

## Physique mathématique

M. André LICHNEROWICZ,

membre de l'Institut (Académie des Sciences), professeur

Le cours du *jeudi* a été consacré à la théorie détaillée des ondes de choc et des ondes infinitésimales en magnétohydrodynamique relativiste. Le point de vue mathématique a été unifié par l'usage systématique de tenseurs-distributions. L'un des buts du cours était de mettre en évidence la simplicité de la théorie relativiste vis-à-vis de la théorie classique.

A partir du système fondamental de la magnétohydrodynamique étudié dans le cours antérieur, on a formé les équations générales régissant les chocs. Après avoir écarté les chocs tangentiels (vitesse du fluide tangente à l'onde de choc) dont l'étude est immédiate, on a formé les cinq invariants scalaires concernant les chocs non tangentiels et de leur analyse on a déduit l'important théorème suivant : pour que l'onde de choc soit onde d'Alfven pour l'état postérieur au choc, il faut et il suffit qu'elle soit onde d'Alfven pour l'état antérieur au choc. Ce théorème n'a pas d'analogue classique et il permet de dégager la notion de *chocs d'Alfven* qui sont des chocs pour lesquels les variables thermodynamiques ne subissent pas de discontinuités. Ainsi dans le cadre relativiste, se trouvent interdits les phénomènes classiques (mais instables) connus sous le nom de chocs créateurs et de chocs destructeurs. Le passage à l'approximation classique sur les relations d'invariance a permis de trouver dans un phénomène de dégénérescence l'origine du désaccord entre le cas classique et le cas relativiste. L'étude de la *stabilité* d'un choc non tangentiel (et non d'Alfven) vis-à-vis des ondes d'Alfven a montré l'existence de deux types de chocs dits chocs lents et chocs rapides, les chocs intermédiaires du cas classique ne pouvant apparaître.

L'un des invariants scalaires donne naissance à la *relation d'Hugoniot relativiste*. D'autre part, le cours a conduit à dégager pour la première fois ce que doivent être les *hypothèses de compressibilité* pour un fluide relativiste, hypothèses qui généralisent les classiques hypothèses d'Hermann Weyl. Sur ces hypothèses et à partir de la relation d'Hugoniot, on a procédé à une étude complète et systématique de la thermodynamique des chocs.

Une dernière partie du cours a porté sur la théorie des ondes infinitésimales (ondes magnéto-soniques et ondes d'Alfven) et des rayons correspondant à ces ondes. Après avoir défini en termes de tenseurs-distributions l'opérateur  $\delta$  de discontinuité infinitésimale et analysé ses propriétés, on a démontré le théorème qui traduit, sous ces hypothèses larges, la propriété fondamentale des rayons concernant la propagation des discontinuités infinitésimales. Le

résultat le plus notable a, sans doute, été le suivant : alors que pour les ondes soniques et les ondes d'Alfven, la direction des rayons demeure invariante par  $\delta$ , il n'en est plus de même en général pour les rayons associés aux ondes magnéto-soniques. En dehors du cas où le champ magnétique est tangentiel, il n'y a invariance, pour ces ondes, de la direction des rayons que si le cône d'ondes admet deux génératrices doubles. On retombe sur le cas rencontré antérieurement où l'opérateur correspondant n'est pas strictement hyperbolique.

Le cours du *mercredi* a porté sur les variétés kählériennes compactes dont la première classe de Chern  $C_1(W_n)$  est soit négative ou nulle, soit positive ou nulle. Les cas définis négatifs et définis positifs ont fait l'objet de travaux de Hano, Andreotti et Kobayashi. En adaptant convenablement certaines techniques de Kodaira, on a établi un certain nombre de résultats dont les principaux sont les suivants.

Soit  $T^p$  l'espace des  $p$ . tenseurs holomorphes de  $W_n$ .

Si  $C_1(W_n) \leq 0$ , tout  $p$ . tenseur holomorphe est invariant par toute transformation infinitésimale holomorphe et

$$\dim_{\mathbb{C}} T^p \leq b_{1,0}(W_n)$$

où  $b_{p,0}(W_n)$  est la dimension de l'espace des  $p$ -formes holomorphes. En particulier le plus grand groupe connexe de transformations holomorphes est abélien et de dimension complexe  $\leq b_{1,0}(W_n)$

Si au contraire  $C_1(W_n) \geq 0$ , on a

$$\dim_{\mathbb{C}} T^p \geq b_{p,0}(W_n)$$

L'algèbre  $L$  des transformations infinitésimales holomorphes de  $W_n$  admet la décomposition

$$L = I \oplus M$$

où  $M$  est une sous-algèbre complexe abélienne, de dimension  $b_{1,0}(W_n)$  et où  $I$  est l'idéal défini par les vecteurs holomorphes dont la projection sur la variété d'Albanèse est nulle.

Le cas où la courbure scalaire  $R$  est constante a fait l'objet d'une étude particulière.

#### SÉMINAIRE

Les principaux exposés du séminaire ont été les suivants :

A. *Série Physique mathématique.*

M. M. FLATO, *Le théorème C P T* (3 exposés).

M. KAMMERER, *Problèmes concernant la théorie de la radiation gravitationnelle.*

M. Michel CAHEN, *Nouvelles solutions exactes des équations d'Einstein.*

M. LUKACIEWIC, *Propriétés des ondes d'Alfven.*

M. DEBEVER, *Espace-temps du vide à rayons géodésiques.*

B. Série Géométrie différentielle.

M. D. LEHMANN, M<sup>me</sup> J. LEHMANN et M<sup>lle</sup> C. BARBANCE, *Les travaux de Chern-Lashof* (4 exposés).

M. M. ZISMAN, BKOUCHE, AUBIN et KERBRAT, *Les travaux de Eells-Sampson* (5 exposés).

MISSIONS ET CONFÉRENCES

M. André LICHNEROWICZ a donné une des conférences générales de l'International Congress of Engineering Science (Rayleigh, octobre 1966). Il a donné des conférences au Colloque international de géométrie de Rome (septembre 1966) et au Colloque international de relativité de Paris (juin 1967).

Il a donné un cours à l'Université de Bruxelles (novembre-décembre 1966) et un cours à l'Université de Rome (mars-avril 1967). Il a été invité à donner des conférences à l'University of North-Carolina, à l'Université de Louvain, aux Universités de Nice et Strasbourg.

PUBLICATIONS

André LICHNEROWICZ, *Relativistic hydrodynamics and magneto-hydrodynamics* (W. A. Benjamin, New York, 1967).

— *Ondes de choc en magnétohydrodynamique relativiste* (*Ann. Inst. Henri Poincaré*, t. 5, p. 37-75, 1966).

— *Sur certaines variétés kählériennes compactes* (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences de Paris*, 1966, t. 263, p. 570-575).

— *Rayons en magnétohydrodynamique relativiste* (*Ibidem*, 1967, t. 264, p. 715-720).