

Physique statistique

M. Philippe NOZIERES, membre de l'Institut
(Académie des Sciences), professeur

Cours : Superfluidité et cohérence de phase

L'objet de ce cours était de dégager un certain nombre de concepts élémentaires, parfois mal perçus, communs à tous les systèmes superfluides :

— Importance de l'interaction d'échange entre les particules pour stabiliser l'état condensé, en particulier pour éviter sa fragmentation en un mélange statistique.

— Distinction entre condensation de Bose Einstein, cohérence de phase et superfluidité (celle-ci implique un déblocage de la phase).

— Cohérence *interne* des bosons condensés, et ses implications macroscopiques.

— Compétition entre superfluidité et localisation, bien illustrée par la transition solide-liquide superfluide de ^4He .

— Condensation de particules composites : dans quelle mesure deux fermions liés se comportent-ils comme un boson ?

Ces concepts ont été illustrés sur des exemples divers, certains classiques (^4He , supraconducteurs, ^3He superfluide), d'autres plus spéculatifs (hydrogène atomique polarisé, excitons dans les semiconducteurs). L'objet n'était pas l'analyse détaillée de systèmes particuliers, mais plutôt la recherche d'éléments conceptuels communs dans des contextes a priori très différents.

1) *Condensation de Bose Einstein*

Elle est bien connue pour un gaz idéal — mais l'importance de l'interaction d'échange entre les particules n'est pas toujours appréciée à sa juste valeur : c'est elle qui empêche la *fragmentation* du condensat en plusieurs états statistiquement indépendants (l'énergie d'échange, répulsive, n'intervient qu'entre états différents). De ce fait, le condensat se forme dans un état unique.

L'exemple le plus simple est celui d'une barrière tunnel séparant un récipient en deux compartiments faiblement couplés : l'état global du condensat est *cohérent*, et les phases relatives de part et d'autre de la barrière sont verrouillées. La condensation de Bose est nécessaire pour rendre l'effet tunnel « macroscopique » — mais elle n'est pas suffisante : la cohérence est un concept distinct.

Le verrouillage des phases s'accompagne de fluctuations de courant au travers de la barrière. De fait, le déséquilibre de charge $n = \frac{1}{2} [N_1 - N_2]$ et le déphasage $S = (S_1 - S_2)$ sont des variables canoniquement conjuguées, ce qui entraîne tout l'arsenal habituel : équations de mouvement d'Hamilton (c'est l'effet Josephson !), relations d'incertitude, etc.

a) *Paramètre d'ordre et théorie microscopique*

A température nulle, un état cohérent est décrit à l'ordre le plus bas par le vecteur d'état

$$|\Phi\rangle = \exp \left[\int d^3 r \phi(r) b^*(r) \right] |vac\rangle$$

L'opérateur $b^*(r)$ crée une particule au point r , $\phi(r)$ est le *paramètre d'ordre* du superfluide (complexe, car la phase locale est bloquée). Cette expression très simple contient déjà le plus clair de la physique. A grande échelle (ϕ lentement variable), on en déduit les lois de l'hydrodynamique quantique : la vitesse superfluide $v_s = \frac{\hbar}{m} \text{grad } S$ est due au gradient de la phase $S = \text{Arg } \phi$ (l'écoulement superfluide n'est qu'un effet Josephson interne). A l'échelle microscopique, les interactions V entre particules entrent en jeu : une simple approximation de Hartree donne l'équation de mouvement du paramètre d'ordre (GINZBURG-PITAEVSKI).

$$-i \hbar \dot{\phi} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi + V |\phi|^2 \phi$$

Il apparaît ainsi une longueur caractéristique $\xi \sim \hbar / \sqrt{mNV}$ en deçà de laquelle la superfluidité s'efface. En étudiant les petites fluctuations au voisinage de l'équilibre, on en déduit le spectre des excitations élémentaires : ce calcul très simple montre déjà le passage progressif de particules libres à un spectre de phonons.

A l'ordre suivant, on veut incorporer les fluctuations de point zéro de ces phonons : c'est l'*approximation de Bogoliubov*, qui à température nulle correspond à un choix variationnel du vecteur d'état

$$|\Phi\rangle = \exp \left[\phi b_0^* + \lambda_k b_k^* b_{-k}^* \right] |vac\rangle$$

En minimisant l'énergie, on détermine le paramètre λ_k (dont la phase est forcée par celle de ϕ). On retrouve ainsi les excitations élémentaires, l'énergie fondamentale, la longueur de corrélation. Les fluctuations de point zéro vident en partie le condensat (effet de déplétion), ce qui dans le cas d'une approximation de champ moléculaire systématique réagit sur les excitations.

Le calcul se généralise sans difficulté à température finie : l'énergie d'un mode donné dépend alors de la distribution thermique de ses collègues, d'où une interaction entre quasiparticules, très analogue à celle que l'on rencontre dans les liquides de Fermi, mais souvent ignorée.

b) *La limite des hautes et des basses densités*

Le gaz dilué est caractérisé par la longueur de diffusion a d'une paire de particules : le paramètre de développement est $a / \xi \sim \sqrt{Na^3}$. Par une procédure de soustraction appropriée, on calcule facilement l'énergie fondamentale et les propriétés à température nulle. A température finie, il apparaît une troisième longueur, la longueur d'onde thermique de de Broglie $\lambda = \sqrt{2 \pi \hbar^2 / m T}$, qu'il faut comparer à a et ξ . A très basse température ($\lambda \gg \xi$), les excitations thermiques sont des phonons et la densité du condensat varie en T^2 . Au-delà, le gros des excitations est fait de particules libres et une approximation de Hartree Fock normale suffit : n_0 varie en $T^{3/2}$, et l'on peut calculer toutes les propriétés physiques au premier ordre en V (la compressibilité est discontinue à T_c). La température critique T_c correspond à $N \lambda^3 \sim 1$. L'approximation de Hartree Fock prédit une transition du premier ordre et est donc insuffisante très près de T_c ; un calcul plus fin est irréaliste puisqu'on rentre alors dans le domaine critique.

Dans la limite inverse d'un gaz dense, les effets de déplétion deviennent considérables. On les comprend bien dans un modèle de gaz réticulé, avec une répulsion de cœur dur qui interdit la double occupation sur un même site. Le problème est alors isomorphe à un système de spins 1/2 d'aimantation M_z

donnée ($\pm \frac{1}{2}$ signifie un site plein ou vide) : la cohérence superfluide est équivalente à un ferromagnétisme dans le plan (x, y) . Une simple approximation de champ moléculaire prédit une occupation du condensat $n_0 = \sqrt{\frac{N(M-N)}{M}}$, où M est le nombre de sites et N le nombre d'atomes.

Pour un réseau presque plein, ce sont les *trous* qui condensent, et non plus les particules. En rajoutant une interaction entre sites voisins, on voit apparaître une compétition entre *superfluidité* et *crystallisation* (alternance de sites pleins et vides, correspondant à un état antiferromagnétique) : d'où un modèle rustique, mais très simple, du diagramme de phase de ^4He (dû à Matsubara).

Aux densités intermédiaires, aucune théorie ne marche. Il faut se rabattre sur une théorie phénoménologique des liquides de Bose, calquée sur celle formulée par Landau pour les liquides de Fermi. Pour ^4He , on écrit que l'énergie d'un roton dépend de la distribution de ses confrères, $\epsilon_q = \epsilon_{q_0} + f_{qq'} n_{q'}$. La physique dépend des différentes composantes angulaires de $f_{qq'}$, que l'on peut extraire de l'expérience. f_0 détermine la dépendance thermique du gap $\Delta(T)$ et la chaleur spécifique ($Nf_0 = -9,7^\circ\text{K}$) $\cdot f_1$ affecte la densité du fluide normal, mesurée par exemple dans une expérience de second son.

c) Cinétique de la condensation

C'est là un aspect peu étudié et qui reste très obscur : comment le condensat se forme-t-il dans un gaz préparé à une température $T > T_c$ et en contact avec un thermostat $T_0 < T_c$? L'interaction avec le thermostat (gaz étranger ou parois) est modélisée par une intégrale de collision respectant le principe du bilan détaillé (c'est à ce niveau qu'intervient T_0). La thermalisation se produit en deux temps. Dans un premier stade, très rapide, les particules « normales » se mettent en équilibre, les n_0 particules qui formeront le condensat glissant vers les basses énergies et s'accumulant dans une étroite gamme d'énergie de largeur Δ . Il reste maintenant à diminuer progressivement $\Delta(t)$ pour concentrer en fin de compte les n_0 particules dans un état unique : c'est là l'étape lente, très différente dans un gaz idéal et dans un gaz en interaction.

Dans un gaz idéal, seul intervient le déséquilibre énergétique dans les collisions avec le thermostat, très faible dès que Δ est petit (qu'il s'agisse de collisions *dans* le condensat ou par échange avec le fluide normal). De ce fait, Δ décroît très lentement, typiquement $\Delta \sim T\tau/t$, où τ est un temps de collision atomique. A l'échelle macroscopique, il faut un temps *infini* pour atteindre la condensation.

Pour tenir compte des interactions d'échange, on peut tenter une approximation de Hartree-Fock. Lorsqu'un atome passe, d'un état 1 à un état 2, la variation d'énergie d'échange $V(n_1 - n_2)$ est *finie* lorsque n_1 et n_2 sont *macroscopiques* : le déséquilibre énergétique assure alors une relaxation rapide de tous les atomes vers l'état au départ le plus peuplé. Une fois démarrée, la thermalisation est donc rapide (comme pour l'aimantation dans un ferromagnétique). L'étape lente est la *nucléation* d'une population n_i macroscopique : c'est le début de la thermalisation qui traîne, et non plus la fin. Très vraisemblablement, cette nucléation est locale, et échappe donc à un calcul global. Par-delà ces remarques générales, le problème reste ouvert (l'inclusion des effets de cohérence dans le cadre d'une approximation de Bogoliubov ne change pas grand chose).

2) Superfluidité et quantification

Les collisions entre quasiparticules conservent la quantité de mouvement : d'où la possibilité d'un écoulement *normal*, visqueux, de vitesse v_n (la densité normale ρ_n mesure le courant de masse associé à v_n : il faut tenir compte des interactions pour l'interpoler correctement entre 0 et T_c). En combinant v_n avec l'écoulement superfluide de vitesse v_s , on obtient le « modèle à deux fluides », bien connu dans la limite *hydrodynamique* (second son, etc.). Paradoxalement, la limite inverse « sans collision » reste très mal comprise, du fait des nombreuses divergences du calcul microscopique.

Contrairement à une opinion répandue, condensation de Bose Einstein n'est pas synonyme de superfluidité. Pour réaliser un écoulement superfluide, il faut faire dériver la phase S lentement d'un point à l'autre, créant ainsi un gradient, donc v_s . Ceci implique une phase S *libre*, exempte de tout verrouillage à une valeur particulière. C'est le cas de ^4He , où l'énergie est strictement indépendante de S (invariance de jauge liée à la stricte conservation du nombre d'atomes). Ce n'est plus vrai pour un gaz d'excitons, par exemple, où les processus Auger peuvent créer des paires électron trou supplémentaires. En ce cas, à l'*équilibre*, S se bloque à la valeur S_0 qui minimise $E(S)$. On rétablit la superfluidité en augmentant le nombre d'excitons, par un pompage approprié. Si le potentiel chimique μ est suffisant, la phase précède comme une fronde (au lieu d'osciller près de S_0) : on peut créer un gradient et l'écoulement superfluide redevient possible (il correspond au glissement de solitons à travers l'échantillon). La superfluidité est alors un phénomène transitoire lié au pompage.

La circulation de la vitesse $v_s = \hbar/m \text{ grad } S$ le long d'un contour fermé est quantifiée en unités h/m . Cette quantification macroscopique est liée à la condensation dans un état unique : elle ne résisterait pas à la fragmentation qui, nous l'avons vu, est interdite par l'échange entre particules condensées. Une manifestation concrète de cette quantification est l'existence de tourbillons stables, dont on peut calculer l'énergie, l'interaction, le mouvement, en s'appuyant par exemple sur l'équation de Ginzburg-Pitaevski dépendant du temps. Un cas intéressant est celui des anneaux de tourbillon, de rayon R , qui constituent une excitation topologique localisée se déplaçant à la vitesse $v_T \sim \hbar/mR$. Lorsque l'anneau dissipe son énergie, il rétrécit et va de plus en plus vite. Il doit s'effondrer lorsque $R \sim \xi$, ce qui correspond à une vitesse $v_T \sim c$: l'anneau « supersonique » se désintègre en une bouffée de phonons. Pour un gaz dilué, l'énergie de l'anneau au seuil E_m est très supérieure au quantum de phonon émis, $\epsilon \sim \hbar c/\xi$: la désintégration est un phénomène classique d'onde de choc. Pour ^4He , en revanche, E_m est comparable à ϵ : d'où de nombreux problèmes conceptuels totalement incompris : conservation de la quantité de mouvement, passage par effet tunnel du soliton topologique

à des rotons individuels, etc. Il y a là un beau problème qui touche aux fondements de la mécanique quantique des milieux continus.

La vitesse critique théorique (par émission de rotons) ne s'observe guère que dans le mouvement des ions. Pour un écoulement, v_s relaxe par glissement latéral de tourbillons, ce qui pose des problèmes de nucléation aux parois mal compris.

3) Cohérence interne du condensat

Elle se manifeste lorsque les bosons possèdent un degré de liberté interne : spin nucléaire de l'hydrogène atomique polarisé, spin d'un exciton triplet, moment dipolaire électrique d'un exciton optiquement actif, etc. La condensation se fait dans un état interne unique, cohérent, de fonction d'onde ϕ_α (le paramètre d'ordre devient un vecteur d'état). On généralise sans difficulté la théorie microscopique, soit à l'ordre Ginzburg-Pitaevski, soit avec plus d'efforts à l'ordre de Bogoliubov. A titre d'exemple, on peut traiter les bosons de spin $1/2$ ou 1 . Dans le premier cas, le fondamental est ferromagnétique (alignement des spins dans une direction arbitraire) ; le spectre d'excitations a une branche de phonons, $\omega = cq$, et une branche d'ondes de spin $\omega \sim q^2$. Pour des bosons de spin 1 , l'interaction comprend un terme scalaire et un terme d'échange JM^2 . Pour $J > 0$, le fondamental est polarisé rectilignement ($m = 0$) dans une direction arbitraire (état « nématique de spin ») ; les excitations ont une branche de phonon et deux branches d'ondes de spin linéaires. Pour $J < 0$, le fondamental est ferromagnétique (polarisation circulaire $m = 1$ dans une direction arbitraire) ; on a trois modes, phonon $\omega \sim q$, onde de spin $\sim q^2$, modulation d'ellipticité avec un gap.

Le problème de la cohérence se pose très clairement dans le gaz de spin $1/2$. Les populations $n_{o\uparrow}$ et $n_{o\downarrow}$ fixent l'aimantation M_z du condensat, la cohérence implique une aimantation transverse M_x . On pourrait supprimer cette cohérence en laissant fluctuer la phase relative ($S_\uparrow - S_\downarrow$) — ce qui ne coûte pas d'énergie (il n'y a pas d'effet tunnel entre les populations \uparrow et \downarrow). Mais ceci revient à moyenniser l'aimantation transverse *globale*, comme on pourrait le faire pour un ferromagnétique ordinaire. M_x reste localement rigide et conserve un ordre à longue distance, traduisant simplement la rigidité individuelle de S_\uparrow et S_\downarrow : la condensation de Bose implique le ferromagnétisme transverse.

A température finie, la composante la moins peuplée du condensat disparaît avant l'autre. A $M_z \neq 0$ donné, on aura une transition en deux temps : d'abord disparition du ferromagnétisme transverse (T_c des spins minoritaires), puis disparition de la superfluidité (T_c des spins majoritaires).

En pratique, la structure magnétique peut présenter des textures inhomogènes — par exemple des phases hélicoïdales — qui réagissent sur l'hydrodynamique (par exemple sur la quantification de la circulation).

4) Condensation de particules composites

Deux « atomes » peuvent former une « molécule » liée de rayon a_0 : dans quelle mesure cette molécule se comporte-t-elle comme une entité ponctuelle, dont on peut ignorer la structure interne ? En particulier, peut-on considérer deux fermions liés comme un boson ? C'est là un vieux problème, souvent mal perçu. Le paramètre significatif est Na_0^3 , où N est la densité. Quand on passe de $Na_0^3 \ll 1$ à $Na_0^3 \gg 1$, on évolue d'un régime moléculaire vers un régime coopératif. Le problème est de développer une interpolation entre ces deux limites, dégagant l'évolution continue entre deux situations physiques très différentes.

a) Condensation de Bose de deux fermions liés

L'état fondamental ($T = 0$) se décrit très simplement dans un cadre variationnel, en écrivant le vecteur d'état sous la forme

$$|\Psi\rangle = \exp[\phi b_0^*] |\text{vac}\rangle, \quad b_0^* = \lambda_k C_k^* C_{-k}^*$$

(à ce stade, on ignore le spin des fermions). $|\Psi\rangle$ représente l'approximation d'ordre 0 (HARTREE), pour des « bosons effectifs » $b_0 \cdot \lambda_k$ est le paramètre variationnel choisi pour minimiser l'énergie. Le calcul se déroule sans difficulté pour une densité arbitraire, conduisant à des résultats simples aux deux limites :

(i) $Na_0^3 \ll 1$: λ_k est petit et représente la fonction d'onde interne d'une paire liée unique. Le spectre d'excitation correspond à l'ionisation de ces paires et présente un gap atomique égal à l'énergie de liaison ϵ_0 d'une paire unique. En poussant le calcul à l'ordre suivant, on décrit l'interaction entre molécules par échange de fermions sous jacents — à laquelle il faut ajouter l'interaction de type van der Waals due à la polarisation mutuelle des paires. On calcule ainsi l'énergie au deuxième ordre en Na_0^3 .

(ii) $Na_0^3 \gg 1$: $|\Psi\rangle$ se ramène alors à la fonction d'onde BCS bien connue pour les supraconducteurs. La distribution des fermions n_k se rapproche d'une marche d'escalier, légèrement arrondie près du niveau de Fermi sur une gamme d'énergie Δ . Le gap Δ , exponentiellement petit, est coopératif (le rayon d'une paire liée comprend un grand nombre d'atomes).

Le point important est qu'on passe *continûment* d'une limite à l'autre. Lorsque N augmente, l'occupation des états de fermions sous-jacents croît. Elle ne peut pas dépasser 1 du fait du principe d'exclusion : lorsque $Na_0^3 \gg 1$, il faut donc déformer la fonction d'onde λ_k des « bosons » b_0^* vers des énergies de plus en plus élevées — à la limite, on rejoint le régime BCS. La symétrie de l'état est la même à haute et à basse densité : seules changent progressivement les échelles de longueur et d'énergie.

Cette continuité « supraconductivité-condensation de Bose de biélectrons » n'est pas toujours admise. On peut l'illustrer sur des exemples concrets : modèle de Hubbard attractif, ou gaz électron-trou en interaction coulombienne. Dans ce dernier cas, on décrit la transition entre un régime d'*excitons* ($Na_0^3 \ll 1$) et un régime de *plasma* ($Na_0^3 \gg 1$). (La situation est compliquée par l'anisotropie du réseau cristallin, peu importante en régime dilué, mais suffisante pour tuer la superfluidité en régime dense — la même remarque s'applique aux dégénérescences orbitales, etc.).

A température finie, la situation est plus compliquée. En régime dense, la température critique T_c est contrôlée par la *rupture* des paires liées condensées, qui s'incorpore facilement dans une formulation de style BCS, équivalente à notre ansatz variationnel. En régime dilué, en revanche, T_c est contrôlée par le mouvement *global* des paires liées (on ne casse pas les paires mais on leur donne un moment total non nul. Ce mouvement de centre de masse correspond aux *modes collectifs* du système : il faut inclure dans l'énergie libre les fluctuations thermiques correspondantes. En toute rigueur, ce T_c collectif échappe à l'approximation BCS. (A température nulle, ce sont les fluctuations de point zéro qu'il faudrait incorporer, ce qui suppose une approximation de Bogoliubov pour les paires, et non de Hartree — c'est-à-dire une fonction d'onde avec *quatre* opérateurs de fermions sous l'exponentielle : on ne sait même pas, la normaliser !).

On peut néanmoins interpoler entre les deux cas limites en approchant T_c par le haut, c'est-à-dire en étudiant la stabilité de l'état normal. On calcule la contribution à l'énergie libre $F(T)$ des « diagrammes en échelle », traduisant la diffusion multiple de deux fermions. L'état normal est instable lorsque la matrice de diffusion développe un pôle au niveau de Fermi. On retrouve ainsi le résultat BCS aux hautes densités ($T_c \sim \Delta$), et le T_c d'un gaz idéal de molécules ($T_c \sim N^{2/3}$) aux basses densités. L'évolution est continue, montrant une saturation et parfois un maximum de T_c lorsque l'attraction entre fermions augmente. Mais le calcul est approché car il ignore *l'interaction* des paires liées excitées thermiquement (seule est incluse leur entropie).

b) *Condensation atomique ou moléculaire dans un gaz de bosons liés*

Concrètement, le problème peut correspondre à la compétition exciton-biexciton dans un semiconducteur. Il se formule par le même ansatz variationnel que pour deux fermions : seules changent les règles de commutation et l'algèbre qui en résulte. En régime dilué, on a condensation de *paires*, le paramètre d'ordre étant $\langle b_k^\dagger b_{-k}^\dagger \rangle$; le spectre de quasiparticules a un gap qui pour $Na_0^3 \ll 1$ se réduit à l'énergie de rupture d'une paire unique. Lorsque N augmente, le gap se réduit peu à peu ; il disparaît à une densité N_c qui est précisément celle pour laquelle un condensat de *particules* $\langle b_0 \rangle = \sqrt{n_0}$

apparaît. Au-delà de N_c , le gap reste $\equiv 0$: c'est le théorème d'Hugenholtz Pines, qui trouve ainsi son interprétation (l'absence de gap traduit l'hybridation entre les quasiparticules et les modes collectifs, possible si $n_0 \neq 0$). Près de N_c , n_0 est petit et les corrélations moléculaires restent dominantes : on ne retrouve un régime purement atomique qu'aux très hautes densités, $Na_0^3 \gg 1$.

Dans tout gaz de bosons attractifs, la pression tend à être négative, conduisant à l'effondrement spontané du fluide (dans un gaz de fermions, le principe d'exclusion assure la stabilité). En pratique divers facteurs peuvent assurer la stabilité : cœur dur répulsif ou structure de spin sous-jacente.

Il serait intéressant de généraliser cette analyse au cas où les bosons individuels sont eux-mêmes des paires de fermions. En régime moléculaire, on a condensation de *quartets* de fermions — biexcitons dans un semiconducteur, ou mieux encore particules α dans un noyau dont la liaison est plus forte que celle du deuton. Cette idée de superfluidité des α a été souvent avancée : elle implique une fonction d'onde avec quatre opérateurs c^* , que l'on ne sait pas manipuler. On retrouve le même type de problème que pour le T_c collectif en régime dilué : il faut travailler à l'ordre Bogoliubov et non Hartree pour les paires de fermions.

5) Hélium 3 superfluide

C'est l'exemple type de condensation dans un état de spin triplet. Il a été discuté en détail comme illustration des concepts de cohérence.

L'interaction entre deux atomes, renormalisée par les fluctuations magnétiques, favorise l'alignement des spins. Le condensat est donc fait de paires triplet, de structure

$$b_0^* = \Psi_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k}) C_{k\sigma}^* C_{-k\sigma'}$$

Toute l'information est dans la fonction d'onde interne $\Psi_{\sigma\sigma'}(\mathbf{k})$, impaire en \mathbf{k} du fait de l'antisymétrie (à noter que le découplage singulet triplet persiste en présence de couplage spin orbite dans la mesure où il s'appuie sur des considérations de *parité*). Le premier problème est de *classer* les états possibles. En pratique, les spins sont polarisés rectilignement ($m = 0$) dans une direction $\vec{d}(\mathbf{k})$ a priori arbitraire. L'échange entre les différents \mathbf{k} verrouille les $\vec{d}(\mathbf{k})$ les uns sur les autres — d'où une « texture orientationnelle » de \vec{d} sur la surface de Fermi.

Après cette étape géométrique, il faut calculer l'énergie pour trouver les structures les plus stables. Cela se fait dans une approximation de champ moléculaire du type BCS. Pour chaque \mathbf{k} , les quasiparticules ont un gap $\Delta_{\mathbf{k}}$ à partir duquel on définit un *vecteur gap* $\vec{\Delta}_{\mathbf{k}} = \Delta_{\mathbf{k}} \vec{d}_{\mathbf{k}}$. Dans ^3He , les paires se forment essentiellement dans un état orbital $\ell = 1$: les trois composantes de $\vec{\Delta}_{\mathbf{k}}$ sont alors des fonctions linéaires des k_{α} :

$$\Delta_{k_i} = g_{i\alpha} k_{\alpha}$$

L'état physique du condensat est donc caractérisé par une matrice complexe 3×3 , $g_{i\alpha}$. Pour un choix donné de $g_{i\alpha}$, l'amplitude Δ du gap s'obtient en minimisant l'énergie libre F .

On démontre facilement que la température critique ($\Delta \rightarrow 0$) ne dépend pas du choix de $g_{i\alpha}$: les diverses phases possibles ne se différencient que par les termes non linéaires en dessous de T_c , $F \sim \Delta^4$. Pour réduire l'ambiguïté, on commence par exploiter l'invariance rotationnelle. L'échange ne couple pas les espaces de spin et d'orbite : g définit une orientation séparée dans chacun des espaces. D'autre part, la polarisation rectiligne implique une contrainte : d'où deux types de solutions : « alignées » (direction de $\vec{\Delta}_k$ constante mais phase arbitraire) et « réelles » (direction quelconque mais phase constante).

^3He superfluide réalise deux possibilités (il n'est pas exclu que d'autres phases puissent exister dans les systèmes dits « de fermions lourds », si toutefois leur supraconductivité est de type triplet).

— La phase « B » est réelle, de gap isotrope. On la construit en partant de l'état $L = 1$, $S = 1$, $J = 0$, et en faisant tourner les spins par rapport à l'orbite d'une rotation \vec{R} , d'axe \vec{n} et d'angle θ . \vec{R} définit la *texture locale* de l'état.

— La phase A est alignée. Les spins sont polarisés rectilignement dans une direction \hat{S} , l'orbite est circulaire dans une direction \hat{O} . Le couple (\hat{S}, \hat{O}) définit la texture.

Les dégénérescences résiduelles sont levées par les interactions négligées jusqu'à présent :

— Couplage Zeeman à un champ magnétique extérieur, sensible lorsque le vecteur gap est *parallèle* à \vec{B} . Dans la phase A, l'axe de spin \hat{S} s'oriente le long de \vec{B} (pour rendre compte de la susceptibilité, il faut tenir compte des effets d'échange, comme dans un liquide de Fermi normal).

— Couplage dipolaire magnétique entre spin et orbite, qui intervient au *premier ordre* par suite de la cohérence superfluide des paires condensées. (L'énergie correspondante est due aux termes de Bogoliubov dans l'Hamiltonien : elle est d'ordre $V_d (\Delta / E_F)^2$). Le couplage dipolaire verrouille les axes de spin et d'orbite l'un sur l'autre. Dans la phase A, l'axe d'orbite \hat{O} est perpendiculaire à l'axe de spin ; dans la phase B, l'angle de rotation θ est fixé : $\theta = 104^\circ$. Dans les deux cas, il reste une direction arbitraire, qui fixe la texture locale.

Une fois connue la configuration d'équilibre, on peut étudier la dynamique de ce paramètre d'ordre très complexe. C'est là un problème très riche conduisant à de multiples excitations : modes de spin, modes d'orbites, etc. Dans le cadre de ce cours, nous n'avons étudié que la résonance magnétique nucléaire dans un champ homogène, suivant le chemin « hydrodynamique » tracé par Leggett. On suppose que la texture orbitale reste verrouillée : seule

précède la texture de spin, sous l'influence combinée de l'énergie Zeeman et de l'énergie dipolaire. En notant que le moment cinétique $\vec{L} = \vec{M} / \gamma$ (γ = facteur gyromagnétique) est conjugué du vecteur rotation θ de la texture, on peut écrire directement des équations d'Hamilton pour la précession couplée de \vec{M} et θ . On explique ainsi le comportement très étrange des phases superfluides, par exemple l'existence d'une résonance longitudinale en champ nul. Les prédictions sont intégralement confirmées par l'expérience, tant dans la phase A que dans la phase B (en fait, c'est ainsi que l'on identifie la nature microscopique de ces deux phases). Les équations de mouvements sont *non linéaires* : d'où une variété d'effets nouveaux à forte amplitude. Dans la phase A, par exemple, une impulsion longitudinale « lance » la rotation de θ , qui à son tour fait osciller M . La fréquence de cette oscillation dépend de l'amplitude initiale, tout comme la rotation d'une fronde. Ce domaine très vaste n'a été qu'effleuré.

Tous ces effets sont dus à la cohérence des paires condensées (la résonance longitudinale de la phase A est un effet Josephson entre paires \uparrow et \downarrow) : ils illustrent parfaitement le thème central de ce cours.

6) Condensation de Bose des excitons dans un semiconducteur

C'est là un domaine beaucoup plus spéculatif : la superfluidité des excitons n'a jamais été observée explicitement. On a vu dans CuCl et Cu_2O une déformation « quantique » de la distribution thermique des énergies (manifestée dans la forme de la raie de fluorescence) — mais la condensation elle-même reste hors d'atteinte (le problème est de thermaliser les excitons plus vite qu'ils ne se recombinent).

Dans l'interprétation des expériences, on ne peut ignorer la complexité de la matrice cristalline, qui peut conduire à des situations très diverses : excitons directs ou indirects (dans ce dernier cas, la condensation cohérente implique une surstructure cristalline), excitons optiquement actifs (le couplage aux photons conduit aux modes hybrides de type polariton), complexes moléculaires de type biexciton (dont la liaison peut être renforcée par des effets de type polaron), possibilité enfin d'une condensation spontanée en *gouttes de plasma électron-trou* (Ge, Si, GaP, etc.). La transition exciton-plasma a été brièvement discutée. A température nulle, la méthode variationnelle décrite plus haut rend compte des effets d'échange : elle prédit un fondamental gazeux ($E(N)$ monotone) d'excitons triplets (règle de Hund) polarisés rectilignement (échange minimum). On peut en principe marier ce point de vue variationnel avec un calcul RPA, rendant compte ainsi du jeu combiné de la *liaison* excitonique et des effets d'*écran*. (aux petits N , on retrouve l'interaction de van der Waals). Le calcul intermédiaire reste à faire : il semble prédire un minimum de $E(N)$, c'est-à-dire une condensation spontanée, très sensible à la dégénérescence des bandes. La généralisation à température finie

est encore plus rudimentaire : il n'existe pas pour l'instant de théorie satisfaisante de la transition de Mott due à l'effet d'écran des porteurs thermiques.

Pour conclure ce cours, nous nous sommes attachés à dégager la signature expérimentale d'une éventuelle superfluidité excitonique. Plutôt qu'une forme de raie, toujours sensible aux défauts, aux phonons, etc., peut-on rechercher des effets de cohérence caractéristiques de l'état condensé ? Une possibilité, bien sûr, est l'existence d'un transfert d'énergie superfluide d'un point à l'autre, concevable pour des excitons pompés de potentiel chimique $\mu \neq 0$. Une impulsion excitatrice locale devrait donner une tache qui croît en t au lieu de \sqrt{t} . En superposant une petite modulation localisée à une excitation continue homogène, on peut essayer d'exciter les « phonons » du condensat excitonique (la superfluidité supprime le frottement sur le réseau).

Le cas le plus intéressant est celui d'excitons optiquement actifs, couplés linéairement au champ de photon : la cohérence interne des excitons implique alors une fluorescence cohérente ! Considérons un échantillon plus petit que la longueur d'onde optique, pour lequel les effets polaritons sont négligeables (tous les excitons sont en phase). Si le pompage est incohérent, la superfluidité se manifeste par une accélération soudaine de la recombinaison : la densité excitonique ne peut pas dépasser la densité critique $N_c(T)$ de la condensation. La relaxation de N sera alors pilotée par la thermalisation de T et non par la recombinaison individuelle. Si au contraire le pompage optique est cohérent, on prépare les excitons *dans un état condensé* : la fluorescence est contrôlée par la *perte* de cohérence des excitons, phénomène inverse de la condensation. Une simple équation de Ginzburg-Pitaevski forcée par le champ de pompage prédit une saturation de l'amplitude excitonique induite — mais elle ignore tous les processus de relaxation. Il manque une description du type équations de Bloch en RMN pour expliquer la relaxation vers un régime stationnaire. Le problème reste très largement ouvert. Il est manifestement très riche : par exemple, dans une absorption résonante à deux photons, on peut jouer sur la vitesse des biexcitons cohérents produits en modifiant l'angle entre les deux faisceaux excitateurs, rendre cette vitesse souscritique ou surcritique, etc. Ces problèmes n'ont été qu'effleurés !

Conclusion

Tout le cours était centré sur deux idées essentielles : le concept de cohérence interne et la continuité entre les régimes « atomique » et « coopératif ». L'émergence progressive des fluctuations collectives dans la thermodynamique (aux basses densités) est un phénomène très général, qu'on retrouve dans d'autres domaines, par exemple au voisinage d'une transition ferromagnétique : ce sera l'objet du cours de l'an prochain.

P. N.

SÉMINAIRES

Les séminaires suivants ont été organisés, en liaison étroite avec le thème du cours.

19 novembre 1985 : M. PAPOULAR (C.R.T.B.T. Grenoble), « Caractéristiques cinétiques du gaz hydrogène polarisé ».

14 janvier 1986 : T. DHOMBRES (E.N.S. Paris), « Hydrodynamique des phases superfluides de ^3He ».

28 janvier 1986 : A. MYSEROWICZ (G.P.S., Université Paris VII), « A la recherche de la condensation de Bose Einstein des excitons ».

ACTIVITÉS SCIENTIFIQUES

I

P. NOZIÈRES anime le groupe de Physique Théorique de l'Institut Laue-Langevin à Grenoble. Ce groupe comporte une dizaine de physiciens confirmés, qui y effectuent des séjours de durée limitée (de un à cinq ans), et travaillent dans des domaines très divers. En 1985-1986, l'activité portait sur les thèmes suivants :

— *Magnétisme* : Fondamental et excitations d'une chaîne quantique anisotrope (J. SOLYOM), magnétisme itinérant de Fe et Ni (H. CAPELLMANN, D. EDWARDS), fluctuations magnétiques et couplage au réseau dans les matériaux à fermions lourds (H. CAPELLMANN).

— *Transitions de phase* : Phases incommensurables (S. AUBRY, D. GREMPEL), ondes de densité de charge (J. SOLYOM).

— *Systèmes désordonnés* : Propriétés de transport d'un film bidimensionnel « sale » (D. GREMPEL), chaos classique et quantique dans un oscillateur non linéaire forcé (D. GREMPEL).

— *Physique nucléaire* : Interaction noyau antiproton, structure des baryons (J.M. RICHARD).

Ne sont détaillés que les thèmes auxquels P. NOZIÈRES a effectivement participé.

Thermodynamique d'un interface liquide solide (avec D. WOLF)

On sait depuis longtemps qu'à l'interface entre deux phases quelconques il faut distinguer l'énergie de surface γ et les efforts de surface, caractérisés par

un tenseur $\beta_{\mu\nu}$. En première approximation, γ contrôle l'équilibre du changement de phase, $\beta_{\mu\nu}$ contrôle l'équilibre des forces. A l'interface entre deux phases fluides, la matière peut se déplacer pour minimiser l'énergie : $\beta_{\mu\nu}$ est alors tangentiel et égal à γ — d'où la confusion qui règne souvent entre ces deux concepts. A la surface d'un cristal, en revanche, cette « réponse » est impossible. Le problème est beaucoup plus délicat, des arguments simplistes pouvant conduire à des conclusions fausses — par exemple la non conservation de l'énergie lors de la transmission d'une onde acoustique.

Nous avons élucidé ce très vieux problème en analysant soigneusement la définition des quantités superficielles et les variables indépendantes qui les contrôlent. Nous montrons d'abord que $\beta_{\mu\nu}$ est tangentiel, quelle que soit la géométrie du cristal, contrairement à une assertion ancienne de Herring. De ce fait, γ dépend de l'orientation cristalline θ et de la déformation *tangentielle* $u_{\mu\nu}$. En minimisant l'énergie par rapport soit à une déformation élastique de la surface, soit à une croissance du cristal, nous obtenons un jeu de conditions d'équilibre exactes *au premier* ordre en déformation (c'est là que réside la nouveauté). L'équilibre mécanique fournit l'expression explicite de $\beta_{\mu\nu}$. L'équilibre de fusion corrige la vieille condition de Gibbs, valable seulement à l'ordre 0. Ces corrections de déformation sont négligeables lorsqu'on étudie la forme d'équilibre d'un cristal macroscopique — elles deviennent cruciales lorsque fusion et déformation sont pilotées par la même excitation extérieure : on résout ainsi le paradoxe de la non conservation de l'énergie.

Publications

M. UWAHA, P. NOZIÈRES, « Flow-induced instabilities at the superfluid-solid interface of ⁴He », *J. Physique*, 47, 263-271 (1986).

M. UWAHA, P. NOZIÈRES, Proceedings of the OJI Symposium on Crystal Growth, 1985.

Statique et dynamique de la transition rugueuse (avec F. GALLET)

Ce travail a été mené en liaison étroite avec les expérimentateurs de l'équipe de S. BALIBAR à l'École Normale Supérieure. Il répond à un certain nombre de questions posées dans le rapport de l'an dernier.

La transition rugueuse est en général décrite par un modèle continu, dite de « Sine Gordon », où un potentiel périodique $V(z)$ tend à piéger l'altitude locale $z(r)$ de l'interface. En couplage faible, ce modèle est analysé par une méthode de renormalisation. Celle-ci peut être *statique* (une sommation partielle dans la fonction de partition définit un hamiltonien effectif pour les degrés de liberté restant) ou *dynamique* (on moyenne sur la partie « courte longueur d'onde » de la force aléatoire qui crée l'agitation thermique). Ces moyennes partielles renormalisent la tension de surface γ et la mobilité η de l'interface.

Il est d'usage de mener ces calculs de renormalisation dans une approximation « logarithmique », où l'on ne garde que le comportement asymptotique des diverses fonctions de corrélation. En fait, cette approximation n'est valable qu'à la transition $T = T_R$, et elle ne rend pas compte des données expérimentales. Nous avons donc repris en détail le formalisme de la renormalisation, en calculant exactement les noyaux des équations qui régissent γ et η . L'écart à l'approximation logarithmique est considérable lorsqu'on s'éloigne de T_R — en particulier la divergence de η lorsque $T = T_R / 2$, prédite par divers auteurs, disparaît complètement. L'équivalence entre les formulations statiques et dynamiques n'est rigoureuse qu'à $T = T_R$ — nous préférons utiliser le point de vue dynamique, plus transparent et plus riche.

Dans un calcul de renormalisation, on élimine les fluctuations d'échelle inférieure à une longueur de coupure ℓ . Les corrections à γ et η font intervenir des fonctions de corrélation de portée spatiale ℓ et temporelle $\tau = \eta \ell^2 / \gamma$ (régime diffusif). Pour un interface stationnaire *incliné* d'un angle θ , il faut comparer ℓ à la distance entre marches $d = a / \theta$: la renormalisation s'arrête lorsque $\ell > d$, ce qui permet de calculer γ et η en fonction de θ — du moins tant que d reste inférieur à la longueur de corrélation ξ . Dans le cas inverse, on rentre dans un régime de marches, où l'on peut calculer η directement : l'interpolation entre ces deux cas limites échappe à notre calcul. Le point essentiel est que la transition est *élargie* lorsque $\theta \neq 0$: un cross-over progressif intervient lorsque $\xi(T) \sim d$.

On peut de la même manière étudier la transition rugueuse *sous surpression* F , soit stationnaire (l'interface est bombé avec une courbure $1/R$), soit dynamique (l'interface avance à la vitesse $u = F / \eta$). Dans ce dernier cas, τ doit être comparé à la vitesse de défilement des plans cristallins $t = a / u$: comme pour l'interface incliné, la renormalisation s'arrête lorsque $\tau > t$. On constate de nouveau que la transition rugueuse est *élargie* par la surpression, avec un cross-over lorsque $F \sim \gamma a / \xi^2$. On peut ainsi décrire le passage d'un régime de mobilité linéaire (T élevé) vers un régime de nucléation homogène (T faible). Le cross-over correspond à un rayon du germe critique $r_c \sim \xi$. Nous avons étudié en détail tous les régimes rencontrés lorsqu'on joue sur l'inclination θ et la vitesse de croissance u . Le problème est qualitativement bien compris et l'accord avec l'expérience est satisfaisant. (Pour la première fois, on peut pointer avec précision la transition rugueuse de ^4He).

Il reste des problèmes ouverts — en particulier la réponse d'une facette à une force alternative, telle qu'on la mesure par la résistance Kapitza R : quelle est la fréquence propre de la facette dans le potentiel de piégeage ? Vraisemblablement, R ne présente pas d'accident à T_R : la généralisation de notre calcul de renormalisation aux effets *d'inertie* est à l'étude.

Publications

P.E. WOLF, F. GALLET, S. BALIBAR, E. ROLLEY, P. NOZIÈRES : « Crystal growth and crystal curvature near roughening transition in Hcp ^4He », *J. de Physique*, 46, 1987 (1985).

F. GALLET, P. NOZIÈRES, S. BALIBAR, E. ROLLEY : « Dynamic broadening of the roughening transition », *Europh. Lett.*, 2, 701 (1986).

P. NOZIÈRES, F. GALLET : « The roughening transition of crystal surfaces : Static and dynamic renormalization theory, crystal shape and facet growth ». Soumis au *Journal de Physique*.

Ferromagnétisme itinérant (avec W. SCHIRMACHER)

Nous avons approfondi l'étude du ferromagnétique *faible*, ou du matériau *presque* ferromagnétique (interaction d'échange I très voisine du seuil 1, d'un côté ou de l'autre). La température de cross-over, $T^* / E_F \sim |1 - I|^{3/2}$, déjà notée pour la susceptibilité magnétique, est en fait très générale. Par exemple la chaleur spécifique est d'ordre $T \log \left[\frac{1}{1 - I} \right]$ lorsque $T \ll T^*$, d'ordre $T \log \frac{E_F}{T}$ lorsque $T \gg T^*$ (cette lente croissance de C_v / T lorsque T diminue pourrait expliquer bien des résultats expérimentaux). Lorsque $T > T^*$, l'interaction I n'intervient plus (c'est la largeur thermique qui domine) : le problème de la self consistance ne se pose donc pas. En particulier, la loi de Curie-Weiss prévue par le développement basse température n'est pas valable.

Nous avons poussé le calcul des effets de fluctuation aux termes d'ordre M^4 et grad M^2 dans l'énergie libre. A $T = 0$, les corrections sont peu importantes (il faut les comparer à des termes d'ordre 0 qui sont grands). A température finie, en revanche, il apparaît une divergence lorsque $(1 - I) = 0$. Dans le cadre d'un calcul self consistant, on estime ainsi *la largeur du domaine critique* (critère de Ginzburg), qui ici est très faible : $\Delta T / T_c \sim (T_c / E_F)^{2/3} \sim (1 - 1)^{1/2}$.

Nous essayons actuellement de calculer l'énergie libre $F(M)$ sans faire de développement, l'idée étant de rechercher une éventuelle transition métamagnétique, telle qu'elle a été suggérée pour ^3He . Autrement dit, existe-t-il un changement de régime pour une aimantation M^* analogue à la température $T^* \sim (1 - I)^{3/2}$?

Ecoulement d'une suspension et sédimentation

Le modèle d'instabilité élaboré l'an dernier avec D. QUEMADA reposait sur la combinaison d'une force de portance — $\lambda \gamma \partial \gamma / \partial x$ dans un écoulement inhomogène de cisaillement $\gamma = \partial u / \partial x$, et d'une viscosité fonction de la

concentration. Dans la mesure où nous ne savons pas déterminer le signe de λ , le modèle reste très spéculatif. Nous l'avons quelque peu approfondi. En particulier, nous savons maintenant comment poser le problème de la stabilité des parois — c'est-à-dire fixer les paramètres de deux phases en équilibre.

Lors d'un séjour à l'Université de Leyde, le problème plus général de la sédimentation a été abordé en collaboration avec P. MAZUR. Depuis les travaux anciens de SMOLUCHOWSKI, on sait que le mouvement de particules suspendues tend à créer une convection du fluide, qui dépend de la forme du récipient. Peut-on écrire des équations microscopiques *locales* couplant la sédimentation w (mouvement relatif du fluide et des particules) et la convection moyenne V ? Il semble que la réponse soit positive, à condition d'inclure une « viscosité croisée » (terme $\sim \partial w / \partial x$ dans le tenseur d'efforts). Cette nouvelle viscosité est liée par des relations d'Onsager à la force de Faxen sur une particule placée dans un écoulement inhomogène ($F \sim \partial^2 V / \partial x^2$). Elle conduit à une vitesse tangentielle finie aux parois, $V_{//} \sim w_{//}$, qui pourrait expliquer les effets de forme prédits par le calcul microscopique. Dans un électrolyte, elle fournit un nouveau mécanisme d'effet électrocinétique, qui malheureusement semble négligeable devant les effets de paroi dus au potentiel de Gouy. Cette étude est pour l'instant très préliminaire mais elle mérite peut-être d'être approfondie.

Publications

P. NOZIÈRES, D. QUEMADA : « A possible instability mechanism for plug formation in a suspension flow », *Europh. Lett.*, 2, 129 (1986).

II

Outre cette activité centrée à Grenoble, un petit groupe travaille au Collège même, autour de D. SAINT JAMES, en étroite collaboration avec C. ASLANGUL et N. POTTIER, tous deux membres du groupe de Physique des Solides de l'E.N.S. Leurs travaux récents ont porté sur *le mouvement brownien quantique*.

Dans ce type d'étude, il s'agit d'examiner le comportement des systèmes quantiques dissipatifs. Un cas particulièrement intéressant est celui de la dissipation « ohmique » pour laquelle une certaine coordonnée $q(t)$ du système obéit à une équation classique amortie du type de la loi d'Ohm. On sait poser ce problème très clairement à l'échelle microscopique en considérant un système couplé linéairement à un bain d'oscillateurs, caractérisé par sa densité pondérée :

$$I(\omega) = \pi / 2 \sum_{\alpha} \lambda_{\alpha}^2 / \omega_{\alpha} \delta(\omega - \omega_{\alpha})$$

Le modèle ohmique correspond au choix :

$$I(\omega) \sim \eta\omega$$

En général on ne sait pas résoudre le problème exactement et on a recours à des traitements approchés qui utilisent, pour la plupart, soit des méthodes d'intégration fonctionnelle, soit des méthodes du groupe de renormalisation.

On peut toutefois reprendre le problème par des techniques plus traditionnelles et plus « transparentes », qui fournissent des indications sur la dynamique.

Nous avons traité l'année dernière, pour une dissipation ohmique, le cas d'une *particule libre quantique* (qui présente l'avantage d'être exactement soluble), puis le problème d'une *particule dans un double puits symétrique*.

Pour ce faire, nous avons utilisé des méthodes élémentaires, en établissant une équation d'évolution pour la matrice densité, où le passage tunnel d'un puits à l'autre (caractérisé par ω_0) est traité comme une petite perturbation (approximation de Born). Nous avons ainsi établi une équation avec ou sans convolution qui prend en compte des effets de retard.

On trouve qu'au zéro absolu, il y a rupture de symétrie lorsque le couplage réduit α passe par la valeur 1, la particule se localise dans un des deux puits pour $\alpha > 1$: c'est la localisation quantique.

L'activité de cette année s'inscrit dans le prolongement logique de ces études. Nous avons ainsi étudié les problèmes suivants :

a) *Particule dans un double puits légèrement asymétrique*

Ici il s'agit d'étudier le comportement d'une particule en interaction ohmique avec un bain de phonons, mais dans un double puits légèrement asymétrique avec un décalage d'énergie ϵ .

Le traitement est tout à fait analogue à celui du puits symétrique. On montre que, maintenant, la position d'équilibre de la particule est $-\text{th}(\beta\hbar\epsilon/2)$, pour des valeurs intermédiaires ou fortes de la constante de couplage. En revanche, pour un couplage faible, la position de la particule tend vers $-\epsilon_0/\omega_0^2 \text{th}(\beta\hbar\omega_0^2/2)$, où $\omega_0'^2 = \omega_0^2 + \epsilon^2$. Ces résultats sont en accord avec le principe du bilan détaillé, et, de fait, indépendants de la valeur précise du couplage (ohmique ou non). Au zéro absolu, la particule est donc contrainte de descendre dans le puits le plus bas.

Si on fait tendre l'asymétrie vers zéro, la position moyenne de la particule tend bien vers zéro à température non nulle. En revanche, au zéro absolu, le principe du bilan détaillé ne peut plus fixer de manière univoque la valeur

d'équilibre pour le puits symétrique : il y a rupture de symétrie et localisation dans un des puits pour $\alpha > 1$.

Il est intéressant d'examiner la dynamique de la particule au cours du temps. Pour $t \ll t_0 \sim |\epsilon|^{-1}$, la dynamique rappelle celle du puits symétrique. Pour $t \gg t_0$ la relaxation suit une loi exponentielle. Pour $t < t_0$, il peut apparaître des oscillations qui se superposent à la décroissance exponentielle générale. A température finie, deux types de régime apparaissent. Pour $t \ll \tau/2\alpha$, ($\tau = \hbar/\pi kT$), la dynamique est très proche de celle de la température nulle. Dans la situation inverse, la relaxation suit une loi exponentielle.

De plus pour $\alpha < 1/2$, $|\epsilon|$ ne peut pas être pris arbitrairement petit : ceci provient de la non-analyticité du problème à $\epsilon = 0$.

b) Particule sur un réseau périodique en présence d'une polarisation extérieure. Transition entre l'effet tunnel quantique et le mouvement en présence de résistance thermique

Dans ce problème on étudie le mouvement sur un réseau, décrit dans un modèle de liaisons fortes, d'une particule en interaction ohmique avec un bain de phonons, soumise à une force extérieure. On peut alors calculer la mobilité et le coefficient de diffusion par des méthodes analogues à celles dont il a été question plus haut.

On peut ainsi facilement étudier les températures très inférieures ou très supérieures à $\hbar\omega_0$, où ω_0 est la fréquence de coupure associée au bain. Les résultats essentiels sont les suivants :

(i) La mobilité et le coefficient de diffusion obéissent à un théorème de fluctuation-dissipation généralisé.

(ii) A basse température, les effets du champ appliqué sont hautement non-linéaires. En fait pour $\alpha > 1$, la mobilité linéaire (définie comme la limite de la mobilité en champ nul) est nulle. La particule est localisée. En revanche pour $\alpha < 1$, la mobilité devient finie et la particule est délocalisée. Toutefois pour T strictement nulle, le traitement perd sa validité, si bien qu'il faut être prudent dans les conclusions. On peut, cependant, étudier le comportement de la mobilité linéaire pour une température différente de zéro, mais faible. Elle devient finie, même pour $\alpha > 1$.

(iii) Dans la région de haute température (mais inférieure à la température de passage par activation thermique), la réponse devient quasi linéaire.

(iv) Il s'ensuit que pour $\alpha > 1$ la mobilité a une variation non monotone avec la température, croissant d'abord pour décroître ensuite.

c) *Equivalence entre les méthodes d'intégrales fonctionnelles et les équations maîtresses dans l'approximation de Born*

Les méthodes que nous avons utilisées et les calculs par intégrales fonctionnelles donnent des résultats analogues, chaque fois que ces deux méthodes ont été utilisées pour traiter les mêmes problèmes. Nous avons pu montrer leur complète équivalence. Pour le voir, il suffit d'itérer l'équation de mouvement avec convolution obtenue dans l'approximation de Born. Le résultat en est la forme assez compliquée que fournissent les intégrales fonctionnelles.

L'équation de mouvement avec convolution peut être traitée par la transformation de Laplace, et on obtient alors des résultats sur la dynamique qui peuvent être comparés avec ceux tirés de l'équation sans convolution. Ici encore, dans le cas du double puits symétrique au zéro absolu, on trouve bien une rupture de symétrie pour $\alpha = 1$, la particule étant localisée pour $\alpha > 1$.

Toutefois les lois de Kolrausch généralisées disparaissent pour laisser la place à de longues queues en puissances inverses de t , la particule relaxant vers sa position d'équilibre selon une loi en $t^{-2|1-\alpha|}$.

Le problème se pose de savoir quel type d'équation est le plus justifié, avec ou sans convolution. C'est là un vaste problème, car on connaît des cas où l'un ou l'autre est préférable. L'équation avec convolution peut introduire des termes de retard d'une manière non cohérente : il est certain que, dans ces questions de localisation quantique, ces effets de retard jouent un rôle important.

d) *Particule dans un puits symétrique en présence d'interaction non ohmique*

Ce problème qui revient sur le cas de la particule dans un puits symétrique est en cours de développement. La densité pondérée du bain thermique est maintenant $I(\omega) \sim \omega^\delta$.

Les résultats préliminaires montrent que à $T = 0$:

- pour $\delta > 1$, la particule n'est jamais localisée quel que soit α ;
- pour $\delta = 1$, la particule est localisée pour $\alpha > 1$;
- pour $\delta < 1$, la particule se localise pour α supérieur à une certaine valeur dépendant de δ .

Nous continuons d'étudier ce problème pour préciser la dynamique du modèle.

PUBLICATIONS

C. ASLANGUL, N. POTTIER, D. SAINT-JAMES, *Time behaviour of the correlation function in a simple dissipative quantum model* (*J. Stat. Phys.*, 40, 167-189, 1985).

C. ASLANGUL, N. POTTIER, D. SAINT-JAMES, *Quantum Ohmic dissipation : Transition from coherent to incoherent dynamics* (*Phys. Lett.*, 110A, 249-252, 1985).

C. ASLANGUL, N. POTTIER, D. SAINT-JAMES, *Quantum Ohmic dissipation : Coherence vs incoherence and symmetry breaking. A simple dynamical approach* (*J. Physique*, 46, 2031-2045, 1985).

C. ASLANGUL, N. POTTIER, D. SAINT-JAMES, *Quantum ohmic dissipation : particle on a one dimensional lattice* (*Phys. Lett.*, 111A, 175-178, 1985).

C. ASLANGUL, N. POTTIER, D. SAINT-JAMES, *Quantum ohmic dissipation : particle in an asymmetric double-well potential* (A paraître au *Journal de Physique*, mai 1986).

C. ASLANGUL, N. POTTIER, D. SAINT-JAMES, *Spin boson systems : equivalence between the dilute blip and the Born approximation* (Soumis pour publication au *Journal de Physique*).

C. ASLANGUL, N. POTTIER, D. SAINT-JAMES, *Quantum ohmic dissipation : cross-over between quantum tunneling and thermally resisted motion in a biased tight-binding lattice* (Soumis pour publication au *Journal de Physique*).

COMMUNICATION À DES CONGRÈS

Congrès : Cinquième Rencontre de Physique Statistique, Paris, 1985.

C. ASLANGUL, N. POTTIER, D. SAINT-JAMES, « Bruit quantique et fonctions de corrélation dans un modèle simple ».

Congrès : Sixième Rencontre de Physique Statistique, Paris 1986.

C. ASLANGUL, N. POTTIER, D. SAINT-JAMES, « Dynamique quantique et dissipation ohmique ».

Congrès : Statphys. 16, Boston (U.S.A.), août 1986.

C. ASLANGUL, N. POTTIER, D. SAINT-JAMES, « Quantum dynamics in the presence of ohmic dissipation ».

CONFÉRENCES

P. NOZIÈRES

Leyde, mai 1986 : « Comments on the Kondo effect in real metals »,
« Weak itinerant ferromagnetism : Moriya's theory revisited ».

ACTIVITÉS DIVERSES, MISSIONS

P. NOZIÈRES a assuré cette année l'enseignement de la chaire Lorentz à l'Université de Leyde (Pays-Bas) en avril-mai 1986. A ce titre, il a donné une série de 16 cours sur « Structure and dynamics of the liquid solid interface : Roughening and surface dissipation as viewed in ⁴He ».