Théorie des équations différentielles et fonctionnelles

M. Jean LERAY, membre de l'Institut

(Académie des Sciences), professeur

Le cours a étudié les classes de Nilsson : Nils(T). T désigne un espace affine de dimension finie et Nils(T) la classe des fonctions numériques F ayant les trois propriétés suivantes :

1) F est défini et holomorphe sur le revêtement simplement connexe de T - Ss[F], où Ss[F] est *une hypersurface algébrique de* T, *nommée support singulier* de F ;

2) F est donc une fonction analytique multiforme de $t \in$ T-Ss[F] ; on suppose toutes ses branches combinaisons linéaires d'un nombre fini d'entre elles (c'est-à-dire : F *ζ-fuchsienne*) ;

3) on suppose F *à croissance lente* à l'infini et sur Ss[F], en un sens que N. Nilsson a précisé.

Le cours a donné des variantes de cette définition de Nilsson de la croissance lente ; il en résulte que l'allure de F, en un point générique d'un plan R de T, est du type de Fuchs et que la restriction f de F à R, si elle existe, appartient à Nils(R). Pour qu'elle existe, il suffit qu'elle existe localement : au voisinage d'un point de R, quand on tend vers R suivant des directions voisines d'une direction donnée. D'autre part, Ss[f] appartient à l'ensemble des points de R dont l'ordre, par rapport à l'hypersurface Ss[F], excède l'ordre d'un point générique de R.

Un théorème fondamental de Nilsson permet de construire des fonctions F de classe de Nilsson par intégration de formes différentielles de classes de Nilsson : le Cours de 1966-1967 en avait donné une preuve explicitant Ss[F]. Les restrictions de telles fonctions F sont de nouvelles fonctions de classe de Nilsson, dont le support singulier peut être explicité. Ce procédé permet d'étudier des fonctions, dont le germe est défini par une intégrale, qui généralisent les fonctions hypergéométriques de plusieurs variables complexes ; parmi elles se trouvent les intégrales de Feynman, dont le rôle est fondamental en théorie quantique des champs.

L'étude de ces fonctions n'a pu être qu'amorcée ; elle sera exposée ultérieurement.

*
**

Le séminaire a porté sur les sujets suivants :

M. M. Lavrentiev, Inverse problems for differential equations ;

B. Malgrange, Pseudo-groupes de Lie elliptiques (six exposés) ;

G. da Prato, Problèmes au bord de type mixte pour des équations paraboliques ou hyperboliques.

Un cours de M. J. Nečas, Sur la régularité des solutions faibles des équations elliptiques non-linéaires (Chaire des Savants étrangers, quatre leçons) a apporté un remarquable complément à cet enseignement.

Publications

— Edition ronéotypée du Séminaire.

— Rédaction du Bulletin de la Société mathématique de France et du Journal de Mathématiques pures et appliquées.

— Présentation de Notes aux Comptes rendus de l'Académie des Sciences.

Jean Leray, *Equations hyperboliques non strictes : contre-exemples, du type De Giorgi, aux théorèmes d'existence et d'unicité* (*Math. Annalen*, t. 162, p. 228-236).

Jean Leray, *L'initiation aux mathématiques* (*Enseignement mathématique*, t. 12, p. 235-241).

Missions

— Ecole d'été de l'Université de Prague (Tchécoslovaquie) : *Théorie des systèmes hyperboliques non stricts* (quatre exposés).

— Institut mathématique de Novosibirsk (U.R.S.S.) : *Un complément au théorème de N. Nilsson sur les intégrales de formes différentielles à support singulier algébrique* (quatre exposés).

— Université de Moscou (U.R.S.S.) : un exposé sur le sujet précédent.

— Université technique du Proche Orient, Ankara (Turquie) : *Théorie de la bande élastique ; application au calcul des ponts-plaques* (quatre exposés).

— Centre culturel français d'Ankara : *L'invention en mathématiques* (une conférence).

— Université de Strasbourg : un exposé sur *Les classes de Nilsson* ; présidence de la soutenance de Thèse (Doctorat ès-Sciences) de R. Gérard.