Physique statistique

M. Philippe NOZIÈRES, membre de l'Institut (Académie des Sciences), professeur

Cours : « Surfaces et élasticité »

Après deux années consacrées aux liquides quantiques en interaction forte, le cours 1997 a marqué un retour à une physique classique beaucoup plus macroscopique, au carrefour entre deux domaines : la physique des surfaces et l'élasticité. C'est là un domaine très vaste qui va de l'échelle atomique (interaction entre adatomes, marches cristallines, facettage et croissance, reconstruction, etc.) à l'échelle du laboratoire (contacts, frottement solide, tribologie). Il intéresse des communautés qui souvent ne possèdent pas de langage commun : physiciens, mécaniciens, métallurgistes. L'objet de ce cours était de faire le point, d'introduire les concepts de base et de déboucher sur quelques résultats récents. Parmi ceux ci l'accent a été mis sur un nouveau modèle de frottement solide, fondé sur un mécanisme d'hystérésis qui suggère des développements expérimentaux intéressants.

Au sein même de la physique l'élasticité n'est plus à la mode : elle est pour l'essentiel ignorée, même par ceux qui l'utilisent. Il était donc impératif de commencer par un bref rappel des notions essentielles, tenseurs d'effort et de déformation, loi de Hooke, énergie élastique. On peut ainsi calculer la réponse à une force ponctuelle **F** appliquée à la surface libre d'un milieu semiinfini (z > 0) : le champ de déplacement en 1/r traduit la longue portée des effets élastiques. Il constitue le point de départ de tout ce qui suit.

1) Applications à l'échelle atomique

a - Adatomes, marches

Un adatome exerce sur le substrat un <u>multipôle</u> de forces (la force résultante est nulle à l'équilibre). A grande distance le moment dipolaire domine et crée une déformation en $1/r^3$. L'énergie élastique est contrôlée par les petits r et ne

peut pas s'obtenir par un argument macroscopique. En revanche la déformation créée par un adatome 1 réagit sur un adatome 2 distant de d, conduisant à une énergie d'interaction répulsive d'ordre $1/d^3$. Cette interaction d'origine élastique est en compétition avec une contribution électrostatique qui a le même comportement.

Une marche cristalline produit de même un dipôle de forces localisé : la déformation élastique correspondante peut s'obtenir en intégrant le résultat précédent le long de la marche. La géomètrie étant 2d, il est beaucoup plus simple de résoudre le problème élastique directement à l'aide d'une fonction d'Airy scalaire : on trouve que deux marches identiques distantes de d ont une énergie de répulsion $\approx 1/d^2$, qui de nouveau est en compétition avec un terme électrostatique et un terme entropique dû aux fluctuations thermiques. Une telle interaction a des conséquences pratiques importantes : elle implique un terme d'ordre θ^3 dans l'énergie superficielle d'une surface vicinale inclinée d'un petit angle θ par rapport aux plans cristallins. Cette énergie $\gamma(\theta)$ contrôle à son tour le profil d'équilibre au voisinage d'une facette. Ce comportement a été observé à l'interface solide superfluide de ⁴He, par analyse des ondes capillaires.

La situation est différente lorsque le substrat est sous contrainte uniaxiale parallèle à l'interface (par exemple pour des couches épitaxiées avec désaccord de maille). En ce cas chaque marche est soumise à une force résultante et non pas à un dipôle (pour une surface vicinale la force sur le flanc des marches est équilibrée par une force opposée répartie sur les terrasses ascendantes). Cet effet trouve une application inattendue dans la croissance d'une surface vicinale en phase vapeur : les atomes se déposent sur les terrasses et diffusent jusqu'aux marches bordières où ils se fixent. Un adatome interagit via l'élasticité avec les marches amont et aval. Lorsque les marches sont l'objet d'un dipôle de forces, ces interactions sont symétriques et ne favorisent pas un côté particulier. Sous contrainte uniaxiale, en revanche, il y a asymétrie. Si l'adatome se fixe sur la marche aval, les marches se mettent spontanément en paquet, la surface vicinale plane devenant instable. Cet effet, important au plan technologique, est en compétition avec l'asymétrie de collage (effet « Schwoebel »).

Une autre application, plus spéculative, concerne le mouvement erratique d'ilôts épitaxiés contraints. Un ilôt 1 crée un champ de contrainte dipolaire. Ce champ modifie l'équilibre « accrétion-évaporation » des adatomes à la surface d'un autre ilôt 2. Le gradient spatial induit une condensation d'un côté, une évaporation de l'autre : l'ilôt 2 se met en mouvement, un effet observé expérimentalement. Ce mécanisme très simple demande à être précisé.

b - Effort de surface

Comme la plupart des quantités physiques, la partie tangentielle du tenseur d'effort possède un excès de surface τ : c'est l'effort de surface, à ne pas confondre avec l'élasticité de volume induite depuis l'interface. La mesure de τ

n'est pas évidente. La variation de la maille atomique d'un film (< 1.000Å) fournit une mesure absolue. La courbure d'un film plus épais sous évaporation, mesurée optiquement, donne accès à la variation de τ due à l'adsorbat.

 τ est un tenseur 2 × 2 qui dépend bien sûr de la géométrie de la surface. Si une marche sépare deux terrasses de natures différentes, une force $(\tau_1 - \tau_2)$ apparaît. C'est le cas par exemple de la surface (100) des réseaux de type diamant (Si, Ge, etc.). Les liaisons pendantes tendent à se refermer en créant une reconstruction 2×1 , alternativement dans les directions x et y sur deux plans cristallins consécutifs : il y a donc deux types de marches, parallèles et perpendiculaires à la reconstruction. Leurs énergies sont différentes, comme en témoignent les fluctuations observées en microscopie électronique. Du fait de la reconstruction les marches sont soumises à une force $(\tau_x - \tau_y)$: leur interaction élastique est logarithmique. Il en résulte une instabilité de la facette, qui se structure spontanément avec alternance de bandes des deux types. On peut calculer la période de cette structure. On peut aussi agir sur elle par un effort de volume uniaxial : les énergies superficielles des terrasses 1 et 2 sont alors différentes, donnant une interaction « de confinement » entre marches proportionnelle à la largeur de la terrasse qui les sépare. Pour une surface vicinale d'inclinaison θ la reconstruction devient vite un détail : l'énergie $\gamma(\theta)$ est régulière, avec un changement de pente lorsque la distance des marches vicinales est comparable à la période de la structuration spontanée.

L'effort élastique de surface contrôle aussi la taille des « échelles de Herring » : lorsque l'orientation θ de la surface est localement instable (compressibilité des marches négative), un interface plan se fragmente en domaines d'inclinaisons θ_1 et θ_2 correspondant à un point double de $\gamma(\theta)$. Dans un langage plus physique la densité des marches subit une séparation « liquide-gaz » avec des densités fixées par une construction de Maxwell. La période de cette structure est un compromis entre l'énergie des points anguleux et leur interaction élastique. L'observation de ces échelles donne des informations détaillées sur la dépendance angulaire de l'énergie et de l'effort superficiels.

2) Contact macroscopique entre deux solides

L'archétype est le contact de Hertz : deux solides sphériques sont pressés l'un contre l'autre par une force normale F. La déformation élastique élargit le contact ponctuel en un cercle de rayon a (à ce stade il n'y a aucune plasticité irréversible). Un calcul qualitatif simple, fondé sur la géométrie et la réponse à une force localisée, montre que a \approx [FR/E]^{1/3}, où E est un module d'Young effectif et 1/R la courbure relative des deux surfaces en contact. On sait faire le calcul exact pour deux solides isotropes de même nature : le profil de pression à l'intérieur du cercle de rayon a est elliptique.

La situation est plus délicate lorsque les deux matériaux en contact ont des coefficients élastiques différents : se pose alors la question d'un déplacement tangentiel relatif, interdit dès lors qu'il y a adhésion. Deux cas sont possibles.

(i) Une situation d'homoépitaxie, où par construction les déplacements tangentiels doivent être identiques.

(ii) Une situation moins contraignante où le glissement est seulement interdit après mise en contact.

La solution exacte est difficile, car il faut un traitement couplé des profils de pression p(r) et de cisaillement radial $\sigma(r)$. En général on ignore la réaction de $\sigma(r)$ sur le profil de Hertz $p_0(r)$, qui reste inchangé. Le calcul de σ est alors simple et conduit à un profil qui diverge au bord r = a dans le cas (i) (géomètrie de fracture), qui au contraire s'annule dans le cas (ii).

Le problème n'est pas réglé pour autant car il faut aussi se préoccuper des lois du frottement : l'adhésion sans glissement persiste tant que $\sigma < \mu p$, où μ est un coefficient de frottement d'ordre 1. Cette condition est violée au bord du disque de contact : il faut alors reprendre le calcul en imposant la condition $\sigma = \mu p$ dans un anneau de contact c < r < a. Le profil de cisaillement $\sigma(r)$ a une rupture en r = c.

A ce niveau l'analyse est purement élastique : l'adhésion est une simple contrainte de non glissement, sans aucune implication énergétique. En réalité, le contact de deux matériaux implique une énergie interfaciale γ par unité de surface qui va s'ajouter à l'énergie élastique et au travail de la force appliquée **F**. Le rayon du contact a_o sera fini même si $\mathbf{F} = 0$! Le problème a été résolu par Johnson *et al.* (modèle « JKR ») vers 1970. Le profil de pression devient singulier au bord du contact $\mathbf{r} = \mathbf{a}$ (il faut une traction infinie pour arracher les deux pièces). La courbe reliant ce rayon a à la force appliquée **F** est réentrante, conduisant à une boucle d'hystérésis : le contact s'établit brutalement lorsque **F** passe par 0, alors qu'il faut une force négative \mathbf{F}_c finie pour réduire a à zéro. Élasticité et capillarité définissent une longueur caractéristique $\ell \approx \gamma/E$, à partir de laquelle on calcule $a_o \approx [\ell/R^2]^{1/3}$.

La généralisation à une force appliquée \mathbf{F} quelconque, possédant une composante normale N et une composante de cisaillement T, est beaucoup plus difficile. Une solution approchée a été établie par Cattaneo et Mindlin, toujours en négligeant le couplage des effets normaux et tangentiels, d'abord pour une géométrie cylindrique, puis pour une géométrie sphérique. La hiérarchie des problèmes est la même que précédemment :

(i) Pour un régime d'homoépitaxie on doit avoir des déplacements tangentiels égaux au contact. Même pour des matériaux identiques, le cisaillement $\sigma(x,y)$ est infini au bord r = a. Il n'y a qu'un seul état d'équilibre pour chaque **F** et l'évolution est réversible.

(ii) Si l'on relâche cette contrainte d'épitaxie, on a seulement $\delta u_1 = \delta u_2$ après contact. Mais alors le résultat final dépend du chemin suivi pour y arriver ! La

géométrie des déplacements élastiques et des efforts sera différente si l'on applique d'abord N ou d'abord T, ou si on les applique ensemble avec un F croissant d'orientation donnée — d'où la possibilité de cycles dissipatifs. (iii) Cette multistabilité est encore plus grande si l'on tient compte de la condition

de non glissement $\sigma \le \mu p$: la position des anneaux de glissement est différente à la montée et à la descente, conduisant à un régime d'hystérésis classique.

Ce domaine foisonnant est l'apanage des mécaniciens : il n'a été qu'esquissé dans le cadre du cours.

3) Le frottement solide

C'est probablement l'un des plus vieux problèmes de la physique, qui remonte à Coulomb (1785). Ses lois phénoménologiques sont connues, mais les mécanismes sous jacents restent très controversés. Un écueil est peut-être la cohabitation de communautés qui ne savent pas se parler, physiciens et mécaniciens, bien sûr, mais aussi ingénieurs et géophysiciens (préoccupés par le glissement des lèvres d'une faille pour cause de tremblement de terre). Le problème est très multiforme : le frottement de roulement est très différent du glissement, le frottement sec n'a pas grand chose à voir avec le frottement lubrifié. Il n'y a sûrement pas « une » théorie du frottement : les phénomènes d'élasticité, de plasticité et d'adhésion interviennent tous, avec des pondérations qui dépendent du problème étudié. Dans le cadre de ce cours nous n'avons considéré que le frottement de glissement sec, mettant l'accent sur les effets élastiques. L'influence de la plasticité n'est évoquée que brièvement, et les effets d'usure conduisant à un interface granulaire sont complètement ignorés. L'objet était de faire le point des développements expérimentaux récents (très importants) et de présenter un cadre théorique dans lequel les interpréter et les enrichir.

a - Les lois classiques du frottement

La loi de Coulomb stipule qu'en présence d'une charge normale N il faut une force de traction minimale $T = \mu_s$ N pour démarrer le glissement. μ_σ est le <u>coefficient de frottement statique</u> sans dimension, typiquement 0,3. Une fois le glissement parti, la force de frottement se stabilise à $T = \mu_d$ N, indépendante de la vitesse de tirage, avec $\mu_d < \mu_s$. μ_d est le <u>coefficient de frottement dynamique</u>. Noter que la discontinuité de force lorsque le tirage change de sens signale la présence d'hystérésis. En outre, il faudra bien raccorder d'une manière ou de l'autre frottements statique et dynamique.

La loi d'Amontons (1699 !) stipule que μ est indépendant de la surface de contact (ce résultat était connu de Léonard de Vinci !). Cette propriété, quelque peu surprenante, n'a été comprise que récemment : pour une surface rugueuse (elles le sont toutes), la surface réelle du contact n'est pas la surface apparente. Deux explications sont possibles : Tabor fait appel à la plasticité (les contacts

s'écrasent jusqu'à avoir une pression locale égale à la limite élastique), Greenwood et Williamson considèrent des contacts de Hertz purement élastique, mais avec une distribution de hauteurs. Dans les deux cas la surface apparente disparaît du problème.

La loi $\mu_d < \mu_s$ entraîne automatiquement une alternance de périodes de repos et de glissement (le « stick-slip » d'une craie qui grince !). Le problème s'analyse bien pour un patin de masse M tiré par un ressort de raideur k dont le point d'attache avance à vitesse constante v. Il y a deux temps caractéristiques, la période propre $t_o \approx (M/K)^{1/2}$ du système masse ressort, et le temps $t_v = (\mu_s - \mu_d)N/kv$ nécessaire pour augmenter T de sa valeur dynamique à la limite statique. A faible vitesse on tend le ressort jusqu'à atteindre T_s : le patin part et s'arrête aussitôt après une demi oscillation (si $3\mu_d > \mu_s$); la caractéristique x(t) est une dent de scie avec des sauts très courts. Dans la limite inverse $t_v \ll t_o$ l'inertie domine : il y a toujours relaxation mais ce sont les périodes de repos qui sont courtes. Le point essentiel est qu'une loi de Coulomb brute entraîne toujours le stick-slip, contrairement aux expériences : il faut donc amender cette loi.

La présence d'une dissipation à vitesse infinitésimale exclut tout effet de viscosité. Seuls des sauts discontinus peuvent rayonner des bouffées de phonons qui vont se perdre dans la masse. Ces discontinuités impliquent nécessairement une multistabilité, donc de l'hystérésis : toute la question est de savoir d'où elles viennent !

b - Expériences récentes : dérives logarithmiques.

Ces expériences, menées à l'ENS, étudient le frottement papier sur papier avec une extrême précision, sur une gamme de vitesses v qui couvre 6 décades. La moisson de résultats est impressionnante :

(i) Le frottement statique dépend du temps t d'attente au repos, avec une loi du type $\mu_s = a_s + b_s$ Log t. Les coefficients varient peu, mais dépendent du protocole expérimental.

(ii) Le frottement dynamique à vitesse constante dépend de v, avec une loi $\mu_d = a_d - b_d \text{ Log } v$. Les coefficients b_s et b_d sont égaux à la précision expérimentale, ce qui suggère une relation $\mu_d(v) = \mu_s(t = a/v)$ où a est une nouvelle longueur caractéristique. On résoud ainsi le problème du raccordement entre régimes statique et dynamique.

a est dans la gamme du micron, comparable à la <u>taille des aspérités</u>. L'image qui émerge est celle d'un paysage qui change complètement lorsque le patin avance de a. « L'âge » d'une aspérité en régime dynamique est $t_a = a/v$, ce qui explique la loi d'échelle.

(iii) Un patin au repos flue lentement sous traction T. La vitesse de fluage augmente rapidement près du seuil de décrochement.

(iv) Enfin et surtout, le stick-slip n'est pas une fatalité : il existe une bifurcation dans le plan (k,v) qui constitue un outil infiniment plus sensible qu'un simple régime stationnaire.

Cette bifurcation est du type de Hopf, directe : l'oscillation apparaît avec une amplitude nulle (elle est alors purement sinusoîdale). On ne passe à un régime de relaxation en dents de scie que très loin de la courbe de bifurcation, lorsque les effets non linéaires dominent. Grossièrement la bifurcation correspond à t_v comparable à Max $[t_o, t_a]$, conduisant à deux régimes distincts :

— <u>Faibles vitesses</u>, $t_a \ge t_o$: l'inertie est négligeable et la bifurcation correspond à $t_v \approx t_a$. Il faut laisser aux aspérités le temps de « construire » l'écart $(\mu_s - \mu_d)$ pour obtenir le stick-slip. La courbe k(v) a une légère dérive qui indique une correction d'ordre [Log v]² du frottement.

— Fortes vitesses, $t_a \ll t_o$: on retrouve la bifurcation naïve lorsque $t_v \approx t_o$.

Pour interpréter ces résultats le plus simple est une approche phénoménologique où $\mu = a + b$ Log ϕ dépend d'un âge ϕ qui interpole entre régimes statique et dynamique. On peut alors étudier la bifurcation par analyse de la stabilité linéaire. Le calcul est sans malice et conduit à une bifurcation d'un type bizarre, qui n'est pas de Hopf. Pour s'en sortir, diverses possibilités sont envisageables. Caroli *et al.* rajoutent à μ un terme Log u où u est la vitesse instantanée, censé provenir du fluage horizontal. On rend ainsi compte d'une bifurcation de Hopf traditionnelle. Mais on peut obtenir le même résultat en modifiant la définition de l'âge ϕ . Seuls des arguments physiques solides permettront de choisir la bonne solution : le problème reste ouvert.

c - Un modèle de frottement fondé sur l'hystérésis

Ce modèle, développé avec C. Caroli, ne cherche pas à rendre compte de situations concrètes, mais à dégager quelques idées essentielles et à suggérer des expériences nouvelles. Les deux surfaces sont supposées présenter des aspérités diluées, de rayon a macroscopique (typiquement le micron). Une aspérité est active lorsque les tétons se touchent : la densité correspondante est $n = 1/d^2$ (dilué signifie $d \ge a$). On recherche un mécanime de multistabilité à l'échelle de l'aspérité — ou d'un ensemble d'aspérités. Notons que cette dernière hypothése n'a rien d'évident. Il est possible, voire probable, que le frottement se construise à toutes les échelles spatiales. Un mécanisme d'échelle ℓ dépend alors des lois de dissipation aux échelles $\ell' < \ell$ nécessitant un formalisme du type « renormalisation ». Nous ignorons cette éventualité et nous admettons un équilibre instantané sans frottement aux échelles < a.

Le plus simple est de commencer par une aspérité unique, caractérisée par une « coordonnée de configuration » ρ qui mesure la distance entre les deux tétons en regard (pour l'instant, nous nous limitons à un modèle 1d). Le potentiel de piégeage V(ρ) peut être d'origine élastique (les deux tétons se rétractant pour réaliser le contact) — il peut aussi être dominé par l'adhésion. La question centrale est de savoir si un tel potentiel peut créer une multistabilité, responsable des sauts discontinus.

Dans un modèle purement élastique, le potentiel $V(\rho)$ (par exemple répulsif) donne naissance à une force d'interaction F = -V' entre les deux tétons en regard. F induit un déplacement élastique u qui écarte les tétons : la coordonnée de configuration devient ainsi $\eta = (\rho + u)$. Ce recul corrige F et conduit à un problème non linéaire. On montre aisément que pour des matériaux mous la solution reste unique (régime monostable) alors que la caractéristique $\eta(\rho)$ est réentrante pour des matériaux durs (Ea > V'', où E est le module d'Young). Il apparaît donc une plage de multistabilité entre deux limites spinodales : lorsqu'on balaye p par tirage, l'aspérité saute à l'aller et au retour. En principe, on peut ainsi fabriquer un frottement sans aucune dissipation à l'échelle microscopique. En pratique la situation est moins rose, car la condition Ea < V'' ne peut être réalisée que pour des aspérités « pointues », dont la hauteur est comparable à la largeur. Les surfaces réelles sont beaucoup plus arrondies, et les limites spinodales disparaissent. Pour les rétablir il faut faire appel à l'adhésion. La rupture de cette adhésion par fracture est par elle même un exemple de multistabilité. On peut la formaliser dans le langage de JKR, qui conduit sans difficulté à une courbe $F(\rho)$ réentrante : la multistabilité est une propriété très générale, dont la caractéristique $F(\rho)$ est notre point de départ. Peu importe son origine : il suffit d'explorer ses conséquences.

d - Physique d'une aspérité unique

Lorsque l'on déplace le patin à vitesse constante le travail de la force de piégeage F dp fait intervenir le déplacement nominal dp à grande distance, et non pas d η (la force extérieure est appliquée loin de l'aspérité). Si ρ est balayé de $-\infty$ à $+\infty$ le travail total est nul pour une aspérité monostable : l'énergie n'a nulle part où aller ! En revanche le travail total est égal à l'aire w à l'intérieur de la boucle d'hystérésis en régime multistable. Il suffit de calculer le nombre v dx d'aspérités balayées lorsque le patin avance de dx pour obtenir la force tangentielle de frottement T = η w. On obtient ainsi le coefficient de frottement dynamique μ_d .

La dissipation en régime oscillant $x = A \cos \omega t$ est un peu plus subtile. Seuls contribuent les cycles balayés à l'aller et au retour : les autres sautent une fois et restent ensuite sur la même branche multistable. Le frottement alternatif mesure donc la distribution de largeur des cycles, $n(\xi)$, où ξ est la distance entre les deux limites spinodales : seules « frottent » les aspérités telles que $\xi < 2A$. Une analyse en amplitude donne accès à n. On peut aussi superposer une oscillation et une dérive de vitesse v constante. L'oscillation ne fait rien si on va toujours dans le même sens ($v > A\omega$). Si $v < A\omega$ l'augmentation de frottement est liée à l'amplitude des retours en arrière : on n'apprend rien de nouveau (il n'y a pas d'échelle de vitesse dans le problème).

Il n'y a qu'un seul protocole de frottement dynamique : tirer sur le patin. En revanche on peut réaliser une traction T nulle de multiples manières :

(i) Le plus simple est de partir d'un régime dynamique et de supprimer T : le patin recule d'une quantité δ de manière à annuler la force de piègeage moyenne. Au lieu d'affleurer à la limite spinodale, la distribution P(ρ) des branches multistables a une discontinuité à l'intérieur de la boucle d'hystérésis. Si tous les cycles étaient identiques et symétriques, δ serait simplement $\xi/2$. En réalité il y en a des grands et des petits : les petits cycles de largeur $\xi < \delta$ sautent même en sens inverse ! La seule question est de savoir si le recul est rigide : si δ est constant, il est fixé de façon unique.

(ii) On peut aussi presser les deux solides l'un contre l'autre sans exercer de traction latérale. La multistabilité apparaît à gauche ou à droite de la position nominale ρ : on y reste, la seule ambiguïté venant des aspérités qui tombent pile sur le point critique. La population P(ρ) des branches multistables est différente, sans discontinuité franche car les cycles peuvent se déformer.

Dans un cas comme dans l'autre on peut recommencer à tirer en déplaçant le patin d'une quantité $\varepsilon < a$: on décale alors la distribution P(ρ) et on rétablit une force T. Celle-ci est au départ proportionnelle à ε : on ne rejoint le régime dynamique que lorsque l'on atteint la limite spinodale, c'est-à-dire lorsque $\varepsilon = a$. En d'autres termes, les deux régimes dynamiques vers la droite et vers la gauche, pour lesquels T = $\pm \mu_d N$, sont séparés par une plage de largeur finie $\xi \approx a$ où T évolue continuement. Près de l'équilibre statique, il existe une force de rappel ($-k\varepsilon$) correspondant à une élasticité <u>de surface</u> (due aux pièges). On étale ainsi la transition entre les deux régimes dynamiques opposés.

L'élasticité de piègeage en surface est en compétition avec l'élasticité de volume. Leur comparaison définit une longueur caractéristique $\lambda \approx E/k$. Si l'on applique en surface une perturbation de vecteur d'onde q, les forces de volume dominent lorsque $q\lambda \gg 1$: les deux pièces subissent un recul rigide. Aux grandes longueurs d'onde, au contraire, on a intérêt à optimiser le piègeage de surface. La longueur λ est donc une longueur d'écran, qui mesure la portée de la réponse élastique à une perturbation locale. Un exemple type est une inhomogénéité du coefficient μ_d d'un point à l'autre de l'interface. Le recul rigide δ envisagé plus haut optimise l'élasticité de volume en laissant des fluctuations de la force de piègeage. Ce choix est le bon si $q\lambda \gg 1$ — dans le cas inverse δ s'ajuste localement.

Ce concept de longueur d'écran est important. Il fournit la taille naturelle des blocs rigides envisagés par Burridge et Knoppoff dans leur description du glissement d'une faille géophysique. Une valeur typique de λ est d'ordre d²/a : l'effet d'écran est d'échelle macroscopique. Un point essentiel doît être souligné : le piègeage disparaît en régime dynamique (la population des branches multistables affleure à la limite spinodale et est indépendante de la position ρ). L'effet d'écran disparaît donc aussi : on n'échappe pas aux divergences à longue portée dès lors que le patin glisse !

e - Effets temporels

Ce modèle d'hystérésis ne contient pas le temps : la vitesse de tirage v n'intervient pas. On ne peut donc expliquer les effets de dérive logarithmique observés expérimentalement. Dans la même veine, on a nécessairement $\mu_s = \mu_d$: le tirage redémarre quand on atteint la limite spinodale. Il manque donc une dimension temporelle au problème.

On peut par exemple considérer le saut activé par dessus la barrière spinodale avant que celle-ci ne s'efface complètement. Il suffit d'introduire un terme de bruit pour décrire l'élargissement du saut et son décalage vers l'arrière. Plus on va lentement, plus le cycle d'hystérésis est étroit : on devrait avoir un terme \approx Log v dans μ_d . Mais d'où vient le bruit ? L'agitation thermique est pertinente à l'échelle atomique, mais complètement négligeable à l'échelle du micron. L'agitation due aux autres pièges qui sautent est un bruit déterministe, qui n'a aucun effet dès lors que le patin ne revient pas en arrière : on n'est pas très avancé ! A grande vitesse v, l'activation thermique cède la place à un saut spinodal retardé par la dissipation. Le problème est bien connu et conduit à un élargissement du cycle $\approx v^{2/3}$, donc à un frottement plus fort. Là encore l'effet paraît négligeable dans les expériences de l'ENS.

Il faut donc chercher ailleurs - en fait du côté des effets plastiques. Ceux ci ont été étudiés par Caroli et Velicky, qui dans un premier temps se limitent à la plasticité de compression. Les contacts fluent sous l'effet de la charge normale, et ce fluage est modélisé par une croissance lente du rayon de l'aspérité en fonction de son âge ϕ , du type $a = a_0 + a_1 \text{Log t}$. La même croissance affecte l'amplitude du potentiel de piègeage, $V_1/V_0 = 3 a_1/a_0$. L'âge ϕ est soit le temps d'attente t en régime statique, soit le temps de balayage a/v en régime dynamique. On explique ainsi naturellement les dérives de μ_s et μ_d , ainsi que la loi d'échelle, mise « à la main par la définition de ϕ (le frottement μ_d augmente à basse vitesse, contrairement à la correction due au saut activé). Ce modèle n'explique pas la bifurcation directe de Hopf : peut- être faut-il chercher du côté d'une plasticité de cisaillement ?

f - Interactions élastiques entre les aspérités

Même si la multistabilité d'une aspérité donnée est due à l'adhésion, l'interaction entre aspérités est, elle, due à l'élasticité. La force F = -V' due à l'asperité 1 crée un déplacement élastique $\approx 1/r$ qui corrige l'énergie de l'aspérité 2, et donc son énergie. Cette interaction introduit une physique nouvelle, aux multiples facettes, qui est toujours mal comprise. Le problème est facile à formuler à l'aide des coordonnées de configuration ρ_i et des déplacements élastiques u_i . L'énergie totale U est la somme d'une énergie de piégeage $V(\rho_i + u_i)$ et d'une énergie élastique $\lambda_{ij}u_iu_j/2$, où λ_{ij} est une matrice de compliance qui relie les forces aux déplacements (la quantité qui se calcule bien est la matrice inverse μ_{ij} , dont les éléments décroissent comme $1/r_{ij}$). L'équilibre s'obtient en minimisant U par rapport aux déplacements élastiques u_i : il est stable si la variation du second ordre est définie positive. La limite spinodale correspond à une valeur propre nulle de la matrice de stabilité $[\lambda + V''] = \lambda [1 + \mu V'']$. La difficulté vient de cette matrice N × N dont les élements non diagonaux décroissent lentement : l'analyse des valeurs propres n'a rien d'évident.

Aspérités individuellement monostables

Les élements diagonaux $[1 + \mu_{ii}V_i^{"}]$ sont tous positifs. En principe il n'y a aucun frottement - sauf si les interactions <u>induisent</u> la multistabilité ! Pour étudier cette éventualité, on peut calculer la variation $d\eta_i$ de la coordonnée de configuration réelle $\eta_i = (\rho_i + u_i)$ lorsque le patin (c'est-à-dire tous les ρ_j) avance de dp. Cette variation $d\eta_i/d\rho$ fait intervenir la matrice inverse $[1 + \mu V"]^{-1}$. Elle peut changer de signe de deux manières :

— En passant par 0 : c'est le signe d'un retour en arrière, qui n'a pas de conséquence dramatique tant que le recul est inférieur à la largeur du cycle d'hystérésis ξ.

— En passant par l'infini, ce qui correspond à une limite spinodale. Le déterminant de $[1 + \mu V'']$ est alors nul et l'on retrouve le même critère que par l'étude de stabilité.

L'inversion de $[1 + \mu V'']$ est élémentaire pour 2 aspérités : on constate que l'interaction élastique <u>favorise la multistabilité</u> (le cycle d'hystérésis est plus large) : il y a là une tendance qui doit être générale. Pour le cas N × N on ne dispose que d'arguments très rustiques. Les termes non diagonaux μ_{ij} sont certes petits pour des aspérités diluées, a \ll d, mais ils convergent très mal : le mieux que l'on puisse faire est un développement en puissances de ces interactions. Guidé par le cas N = 2, on subodore une multistabilité lorsqu'un second terme positif est comparable au premier.

Un tel développement en puissances des interactions μ_{ij} fait intervenir des circuits d'aspérité en aspérité. La position R_i et la coordonnée de configuration ρ_i de chaque étape sont des variables aléatoires : on doit donc faire une moyenne de configuration. On vérifie facilement que tout site visité une seule fois donne une moyenne nulle. On a donc le choix entre deux attitudes :

— Ou bien s'en tenir aux moyennes, mais aller aux ordres supérieurs où tout site est visité plusieurs fois. Les intégrales sont finies, mais convergentes. Pour des aspérités diluées leur contribution est faible et ne peut pas construire une multistabilité.

— Ou bien rester à l'ordre le plus bas, mais étudier la variance des fluctuations au lieu de la valeur moyenne. Cette variance est $\approx \lambda_{ij}^2 \approx 1/r_{ij}^2$: l'intégration diverge logarithmiquement aux grandes distances. Elle est d'ordre Log L/d où L est la taille du système.

On arrive donc à un résultat surprenant : les <u>fluctuations</u> de configuration peuvent produire une correction du premier ordre <u>comparable</u> au premier terme si L

excède une longueur caractéristique λ_L dite « longueur de Larkin ». Cette longueur, d'ordre d exp[d²/a²], est très grande pour des aspérités diluées, en pratique inobservable (elle excède la largeur et l'épaisseur du patin). Néanmoins elle joue un rôle conceptuel important : un système monostable développe des multistabilités collectives aux échelles supérieures à λ_L . Les cycles d'hystérésis sont petits, mais essentiels dans d'autres contextes (piègeage des vortex dans les supraconducteurs, glissement d'une onde de densité de charge).

On peut estimer la longueur de Larkin très simplement en calculant le déplacement élastique u_o créé au niveau de l'aspérité 0 par toutes les autres. La moyenne de u_o est nulle pour des aspérités monostables (traduisant l'absence de frottement). En revanche la variance $\sigma = \langle u_o^2 \rangle$ diverge logarithmiquement avec la taille du système. λ_L est la taille pour laquelle $\sigma \approx a^2$: les fluctuations de u_o sont comparables à la taille de l'aspérité. Ce résultat est un peu surprenant dans la mesure où u_o est un simple décalage de la ccordonnée de configuration ρ_o qui devrait disparaître dans la moyenne de configuration. Il faut cependant remarquer que le paysage des aspérités change complètement lorsque ρ_o avance de a : on peut sauter d'un côté à l'autre de la variance ! Les fluctuations de $d\eta_o/d\rho_o$ sont donc considérables et peuvent conduire à une multistabilité.

Interactions entre aspérités individuellement multistables

L'élargissement des cycles d'hystérésis est alors un effet mineur et les problèmes sont d'un autre ordre. Le déplacement moyen élastique u_o dû aux aspérités acquiert une moyenne non nulle, qui diverge linéairement avec la taille L. Cette divergence est bien physique : elle traduit le cisaillement global des deux pièces en présence sous l'action de la force de frottement macroscopique T. On l'élimine en prenant les pièces cisaillées comme origine des positions. Restent alors les fluctuations qui ont toujours la même divergence logarithmique, ici sans effet majeur (les fluctuations de $d\eta_i/d\rho$ sont un peu subtiles du fait de la fonction de Dirac lors des sauts spinodaux).

Lorsqu'une aspérité saute à sa limite spinodale, elle oscille autour de sa nouvelle position d'équilibre, rayonnant une bouffée de phonons qui se perdent dans la masse. Mais du fait des interactions élastiques ce saut modifie brutalement la position d'équilibre de toutes les autres aspérités : celles-ci oscillent aussi autour d'un nouveau point d'attache. L'énergie dissipée est la <u>somme</u> de toute ces énergies rayonnées, par le saut primaire et par la discontinuité des autres sites. La correction $\delta \rho_j$ est du premier ordre en interactions. L'augmentation du frottement est d'ordre $\delta \rho_j^2$ (l'énergie du site j est voisine d'un minimum), et donc elle diverge logarithmiquement, devenant significative lorsque la taille L est comparable à la longueur de Larkin λ_L . Dans la mesure où il n'y a pas d'effet d'écran en régime dynamique, aucune coupure naturelle n'émerge : le problème n'est pas trivial.

Une autre conséquence plus spectaculaire des interactions est l'existence de sauts spinodaux en cascade. Lorsque le site 0 saute, il induit un déplacement vers

l'avant de toutes les autres aspérités. Celles qui se trouvent déjà près de leur propre limite spinodale peuvent ainsi la franchir : le saut de 0 induit une série de p sauts secondaires simultanés. Au premier ordre en interactions l'amplitude de ces « cascades » se calcule aisément : le déplacement élastique décroissant en 1/ r, p diverge linéairement avec L (en ordre de grandeur, $p \approx aL/d^2$). On peut se demander si l'effet est cumulatif : 0 déclenche les p sites j, qui en déclenchent d'autres, etc. Il n'en est rien en moyenne, car les sauts secondaires sont compensés par l'ascension des sites qui sont loin de leur limite spinodale : le calcul du premier ordre est donc suffisant. Ces cascades devraient se voir en étudiant le bruit mécanique de la force de traction T — à condition, bien sûr, de pouvoir résoudre les sauts individuels. Le déplacement du patin entre deux sauts collectifs successifs est d'ordre $\delta p \approx a^2/L$: il contrôle le spectre de bruit.

g - Généralisation à des aspérités bidimensionnelles

La seule nouveauté est l'existence d'un degré de liberté transverse : alors qu'en 1d le balayage du potentiel du potentiel de piégeage V(ρ) est inexorable, on peut en 2d l'éviter latéralement en tournant autour de l'obstacle. On réduit ainsi considérablement le domaine de multistabilité. Le cas extrême est celui d'un potentiel isoptrope dans le plan : le point double de l'énergie totale U(ρ) devient un point conique isolé, de mesure nulle. On tourne toujours autour et il n'y a aucun saut spinodal. Pour rétablir la multistabilité il faut introduire une anisotropie et se préoccuper de la stabilité transverse. Cette généralisation 2d du schéma classique de transition du 1^{er} ordre est inhabituelle, mais sans grand problème. On dégage dans le plan (ρ_x , ρ_y) des limites spinodales de forme compliquée (0, 2 ou 4 points de rebroussement). Le calcul des états finaux et de l'énergie dissipée n'est pas tractable analytiquement. La seule limite simple est celle d'un système très mou : alors qu'en 1d l'énergie dissipée est $\approx 1/E$ (on tend le ressort très loin avant qu'il ne lâche), elle est en 2d d'ordre E (on tourne autour de l'aspérité pour l'éviter). Les conclusions physiques sont pour l'essentiel inchangées.

h - Conclusion

Ce modèle de frottement solide fondé sur l'hystérésis d'aspérités diluées réparties au hasard n'est en aucune manière une solution « définitive » du problème. Il propose seulement un cadre conceptuel simple dans lequel interpréter expériences et développements théoriques futurs. Parmi les résultats utiles on peut citer :

— L'existence d'une plage élastique de largeur finie (la largeur du cycle) entre les deux régimes dynamiques vers la droite et vers la gauche. A l'intérieur de cette plage les cycles étroits créent un hystérésis alternatif secondaire.

- L'existence d'une longueur d'écran en régime statique (absente en régime dynamique), due à la compétition entre cette élasticité de piègeage en surface et

l'elasticité de volume. Cette longueur d'écran est la taille maximum des blocs rigides de Burridge et Knoppoff.

— Les interactions élastiques entre aspérités peuvent induire une multistabilité collective même si chaque site est individuellement monostable. Il s'agit d'un effet dû aux fluctuations de configuration et non aux valeurs moyennes. Cela se produit au-delà d'une autre longueur caractéristique exponentiellement grande, la longueur de Larkin.

— Ces mêmes interactions augmentent la dissipation d'aspérités multistables, et conduisent à des sauts en cascade accessibles par le spectre de bruit.

Face à ces aspects positifs, il subsiste beaucoup de zones d'ombre et de problèmes à résoudre :

— Une multistabilité d'origine purement élastique n'est pas réaliste et il faudra bien préciser les mécanismes fondés sur l'adhésion. Peut-être émerge t-elle au niveau nanomètrique des conglomérats pulvérulents qui occupent l'interface ?

— L'hypothèse d'un équilibre local des forces au sein même d'une aspérité est trop simpliste : il peut exister un frottement microscopique aux échelles plus petites, qui modifie les configurations stationnaires. C'est l'hypothèse sous jacente aux théories de Burridge et Knoppoff qui considèrent des blocs rigides soumis à des forces de frottement régies par une loi de Coulomb. Cela amène tout droit aux théories multiéchelles et à la renormalisation, la voie ouverte la plus intéressante pour l'avenir.

— La plasticité est un ingrédient essentiel pour comprendre les dérives logarithmiques et l'écart ($\mu_s - \mu_d$) : peut-on aller au-delà d'arguments semiphénoménologiques ? En tout état de cause la nature de la bifurcation de stick-slip n'est pas comprise.

- Enfin, il faudra bien revenir à la loi d'Amontons qui a été ignorée dans toute cette modélisation.

Ce problème purement classique et vieux comme le monde nous réserve encore bien des surprises !

P.N.

SÉMINAIRES

12 novembre, Tristan BAUMBERGER, Laboratoire de Physique de l'ENS, « Tribophysique : le point de vue d'un expérimentateur »

19 novembre, Christiane CAROLI, Groupe de Physique des Solides, Université Paris VII, « Effet de la plasticité compressive sur la dynamique du frottement solide : un modèle schématique »

176

ACTIVITÉS SCIENTIFIQUES

P. NOZIÈRES anime le groupe de physique théorique de l'Institut Laue Langevin à Grenoble, auquel sont venus s'adjoindre les théoriciens de l'ESRF (Laboratoire du rayonnement synchrotron). L'ensemble comprend une douzaine de physiciens confirmés qui effectuent des séjours de durée limitée, de un à cinq ans, et qui travaillent dans des domaines très divers. Le groupe constitue un pôle d'attraction important, vers lequel convergent de nombreux visiteurs étrangers. Un séminaire théorique est organisé chaque semaine, couvrant tous les thèmes de la physique de la matière condensée. Environ cinquante séminaires ont été tenus pendant la dernière année académique.

En 1997-1998 l'activité du groupe ILL portait sur les sujets suivants :

— Systèmes de dimension réduite : transition métal-isolant dans les chaînes organiques, impuretés dans les chaînes de spins quantiques, effet de Haas-van Alphen et claquage magnétique dans les conducteurs 2d (T. ZIMAN). Solution exacte du modèle de Coqblin-Schrieffer multicanal, écarts au liquide de Fermi (A. JEREZ). Liquides chiraux en 1d et application à l'effet Hall quantique (A. JEREZ).

— *Corrélations fortes dans les liquides de Fermi* : approximation de Gutzwiller dans les systèmes multibandes (F. GEBHARD), algorithmes numériques pour la transition de Mott (F. GEBHARD), corrélations orbitales dans les manganates (M. ROZENBERG).

Effet tunnel dissipatif: application à la diffusion de l'hydrogène interstitiel dans les métaux et aux sauts de résistance dans les fils mésoscopiques. Relaxation par effet tunnel des molécules et des petits grains ferromagnétiques (A. WURGER).
Excitations dans ⁴He liquide: hybridation des spectres à 1 et 2 rotons, effets d'interférence. Analyse détaillée des données expérimentales et mise en évidence d'un état lié de deux rotons.

L'activité personnelle de P. NOZIÈRES a porté sur les thèmes suivants :

1 - Frottement solide

Le modèle élaboré avec C. CAROLI est fondé sur un mécanisme d'hystérésis élastique : des aspérités « molles » reculent au contact et peuvent devenir multistables. En fait un tel mécanisme suppose des aspérités étroites et longues (du type « brosse »). Un contact typique est beaucoup plus arrondi, l'échelle de hauteur étant en général un dixième de l'échelle de largeur : en ce cas la réponse élastique est monostable. La multistabilité doît alors provenir de l'adhésion, comme dans le modèle classique JKR : le collage est instantané, alors qu'en sens inverse il faut briser le contact. Au total, peu importe l'origine de l'hystérésis pourvu qu'il existe ! On explique alors sans difficulté un frottement indépendant de la vitesse. Surtout, la largeur ξ des cycles implique une plage élastique de largeur finie entre les deux régions dynamiques vers la droite et vers la gauche : le frottement n'est pas discontinu. Cette élasticité de piégeage en régime statique est en compétition avec l'élasticité de cisaillement globale, d'où une longueur d'écran λ , typiquement d²/a où a est la taille des aspérités et d leur distance.

Les développements récents ont surtout concerné la multistabilté « collective » d'aspérités individuellement monostables. Cet effet n'apparaît pas au niveau des moyennes, mais seulement dans les queues de fluctuations, au-delà d'une longueur caractéristique « de Larkin ». Le calcul est relativement aisé pour des aspérités diluées, $a \ll d$. La réflexion s'oriente maintenant vers une théorie « d'échelle », où la multistabilité à une échelle lest modifiée par le frottement hystérétique aux échelles inférieures.

2 - Effort de surface d'une surface vicinale

L'interaction élastique de deux marches cristallines distantes de d est $\approx 1/d^2$. conduisant à un terme d'ordre θ^3 dans <u>l'énergie</u> capillaire γ d'une surface inclinée d'un angle θ . On peut calculer de la même manière <u>l'effort</u> de surface τ , c'est-àdire l'excédent du tenseur d'efforts parallèle σ_{xx} . Cet effort s'obtient en intégrant l'effort de volume créé par les marches. A première vue on s'attendrait à une contribution proportionnelle à la densité de marches, c'est-à-dire à θ . En fait τ résulte de l'action combinée des dipôles de force dûs aux marches et de la non planéité de l'interface : de ce fait il varie en θ^2 . Cette étude est menée avec l'équipe de Saclay : elle s'applique aux reconstructions de surfaces instables observées expérimentalement.

3 - Réseaux Kondo

Le problème d'exhaustion étudié l'an dernier est toujours actif : comment écranter un grand nombre N_{imp} de spins avec un petit nombre N_{eff} d'électrons ?. L'existence de deux échelles d'énergie distinctes ne fait guère de doute : les spins sont complètement découplés lorsque T excède la température de Kondo T_{K} habituelle, mais ils ne sont écrantés qu'à une température de cohérence T_{c} très inférieure, au plus égale à $T_{K} N_{eff}/N_{imp}$. Ce résultat est évident en couplage fort, lorsque l'échange J est très supérieur à la largeur de bande. Les électrons forment alors des singulets aux sites qu'ils occupent, et la dynamique se réduit aux sauts des spins « célibataires » : le réseau Kondo est équivalent à un modèle de Hubbard avec répulsion de cœur dur (on ne peut pas mettre deux spins célibataires opposés au même endroit). T_c est ici la largeur de bande et non pas l'échange. Dans la limite opposée du couplage faible on estime T_c en regardant le temps nécessaire pour que tous les spins aient perdu leur mémoire d'orientation (condition pour avoir un liquide de Fermi singulet). On arrive à la même conclusion.

La vraie question est ce qui se passe dans la région intermédiaire : on peut perdre le gros de l'entropie sur T_k ou sur T_c . Tout plaide pour ce dernier choix, sauf si l'interaction RKKY joue un rôle essentiel, comme dans un verre de spin — pour l'instant on n'a que des arguments très qualitatifs. Le problème avance lentement.

Une autre question intéressante est la surface de Fermi d'un alliage Kondo : le nombre d'états enfermés est il celui des électrons (« petite » surface) ou ce nombre augmenté du nombre de spins (« grande surface ») ? L'exemple d'un modèle d'Anderson plaide pour la grande surface, mais le problème est ouvert pour des spins Kondo autonomes. On peut répondre à cette question dans une limite particulière, celle d'un couplage Kondo fort avec une bande proche du demi remplissage (les fermions à cœur dur équivalents sont dilués) : c'est la grande surface qui est la bonne. Par continuité ce résultat devrait être indépendant du remplissage, mais il serait instructif de le voir explicitement.

4 - Compétition entre la condensation de Bose de paires ou de quartets de fermions

La question est pertinente dans les noyaux, où les particules a sont plus liées que les deutons. Un argument simple d'espace de phases montre que l'appariement de quartets exige une attraction minimum, alors que les paires de Cooper existent pour une attraction arbitrairement faible. Une conclusion analogue avait été obtenue il y a longtemps avec D. SAINT-JAMES, en examinant la condensation de bosons individuels ou de « bibosons »? Avec P. SCHUCK à l'ISN un calcul approché a permis de rendre cette remarque plus quantitative.

PUBLICATIONS

A.D. ARMOUR, R.M. BOWLEY, P. NOZIÈRES, « Effect of screw dislocations on the roughening transition », Jour. of Low Temp. Phys., **110**, 127 (1998).

A. ZAWADOWSKI, G. ZARAND, K. VLADAR, T. ZIMANYI, P. NOZIÈRES, « Instability of the marginal commutative model of tunneling centers interacting with a metallic environment : role of the electron-hole symmetry breaking », Phys. Rev. **B56**, 12947 (1997).

D.E. LOGAN, P. NOZIÈRES, « *The Mott transition* », Phil. Trans. R. Soc. Lond. A356, 249 (1998).

G. ROEPKE, A. SCHNELL, P. SCHUCK, P. NOZIÈRES, « Four particle condensate in strongly coupled fermion systems », Phys. Rev. Lett. **80**, 3177 (1998).

C. CAROLI, P. NOZIÈRES, « Hysteresis and elastic interactions of microasperities in dry friction », sous presse à Eur. Phys. Jour.

P. NOZIÈRES, « Some comments on Kondo lattices and the Mott transition », soumis à Eur. Phys. Jour.

CONFÉRENCES DONNÉES PAR P. NOZIÈRES

École d'été « Dynamic correlations in many fermion systems », Villa Nova de Cerveira (Portugal), huit conférences du 15 au 22 juillet 1997 : « *Edge singula*-

rities, X-ray spectra and Kondo effect »; « Multichannel impurities and non Fermi liquids »; « Kondo lattices, exhaustion and the Mott metal-insulator transition ».

Technische Hochschule, Aix-la-Chapelle, 22 décembre 1997 : « From metals to insulators : a transition in search of an order parameter ».

École Polytechnique Fédérale de Lausanne, 26 janvier 1998 : « Frottement solide : expériences récentes et spéculations théoriques sur un vieux problème ».

Université de Lausanne, 27 janvier 1998 : « Quelques questions sur la transition métal-isolant de Mott et les réseaux Kondo ».

Université de Paris Orsay, 25 mars 1998 : « Réflexions sur le réseau Kondo et la transition de Mott ».

Université de Strasbourg, trois cours les 12 et 13 mai 1998 : « Frottement solide »

180