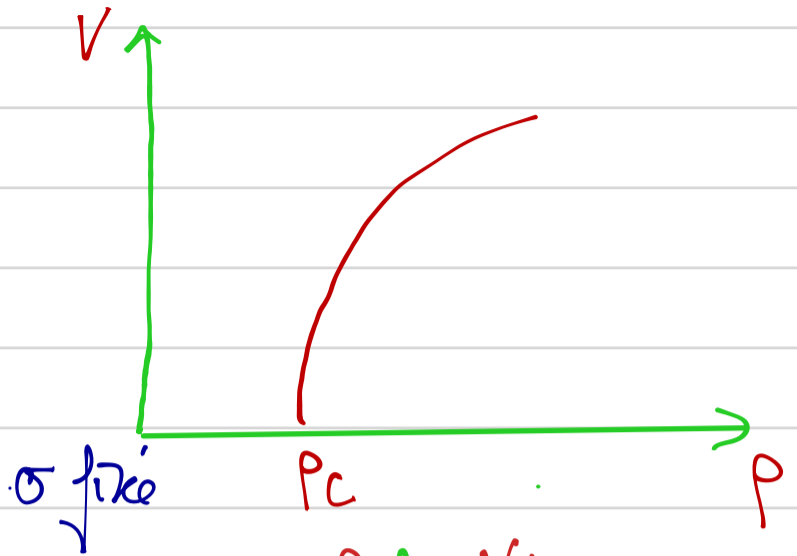
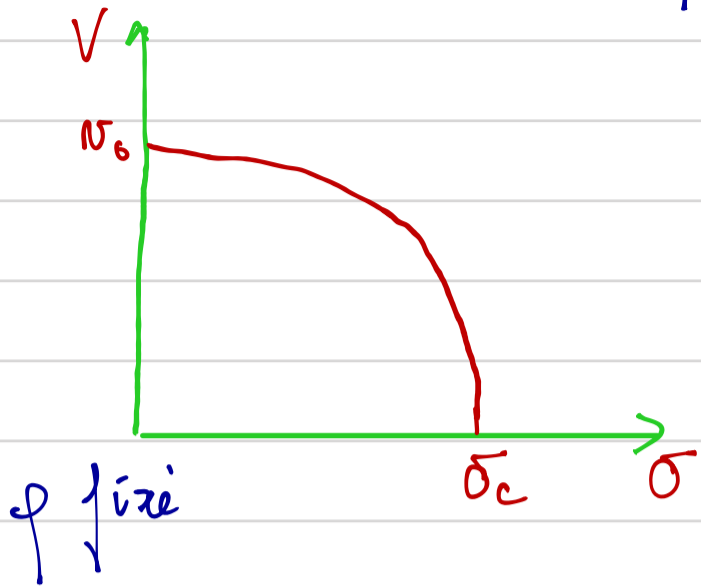
dans un cercle de rayon r $\theta_i(p+1) = \langle \theta \rangle_{\text{voisins}} + \eta_{\frac{p}{N}}^i$ où $\eta_{\frac{p}{N}}^i$ est un bruit ou une "erreur" tirée au hasard dans un intervalle $[-\frac{\sigma}{2}, \frac{\sigma}{2}]$

(3) θ_i fixe l'orientation $\vec{m}_i(p)$ et la vitesse \vec{v}_i de l'oiseau i au temps p et $\vec{x}_i(p+1) = \vec{x}_i(p) + \vec{v}_i \Delta t$, $\vec{v}_i = v_0 \vec{m}_i$

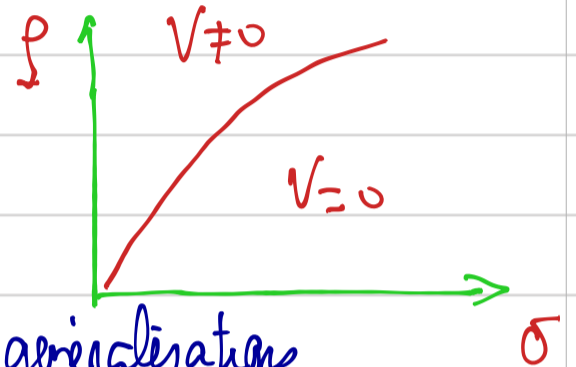
Il n'y a que deux paramètres dans ce modèle la densité ρ qui fixe le nombre de voisins dans le cercle de rayon r et l'intensité du bruit σ . Si σ est grand et ρ petit, les oiseaux sont indépendants et volent de manière aléatoire. Dans l'autre limite $\sigma \rightarrow 0$ et ρ grand chaque oiseau s'aligne avec ses voisins et tous les oiseaux volent dans la même direction. La quantité qui joue le rôle de paramètre d'ordre est la vitesse du centre de masse $\vec{V} = \frac{1}{N} \langle \sum_i \vec{v}_i \rangle$

Les configurations typiques^(1,2) sont montrées sur la figure en fonction des 2 paramètres. A faible ρ et grand σ les vitesses sont aléatoires et $\vec{V} = \vec{0}$. A des valeurs intermédiaires, la densité n'est pas homogène, il y a des aggrégats qui ont chacun une vitesse bien déterminée mais dans une direction aléatoire. A grand ρ et faible σ tous les objets se déplacent dans la même direction. Il y a donc

une transition de phase hors équilibre.



On peut construire un diagramme de phase



Des études très détaillées ont été faites depuis pour étudier l'ordre de la transition et certaines généralisations. Cette transition est l'archétype du comportement collectif de systèmes actifs. **Hughes Chaté, F. Ginelli EPS Special Topics (2016) (1)**

II Exemples de systèmes actifs Consommation d'énergie à l'échelle de constituants

1. Systèmes biologiques

• Cytosquelette des cellules : gel d'actine et myosine, c'est un système qui est visco-élastique. Expérimentalement dans ce système la contrainte est contractile. Le théorème de fluctuation dissipative n'est pas vérifié. (6)

• Tissus. Les composants élémentaires, les cellules consomment bien de l'énergie sous forme de nutriments, il peut y avoir un ordre orientationnel, et un tissu peut même être liquide.

• Suspensions de bactéries (et toutes les suspensions de nauplius). Les bactéries sont polaires. Elles conduisent à la "turbulence active" dans ce qui se fait en jeu dans un cours suivant.

2. Systèmes synthétiques

• Milieux granulaires vibres **W. Manan et S. Ramaswamy Science (2006)**

• Motility assays **A. Bausch (15)**

- Disques "foliés" **O. Dauchot** (?) (Surface active)
- Colloïdes actifs (Comportement collectif)
 - Effet Quincke **D. Barbó et al.** Nature 2013
 - Light activated Colloids **J. Palacci et al.** (Science 2013)
 - Nageurs électrocinétiques **R. Golestanian, A. Sen and T. Mallouk**

3. Groupes d'animaux (Comportement collectif)

- **T. Vicsek, I. Giardinà, Iain Couzin** (MPI Konstanz)
- Robots (intelligents!)

III Théorie hydrodynamique des systèmes actifs

Dans la suite, nous souhaitons étudier le comportement collectif des systèmes actifs à grande échelle et sur des temps longs, c'est à dire faire une théorie hydrodynamique de la matière active. Il y a pour cela 2 stratégies

- Partir d'une théorie microscopique (à l'échelle des constituants comme le modèle de Vicsek et en faire une théorie "à gros grains" (coarse grained). C'est possible pour le modèle de Vicsek moyennant certaines approximations et cela a été fait explicitement par **JHEP Phys. Rev. E 2011, Bertin et al.** **J. Phys. A 2009** ou **Chate et al Phys Rev Lett 2011**

- Une autre approche consiste à écrire directement des équations macroscopiques en utilisant les symétries du problème et les lois de conservation. Il faut identifier les variables hydrodynamiques qui relaxent lentement et écrire les équations les plus générales possibles pour ces variables

1. Variables hydrodynamiques

Nous allons supposer que le système actif que nous étudions a des variables lentes φ_i et des variables rapides ψ_j . La dynamique du système s'écrit

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} = F(\varphi_k, \psi_j) \times \frac{1}{\tau_L} \quad (\text{La variable est lente si son temps de relaxation diverge avec la taille du système})$$

$$\frac{\partial \psi_j}{\partial t} = \frac{1}{\tau_s} G(\varphi_i, \psi_k) \quad \text{où } \tau_L \text{ est l'échelle de temps longue}$$

qui diverge quand la taille du système diverge et τ_s une échelle de temps courte qui reste finie.

Si $\sqrt{\frac{\tau_s}{\tau_L}} \ll 1$ on peut écrire $\frac{\partial \psi_j}{\partial t} = 0$ et éliminer toutes les variables

rapides ψ_j en fonction des variables lentes φ_i . On obtient une équation dynamique

$$\frac{\partial \varphi_i}{\partial t} = \overline{F}(\varphi_k) \frac{1}{\tau_L} + \tilde{\xi}_i(t) \quad \text{où l'on a rajouté un bruit qui prend en$$

compte les relaxations des variables rapides (et qui relaxe sur un temps τ_s).


Si $\tau_s \ll \tau_L$ on peut supposer que le bruit est blanc $\langle \tilde{\xi}_i(t) \tilde{\xi}_j(t') \rangle = A_{ij} \delta(t-t')$

Il y a 3 types de variables lentes

Les quantités conservées : l'équation de conservation est du type $\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ où le courant \vec{J} est proportionnel à $\vec{\nabla} \varphi$. Pour

un vecteur d'onde \vec{q} le temps de relaxation $\tau \sim 1/q^2$ ($\sim L^2$)

Les modes mous ou lents : si il y a une symétrie continue dans le système, il existe une transformation du système qui laisse l'énergie du système invariante. La variable transformée est alors un mode mou qui ne relaxe pas (un mode de Nambu-Goldstone) car il n'y a pas de force de rappel. Pour des spins

 Une rotation globale est un mode mou l'angle est une variable lente

+ Les variables critiques (ralentissement critique) (pas pertinent en biologie) sauf self-organized criticality

2. Hydrodynamique d'un système planaire actif sur un substrat



L'orientation moyenne $\langle \vec{n} \rangle = \vec{\mu}$

La densité ρ est conservée, l'énergie ne l'est pas, et l'impulsion non plus car la présence du substrat brise l'invariance galiléenne.

La conservation de la densité s'écrit $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$. Et la forme la plus générale du courant \vec{j} dans la limite hydrodynamique $q \rightarrow 0$ (petits gradients) s'écrit.

en fait $\vec{j} = \rho v_0 \vec{\mu} - \frac{1}{\gamma_p} \vec{\nabla} \mu$ μ est le potentiel chimique $\frac{\partial F}{\partial \rho}$ et γ_p est une friction (F est une énergie libre local fonction de ρ et p)
 v_0 est la vitesse p l'orientation qui est le long de l'orientation $\vec{\mu}$.

Nous supposons ici que tous les termes autorisés par les symétries sont autorisés. Le seul vecteur est $\vec{\mu}$ ce qui autorise le premier terme. Le deuxième terme mais le terme que l'on écrirait pour un système à l'équilibre thermodynamique avec un potentiel chimique μ .

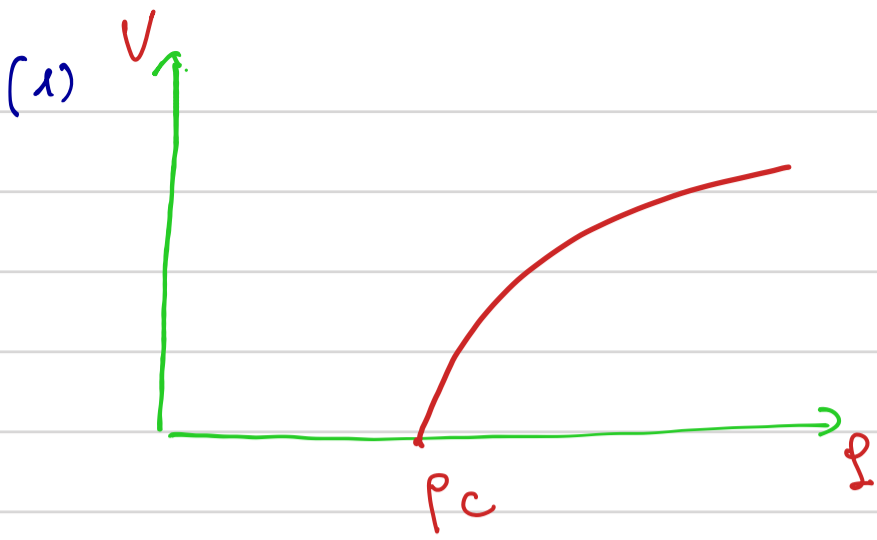
Il y a un mode mou associé aux rotations de $\vec{\mu}$. L'amplitude de $\vec{\mu}$ n'est pas un mode mou et peut être considérée comme constante souvent dans la suite, nous choisissons $|\vec{\mu}| = 1$

Pour écrire l'équation dynamique pour $\vec{\mu}$, on écrit tous les termes autorisés par les symétries dans la limite hydrodynamique où le gradient $\vec{\nabla}$ est petit

$$\frac{\partial \vec{\mu}}{\partial t} + \lambda_1 (\vec{\mu} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\mu} = - \frac{1}{\gamma_{\vec{\mu}}} \frac{\delta F}{\delta \vec{\mu}} \quad \text{cf Navier-Stokes}$$

Le terme de droite est le terme que l'on aurait pour un système à l'équilibre thermodynamique γ_p est une friction. Le terme $\lambda_1 (\vec{\mu} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\mu}$ est le terme le plus bas en gradient autorisé par les symétries.

L'équation ressemble à l'équation de Navier-Stokes mais $\lambda_1 \neq 1$ car il n'y a pas d'invariance Galiléenne. Ce terme est un terme actif qui ne dérive pas d'une énergie libre. Il y a deux autres termes du même type $\vec{\nabla}(\vec{\mu}^2)$ et $\vec{\mu}(\vec{\nabla} \cdot \vec{\mu})$ qui peuvent être dérivés d'une énergie libre $\sim \vec{\mu}^2(\vec{\nabla} \cdot \vec{\mu})$



- adre de la transition
- Poi de puissance
- Structures observées autour du point critique (bandes...)

- (2) Figure Vicsek.
- temp court système désordonné
 - Faible densité bruit faible (agrégats)
 - Comme a temp plus long aléatoire corrélation
 - Forte densité et faible bruit

Nature de la transition ?

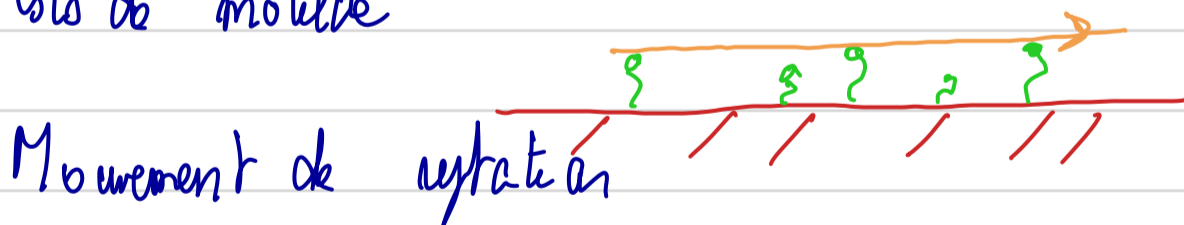
On peut aussi changer un peu les règles

(3) $\langle \bar{n} \rangle = \frac{1}{n} \sum_{\text{voisins}} \bar{n}_i$ n est le nombre de voisins dans

un cercle de rayon a .

(4) Imposer sur la limite hydrodynamique \vec{v} et jetter et en fait en développement en \vec{v} .

(5) Tests de motilité



(6)



$\sigma = \frac{L \gamma}{R}$ mesure la contrainte

contrainte dans le gel $\sigma_{act} > 0$ $\sigma_{act} = -P$

(7) Grains marcheurs : plaque de verre vissée 42 cm de diamètre
grains 4 mm de diamètre confiés dans un espace de 2,4 mm par
une autre plaque de verre

$f = 115 \text{ Hz}$ Vibration parfaitement verticale requise
Grains circulaires mais avec 2 pattes asymétriques métalliques
mais 1 patte en nitride

- Mouvement le long de la polarité
- Collisions non élastiques et ne conservent pas l'impulsion si l'on
compte dedans la relaxation de la vitesse vers la polarité. Effet
d'alignement des collisions.