

Epistémologie comparative

M. Gilles Gaston GRANGER, professeur

COURS : *La vérification*

Le problème de la vérification dans les sciences présente à la fois un aspect épistémologique général et un aspect plus spécifique, touchant la diversification des méthodes. On est ainsi conduit à s'interroger sur le rapport de la notion de vérité scientifique à celle de réalité, et sur les modes d'articulation du logique à l'empirique que pratiquent les différentes sciences.

On a intitulé la première partie du cours : Connaissance symbolique, connaissance intuitive et vérité. C'est d'abord la notion d'*apparence* qui a été examinée. A ce propos, après une présentation du thème positiviste concernant la connaissance des apparences, un essai de définition d'un positivisme tempéré a été proposé. On a ensuite développé une redéfinition de l'apparence à partir de la notion de « modèles » et de celle de « référentiel ». L'opposition apparence/réalité apparaît alors techniquement dans la connaissance scientifique comme une opposition entre *représentation invariante* des phénomènes et représentation non-invariante.

Cette représentation s'effectue au moyen de langages, ou systèmes symboliques. On montre alors comment et dans quelle mesure la vérité d'un énoncé scientifique dépend des fonctions spécifiques d'un symbolisme, examen qui conduit à rechercher le sens des deux grandes doctrines qui schématisent les principales positions possibles à l'égard des rapports du symbolisme représentatif à l'expérience : empirisme et nominalisme. On a caractérisé alors l'empirisme sous sa forme la plus radicale par l'accent mis sur la propriété pour l'expérience d'être *complète*, le symbolisme n'étant alors qu'un intermédiaire neutre, incapable d'être la source d'une connaissance a priori synthétique. Le nominalisme met en revanche l'accent sur le caractère *individuel* et singulier de l'expérience fondatrice de la connaissance du réel, le statut du symbolisme, qui introduit le général, devant alors être précisé. On s'est plus particulièrement attaché à reconnaître la nature des exigences empiristes de vérification

et les difficultés qu'elles rencontrent ; on a souligné par ailleurs la fécondité des analyses du fonctionnement de la représentation symbolique rendues indispensables par les thèses nominalistes. Le Cercle de Vienne, Peirce et Guillaume d'Ockham ont fourni les principaux exemples de cette discussion.

Enchaînant sur l'examen des théories de la *significatio* et de la *suppositio* ockhamistes, on a considéré le problème du rapport du sens et de la vérité. Comprendre un énoncé scientifique implique-t-il que l'on sache explicitement à quelles conditions il est vrai ? Le sens d'un énoncé peut-il se réduire à la connaissance de ses conditions de vérité ? La thèse wittgensteinienne du *Tractatus*, à titre d'introduction, a d'abord été rappelée. On a ensuite voulu montrer la portée de deux modes de dédoublement ou découplage du sens et de la vérité. Pour Frege, à travers la progression qui le conduit de la *Begriffsschrift* à l'article *Sinn und Bedeutung*, l'opposition prend une valeur opératoire et permet de fonder une conception de la logique qui demeure l'un des points de départ de l'épistémologie moderne. Avec Tarski, le problème posé est celui d'une définition de la vérité des énoncés, ou plus exactement d'une caractérisation si possible purement formelle des énoncés vrais dans un système symbolique. Il démontre qu'une telle ambition est en général condamnée à échouer. On a présenté une interprétation de cet échec, et parallèlement une étude moins connue de Tarski sur la « définissabilité » des concepts et la notion de « richesse sémantique » d'une théorie. Les deux dissociations frégréenne et tarskienne de la vérité et du sens posent avec une précision nouvelle le problème du mode d'existence des objets abstraits, du mode de vérification des axiomes, de la pluralité des niveaux (théorique, métathéorique) de la vérification, du statut et de la possible élimination des concepts « théoriques » dans les sciences.

Cette première partie, qui envisageait la question de la vérification sous son angle le plus général, a servi d'introduction aux développements qui concernent les problèmes spécifiques de vérification dans les divers types de connaissance scientifique. Le premier thème proposé est celui de la vérification en mathématiques. S'interroger sur la place de la vérification dans cette science peut paraître à la fois paradoxal — puisqu'il s'agit alors d'un savoir démontré — et exemplaire, car dans des cas limites, logico-mathématiques, vérification vaut démonstration. Trois directions d'examen ont été proposées, dont seule la première a été explorée cette année : le rapport de la vérification à la démonstration, le rapport de la vérification aux types d'objets mathématiques, le rapport de la démonstration à l'activité constructrice de la pensée mathématique.

On a d'abord recensé diverses espèces de vérification : vérifier un résultat d'opération élémentaire, vérifier un résultat d'opération complexe, vérifier par une construction géométrique. On a souligné le fait épistémologique important, à savoir que seule peut être complète la vérification d'opérations dont le

contenu « formel » est directement saisissable indépendamment des contenus empiriques qui l'accompagnent, comme il arrive par exemple en arithmétique élémentaire. On a présenté ensuite la vérification en tant qu'auxiliaire de la démonstration. Le cas des calculs logiques a été simplement mentionné, car il sera longuement examiné dans le chapitre sur vérification et objets mathématiques ; la question de la « vérification » des axiomes n'est pour la même raison qu'abordée ; on a développé plus longuement l'aspect heuristique de la vérification sur l'exemple arithmétique des nombres parfaits et sur celui de la vérification par énumération exhaustive de la formule d'Euler - Poincaré ; on a montré enfin comment certaines vérifications paradoxales — comme dans le cas de la formule de résolution de l'équation cubique irréductible, ou de la dérivation de la « fonction » échelon de Heaviside — conduisent à une extension du système des objets et à une restructuration des règles opératoires. Ces dernières considérations introduisent directement au chapitre suivant du cours sur la vérification et les objets mathématiques.

Il sera traité dans le cours de l'an prochain, qui une fois achevée la présentation de cette seconde partie, développera les deux dernières parties : Vérification et expérience, Vérification et probabilités. On se propose de rédiger ultérieurement la matière du cours complet sous la forme d'un ouvrage.

Quatre leçons à Aix

Comme suite aux leçons de l'an dernier sur la logique de Bolzano, on a voulu esquisser une présentation de l'œuvre mathématique bolzaniennne, à la fois en tant qu'elle est un prolongement de sa Théorie de la science et une introduction novatrice à une méthode de conceptualisation rigoureuse en Analyse.

On a d'abord situé la connaissance mathématique dans l'encyclopédie bolzaniennne, situation qui pose un problème puisque dans la *Wissenschaftslehre* aucune place particulière n'est réservée aux mathématiques.

On a ensuite défini l'objet mathématique selon notre auteur. Le domaine d'objectivité des mathématiques est pour lui la *grandeur*, et la *Größenlehre* mérite, tout autant que la logique, le titre de science purement analytique ; mais quoique analytique dans sa démarche, elle est synthétique dans ses fondements ultimes, qui appartiennent non à la mathématique elle-même, mais à la métaphysique ou *Grundlehre*. Une difficulté doit alors être interprétée, qui est soulevée par le cas des représentations sans objets, comme $\sqrt{-1}$.

Les deux leçons suivantes ont été consacrées à une analyse détaillée du « *Rein analytischer Beweis...* » et à une étude des objets et opérations conceptuels d'une théorie des ensembles introduits par Bolzano dans sa *Wissenschaftslehre*, dans sa *Größenlehre* et dans les *Paradoxes de l'infini*.

On a conclu sur les thèses suivantes :

1. La mathématique de Bolzano est à la fois théorie conceptuelle générale des formes d'objets, et théorie conceptuelle appliquée aux objets spatio-temporels.

2. Bolzano veut libérer les mathématiques de tout recours à l'intuition, aussi bien dans leur démarche déductive que dans leurs propositions et concepts primitifs.

3. Le concept caractéristique des mathématiques est celui de *grandeur*, dont il faut fonder les propriétés en tant que catégorie constitutive de tous les concepts mathématiques, par une remontée à des notions plus radicales (correspondant aux objets d'une actuelle théorie des ensembles), dont les propriétés sont *synthétiques*.

4. Ces concepts fondamentaux sont introduits comme corrélats d'opérations ; mais Bolzano ne parvient pas à une présentation unifiée des opérations sur des ensembles, faute surtout d'avoir distingué partie et élément.

5. Bolzano voit l'importance fondamentale de la notion d'infini en mathématiques. Il en donne une définition correcte pour les « pluralités ». Mais il ne réussit pas à dégager la notion de continu, d'une part de celle de dénombrable, d'autre part d'une saisie intuitive de la spatialité liée à une métrique.

G.G.G.

SÉMINAIRE

Le Séminaire de l'an dernier avait pour thème le *Neues Organon* de J.H. Lambert. J'ai prolongé cette année cette étude par l'examen des *Six essais d'un art des signes* du même auteur. A partir de ce texte, j'ai tenté de préciser les structures mathématiques des « calculi » lambertiens, et de comprendre l'ambiguïté du concept de « forme logique » chez cet auteur.

Deux types de calculs ont été présentés : le « calcul des genres et des espèces » et les divers essais de calcul des relations, ainsi que leur application à une nouvelle syllogistique. Le problème fondamental qui a été mis en lumière et analysé est celui de l'ambiguïté du rapport entre le concept de « caractère » (*Merkmal*) et le concept de relation (*Verhältnis*). Je compte rédiger prochainement un article sur ce sujet.

Trois exposés ont été confiés à des personnes participant au séminaire :

M. SERFATI, C.N.R.S. (« Lambert mathématicien : questions d'irrationalité, de transcendance et quadrature du cercle »).

M. BAILLY, C.N.R.S. (« Phénomènes humains et théorie des ensembles : pour l'introduction du paradigme du transfini »).

M. MICHEL, Université de Marseille-Luminy (« Les développements de la théorie lebesgienne de l'intégration : invariance et dualité »).

PUBLICATIONS

« Contenus formels et dualité », in *Manuscrito*, vol. IX, n° 2 octubro 1987, pp. 194-210 (paru en mai 88).

« Physics compared with human Sciences », in *Il nuovo Saggiatore*, inserto al numero 3, vol. 4, maggio-giugno 1988, pp. 16-19 (Seminar Physics and Culture, Como, 18.3.87).

« La Contradiction », in *La Négation, Travaux du Centre de recherches sémiologiques*, Colloque de Neuchâtel (22-23 octobre 87), n° 56 1988, pp. 39-54 (paru en janvier 89).

« Catégories et raison », in *Encyclopédie philosophique universelle*, I. L'Univers philosophique, pp. 528-541. PUF, 1989.

« Sur l'idée de concept mathématique " naturel " », *Revue internationale de Philosophie*, 4/1988 n° 67, pp. 474-499. (paru en 1989).

« Peut-on assigner des frontières à la connaissance scientifique ? », in *Karl Popper*, Aubier, 1989 (réédition).

CONFÉRENCES

— Conférence à Lisbonne, Colloque international « A ciência como cultura », sept. 88.

— Conférence à Sarrebrück, Réunion annuelle du « Mercure philosophique », novembre 88.

— Conférence à la Katholieke Universiteit Leuven, décembre 88.

— Conférence à Marseille, Colloque international C.N.R.S., Mathématiques et Méditerranée, janvier 89.

— Conférence à l'Université de Tunis, Colloque Wittgenstein, mars 89.

— Conférence à Paris, Union rationaliste, juin 89.

— Conférence à Créteil, Colloque international Wittgenstein et la philosophie aujourd'hui, juin 89.