Cours 6

L'effet Efimov exploré avec des gaz d'atomes froids

Chaire *Atomes et rayonnement*
Cours 2022-23
Jean Dalibard

http://pro.college-de-france.fr/jean.dalibard/index.html

courrier à : listes-diffusion.cdf@college-de-france.fr
avec pour sujet : subscribe chaire-ar.ipcdf

COLLÈGE DE FRANCE 1530

Prochains séminaires

Vendredi 14 avril : *Emergence of topological pumping in atom-light interaction*

Tilman ESSLINGER, ETH Zürich, Suisse

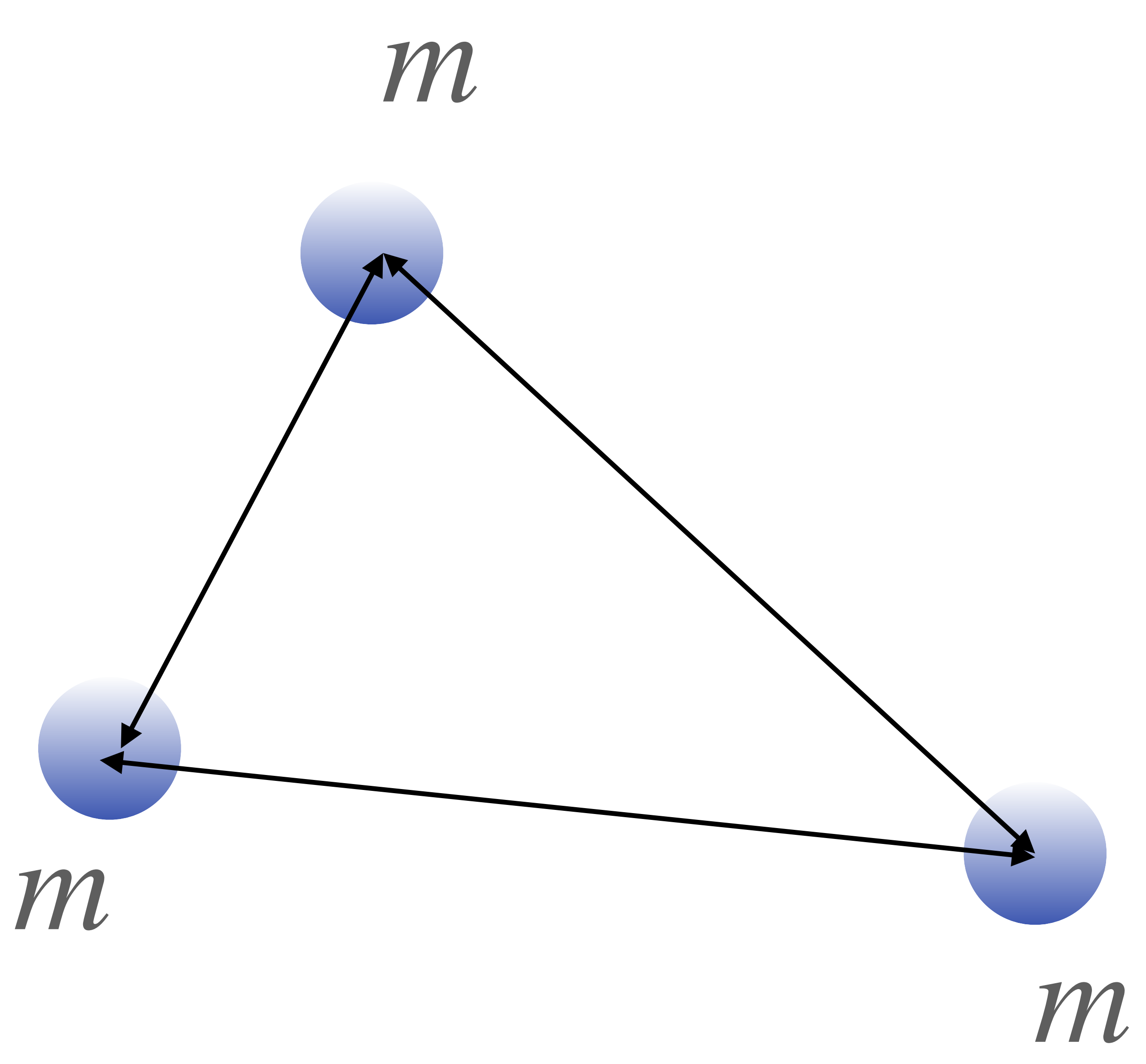
Atelier "*Open systems in Quantum Many-Body Physics*", vendredi 14 avril, 14h00-18h00

I. Bouchoule (Palaiseau), T. Esslinger (Zurich), N. Goldman (Bruxelles), B. Huard (Lyon), L. Mazza (Orsay), A. Nahum (Paris)

Le séminaire (annulé) du 17 mars de Gerhard Rempe est reprogrammé pour le 28 juin à 11h00 (séminaire LKB)

Une situation efimovienne

Efimov 1970, 1971

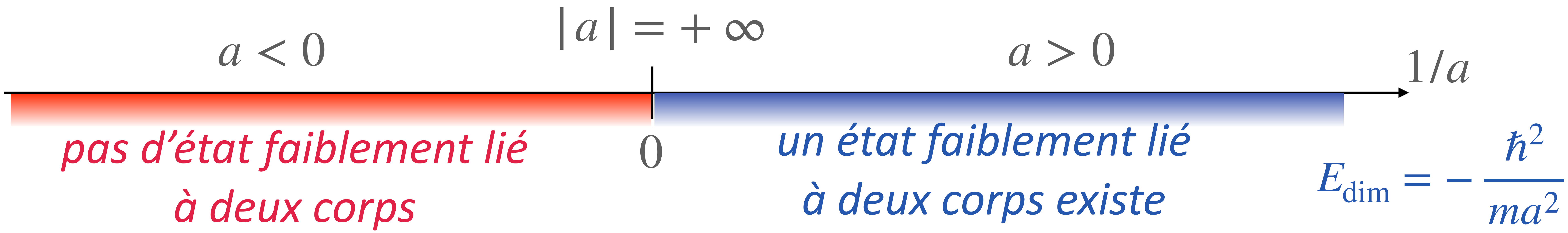


Trois bosons indiscernables : symétrie d'échange pour $\Psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_3)$

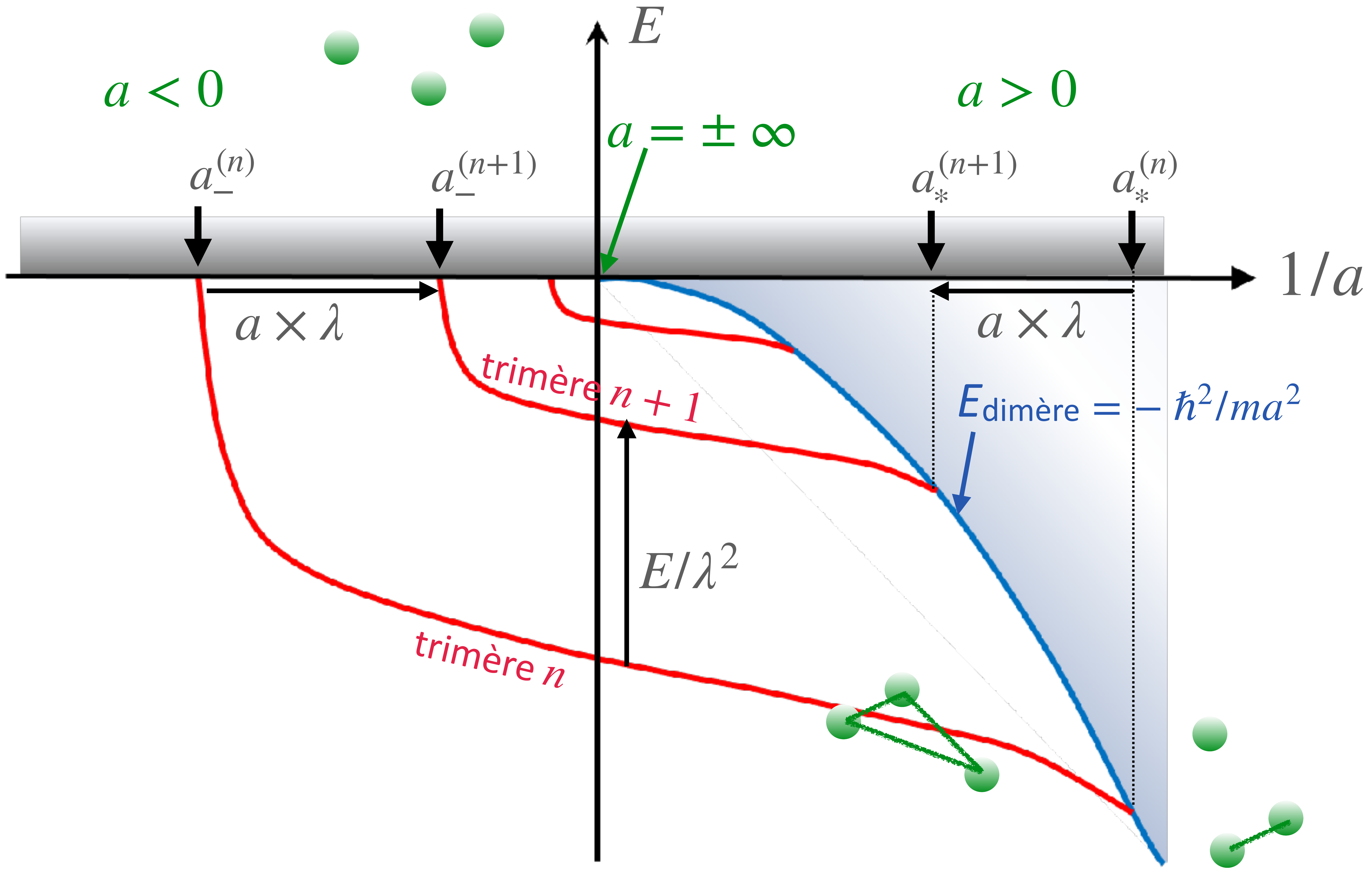
Potentiel à deux corps

- de longueur de diffusion a
- de portée $b \ll |a|$ (pseudopotentiel : $b \to 0$)

On explore le voisinage d'une résonance de diffusion, pour laquelle un état lié à deux corps apparaît :



Le diagramme énergétique d'Efimov



Facteur d'homothétie :

$$\lambda^2 \approx 515$$

$$\lambda = e^{\pi/|s_0|} \approx 22.7$$

$$|s_0| = 1.00624\cdots$$

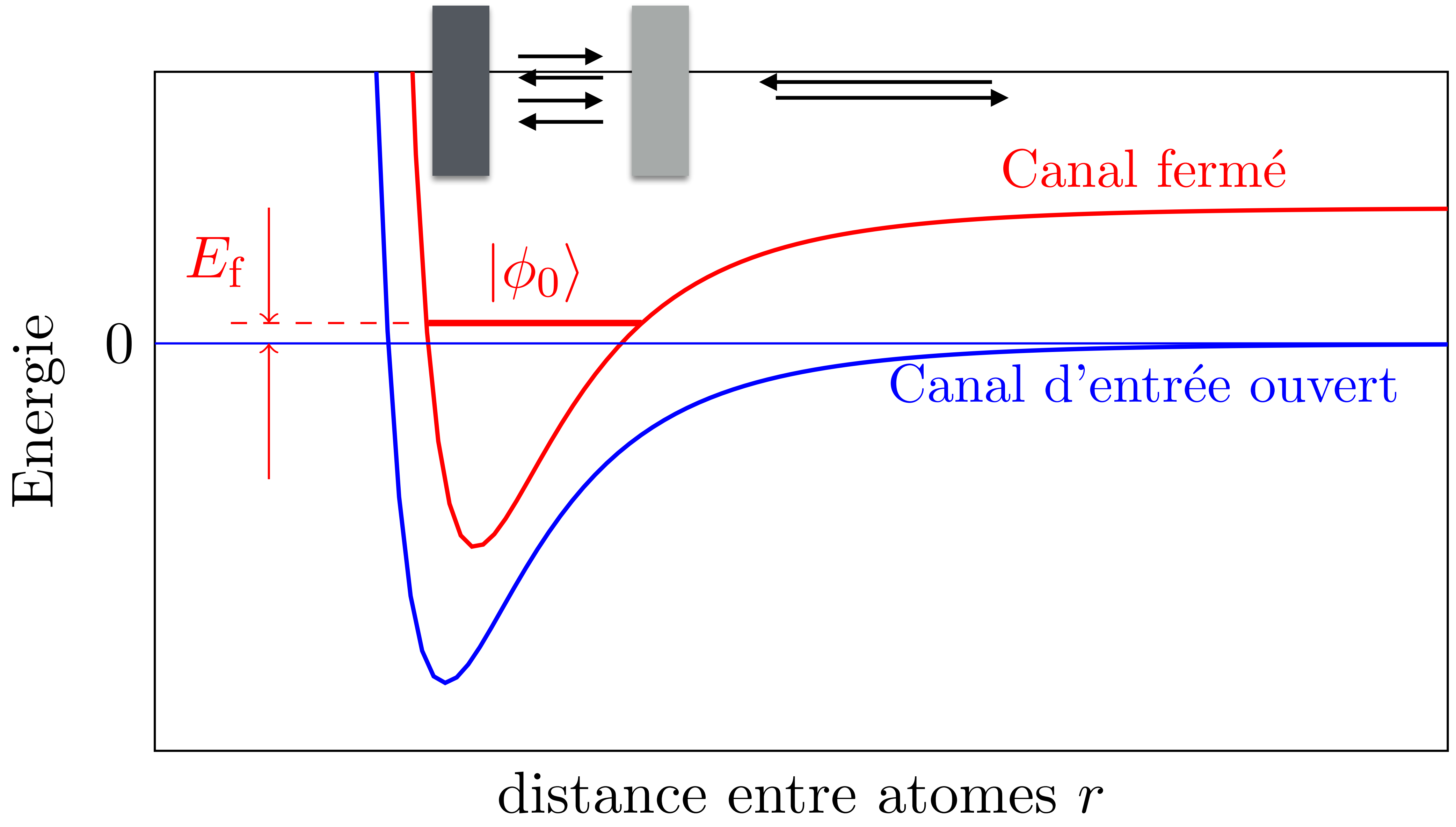
Points remarquables :

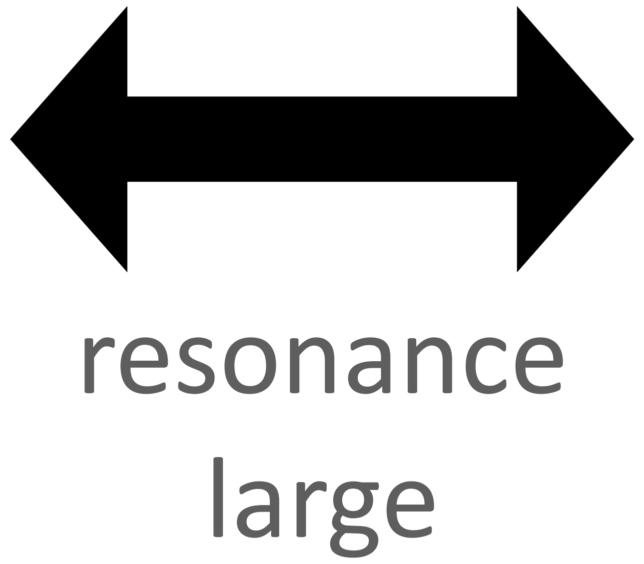
$$a_-^{(n)},\ a_*^{(n)}$$

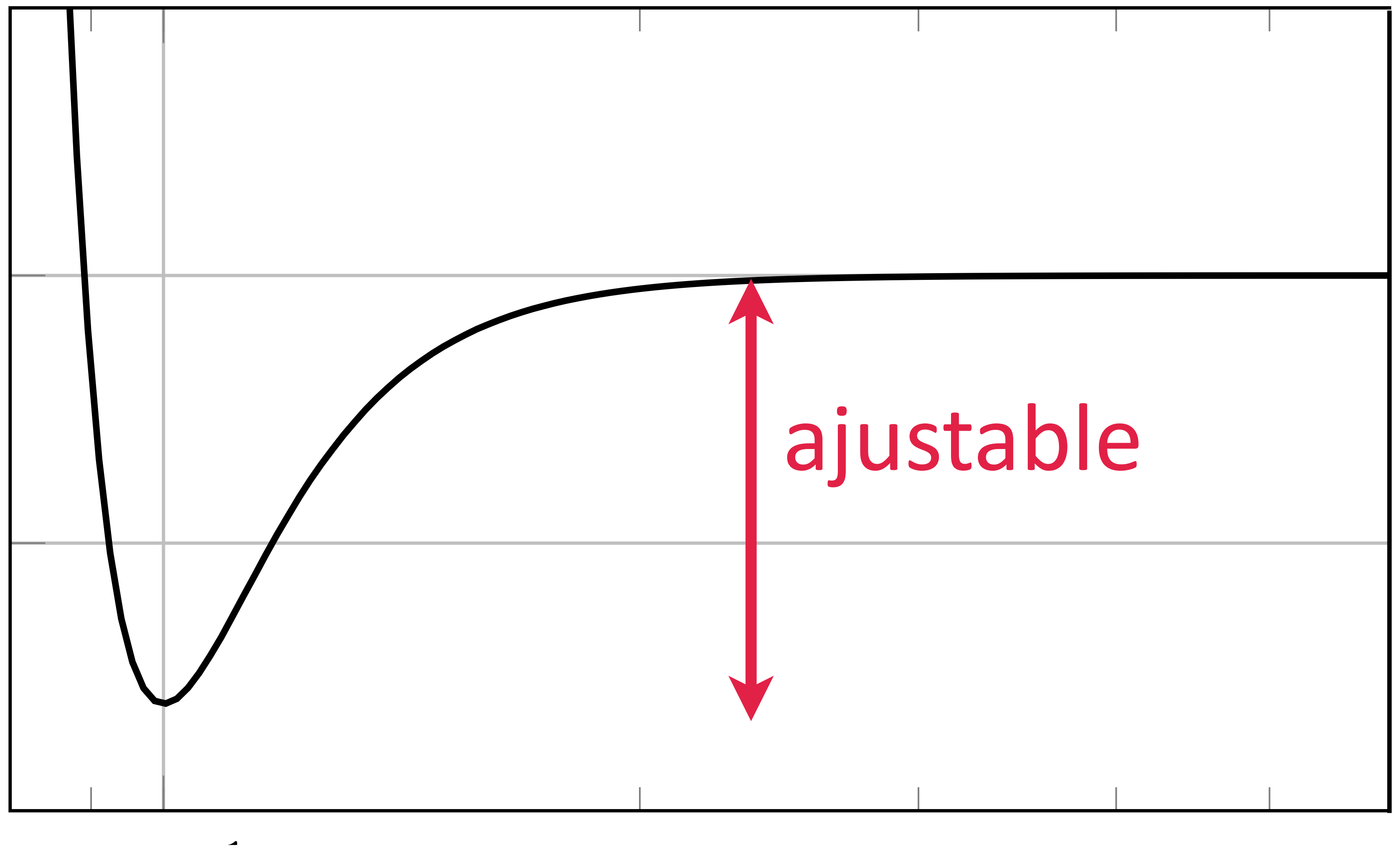
Résultats obtenus pour le pseudo-potentiel, mais qui restent valables pour un potentiel à deux corps régulier (cf. atome d'hélium)

Comment explorer ce diagramme avec des atomes froids

Utilisation d'une résonance de Fano-Feshbach pour le potentiel à deux corps





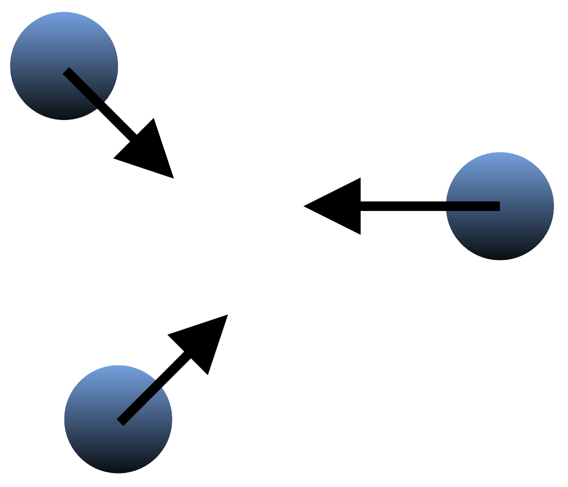


Il y a généralement plusieurs états fortement liés à deux corps, en plus de l'éventuel état faiblement lié

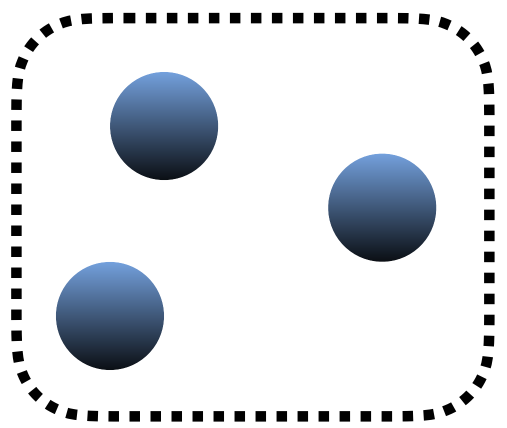
Ils joueront collectivement un rôle dans la suite

Quels sont les effets physiques observables ?

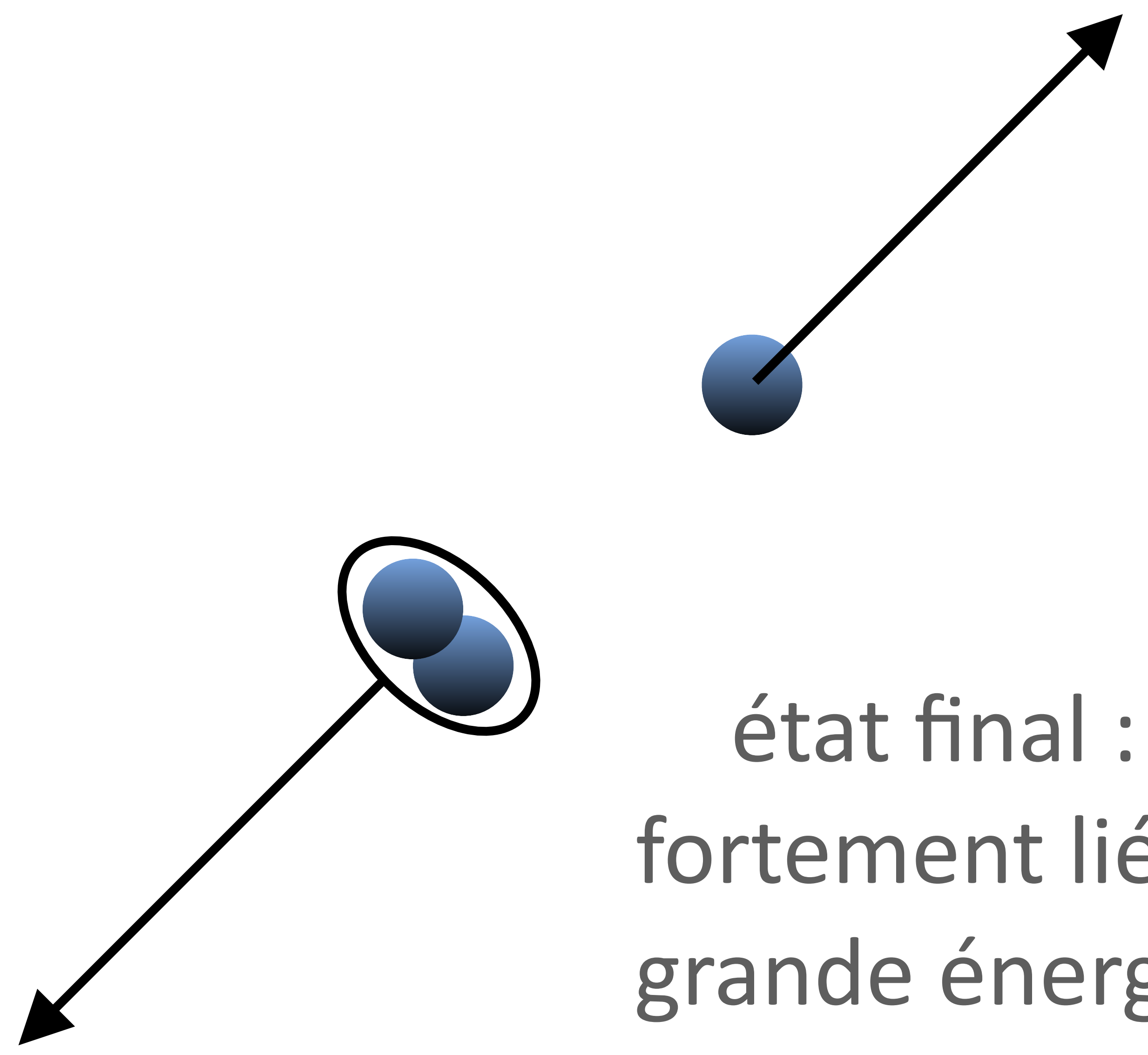
Perte d'atomes dans un processus à trois corps



état initial

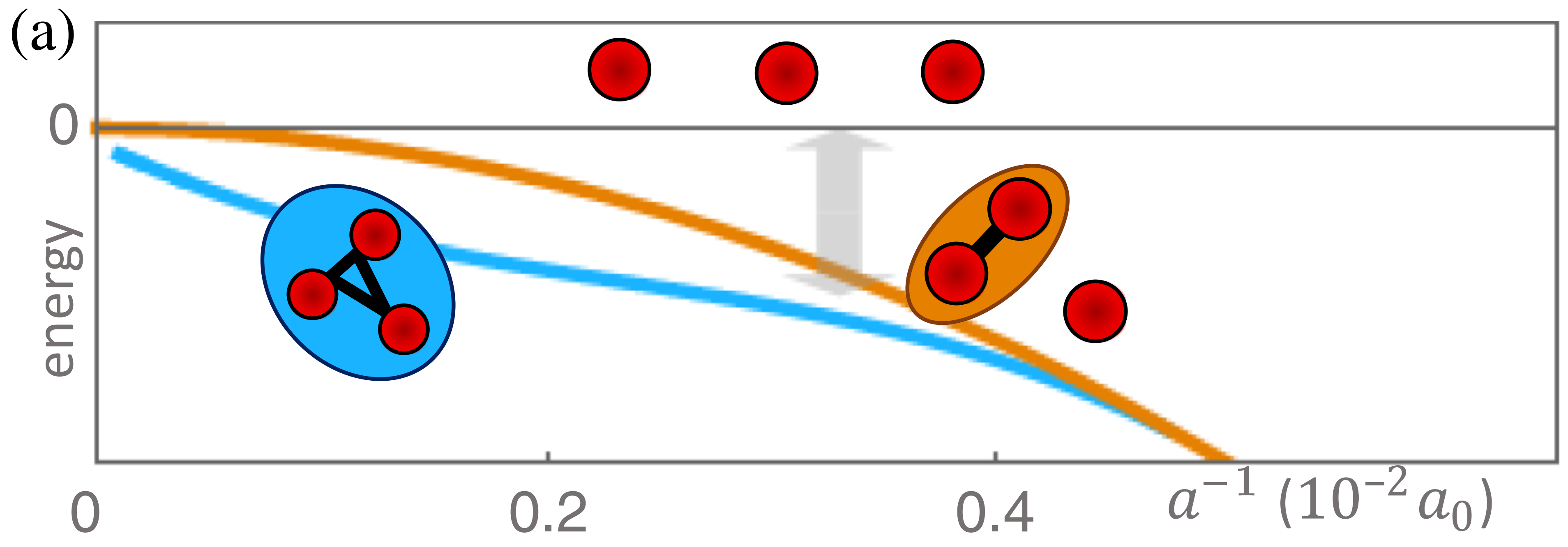


état intermédiaire : trimère faiblement lié



état final : dimère fortement lié + atome, grande énergie libérée

Photoassociation et spectroscopie cohérente



Bar Ilan, Heidelberg, Tokyo,…

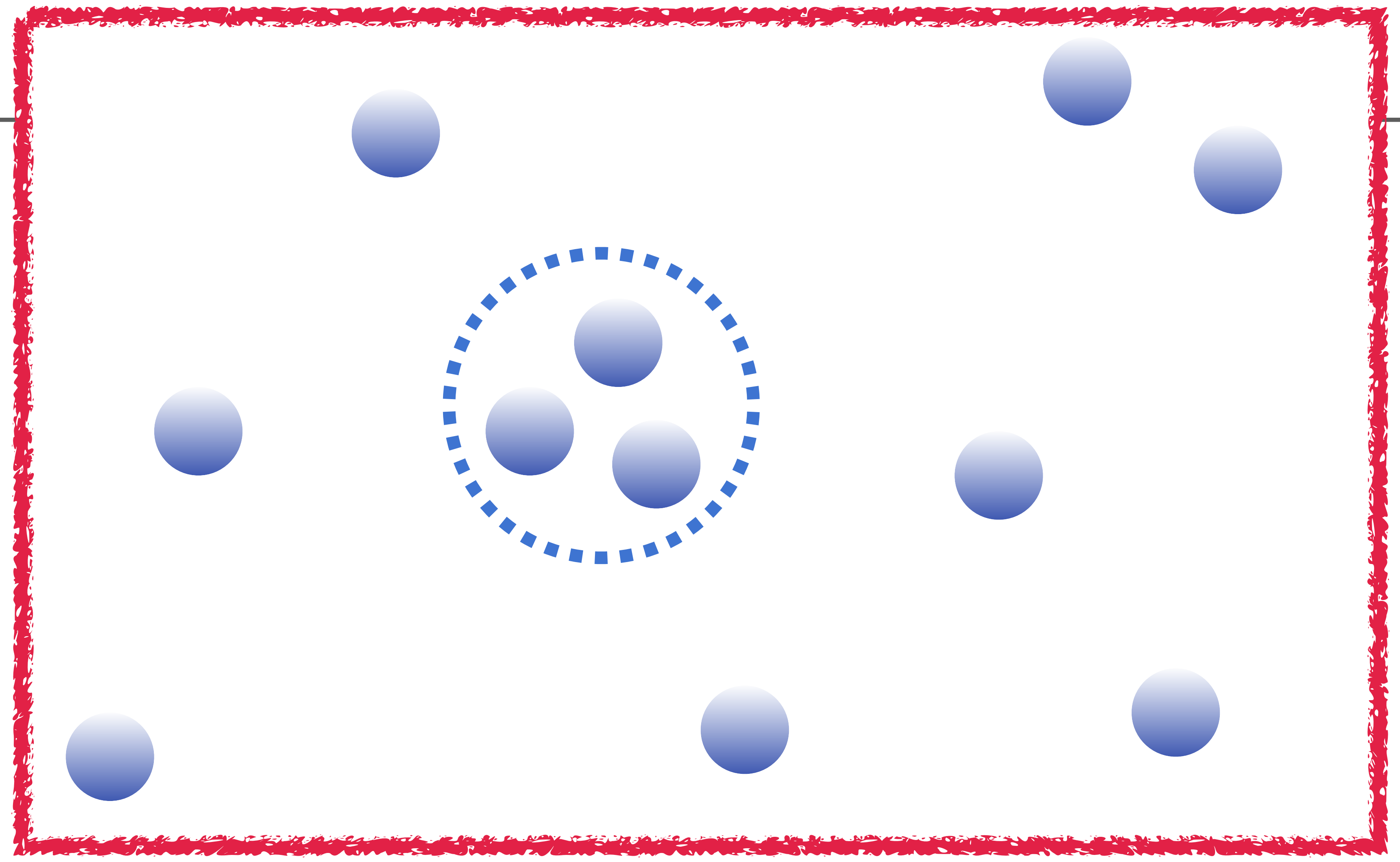
Yudkin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **122,** 200402 (2019)

1.

La recombinaison à trois corps

Le taux de pertes pour un gaz de Bose

Volume $\mathscr{V}$, N_A atomes



Gaz non dégénéré : $\rho_A \lambda_{\mathrm{dB}}^3 \ll 1$

$$\frac{\mathrm{d}N_A}{\mathrm{d}t} = -L_3\,\rho_A^2\,N_A \qquad\qquad \rho_A = \frac{N_A}{\mathscr{V}}$$

Effet de statistique quantique :

$$\Psi(1,2,3) = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(|1:\boldsymbol{p}_a;2:\boldsymbol{p}_b;3:\boldsymbol{p}_c\rangle + |1:\boldsymbol{p}_b;2:\boldsymbol{p}_c;3:\boldsymbol{p}_a\rangle + \cdots\right)$$

6 termes au total pour un gaz non dégénéré

Pour un gaz complètement dégénéré (tous les atomes dans le même état $\boldsymbol{p}_a$) :

$$\Psi(1,2,3) = |1:\boldsymbol{p}_a;2:\boldsymbol{p}_a;3:\boldsymbol{p}_a\rangle$$

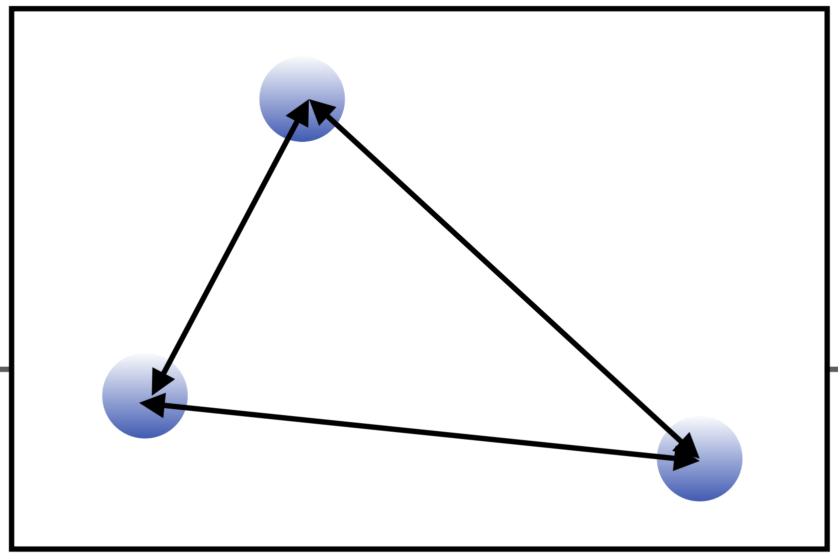
1 seul terme

$$L_3 \longrightarrow \frac{L_3}{6}$$

Gaz non dégénéré — Gaz complètement dégénéré

Effet Hanbury Brown & Twiss

Le coefficient de pertes à trois corps L_3



Analyse dimensionnelle

$$\frac{\mathrm{d}N_A}{\mathrm{d}t} = -\,L_3\,\rho_A^2\,N_A \qquad \rho_A\ :\ (\text{longueur})^{-3} \qquad L_3 = \frac{(\text{longueur})^6}{\text{temps}}$$

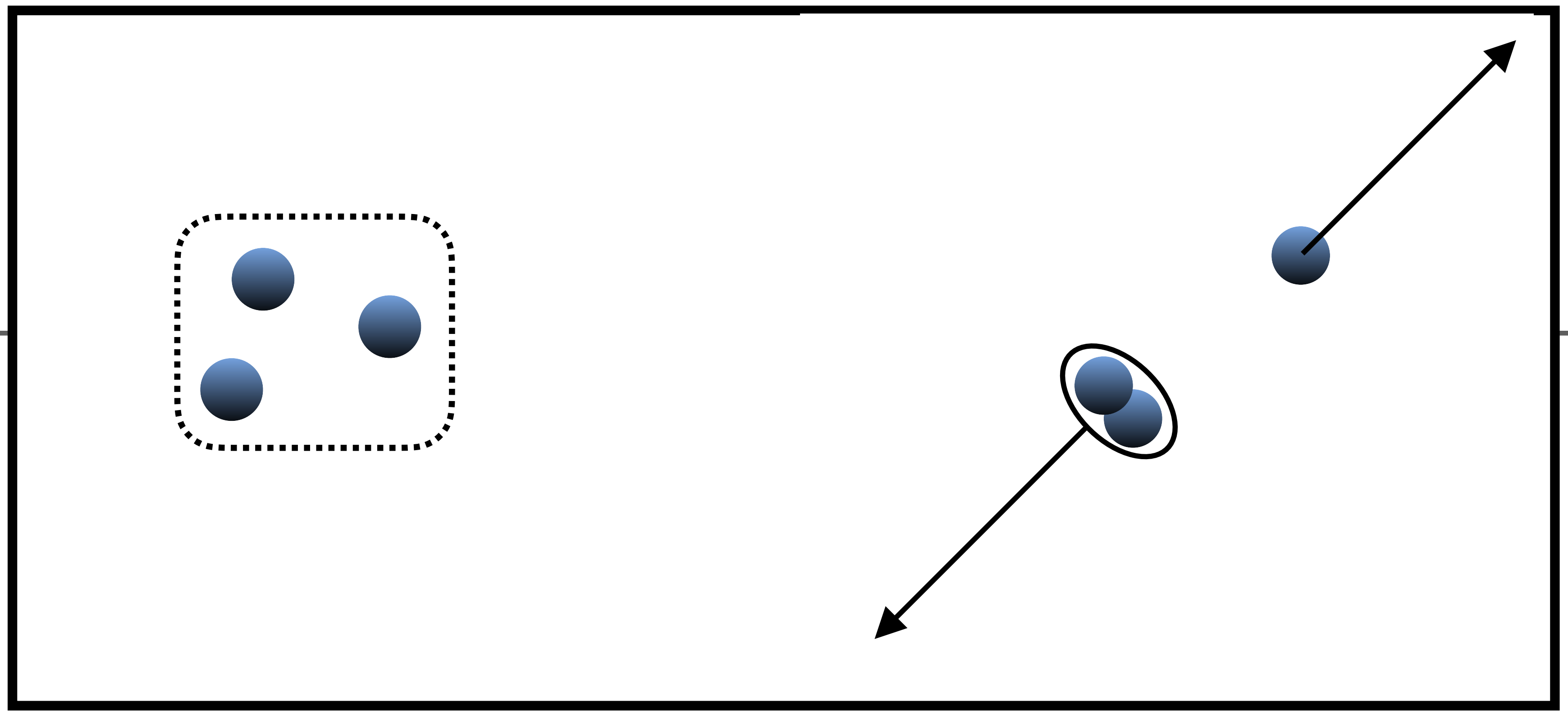
Si la longueur de diffusion a est la seule échelle de longueur disponible, la seule échelle de temps est

$$\frac{\hbar}{ma^2} = \frac{1}{\text{temps}} \longrightarrow L_3 \propto \frac{\hbar}{ma^2} \times a^6 = \frac{\hbar a^4}{m}$$

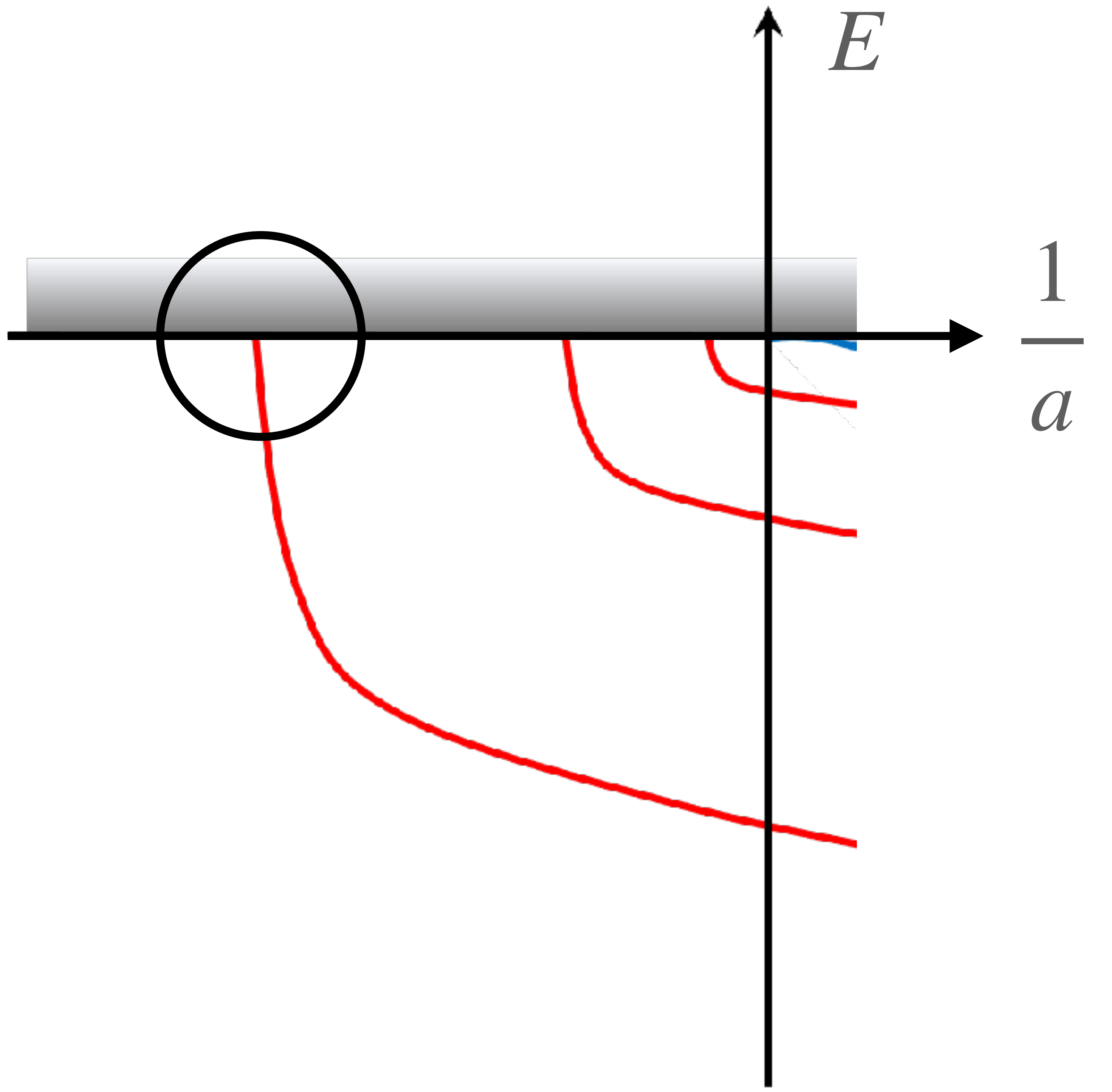
Le problème à trois corps nécessite l'introduction du paramètre à trois corps R_0 (ou $a_-^{(n)}$, ou $a_*^{(n)}$) : nouvelle échelle de longueur

On va écrire L_3 sous la forme : $$L_3 = 3\ C(a)\,\frac{\hbar a^4}{m} \qquad C(a) \equiv C\left(\frac{a}{R_0}\right)$$

Le côté $a < 0$ de la résonance



Relaxation vers un dimère fortement lié (non décrit par la théorie du pseudo-potentiel)

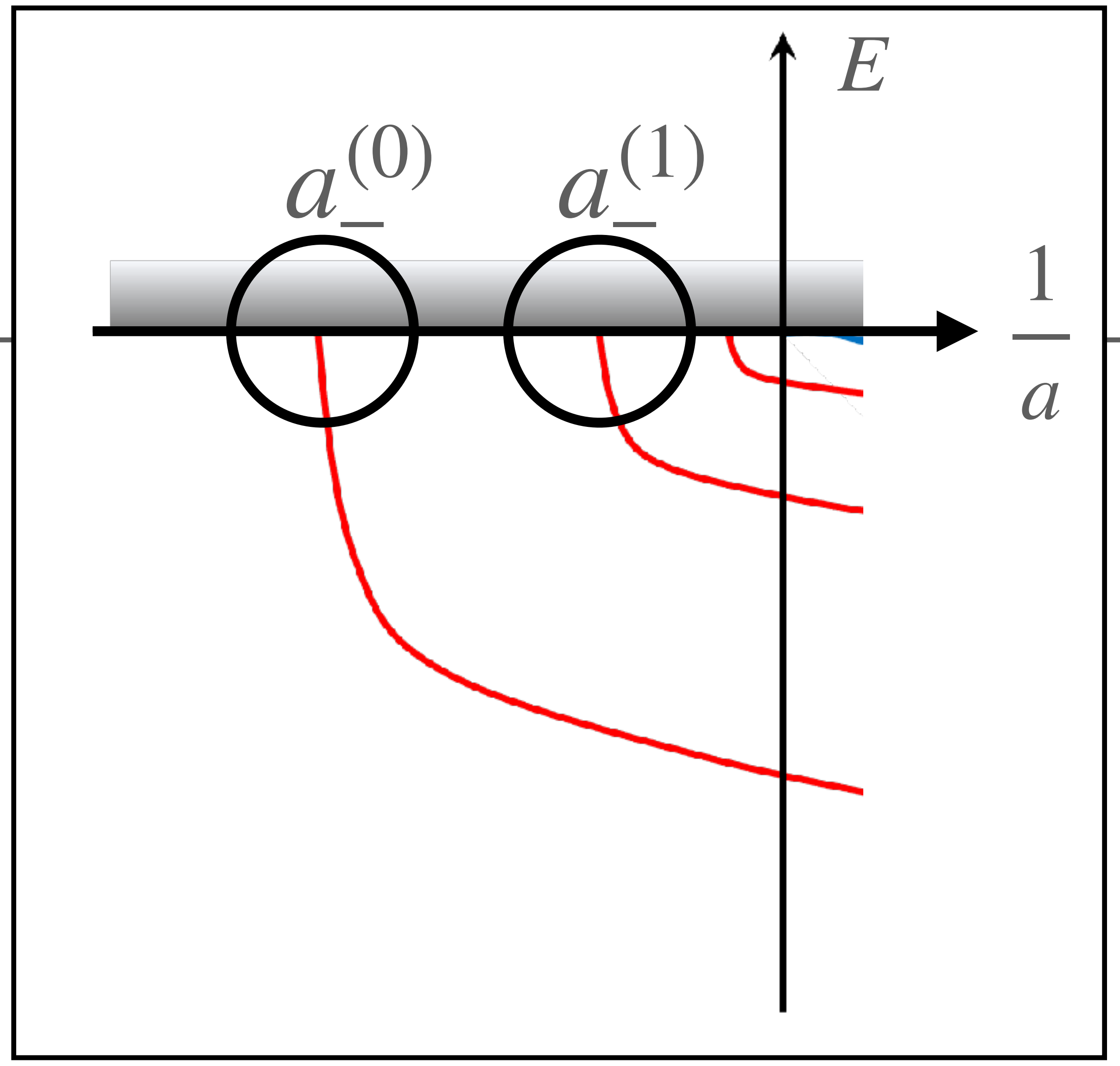


Description de la collision à trois corps en terme d'hyperrayon :

Fonction d'onde à courte distance (en l'absence de pertes) :

$$\phi(R) \sim \frac{1}{\sqrt{R}} \sin\left[\,|s_0|\ln(R/R_0)\right] \sim \frac{1}{\sqrt{R}}\left[e^{i|s_0|\ln(R/R_0)} - e^{-i|s_0|\ln(R/R_0)}\right]$$

Le taux de pertes L_3 du côté $a < 0$



Modification “à la main” de la condition aux limites :

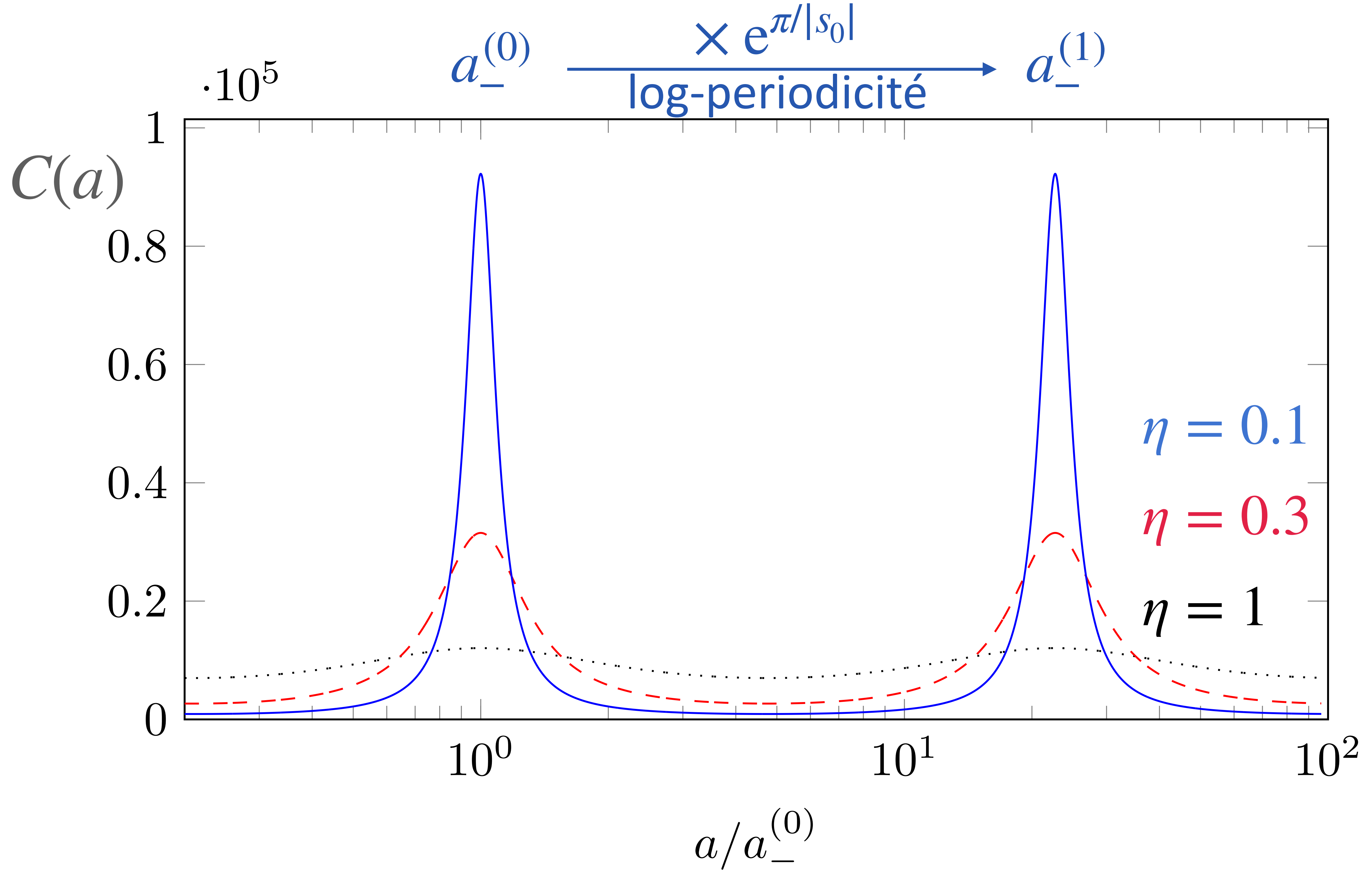
$$\phi(R) \sim \frac{1}{\sqrt{R}} \left[e^{-2\eta} \, e^{i|s_0|\ln(R/R_0)} - e^{-i|s_0|\ln(R/R_0)} \right]$$

coefficient de pertes

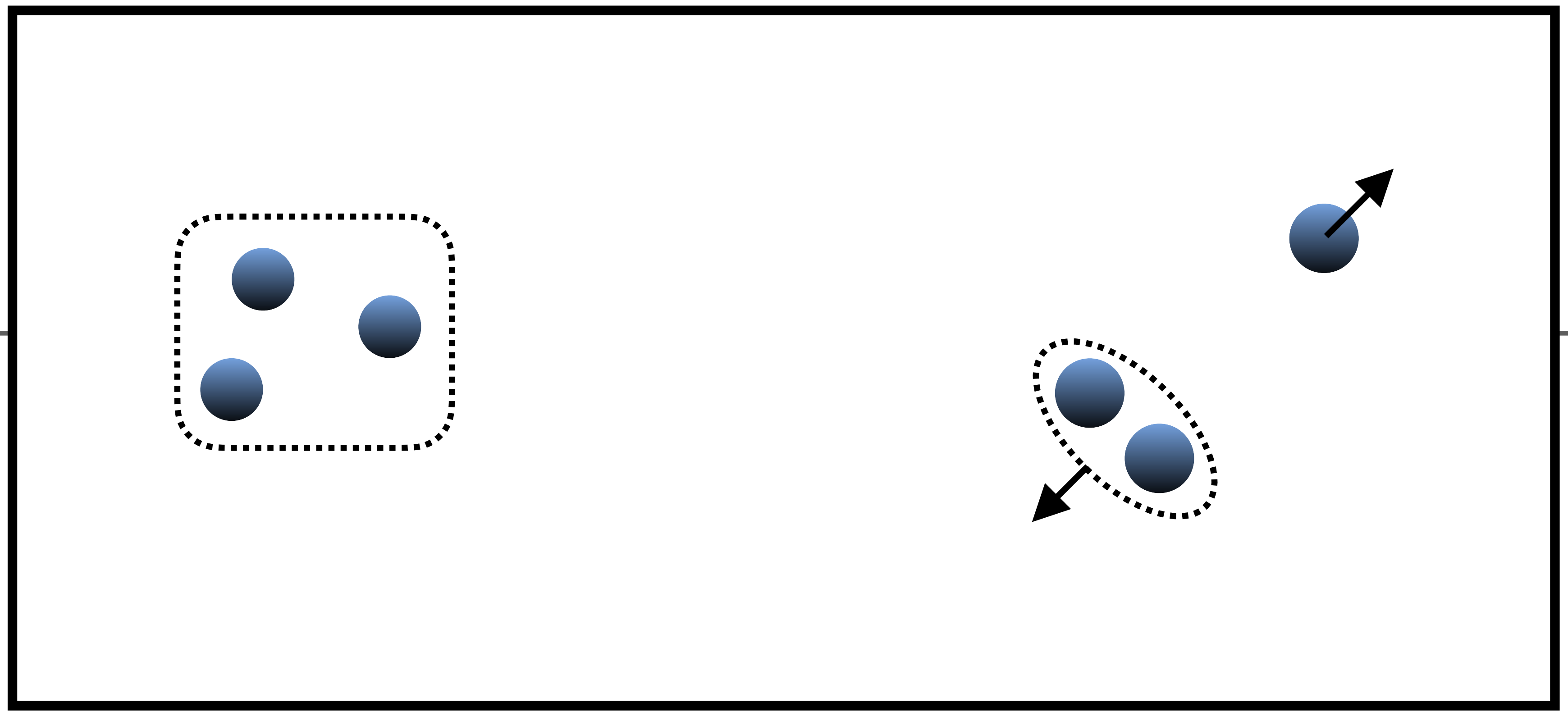
On arrive alors à (Braaten & Hammer):

$$C(a) \approx C' \frac{\sinh(2\eta)}{\sin^2\left[\,|s_0|\ \ln(a/a_-^{(0)})\right] + \sinh^2 \eta}$$

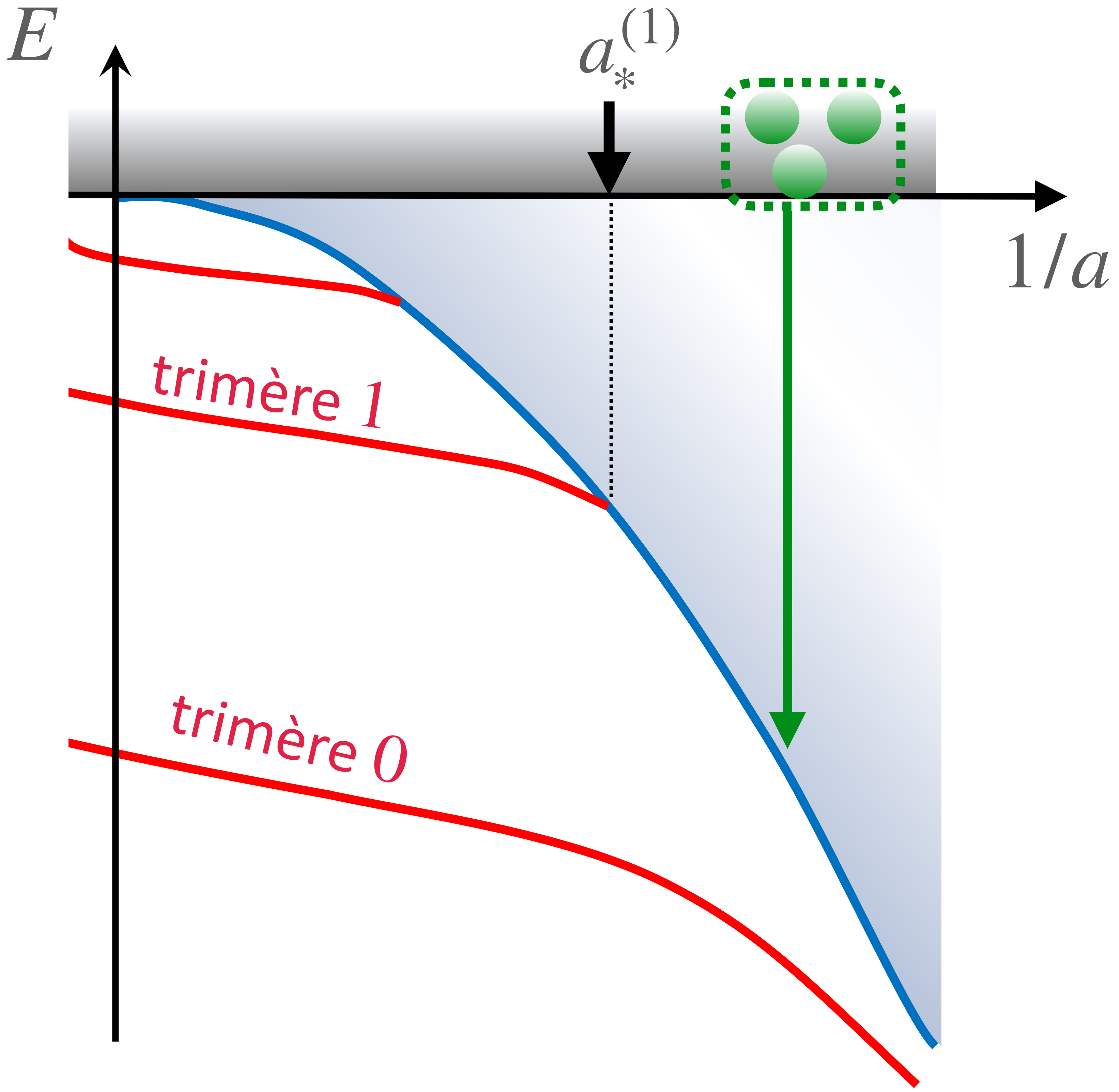
$C' \approx 4590$



Le coefficient L_3 du côté $a > 0$ de la résonance



Recombinaison principalement en formant le dimère faiblement lié



Aucun paramètre ajustable n'est utile de ce côté de la résonance, puisqu'on connaît exactement l'état final

$$C(a) \approx C'' \sin^2\left[|s_0| \ \ln\left(\frac{a}{a_+^{(0)}}\right)\right]$$

$$a_+^{(0)} \approx 0.20\, a_*^{(1)} \qquad C'' \approx 67.1$$

Comportement oscillant lié à l'interférence entre plusieurs chemins conduisant au même état final, avec des minima en chaque $a = \lambda^n a_+^{(0)}$ *avec* $\lambda = \mathrm{e}^{\pi/|s_0|}$

2.

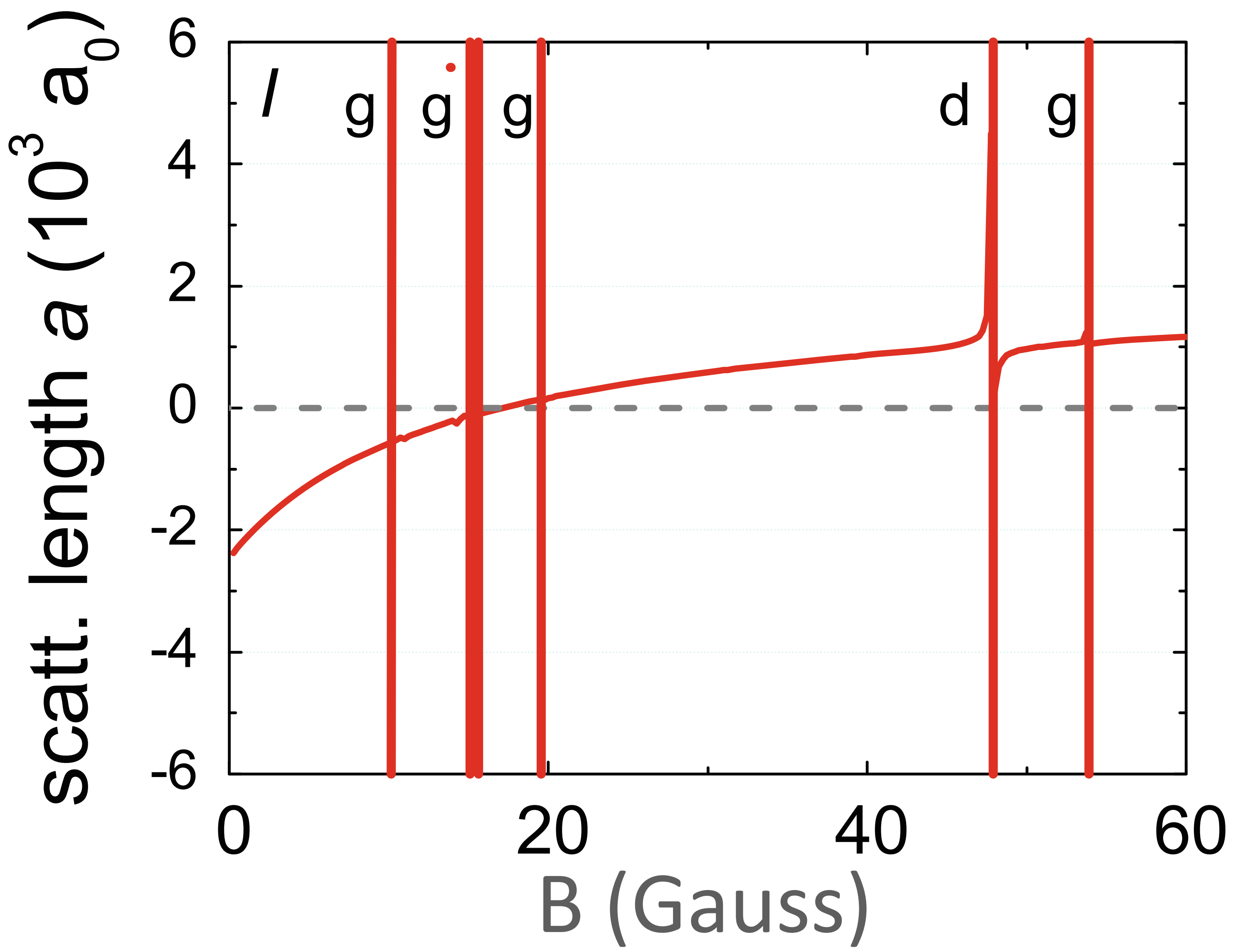
Observation des principales caractéristiques

Premières observations sur le césium

Innsbruck, 2006

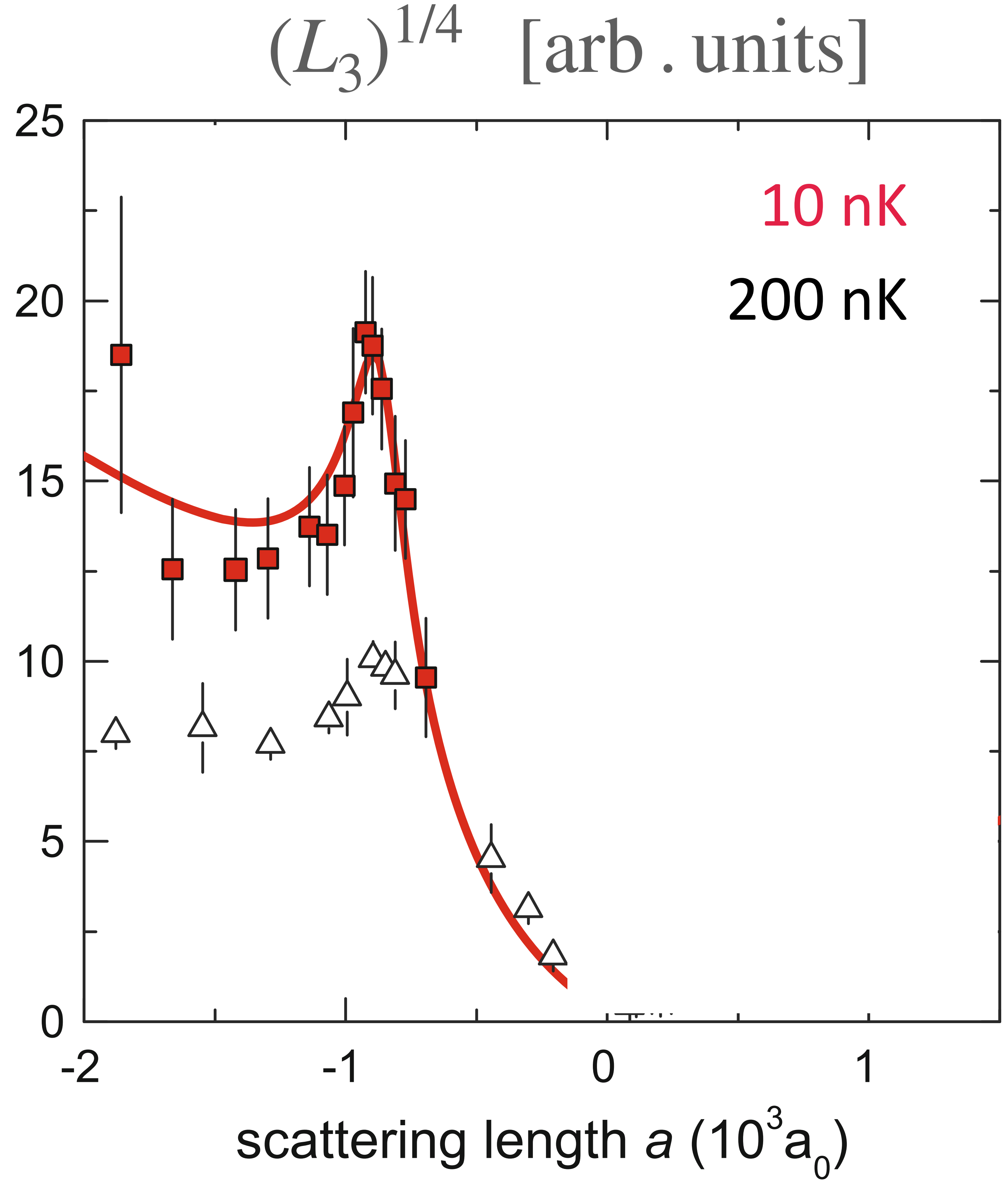
Gaz d'atomes préparés dans l'état hyperfin fondamental $|f = 3,\, m = 3\rangle$

Résonance de Fano-Feshbach



Kraemer et al,
Nature **440**, 315 (2006)

Ferlaino et al,
Few-body systems
51, 113 (2011)



Trimère d'Efimov $n = 0$ observé du côté borroméen (ne croise jamais le dimère, comme pour He)

La connexion entre le côté $a > 0$ et le côté $a < 0$ (2009)

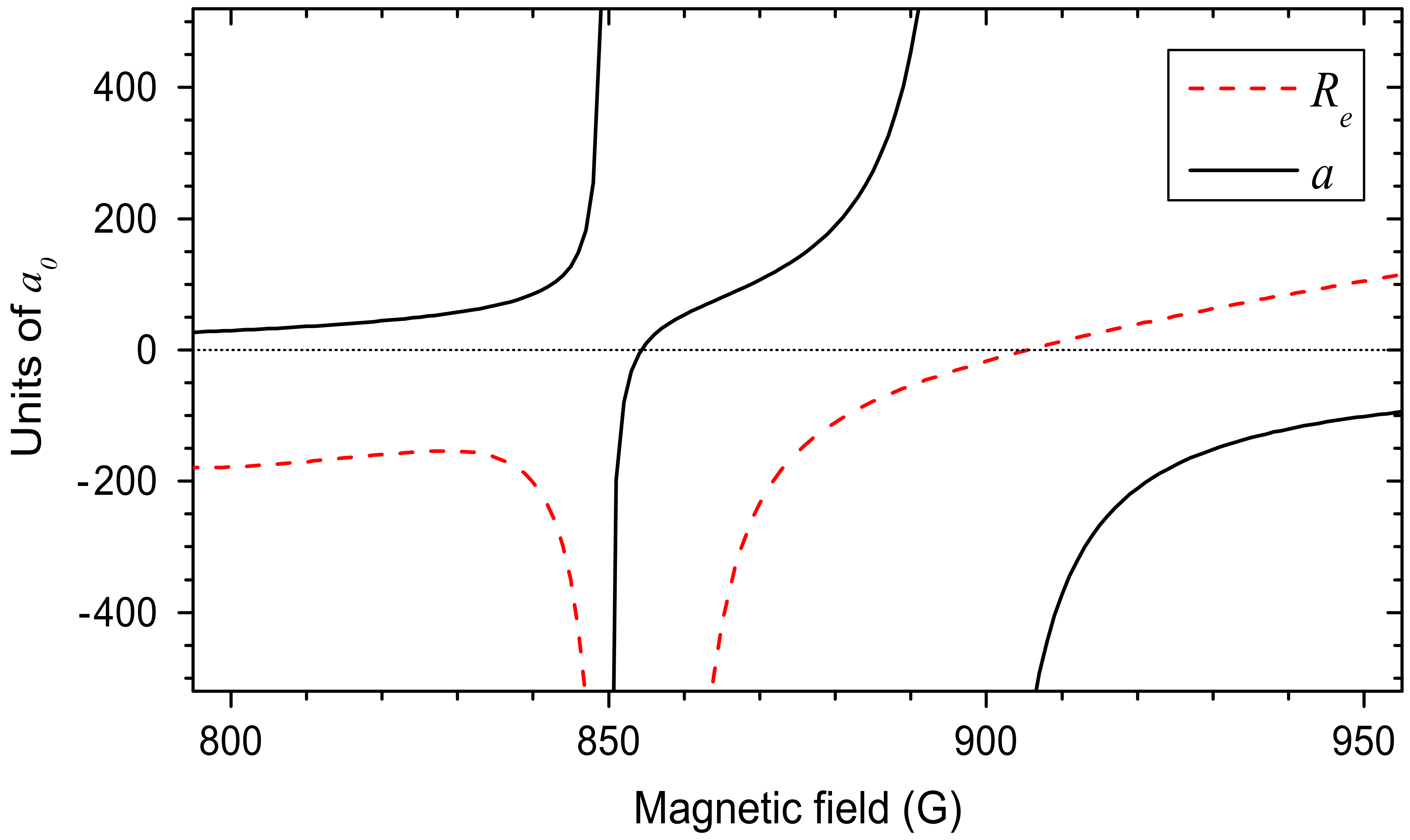
Test crucial de l'universalité d'Efimov à travers une résonance $|a| = +\infty$

Les différents point remarquables $a_-^{(n)}$, $a_*^{(n)}$, $a_+^{(n)}$ sont liés les uns aux autres

Etudes indépendantes à Innsbruck (cesium), Bar Ilan (lithium), Florence (potassium), Houston (lithium)

La résonance de Fano-Feshbach pour ^{7}Li

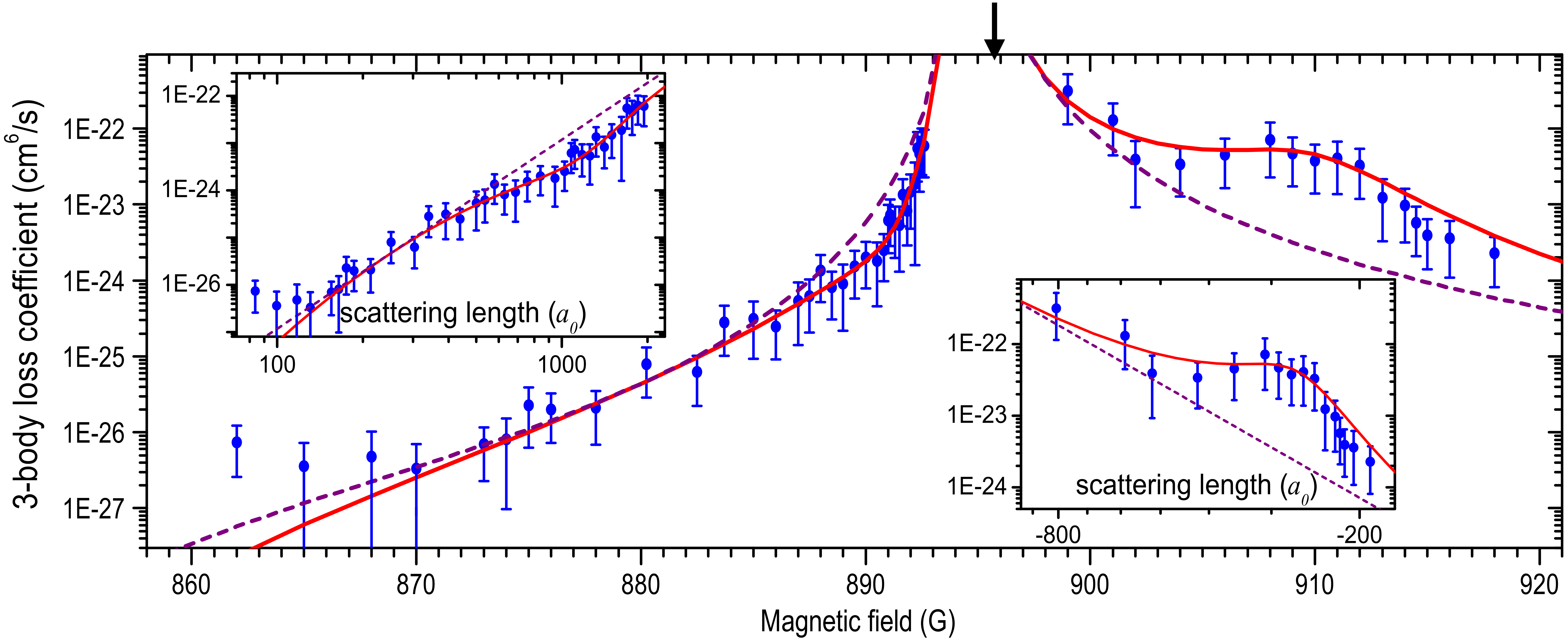
Gross et al., PRL **103**, 163202 (2009)



La connexion entre le côté $a > 0$ et le côté $a < 0$

Bar Ilan, 2009

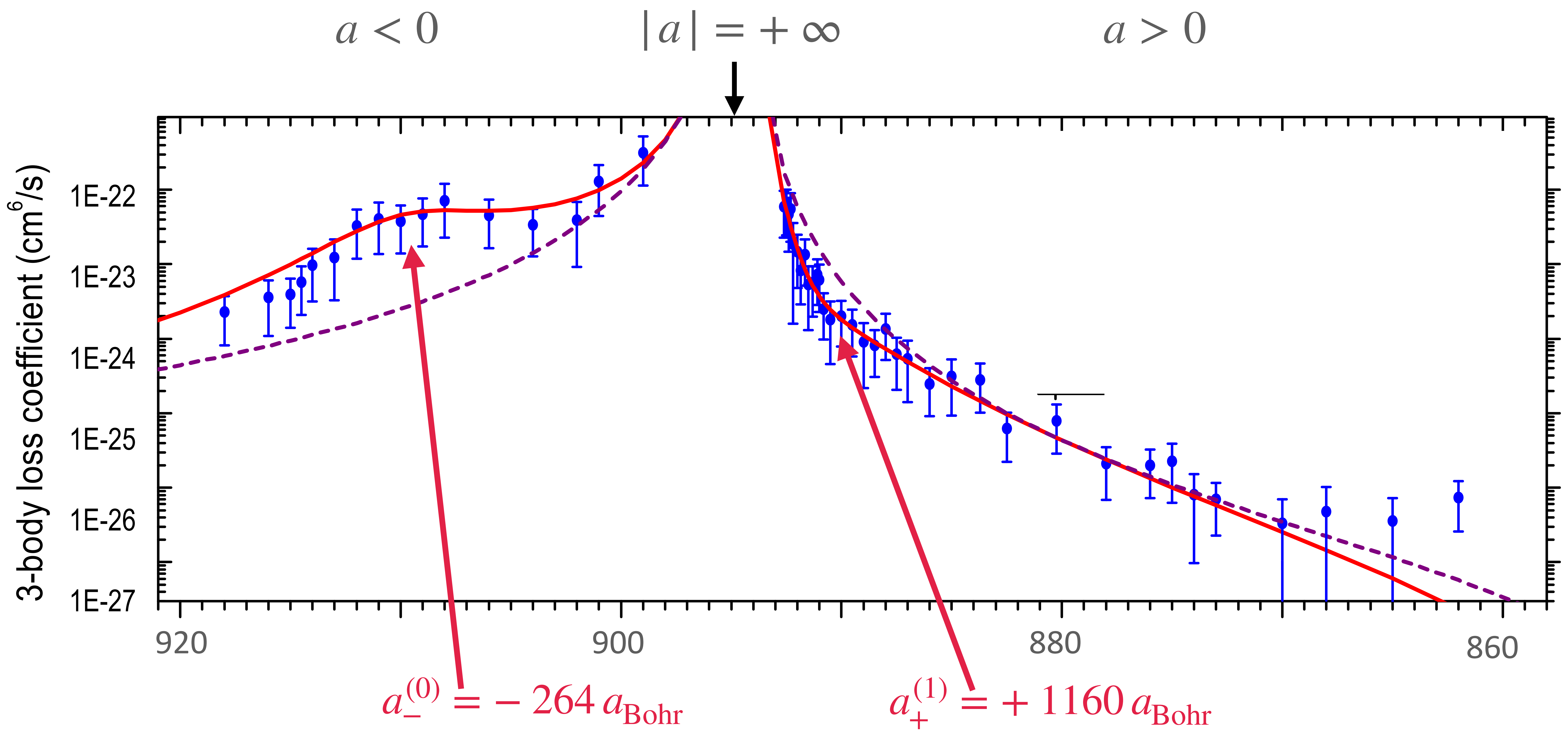
$a > 0$ $|a| = +\infty$ $a < 0$



Gross et al., PRL **103**, 163202 (2009)

La connexion entre le côté $a > 0$ et le côté $a < 0$

Bar Ilan, 2009



Attendu : $\dfrac{a_-^{(n)}}{a_+^{(n+1)}} \approx -0.21$

Trouvé expérimentalement : $\dfrac{a_-^{(0)}}{a_+^{(1)}} \approx -0.23$

La connexion entre le côté $a > 0$ et le côté $a < 0$

Gross et al., PRL **103**, 163202 (2009)

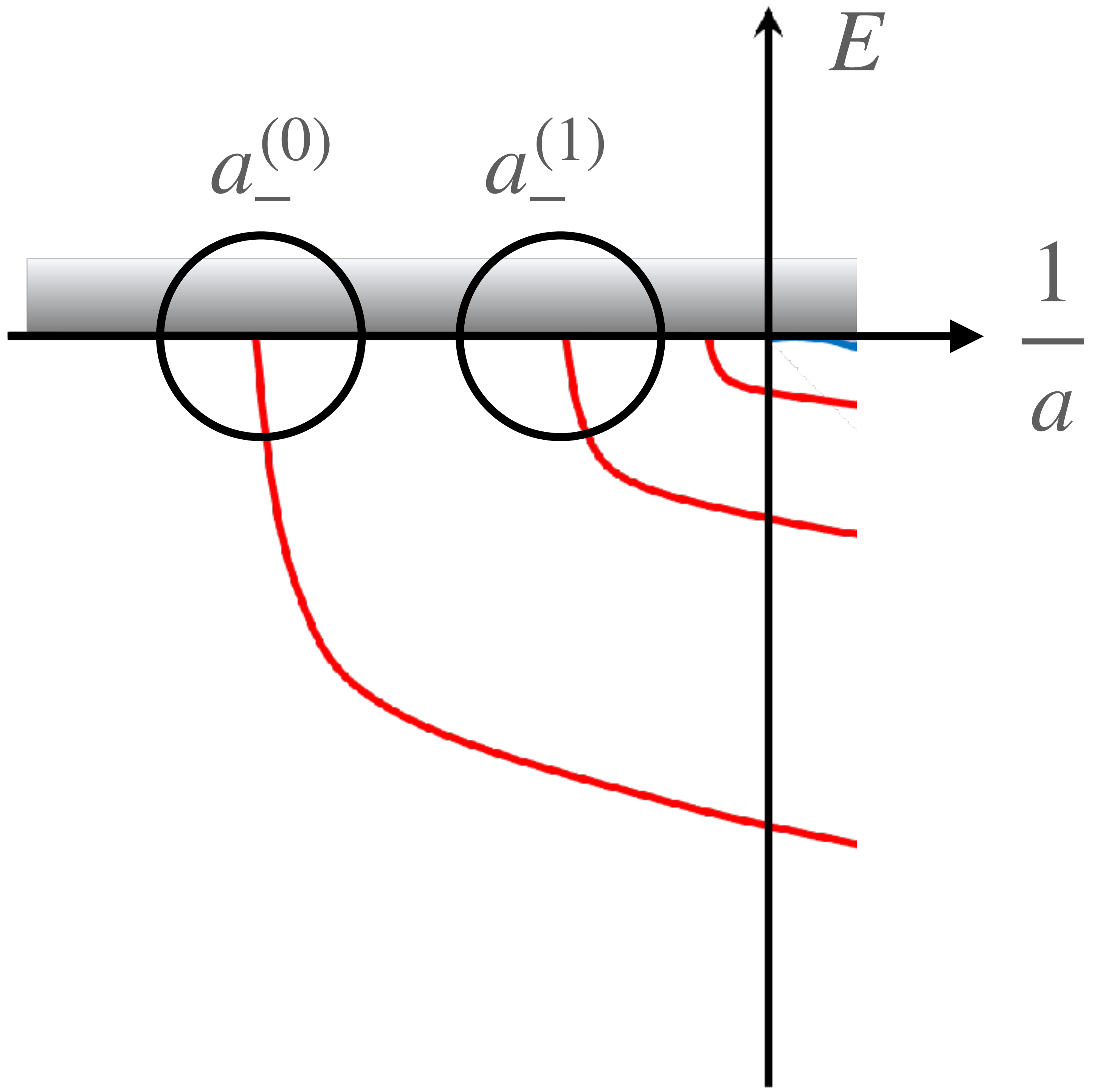
Attendu : $\dfrac{a_-^{(n)}}{a_+^{(n+1)}} \approx -0.21$

Trouvé expérimentalement : $\dfrac{a_-}{a_+} \approx -0.23$

"This seems like an observation of the long hunted universal behavior of a three-body observable in a physical system with resonantly enhanced two-body interactions"

La suite géométrique d'Efimov

Lien entre deux branches de trimères successives



- Observé sur un mélange mMM avec un rapport λ relativement favorable ($\lambda = 4.9$ pour ^{6}Li-^{133}Cs)

- Nettement plus difficile pour trois particules identiques : $\lambda = 22.7$

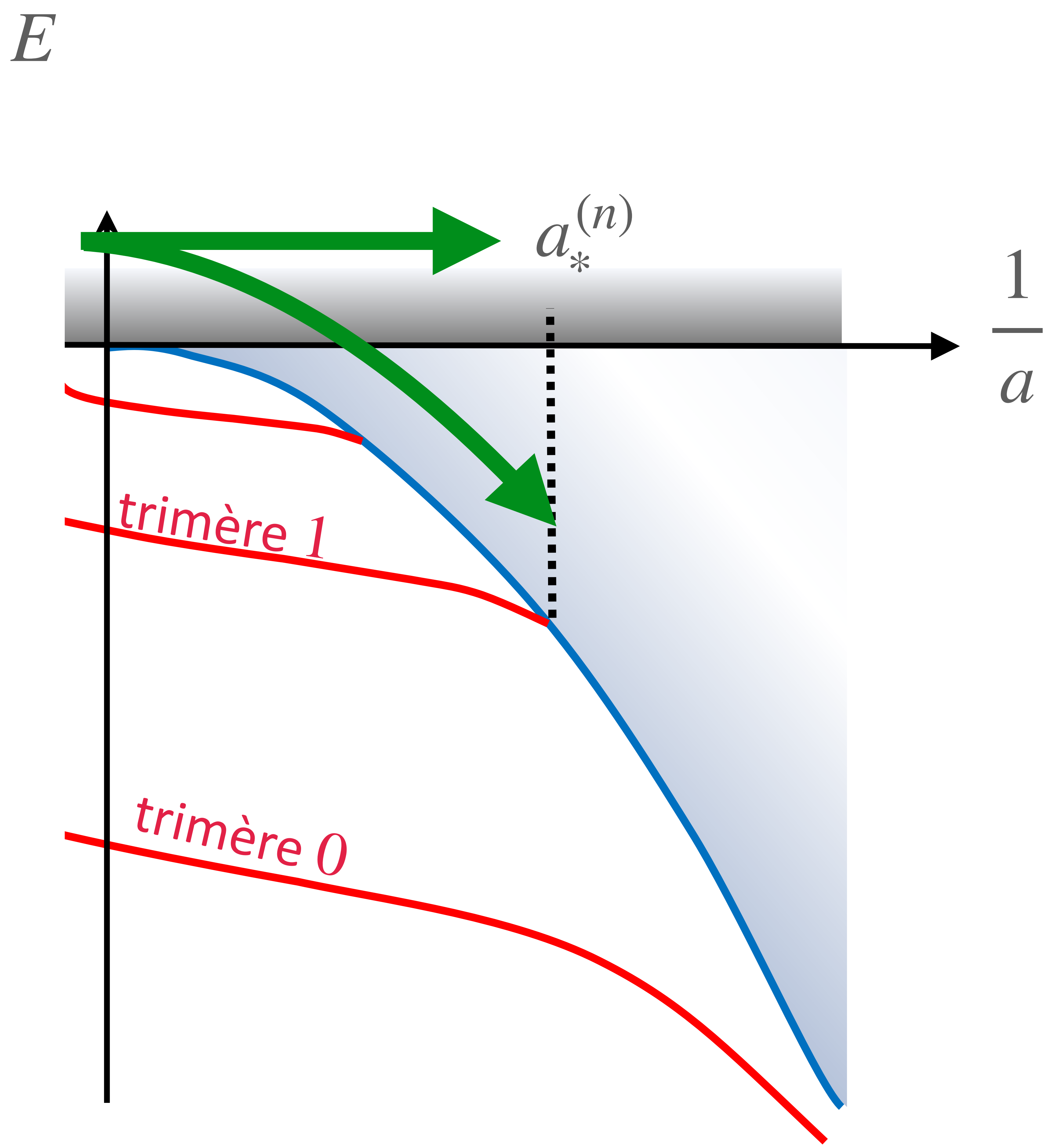
Groupe d'Innsbruck
^{133}Cs avec $B \sim 800$ G
piège optique $\sim 5\,\mu$m

$$\begin{cases} 2011 : a_-^{(0)} = -\,51.0(6)\,\text{nm} \\ 2014 : \text{pic de } L_3 \text{ pour } -900(60)\,\text{nm} \longrightarrow a_-^{(1)} = -\,1068(63)\,\text{nm} \quad !!! \end{cases}$$

correction liée à la température non nulle (~ 10 nK)

Rapport trouvé expérimentalement : $\dfrac{1068}{51.0} = 21.0\,(1.3)$, compatible avec la prédiction d'Efimov

Le croisement dimère-trimère



Boulder 2019, 2020 : expériences sur ^{39}K

Détermination “standard” de $a_-^{(0)} = -48.0(6)\,\mathrm{nm}$

On convertit une partie du gaz d’atomes en dimères par un balayage du champ magnétique autour de la résonance

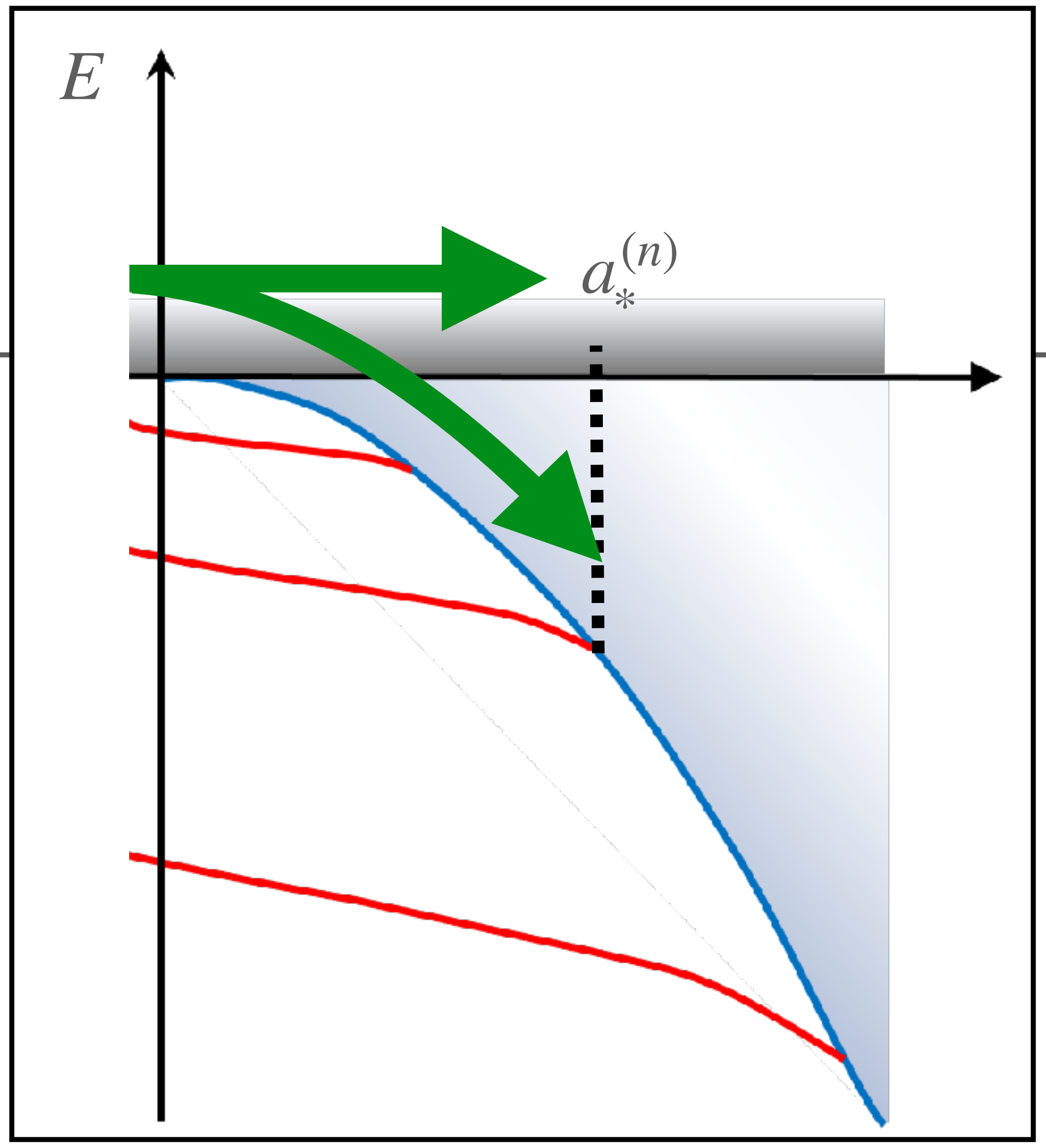
$\longrightarrow$ **Magnéto-association**

Evolution dans le temps du nombre de dimères

$$\frac{\mathrm{d}N_D}{\mathrm{d}t} = -\,\beta_{\mathrm{AD}}\,\rho_{\mathrm{A}}\,N_{\mathrm{D}}$$

Le coefficient β_{AD} décrit la relaxation vers des états fortement liés (comme pour le côté $a < 0$)

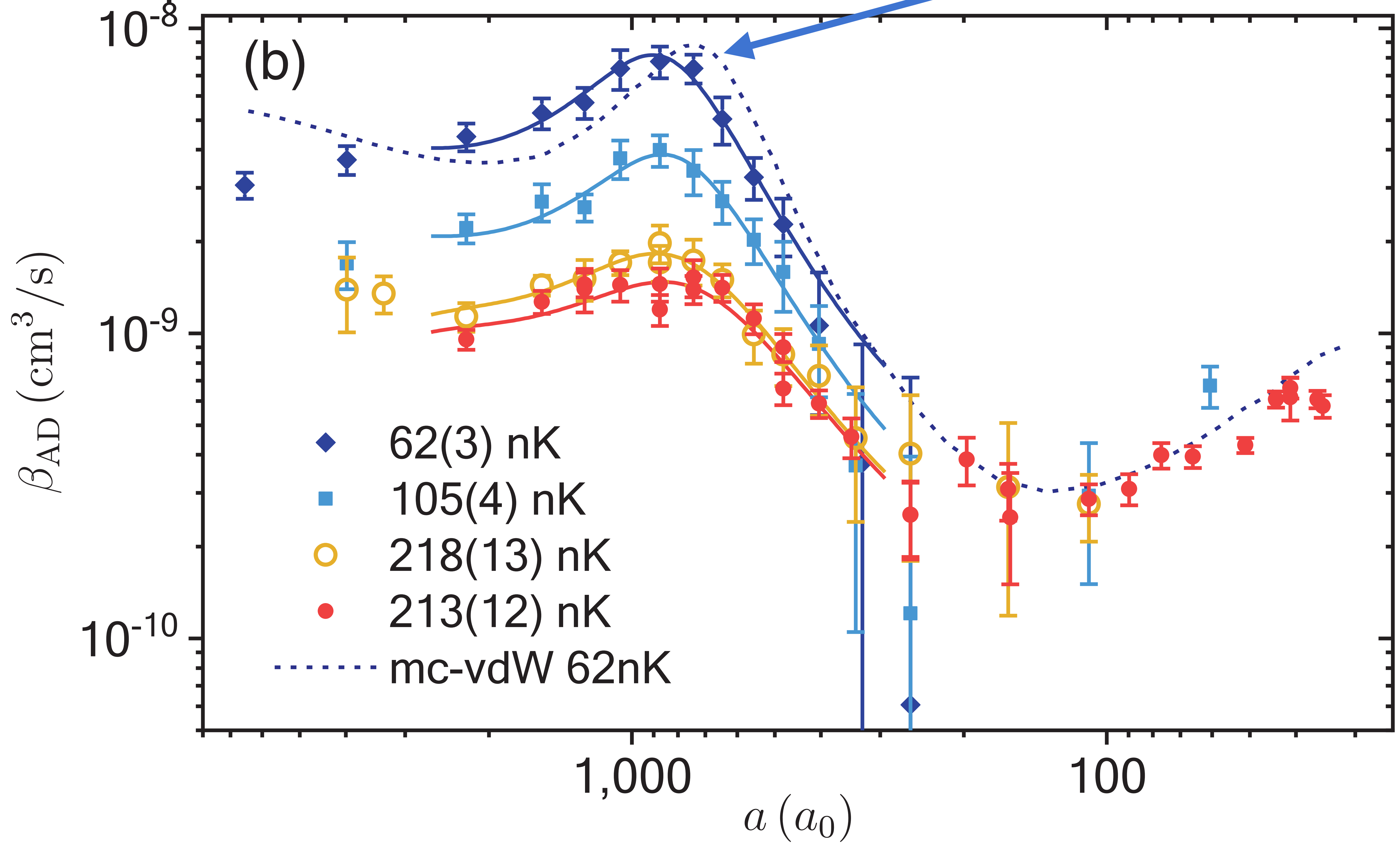
Observation du croisement dimère-trimère



Boulder 2019, 2020 : expériences sur ^{39}K

$$\frac{\mathrm{d}N_D}{\mathrm{d}t} = -\,\beta_{\mathrm{AD}}\,\rho_{\mathrm{A}}\,N_{\mathrm{D}}$$

$a_*^{(1)} = 46.8\,(7)\,\mathrm{nm}$



On sait par ailleurs $a_-^{(0)} = -\,48.0(6)\,\mathrm{nm}$

$$\frac{a_*^{(1)}}{a_-^{(0)}} = \frac{46.8}{-48.0} = -\,0.97$$

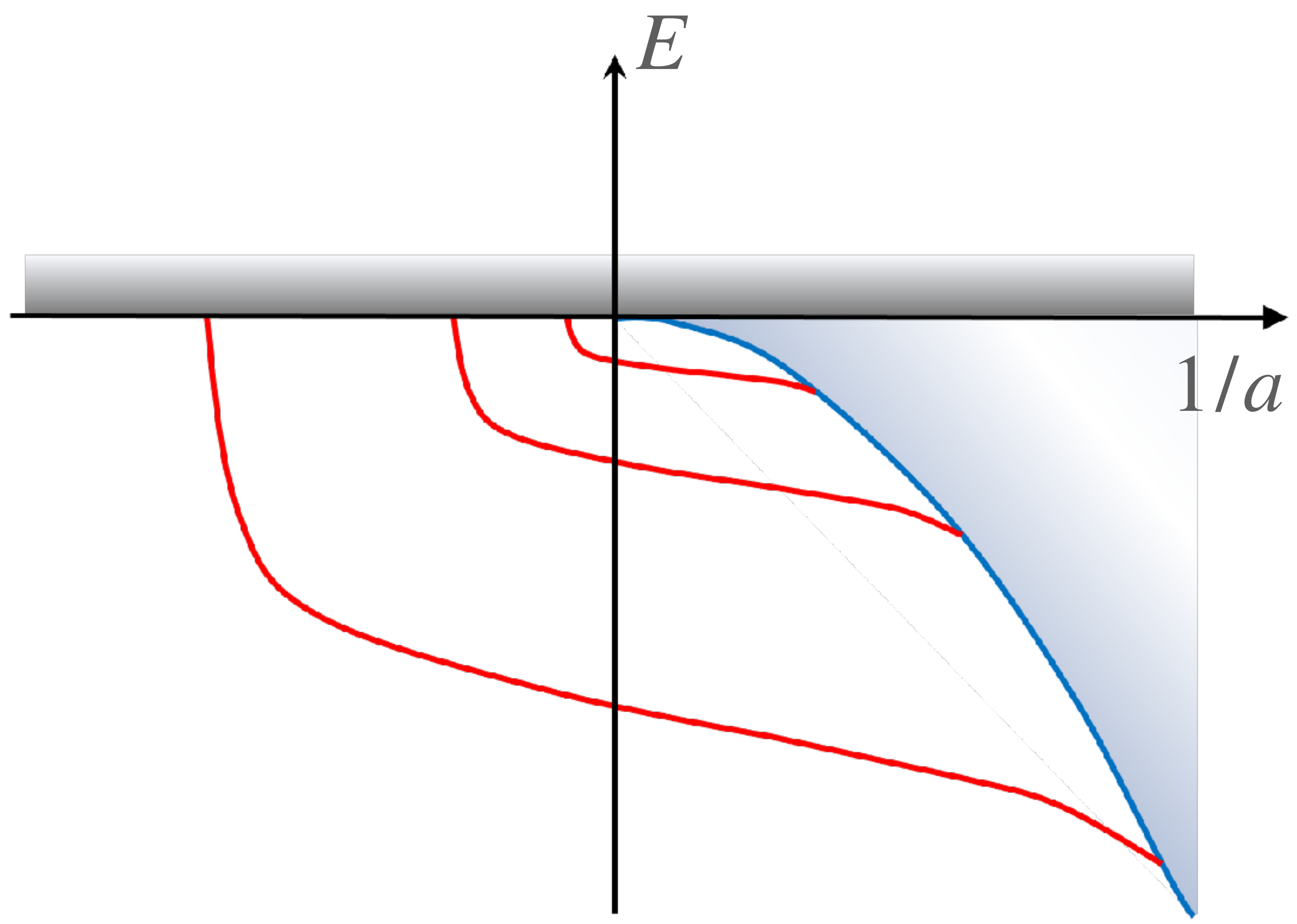
Valeur attendue : -1.065

Bon accord avec la théorie même pour les premières branches de trimères

Bilan de ces mesures

Pour une branche donnée du trimère, relations entre points remarquables

- Côté $a < 0$, seuil d'apparition du trimère $a_-^{(n)}$
- Côté $a > 0$, croisement en $a_*^{(n)}$ des branches trimère et dimère
- Côté $a > 0$, minimum en $a_+^{(n)}$ du taux L_3 pour un gaz d'atomes



Lien entre deux branches successives du trimère, $a_-^{(0)}$ et $a_-^{(1)}$

Bon accord entre le modèle d'Efimov et les résultats expérimentaux, avec des déviations résiduelles expliquées (température non nulle, limite inhérente aux branches $n = 0$ et $n = 1$)

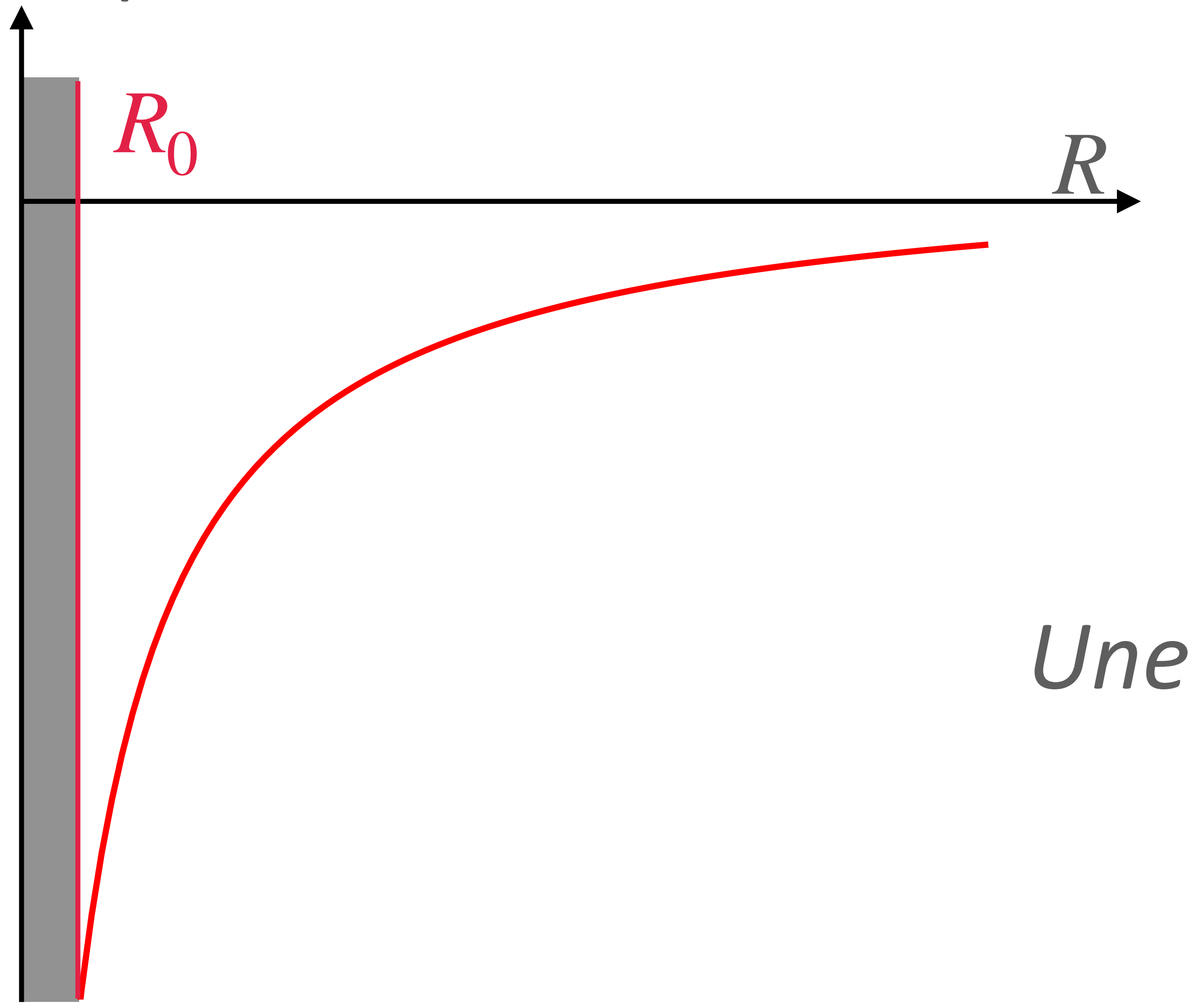
3.

Le paramètre à trois corps

Un paramètre indépendant ?

Approche pseudo-potentiel : le paramètre à trois corps R_0 sert à régulariser l'équation radiale

$$-\frac{\mathrm{d}^2\phi}{\mathrm{d}R^2} + \frac{\alpha}{R^2}\phi(R) = \epsilon\ \phi(R) \qquad \alpha = -\left(|s_0|^2 + \frac{1}{4}\right) \qquad \epsilon = \frac{mE}{\hbar^2}$$



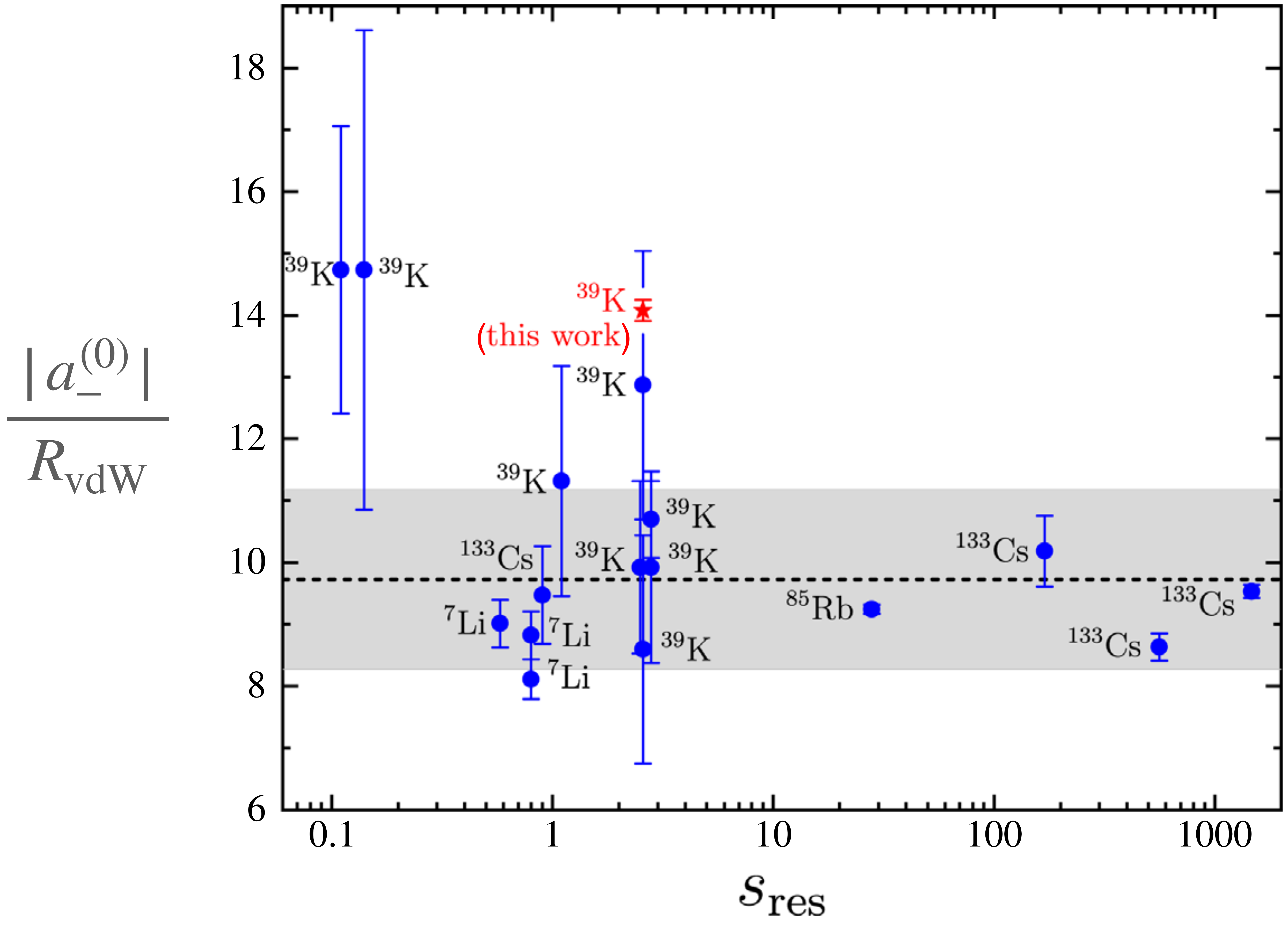
Solution d'énergie nulle : $\phi(r) = \frac{1}{\sqrt{R}}\ \sin\left[|s_0|\ln(R/R_0)\right]$

Une fois R_0 fixé, on en déduit la position des points "observables" : $a_-^{(n)}$, $a_*^{(n)}$, $a_+^{(n)}$

Pour un potentiel à deux corps $V(r_{12})$ de portée finie b, y a-t-il un lien entre cette portée et R_0 ?

Premières réponses théoriques pour des potentiels à deux corps de type $V_0\,\mathrm{e}^{-r_{12}/b}$: pas vraiment…

La valeur de $a_-^{(0)}$ pour différents gaz d'atomes neutres



$$R_{\rm vdW} = \frac{1}{2}\left(\frac{mC_6}{\hbar^2}\right)^{1/4}$$

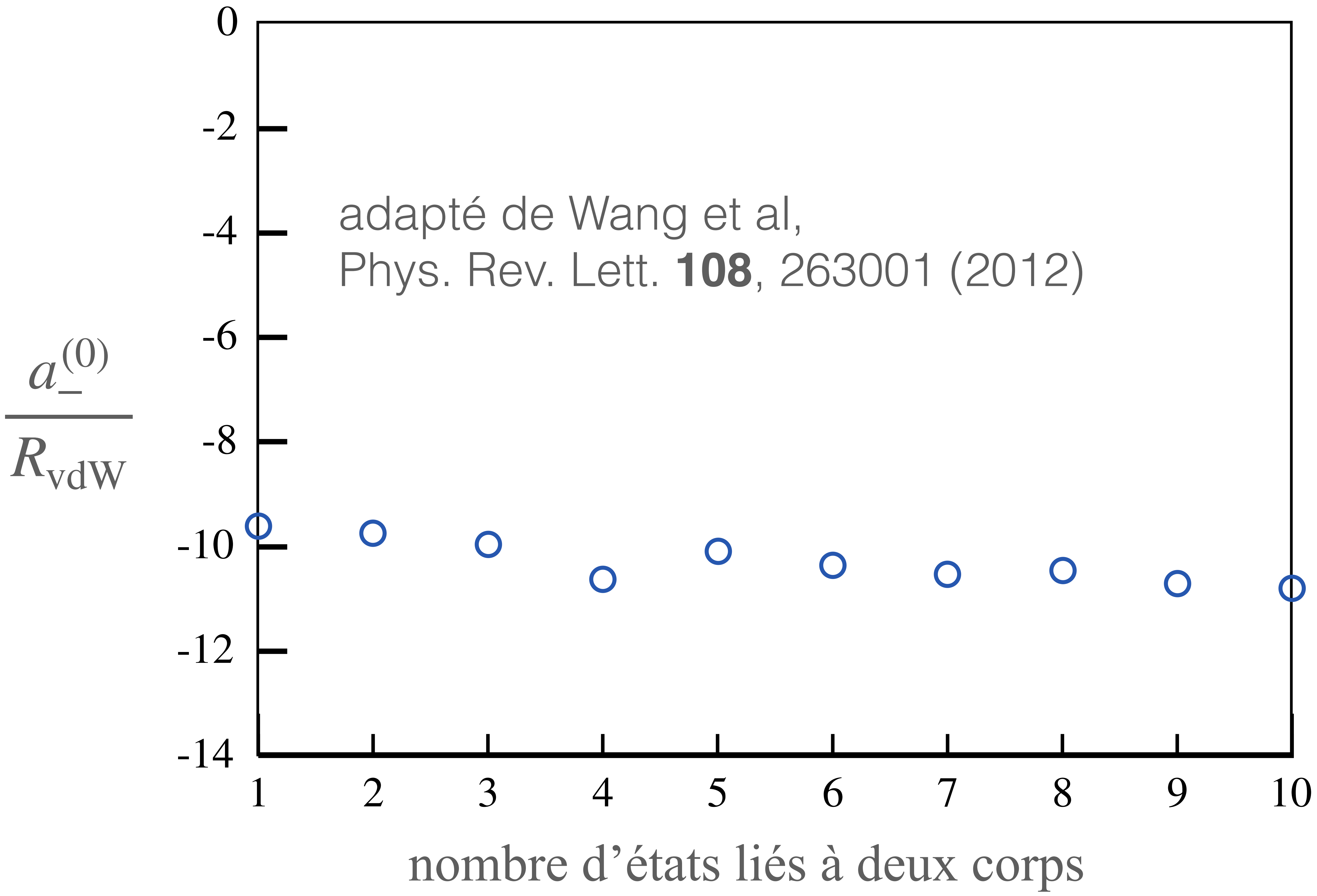
$s_{\rm res}$: "force" de la résonance

La description à un canal de collision adoptée dans ce cours est valable si $s_{\rm res} > 1$

Le paramètre à trois corps n'est pas "aléatoire", mais au contraire "verrouillé" sur $R_{\rm vdW}$:

$$\frac{a_-^{(0)}}{R_{\rm vdW}} \approx -9.7 \pm 1.5$$

Les résultats numériques pour un potentiel de van der Waals



Potentiel à deux corps de Lennard-Jones:

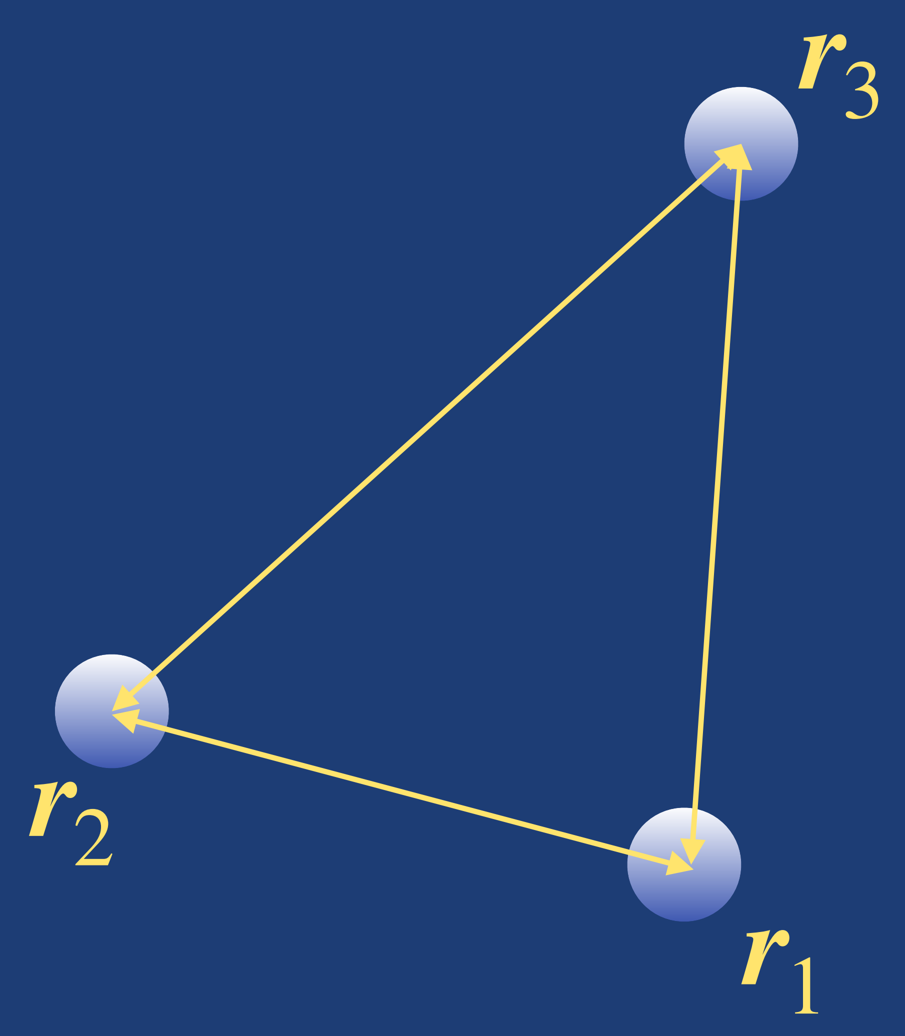
$$V^a_\lambda(r) = -\frac{C_6}{r^6} + \frac{C_{12}}{r^{12}} \qquad R_{\rm vdW} = \frac{1}{2}\left(\frac{mC_6}{\hbar^2}\right)^{1/4}$$

On ajuste C_{12} pour varier la profondeur du puits et donc le nombre d'états liés à deux corps

Confirmation du lien trouvé expérimentalement : $$\frac{a_-^{(0)}}{R_{\rm vdW}} \approx -9.7 \pm 1.5$$

L'approche hypersphérique

Comment résoudre l'équation de Schrödinger pour un potentiel binaire quelconque ?



Système de coordonnées dans le référentiel du centre de masse :

hyperrayon (1) + hyperangles (5) : $(R, \overrightarrow{\Omega})$

→ Structure de l'équation de Schrödinger

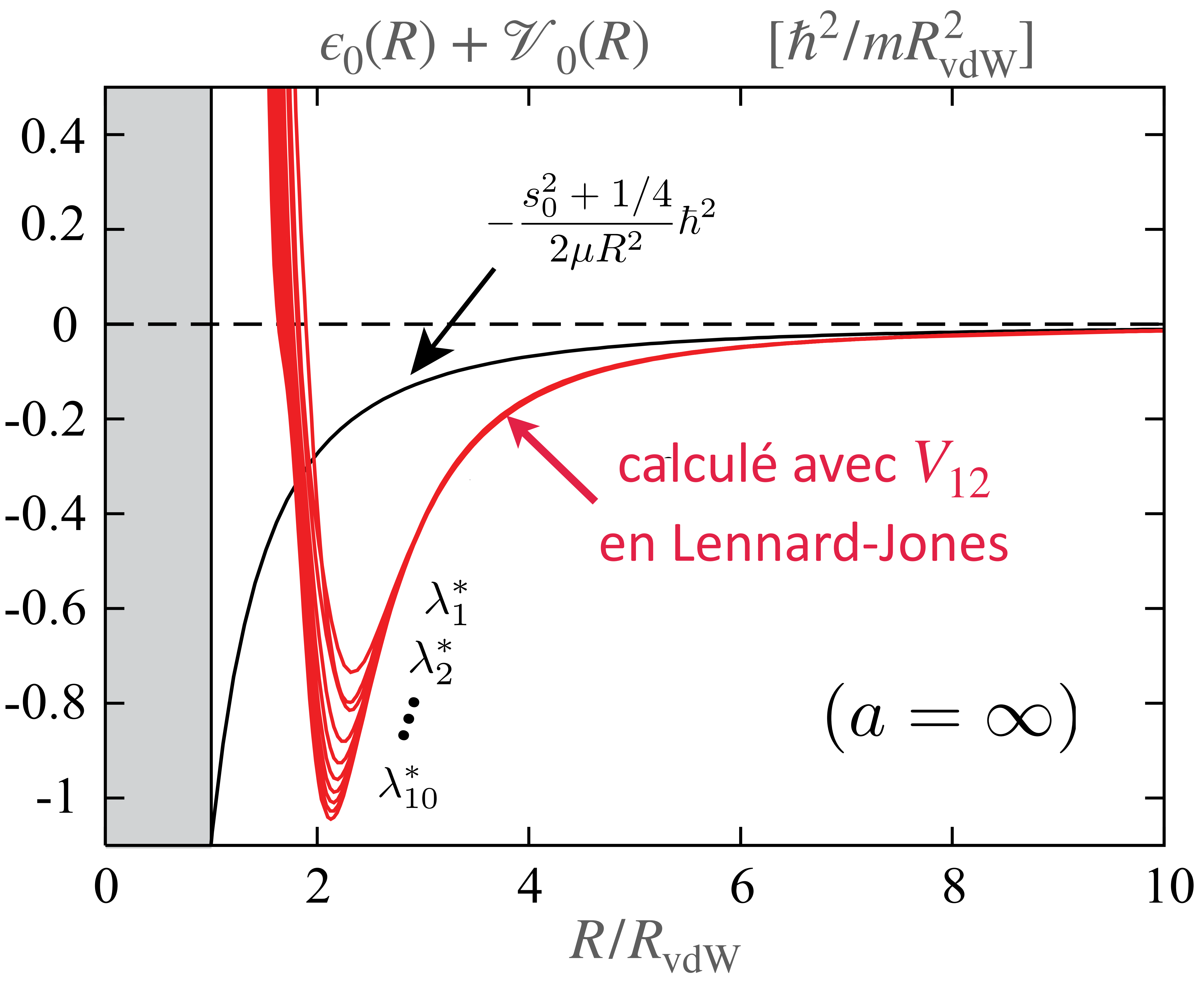
→ Solution (formelle) du problème angulaire

→ Structure de l'équation radiale

→ Emergence de potentiels "géométriques"

Le potentiel à trois corps “total”

Wang et al,
Phys. Rev. Lett. **108**, 263001 (2012)



Calcul fait pour $|a| = +\infty$

- On retrouve le potentiel en R^{-2} à longue distance
- Emergence d’un potentiel fortement répulsif en $R \approx 2\,R_{\rm vdW}$

Origine de la répulsion : déformation rapide du “triangle atomique”

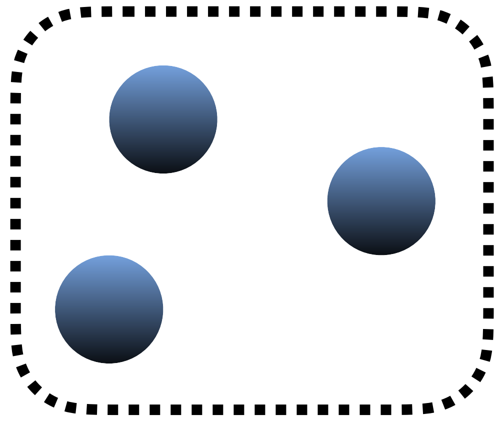
forme allongée à grande distance R, forme quasi-équilatérale à courte distance

4.

Au delà de l'effet Efimov “standard”

Trois bosons identiques $\longrightarrow \begin{cases} \text{fermions vs. bosons} \\ \text{quatre, cinq, … particules} \end{cases}$

Trois fermions identiques (polarisés)



Pas d'interaction binaire en onde s (fonction d'onde spatiale antisymétrique)

Collision en onde p : $\dfrac{1}{f_1(k)} \approx -\dfrac{1}{k^2 v} + \dfrac{k_e}{2} - \mathrm{i}k$ v : volume de diffusion, k_e : portée effective

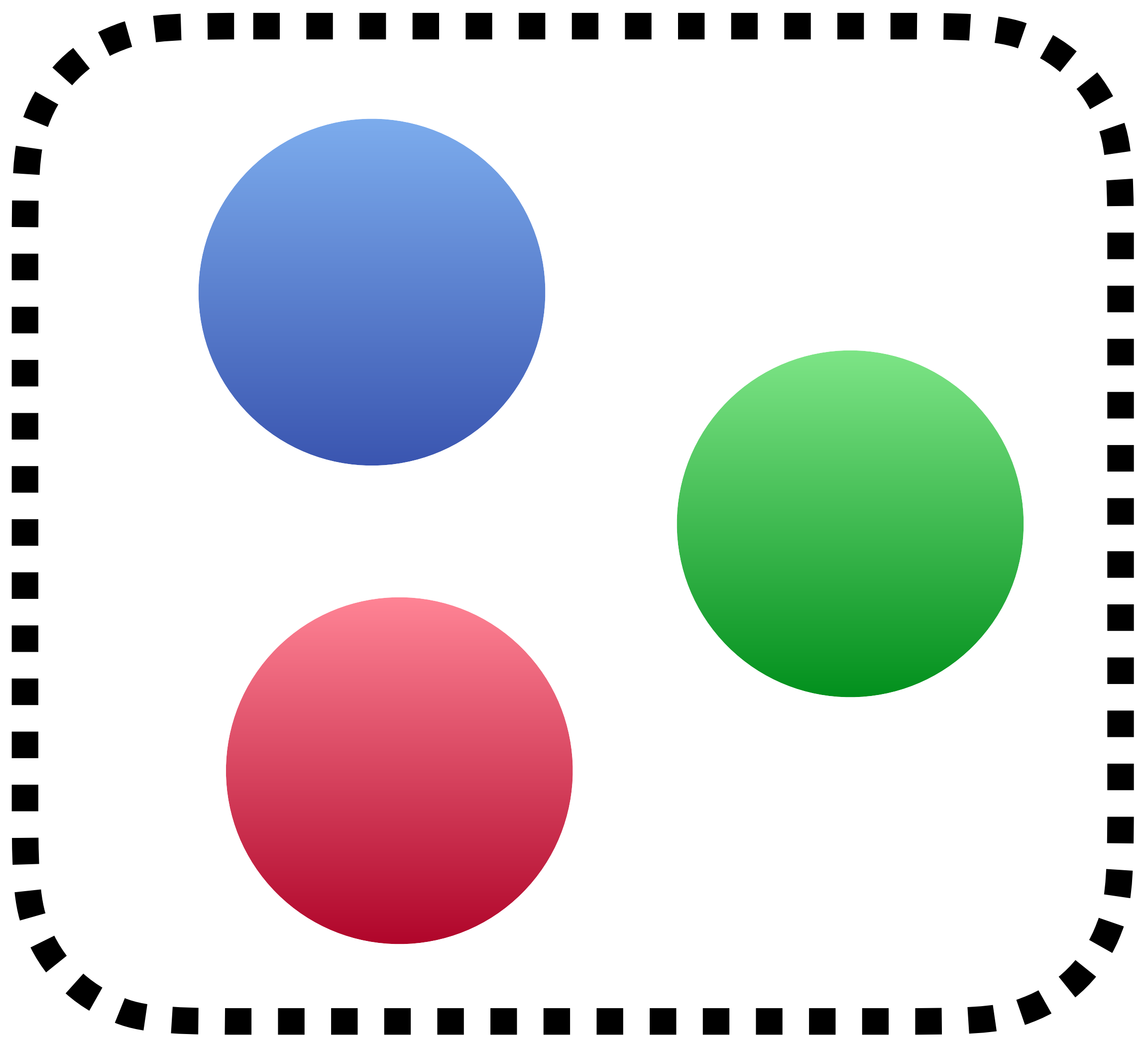
Résonance de diffusion pour $|v| \to +\infty$

Jona-Lasinio *et al.*, 2008 : pas d'effet Efimov (*i.e.*, pas de série infinie de trimères liés)

En revanche :

- deux trimères liés, y compris du côté $v < 0$: trimères borroméens (pas d'état lié à deux corps)
- pas besoin d'introduire un paramètre à trois corps pour caractériser ces trimères

Trois particules discernables



Aucune contrainte sur la symétrie d'échange de $\Psi(\boldsymbol{r}_1, \boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_3)$

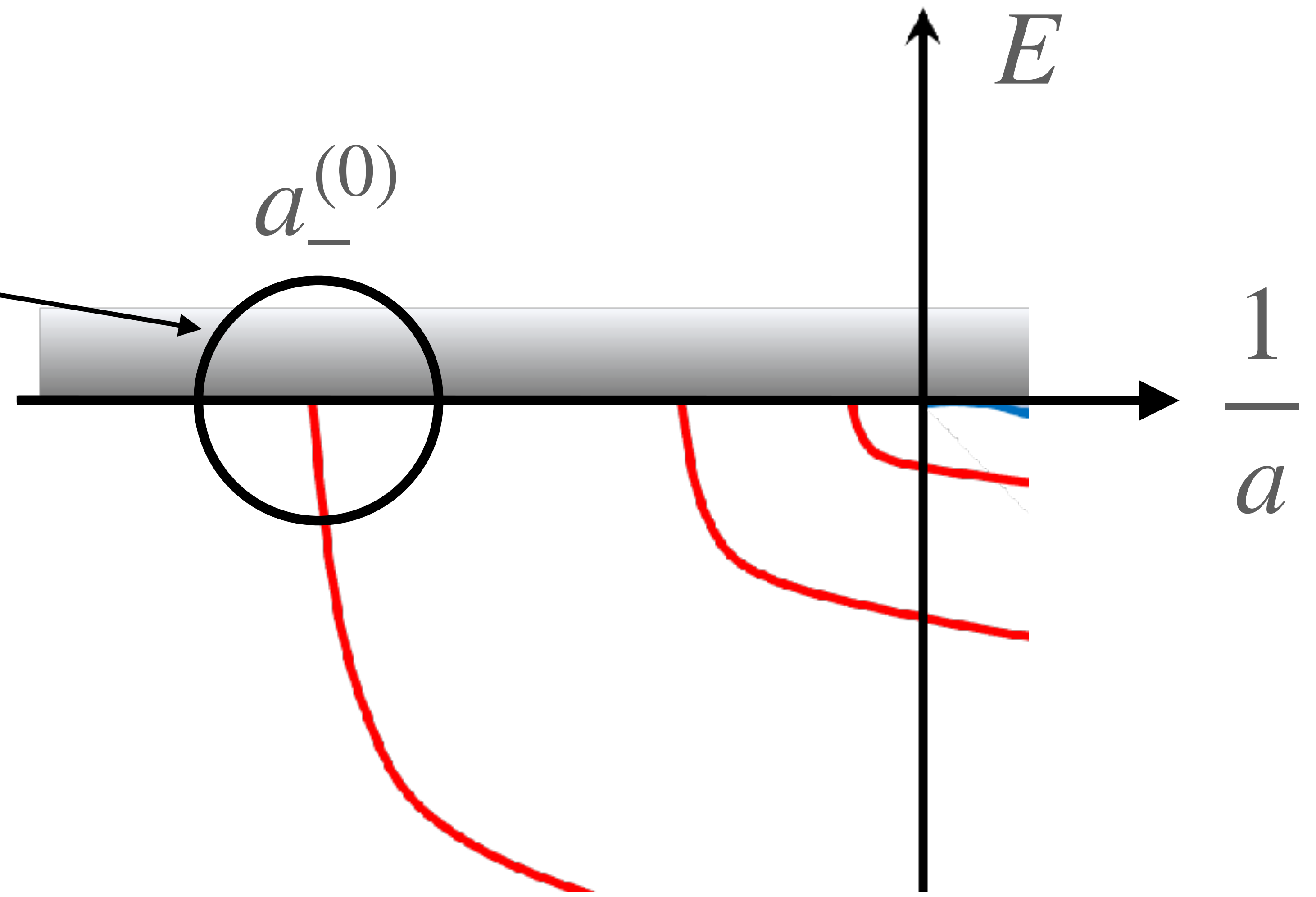
Tous les résultats obtenus pour les bosons (universalité d'Efimov, suite géométrique pour les énergies des niveaux pour $|a| = +\infty$*) restent valables si les* a_{ij} *sont égaux entre eux*

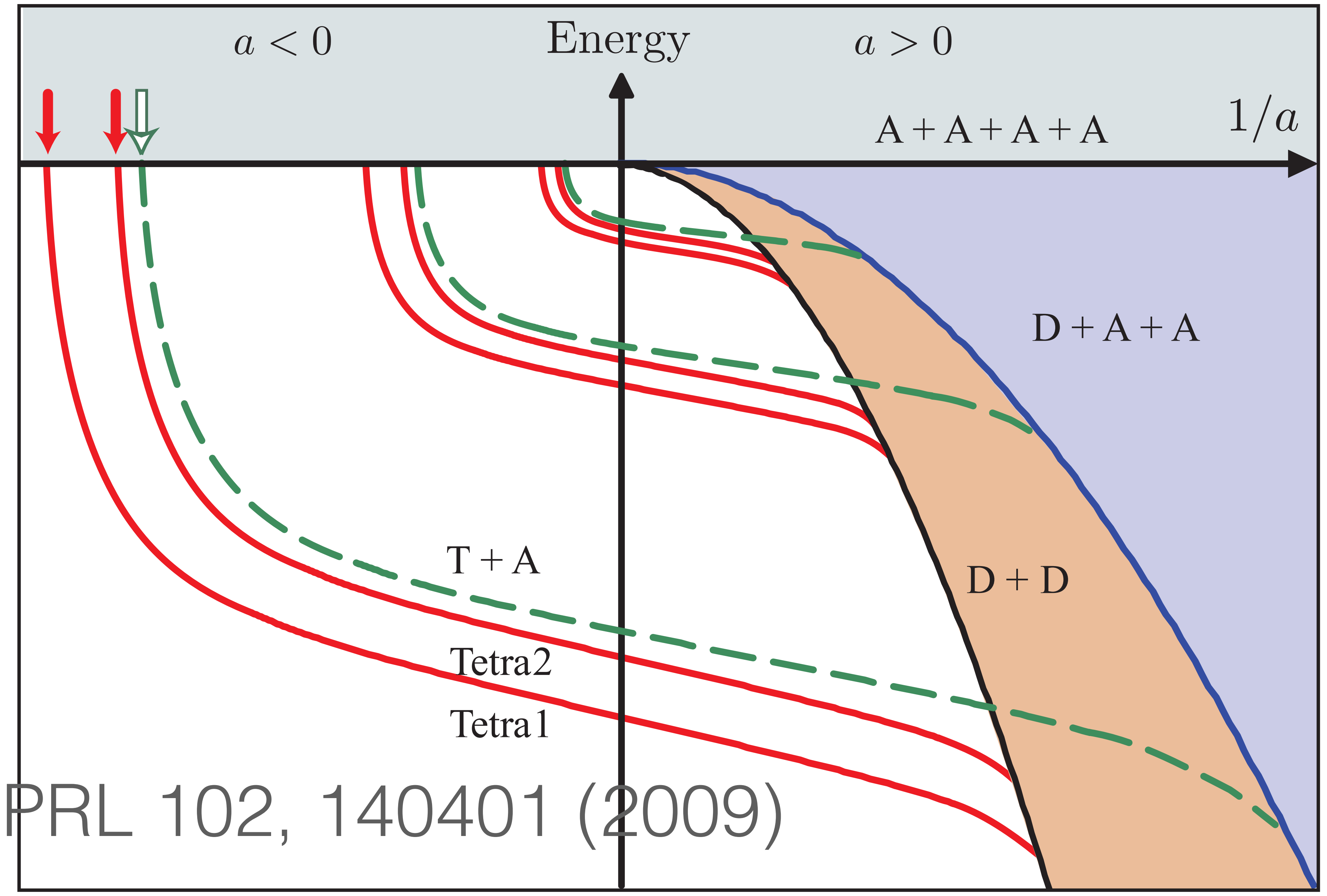
Pour que l'effet Efimov se produise, il faut qu'au moins deux a_{ij} *présentent simultanément un comportement résonnant*

Quatre bosons identiques

Y a-t-il une série infinie de tétramères
liés au seuil d'apparition du trimère ?

Réponse négative [Amado & Greenwood (1973)]





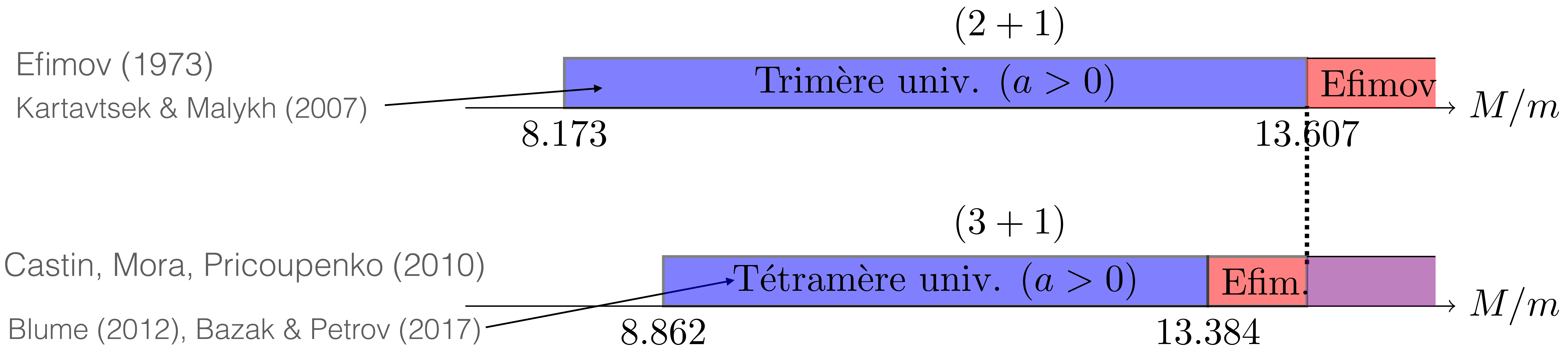
PRL 102, 140401 (2009)

En revanche, il existe deux branches de tétramères "universels" (pas de paramètre à 4 corps) attachées à chaque branche de trimère

Prédiction : Hammer & Platter (2007)
Observation : Ferlaino *et al.* (2009)

Quatre = trois (fermions) + une autre particule

Trois fermions de masse M + une autre particule de masse m



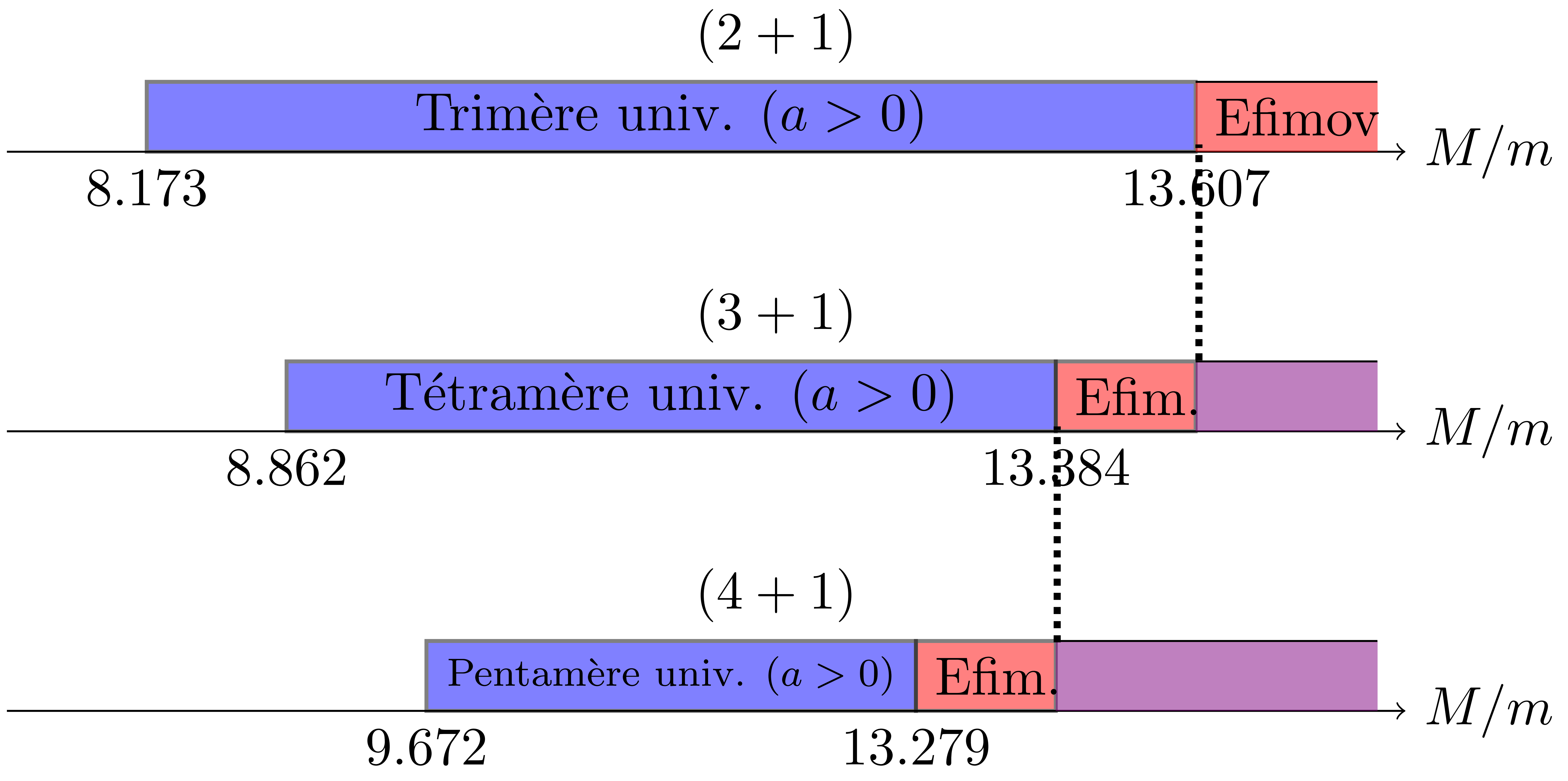
Il existe un intervalle pour M/m pour lequel le problème à quatre corps est efimovien sans que le problème à trois corps le soit !

Endo & Castin (2015) : le cas 4 = 2 (fermions) + 2 (fermions) ne conduit pas à un effet Efimov

Le problème à $N + 1$ particules (dont N fermions polarisés)

Castin et al. (2010)

Bazak & Petrov (2017)

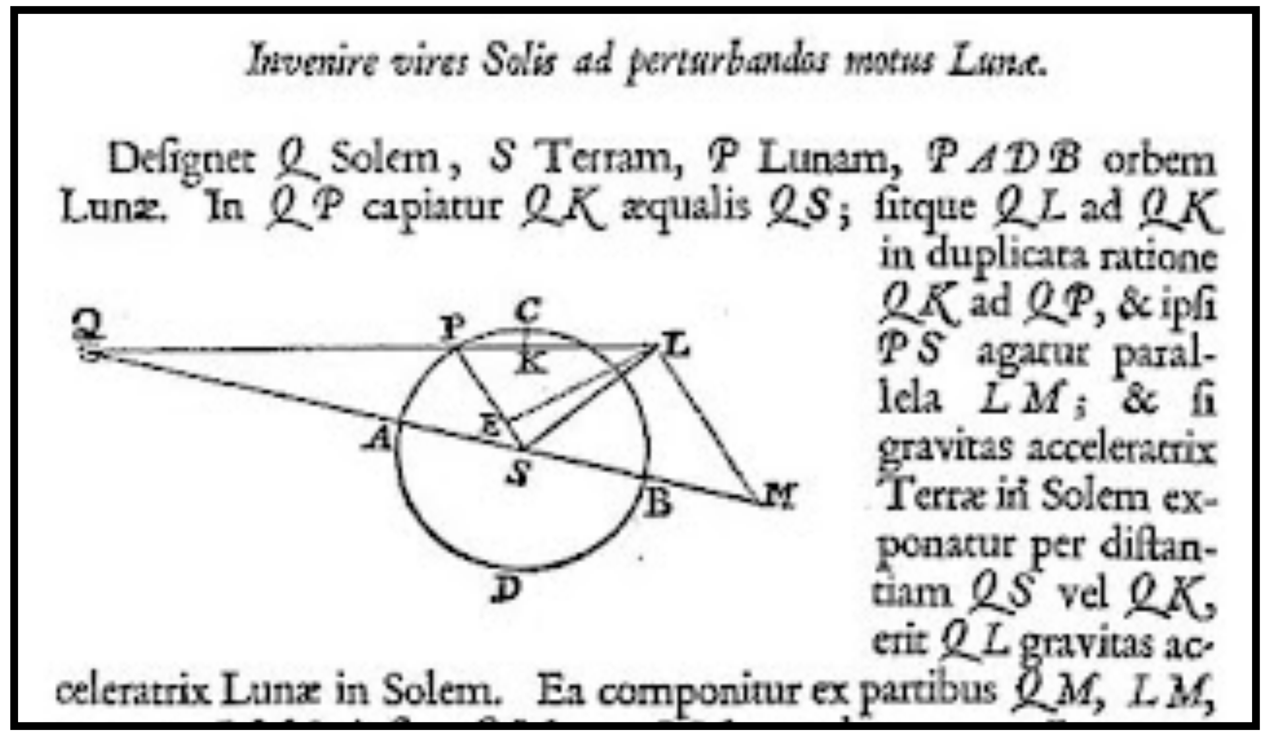


Bazak (2020) : pas d'effet Efimov dans ce cas pour $5 + 1$ ni pour $6 + 1$

Ces cas $3 + 1$ *et* $4 + 1$ *sont les seules extensions connues du résultat d'Efimov*

En résumé…

Newton, Principia



Invenire vires Solis ad perturbandos motus Lunæ.

Deſignet Q Solem, S Terram, P Lunam, $PADB$ orbem Lunæ. In QP capiatur QK æqualis QS; ſitque QL ad QK in duplicata ratione QK ad QP, & ipſi PS agatur parallela LM; & ſi gravitas acceleratrix Terræ in Solem exponatur per diſtantiam QS vel QK, erit QL gravitas acceleratrix Lunæ in Solem. Ea componitur ex partibus QM, LM,

Défi intellectuel considérable posé par le problème à trois corps dans l'histoire des sciences

Efimov : solution exacte pour un modèle simple (interaction de contact quasi-résonnante)

Universalité de l'ensemble des résultats, qui ne dépendent que d'un paramètre (R_0)

Champ d'application *a priori* vaste : physique des particules, physique nucléaire, physique atomique

Tests les plus précis des multiples facettes de l'effet Efimov : gaz d'atomes ultra-froids