Théorie des groupes

M. Jacques Tits, membre correspondant de l'Académie des Sciences, professeur

Le cours de cette année avait pour titre : « *Polygones de Moufang et groupes de rang* 2 ». A tout groupe algébrique simple G de rang relatif $r \geqslant 2$ sur un corps k quelconque est naturellement associé un complexe simplicial de dimension $r - 1$, *l'immeuble sphérique de G sur k,* défini à l'aide des k-sous-groupes paraboliques de G. Cette définition s'étend à d'autres groupes qui, du point de vue géométrique adopté ici, se comportent pratiquement comme des groupes algébriques : groupes classiques sur des algèbres à division quelconques, groupes de Ree et certains groupes « exotiques » liés aux endogénies exceptionnelles des groupes de type $\mathbf{C}_2$ et $\mathbf{F}_4$ (resp. $\mathbf{G}_2$) en caractéristique 2 (resp. 3). On a d'autre part une notion abstraite d'immeuble sphérique et l'on sait (cf. par exemple le résumé du cours de 1973-1974) que les immeubles sphériques « irréductibles » de dimension $r - 1 \geqslant 2$ ne sont autres que les immeubles sphériques associés aux groupes algébriques simples « ou assimilés » de rang r. Cela n'est plus vrai pour $r = 2$ mais il s'avère que les immeubles sphériques des groupes de rang 2 du type en question peuvent être caractérisés parmi les immeubles sphériques de dimension 1, appelés aussi *polygones généralisés épais* et définis ci-dessous (1.1), par une propriété géométrique simple, la *condition de Moufang.* L'objet principal du cours a été la démonstration d'une partie de ce résultat (qui avait été conjecturé dans le cours de 1973-1974) ; on a notamment traité complètement deux cas en quelque sorte « extrêmes » (cf. 1.3) : celui des triangles et celui des octogones.

1. *n-GONES GÉNÉRALISÉS ET n-GONES DE MOUFANG*

1.1. Tous les graphes dont il sera question ici seront des graphes non orientés, sans boucles et tels que deux sommets appartiennent à au plus une arête. Appelons *diamètre métrique* d'un graphe, le diamètre de l'espace métrique qu'on en déduit de façon naturelle en « matérialisant » les arêtes sous forme de segments de longueur 1. S'il est fini, ce diamètre est entier ou demi-entier. Soit n un entier naturel au moins égal à 2. On appelle *n-gone généralisé* (resp. *n-gone généralisé épais*) un graphe de diamètre métrique n, sans cycle de longueur strictement inférieure à $2n$ et tel que tout sommet appartienne à deux (resp. trois) sommets au moins. Les n-gones généralisés épais ne sont autres que les immeubles de type $\mathbf{I}_2(n)$ (notation de N. Bourbaki), c'est-à-dire ayant un groupe de Weyl diédral d'ordre $2n$. On appelle *chaîne de longueur d* dans un graphe, toute suite de $d + 1$ sommets $(a_0, \ldots, a_d)$ telle que $\{a_i, a_{i+1}\}$ soit une arête et que $a_i \neq a_{i+2}$ pour tout i. Dans le cours, on a donné un procédé de construction de polygones généralisés montrant notamment que :

pour tout $n \geqslant 2$, il existe des n-gones généralisés épais dont le groupe d'automorphismes permute transitivement les chaînes de longueur $n + 1$.

(Ce résultat est publié dans l'article « Endliche Spiegelungsgruppen... » mentionné dans la liste de publications ci-dessous.)

1.2. Soit Δ un n-gone généralisé épais. Pour toute chaîne $\Gamma = (a_1, \ldots, a_{n-1})$ de longueur $n - 2$ dans Δ, notons $U(\Gamma)$ le groupe de tous les automorphismes de Δ fixant tout sommet relié par une arête à l'un au moins des a_i. Si $\Gamma' = (a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, a_n)$ est une chaîne de longueur n obtenue en ajoutant une arête à chacun des deux bouts de Γ, on montre que $U(\Gamma)$ opère librement sur l'ensemble des cycles de longueur $2n$ contenant Γ' ; de plus, il est facile de voir que la propriété

M (Γ) : $U(\Gamma)$ permute transitivement les cycles de longueur $2n$ contenant Γ'

dépend seulement de Γ et non de Γ'. Etendant à toutes les valeurs de n une terminologie classique en théorie des plans projectifs (qui n'est autre que l'étude des triangles généralisés), on dit que Δ est un *n-gone de Moufang* si M (Γ) est vraie pour toute chaîne Γ de longueur $n - 2$ dans Δ.

1.3. De la traduction de cette propriété en termes de théorie des groupes (§ 2), il résulte aussitôt que l'immeuble sphérique d'un groupe algébrique simple « ou assimilé » (voir l'introduction ci-dessus) de rang 2 est un polygone de Moufang. La réciproque de ce résultat comporte :

(i) l'assertion qu'un n-gone de Moufang n'existe que pour $n = 3$, 4, 6 ou 8 ;

(ii) la classification des n-gones de Moufang pour ces quatre valeurs de n.

Le cours a été essentiellement consacré à (ii) pour $n = 3$ et 8 ; pour les autres cas, on s'est borné à une brève description des résultats [1]. La démonstration de (i) (partiellement publiée dans les *Inventiones Math.*, vol. 36, 1976, pp. 275-284) n'a pas été abordée.

2. *TRADUCTION EN TERMES DE THÉORIE DES GROUPES*

2.1. Soient Δ un n-gone de Moufang et $(a_i)_{i \in \mathbf{Z}}$, avec $a_i = a_{i+2n}$, une suite de sommets de Δ formant un cycle de longueur $2n$, c'est-à-dire telle que $\{a_i, a_{i+1}\}$ soit une arête et $a_i \neq a_{i+2}$ pour tout i. Pour $i, j \in \mathbf{Z}$ on pose $U_i = U(a_{i+1}, \ldots, a_{n+i-1})$ (la notation $U(\Gamma)$ est celle introduite en 1.2) et l'on note $U_{[i, j]}$ le groupe engendré par les U_k avec $i \leqslant k$ et $k \leqslant j$. Si X, Y sont des parties d'un groupe, on désigne par $[X, Y]$ le groupe engendré par les commutateurs $[x, y] = xyx^{-1}y^{-1}$ pour $x \in X$ et $y \in Y$.

PROPOSITION 1. - *Soient i, $j \in \mathbf{Z}$.*

(1) *Si $i < j < i + n$, on a $[U_i, U_j] \subset U_{[i+1, j-1]}$.*

(2) *L'application produit $U_{i+1} \times U_{i+2} \times \ldots \times U_{i+n} \to U_{[i+1, i+n]}$ est injective (donc bijective, vu (1)).*

(3) *Pour $u \in U_i - \{e\}$, il existe des éléments uniques u', $u'' \in U_{i+n} - \{e\}$ tels que, posant $m(u) = u'uu''$, on ait ${}^{m(u)}U_k = U_{2i+n-k}$. Les applications $u \mapsto u'$ et $u \mapsto u''$ sont des bijections de $U_i - \{e\}$ sur $U_{i+n} - \{e\}$.*

De plus, Δ est déterminé par le système formé du groupe $U_{[1, n]}$ et de ses sous-groupes $U_1, \ldots, U_n$. Ce fait et la réciproque de la proposition 1 sont exprimés sous une forme plus précise par la proposition 2 ci-dessous.

2.2. Pour formuler celle-ci, considérons maintenant un groupe U, des sous-groupes $U_1, \ldots, U_n$ non réduits à l'élément neutre, engendrant U et possédant les propriétés (1) (pour $i, j \in \{1, \ldots, n\}$) et (2) (pour $i = 0$) de la proposition 1 et un graphe Σ cyclique de longueur $2n$ dont les sommets sont notés a_i avec $i \in \mathbf{Z}$ et $a_{i+2n} = a_i$ pour tout i. Formons alors le graphe Δ_1, quotient du graphe $U \times \Sigma$ — somme *disjointe* de copies de Σ indexées par

(1) La classification pour $n = 6$ est donnée sans démonstration dans les Atti Convegni Lincei, vol. 17 (Actes d'un colloque sur les théories combinatoires tenu à Rome en 1973), p. 244. Des résultats à peu près complets pour $n = 6$ et plus fragmentaires pour $n = 4$ ont aussi été obtenus par J. Faulkner ; ils font l'objet du vol. 185 des *Memoirs of the American Math. Soc.*

les éléments de U — par la relation d'équivalence suivante : pour $u, u' \in U$ et $i, i' \in [-n+1, n]$, (u, a_i) et $(u', a_{i'})$ sont équivalents si et seulement si $i = i'$ et si

$$u^{-1} u' \in U_{[n+i,\, 1]} \quad \text{pour} \quad 1 \leqslant i \leqslant n,$$

$$u^{-1} u' \in U_{[1,\, i]} \quad \text{pour} \quad -n+1 \leqslant i \leqslant 0.$$

L'opération de U sur $U \times \Sigma$ par translation à gauche sur le premier facteur de ce produit définit, par passage au quotient, une opération de U sur Δ_1. L'image canonique de a_i dans Δ_1 sera aussi notée a_i.

Formulons à présent une condition (E_0) qui exprime *grosso modo* l'existence d'un groupe U_0 possédant par rapport à $U_1, \ldots, U_n$ les propriétés de la proposition 1 :

(E_0) Il existe un groupe U_0 d'automorphismes de U normalisant $U_{[1,\, i]}$ pour tout $i \in \{1, \ldots, n\}$, une application $u \mapsto u'$ et une bijection $u \mapsto u''$ de $U_0 - \{e\}$ dans $U_n - \{e\}$ tels que, pour $u \in U_0 - \{e\}$ et $j \in \{1, \ldots, n-1\}$, on ait ${}^{u'}(u({}^{u''}U_j)) = U_{n-j}$.

La condition déduite de celle-là en soumettant tous les indices à la permutation $k \mapsto n+1-k$ (existence d'un groupe U_{n+1}) sera notée (E_{n+1}).

PROPOSITION 2. - (i) *Si le système* $(U, (U_i)_{1 \leq i \leq n})$ *satisfait aux conditions* (E_0) *et* (E_{n+1}), *alors* Δ_1 *est un n-gone de Moufang et l'on a* $U_i = U(a_{i+1}, \ldots, a_{n+i-1})$ *(avec la notation* $U(\Gamma)$ *du n° 1.2).*

(ii) *Soit G un groupe contenant U. Supposons que le système* $(U_1, \ldots, U_n)$ *s'étende en un système* $(U_i)_{i \in \mathbf{Z}}$ *de sous-groupes de G engendrant G, tels que* $U_i = U_{i+2n}$ *pour tout i et que les propriétés (1) à (3) de la proposition 1 soient satisfaites. Alors, l'opération de U sur* Δ_1 *se prolonge de façon unique en une opération de G sur* Δ_1, *le noyau de cette opération est le centre de G et l'homomorphisme* $G \to \mathrm{Aut}\, \Delta_1$ *qu'elle définit applique bijectivement* U_i *sur* $U(a_{i+1}, \ldots, a_{n+i-1})$ *pour tout* $i \in \mathbf{Z}$.

(iii) *Si U et les* U_i *sont les groupes notés* $U_{[1,\, n]}$ *et* U_i *en 2.1, alors* Δ_1 *s'identifie avec* Δ *de telle façon que les* a_i *et les opérations de U sur* Δ *et* Δ_1 *se correspondent.*

2.3. Avec les notations et les hypothèses de la proposition 2 (ii), on voit que si le centre du groupe G est réduit à l'élément neutre, alors G est entièrement déterminé par U et ses sous-groupes $U_1, \ldots, U_n$ (on peut d'ailleurs en donner une présentation explicite assez simple). Cela fournit un procédé efficace pour décrire certains groupes d'un abord *a priori* peu commode. On l'a illustré dans le cours par l'exemple des groupes de type $E^{66}_{8,2}$ (cf. *Proc. Symp. Pure Math. A. M. S.*, vol. 9, p. 60).

3. *LE CAS* $n = 3$

3.1. Reprenons les notations de 2.2 avec $n = 3$ et soient 1_1 et 1_3 des éléments de U_1 et U_3 distincts de l'élément neutre. On montre sans peine que si le système des U_i satisfait aux conditions (E_0) et (E_4), les groupes U_i sont abéliens et les applications de commutation $[1_1, ?] : U_3 \to U_2$ et $[?, 1_3] : U_1 \to U_2$ sont des isomorphismes. A l'aide de ceux-ci, on peut identifier les groupes U_i, c'est-à-dire les considérer comme trois copies d'un même groupe abélien K qu'on notera additivement. Pour $k \in K$, notons k_i le représentant de k dans U_i. On peut alors définir dans K une loi de produit $(x, y) \mapsto xy$ en posant

$$(xy)_2 = [x_1, y_3]. \tag{1}$$

Cette loi est manifestement distributive (à gauche et à droite) par rapport à l'addition, et 1 en est un élément neutre bilatère.

Réciproquement, soient K un groupe abélien (additif) doté d'une loi de produit distributive à élément neutre bilatère, U_1, U_2, U_3 trois copies de K et U le produit direct ensembliste de U_1, U_2, U_3 muni de la loi de groupe définie par les relations de commutation (1) et $[U_1, U_2] = [U_2, U_3] = \{e\}$. Un calcul élémentaire montre que

le système $(U, (U_i)_{1 \leq i \leq 3})$ *satisfait aux conditions* (E_0) *et* (E_4) *si et seulement si, pour* $k \in K - \{0\}$, *les endomorphismes* $\varrho_k : x \mapsto xk$ *et* $\lambda_k : x \mapsto kx$ *de* K *sont bijectifs et si les ensembles* $\{\varrho_k^{-1} \mid k \in K - \{0\}\} \cup \{0\}$ *et* $\{\lambda_k^{-1} \mid k \in K - \{0\}\} \cup \{0\}$ *sont des sous-groupes de* $\operatorname{End} K$.

Lorsque ces conditions sont remplies, on dit que K est un *corps alternatif* (cette définition n'est pas la définition habituelle mais elle lui est équivalente : voir ci-dessous).

3.2. Soit K un corps alternatif et soient U_1, U_2, U_3 définis comme plus haut. D'après le § 2, on peut inclure U dans un groupe G et le système (U_1, U_2, U_3) dans un système $(U_i)_{i \in \mathbf{Z}}$ de sous groupes de G tels que $U_i = U_{i+6}$ et que les propriétés (1) à (3) de la proposition 1 soient vraies.

On montre alors que, pour tout i, U_i est de façon naturelle une copie du groupe additif de K et, traduisant analytiquement les propriétés (1) à (3), on trouve que :

deux éléments quelconques de K appartiennent à un sous-corps associatif (définition usuelle de l'alternativité) ;

les identités de Moufang sont vraies dans K.

Ainsi, on a déduit comme conséquences faciles de théorèmes généraux sur les polygones généralisés les liens connus entre les plans projectifs de Moufang et les corps alternatifs, l'équivalence de la définition usuelle de ces corps avec une définition apparemment plus faible et le fait, habituellement prouvé par de longs calculs, que les corps alternatifs satisfont aux identités de Moufang.

3.3. Pour $n = 3$, le problème de classification (1.3 (ii)) se ramène donc finalement au théorème bien connu de R. Bruck, E. Kleinfeld et L. A. Skornyakov d'après lequel les seuls corps alternatifs non associatifs sont les algèbres d'octaves (de Cayley-Dickson) à division. Dans le cours, on a donné de ce théorème une démonstration inspirée de celle de Bruck et Kleinfeld mais sensiblement plus courte et ne comportant pas un traitement séparé des corps de caractéristique 2.

4. *LE CAS* $n = 8$

4.1. Le résultat suivant concerne le cas $n = 4$ et est préalable à l'étude des octogones de Moufang. Il s'agit de déterminer tous les quadrangles de Moufang tels que si l'on définit les U_i, avec $U_i = U_{i+8}$ comme en 2.1, les groupes U_i et U_{i+2} commutent entre eux pour tout i. On a montré dans le cours que ces quadrangles sont paramétrés par les systèmes $(K_0, K_1, L_0, L_1, \varphi_0, \varphi_1)$ où, pour $j = 0{,}1$ et $j' = 1 - j$, K_j est un corps commutatif de caractéristique 2, φ_j est un homomorphisme de $K_{j'}$ dans K_j, faisant de K_j un espace vectoriel sur $K_{j'}$, L_j est un sous-espace de cet espace vectoriel contenant 1 et engendrant K_j comme corps, et le composé $\varphi_j \circ \varphi_{j'}$ est l'endomorphisme de Frobenius $x \mapsto x^2$ de K_j. Pour $x \in K_{j'}$ et $y \in L_j$, on pose naturellement $xy = \varphi_j(x).y$. Le lien entre un quadrangle du type considéré et le système $(K_0, \ldots, \varphi_1)$ correspondant est alors le suivant : les U_{2h} (resp. les U_{2h+1}) peuvent être identifiés avec des copies de L_0 (resp. L_1) de telle façon que si l'on note k_i le représentant dans U_i d'un élément k de L_0 ou L_1, on ait la relation de commutation

(1) $$[x_i, y_{i+3}] = (xy)_{i+1}.(yx)_{i+2}.$$

On remarque que, le système $(K_0, \ldots, \varphi_1)$ étant donné, les relations de commutation (1) et $[U_i, U_{i+2}] = \{e\}$ déterminent la structure du groupe $U_{[1,4]}$, donc aussi le quadrangle considéré, en vertu de la proposition 2.

4.2. Les dernières leçons du cours ont été consacrées à la détermination des octogones de Moufang. Indiquons-en les étapes principales. On considère à présent, dans un groupe qui ne joue aucun rôle explicite, seize sous-groupes U_i, avec $i \in \mathbf{Z}$ et $U_i = U_{i+16} \neq \{e\}$, possédant les propriétés (1) à (3) de la proposition 1.

On commence par montrer que l'on a $Z(U_{[0,8]}) \cap U_4 \neq \{e\}$ ou bien $Z(U)_{[1,9]}) \cap U_5 \neq \{e\}$ (où $Z(X)$ désigne, comme d'habitude, le centre de X). Cela permet de supposer, après réindexation éventuelle de U_i, que la première de ces inégalités est vraie. Les indices pairs et impairs acquièrent ainsi des rôles dissymétriques.

On établit ensuite diverses relations de commutation et notamment les suivantes :

$$[U_{2h+1}, U_{2h+3}] = [U_{2h+1}, U_{2h+5}] = \{e\},$$
$$[U_{2h+1}, U_{2h+7}] \subset U_{2h+3} . U_{2h+5},$$

d'où il résulte que les huit sous-groupes U_{2h+1} définissent un quadrangle de Moufang du type considéré en 4.1. A ce quadrangle correspond, selon 4.1, un système $(K_0, K_1, L_0, L_1, \varphi_0, \varphi_1)$. La considération d'un élément $m(u)$ pour $u \in U_0 — \{e\}$ (cf. proposition 1 (3)), élément qui conjugue U_i en U_{8-i}, fait ici apparaître l'existence d'un « automorphisme extérieur » de ce système permutant les corps K_0 et K_1 et permettant de les identifier. De plus, on montre qu'on doit avoir dans le cas présent $K_j = L_j$. On a donc affaire à un corps K de caractéristique 2 doté d'un endomorphisme φ tel que $\varphi^2(k) = k^2$ pour $k \in K$, et l'on peut identifier les U_{2h+1} avec des copies du groupe additif de K de telle façon que les relations de commutation entre eux soient celles déduites de (1).

Cette identification faite, on montre que les sous-groupes U_{2h} sont canoniquement isomorphes au groupe ayant pour ensemble sous-jacent $K \times K$ et pour produit

$$(x, y).(x', y') = (x + x', y + y' + \varphi(x).x').$$

Enfin, ayant ainsi paramétré les U_i, on parvient à déterminer toutes les applications de commutation $[,] : U_i \times U_j \to \prod_{i<r<j} U_r$ pour $i < j < i + 8$.

Vu la proposition 2, on en conclut finalement que

un octogone de Moufang est entièrement caractérisé par la donnée d'un corps commutatif K de caractéristique 2 et d'un endomorphisme φ de K tel que $\varphi^2(k) = k^2$ pour $k \in K$.

Il n'est pas difficile de voir que l'octogone ainsi construit est celui associé au groupe de Ree de type ${}^2\mathbf{F}_4$ correspondant au couple (K, φ).

J. T.

Séminaire

Le séminaire a consisté en quatre exposés :

J. Dade, *Extensions de Clifford pour les groupes finis* (2 exposés).

J. Tits, *Réseau de Leech et quaternions* (2 exposés).

Dans le cours de l'année précédente, on avait montré que certains résultats et raisonnements de J. H. Conway sur le réseau de Leech restent valables, *mutatis mutandis*, pour le « réseau de Leech complexe ». Les deux derniers exposés de séminaire ont eu pour objet d'étendre ces observations à une troisième version, quaternionienne, de ce réseau. La présentation a été conçue de façon à traiter simultanément, presque sans distinction de cas, les trois réseaux en question. Les ingrédients en sont : un anneau A, trois entiers l, p, d, et deux éléments θ, ε de A. L'idéal bilatère de A engendré par θ est noté $\mathfrak{p}$ et l'on a $A/\mathfrak{p} \cong \mathbf{F}_l$. On s'intéresse aux trois choix suivants de ces objets :

A	$\mathbf{Z}$	$\mathbf{Z}\left[\frac{1}{2}(-1+\sqrt{-3})\right]$	$\mathbf{Z}\left[i, j, k, \frac{1}{2}(1+i+j+k)\right]$
l, p, d	2, 4, 24	3, 3, 12	4, 2, 6
θ	2	$\sqrt{-3}$	$i+j \quad (=\sqrt{-2}\,!)$
ε	1	-1	$\frac{1}{2}(1+i+j+k)$

On appelle $\mathcal{G}$ (« code de Golay ») un sous-espace de $\mathbf{F}_l^d$, de dimension $d/2$, totalement isotrope pour la forme hermitienne canonique $\Sigma\, \bar{x}_i y_i$, contenant le vecteur $(1, \ldots, 1)$ et tel que tout point non nul de $\mathcal{G}$ ait au moins $2p$ coordonnées non nulles ; ce sous-espace est unique à une permutation des facteurs $\mathbf{F}_l$ de $\mathbf{F}_l^d$ près. Le « réseau de Leech » est alors le sous-module à droite Λ de A^d défini par

$$(x_i) \in \Lambda \quad \Leftrightarrow \quad x_1 \equiv \ldots \equiv x_d \equiv \frac{\varepsilon}{p} \Sigma\, x_i \quad (\mathrm{mod}\ \mathfrak{p})$$

et

$$\left(\frac{1}{\theta}\,(x_i - \frac{\varepsilon}{p} \Sigma\, x_i)\right)_{i=1,\ldots,d} \quad \mathrm{mod}\ \mathfrak{p} \in \mathcal{G},$$

et muni de la forme hermitienne $h(x, y) = 2p^{-2}.\Sigma\, \bar{x}_i y_i$. Sur Λ, la forme quadratique $x \mapsto h(x, x)$ est entière, paire, de discriminant 1 et sans vecteur de norme 2. Convenablement aménagés, les raisonnements de Conway (*Inventiones Math.*, vol. 7, 137-142) permettent de montrer, sans distinction de cas, que ces dernières propriétés caractérisent le couple (Λ, h) à isomorphisme près. A plusieurs égards, le cas quaternionien apparaît comme le plus simple des trois :

dans ce cas, la description du « code » $\mathcal{G}$ est tout à fait élémentaire (il a pour base $(1, 1, 1, 1, 1, 1)$, $(1, \zeta, \zeta, 1, 0, 0)$, $(0, 1, \zeta, \zeta, 1, 0)$, où ζ désigne une racine cubique de l'unité dans $\mathbf{F}_4$) ;

pour la démonstration d'unicité, on doit connaître le nombre n_i des vecteurs de norme $2i$ dans Λ, pour tout $i \leqslant p$; en particulier, dans le cas quaternionien, il suffit de savoir que $n_2 = 196\,560$ (2) ;

dans $\Lambda/\Lambda\,\mathfrak{p}$, le groupe $\mathrm{Aut}_A\, \Lambda$ a p orbites ; dans le cas quaternionien, cela veut dire que $\mathrm{Aut}_A\, \Lambda$ (qui est alors une extension centrale de $G_2(\mathbf{F}_4)$ par $\mathbf{Z}/2\mathbf{Z}$) est transitif sur $\Lambda/\Lambda\,\mathfrak{p} - \{0\} = \mathbf{F}_4^6 - \{0\}$, ce qui montre aussi que l'ensemble des vecteurs de norme 4 de Λ se surjecte sur $\Lambda/\Lambda\,\mathfrak{p} - \{0\}$ par réduction mod $\mathfrak{p}$.

---

(2) et non 195 650 comme il est écrit erronément dans le résumé du cours de 1976-1977 (p. 65, l. 19). Cette rectification me donne l'occasion de signaler d'autres inexactitudes relevées dans ce même résumé par S. Norton, qui m'en a obligeamment informé :

— le groupe ${}^2F_4(2)'$ ne satisfait pas l'inégalité de la p. 59, l. 11 (cette exception avait été mentionnée dans le cours) ;

— le groupe Fi_{22} ne possède pas de représentation projective de degré 27, contrairement à ce qu'indique le tableau de la p. 60 ;

— dans ce même tableau, les nombres $1 + 2 \times 133 + 760 + \ldots$ figurant dans la dernière colonne pour le groupe *Har* sont les degrés des composantes irréductibles de la « représentation de permutation » de degré 1 140 000, et non, comme il est écrit, les cardinaux des orbites du stabilisateur d'un point dans la réalisation correspondante de *Har* comme groupe de permutations ; ces cardinaux sont 1, 462, 16 632, 10 395, 30 800, 311 850, $2 \times 166\,320$, 69 300, 362 880, $2 \times 2\,520$ (ces résultats sont dus à S. Norton qui a aussi prouvé, avec P. Smith, l'existence du groupe *Har*) ;

— p. 65, l. 5, au lieu de $x_i \equiv 0$ (mod 3), il faut lire $\Sigma\, x_i \equiv 0$ (mod 3).

Publications

J. Tits, *A « theorem of Lie-Kolchin » for trees* (Contributions to Algebra, A collection of papers dedicated to Ellis Kolchin, Academic Press, 1977, 377-388).

— *Endliche Spiegelungsgruppen, die als Weylgruppen auftreten* (*Inventiones Math.*, 43, 1977, 283-295).

— *Sur certains groupes dont l'ordre est divisible par 23* (*Bull. Soc. Math. Belg.*, 27, 1975 (1978), 325-332).

Missions et conférences

Exposés :

— *Reductive groups over local fields,* 2 exposés, Summer Institute on Automorphic forms, representations and L-functions, Corvallis, Oregon, juillet 1977.

— *Fixpunktfreie Operationen von arithmetischen Gruppen auf Bäume,* Bonn, octobre 1977.

— *Action of arithmetic groups on trees,* Utrecht, novembre 1977.

— *Moufang polygons and groups of rank 2,* id.

— *Maximal compact subgroups and groups of units in p-adic simple groups,* Leiden, novembre 1977.

— *Espaces polaires,* 4 exposés, Séminaire Chevalley, Paris, novembre 1977 et mars 1978.

— *Objets mathématiques : invention ou découverte,* Conférences du soir, Collège de France, janvier 1978.

— *Leech's lattice, quaternions and hexagons,* Contact group of combinatorial geometry and finite groups, F.N.R.S., Bruxelles, avril 1978.

— *Rigidity,* Mordell Lectures, Cambridge, avril 1978.

— *Leech's lattice and quaternions,* id.

— *Gitter von Leech, Quaternionen und die sporadische Gruppe* J_2 *von Janko,* Heidelberg, mai 1978.

Distinctions

Membre de la Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina, 1977.
Membre correspondant de l'Académie des Sciences de Paris, 1977.