Philosophie de la connaissance

M. Jules Vuillemin, professeur

Cours sur la connaissance comme relation. Une question aristotélicienne

J'ai repris, corrigé, systématisé la question des « relations mixtes » dont j'avais traité en 1967 (*De la logique à la théologie*, Flammarion, Quatrième étude). J'ai confirmé mes conclusions.

Séminaire

Mathématiques platoniciennes

L'essentiel du séminaire a porté sur la section de la ligne dans la *République* (VI 509^d26-28).

Le texte platonicien * compare à la division d'une ligne la division du monde entre intelligibles et sensibles, et, à l'intérieur de cette division, la subdivision du sensible entre choses et images sensibles, et celle de l'intelligible entre une espèce supérieure et une espèce inférieure. « C'est, dit-il, comme lorsqu'on divise une ligne en deux sections inégales, et qu'on subdivise à nouveau chaque section suivant la même proportion... ».

Depuis l'Antiquité, on a débattu la question de savoir s'il fallait lire : *inégales* ou *égales* [1], bien que la plupart des interprètes aient justement considéré que l'interprétation de la comparaison exigeait de lire : *inégales*.

On se propose ici de contester l'interprétation traditionnelle du texte en en montrant l'invraisemblance et de lui substituer une interprétation compatible avec la lettre et l'esprit de Platon. Cette nouvelle interprétation en termes de

---

* Je remercie M. Michio Kobayashi qui a relu ce texte et l'a corrigé.

1. James Adam, *The Republique of Plato*, Second Ed. with an Introduction by D. A. Rees, Cambridge Univ. Press, 1965, II, 63-64.

la section d'or exigera une preuve d'incommensurabilité entre grands, moyens et petits termes de chaque division et une réflexion sur la spécificité de ces rapports d'incommensurabilité. On s'interrogera, en conclusion, sur la plausibilité historique de l'interprétation.

I

L'interprétation traditionnelle

On considère la ligne « entière » de longueur c, divisée en deux sections inégales a et b, a > b. On subdivise a et b respectivement en deux sections inégales α et α' ($\alpha > \alpha'$), β et β' ($\beta > \beta'$) de même raison.

$$\overbrace{\underbrace{\overbrace{\quad\quad}^{\beta'}\ \overbrace{\quad\quad\quad}^{\beta}}_{b}\ \underbrace{\overbrace{\quad\quad}^{\alpha'}\ \overbrace{\quad\quad\quad}^{\alpha}}_{a}}^{c}$$

Donc :

$$(1)\ \frac{a}{b} = \frac{\alpha + \alpha'}{\beta + \beta'} = \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\beta}{\beta'}$$

Mais il vient, à partir de (1), les égalités :

$$\alpha\beta' = \alpha'\beta$$

et

$$\alpha' (\alpha + \alpha') = \alpha (\beta + \beta') = \alpha\beta + \alpha\beta' = \alpha\beta + \alpha'\beta = \beta (\alpha + \alpha')$$

Donc :

$$\alpha' = \beta$$

James Adam [2] note que, les longueurs des segments étant supposé mesurer la clarté des savoirs, sensibles ou intelligibles, qui les appréhendent, « cette dernière égalité est un défaut léger mais inévitable, étant donné que β n'est pas égal à α' au point de vue de la clarté ». La comparaison platonicienne, interprétée dans les termes de la proportion (1) conduit ainsi à « égaliser » les

2. *Op. cit.*, p. 64. Sur la portée philosophique de cette paradoxale égalité, Jacques Moutaux, « Quelques lignes (dont certaines de calculs) sur une ligne très illustre », *Cahiers philosophiques*, 11, juin 1982 (Centre national de documentation philosophique, Paris, pp. 7-25), pp. 9-14. M. Moutaux, dans cet article tout à fait remarquable accepte l'interprétation classique de la division de la ligne de médiété géométrique (p. 18). Il fournit une méthode de construction p. 19 (Figure I, où il conviendrait de construire sur le segment CA de la figure le point B' tel que CB' = CB, en sorte que les segments de la ligne sont : AB', B' = CD et DE) et établit, à l'aide de cette construction, un lien extrêmement suggestif (Figure II) avec l'allégorie de la Caverne.

choses sensibles et les objets mathématiques qui occupent respectivement le rang supérieur des sensibles et le rang inférieur des intelligibles. La division de la ligne serait alors un diagramme bien imparfait de la pensée platonicienne et de la pensée platonicienne à un moment pourtant décisif dans l'organisation de la *République*.

Adam, à qui l'on doit les bases qui ont permis à M^gr^ Diès et à Marc Denkinger [3] de déchiffrer l'énigme du nombre nuptial, dans la même *République*, n'a pas rapproché le nombre nuptial de la division de la ligne. Ce rapprochement, cependant, éclaire quelque peu la difficulté signalée ainsi que l'hésitation des commentateurs.

La clef arithmétique de l'énigme tient dans l'égalité :

$$\frac{48}{36} = \frac{36}{27} = \frac{4 \times 12}{3 \times 12} = \frac{4 \times 9}{3 \times 9} = \frac{4}{3}$$

Cette médiété mérite d'être appelée « géométrique », comme le fait Platon lorsqu'analysant le pouvoir de cette expression sur la nuptialité dans la cité il parle de l' « ensemble du nombre géométrique » [4]. La médiété géométrique « appelée aussi principalement analogie, est, dit Théon, celle dont le moyen terme surpasse un extrême et est surpassé par l'autre en une même raison, multiple ou épimore » [5]. On vérifie que :

$$36 = 48 - \frac{48}{4}, \qquad 36 = 27 + \frac{36}{4}$$

et

$$\frac{48}{36} = \frac{48 - 36}{36 - 27} = \frac{12}{9} = \frac{4 \times 3}{3 \times 3}$$

Il suffit, par conséquent, d'assigner :

$c = 48,\ a = 36,\ b = 12,\ \alpha = 27,\ \alpha' = 9 = \beta,\ \beta' = 3,$

pour apercevoir immédiatement la correspondance qu'appelle l'interprétation traditionnelle de la division de la ligne avec le nombre nuptial. Le défaut léger et inévitable tient dans l'égalité :

$\alpha' = \beta = 9.$

L'interprétation traditionnelle conduit donc à diviser la ligne suivant une proportion :

---

3. *Op. cit.*, pp. 264-312 ; Mgr. A. Diès, Ac. des Inscr., *Mémoire* XIV, première partie, 1940, pp. 1-139 : *Le nombre de Platon, Essai d'exégèse et d'histoire* ; M. Denkinger, « L'énigme du nombre de Platon et la loi des dispositifs de M. Diès », *R. E. G.*, 68, 1955, pp. 38-76.

4. ξύμπας δὲ οὗτος ἀριθμὸς γεωμετρικὸς (546 c).

5. Théon de Smyrne, *Exposition des connaissances mathématiques utiles pour la lecture de Platon*, trad. J. Dupuis, Paris Hachette, 1894, p. 56 ; P.H. Michel, *De Pythagore à Euclide*, Les Belles Lettres, Paris, 1950, p. 381.

$$\frac{\alpha + \alpha'}{\beta + \beta'} = \frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\beta'}$$

qui, en vertu d'un accident jugé malheureux, se termine en médiété géométrique. On tire, des rapports extrêmes dans la proportion, les égalités

$$\frac{\alpha + \alpha' + \beta + \beta'}{\beta + \beta'} = \frac{\beta + \beta'}{\beta'} \text{ (en vertu d'Euclide, V, Proposition 18).}$$

Puisque le premier terme extrême : $\alpha + \alpha' + \beta + \beta'$ n'est pas égal à la somme du terme moyen et du petit extrême, nous sommes assurés que la division géométrique telle que la conçoit l'interprétation traditionnelle exclut une « division en extrême et moyenne raison » [6]. De plus, comme le fait voir l'interprétation en termes du nombre nuptial, elle est compatible avec la commensurabilité des parties de la division.

Est-ce le sentiment de la difficulté suscitée par l'égalité $\alpha' = \beta$ joint à celui d'une certaine futilité à faire intervenir une médiété géométrique compatible avec la commensurabilité des segments qui a conduit certains interprètes à substituer « égal » à « inégal » dans le texte platonicien ? On poserait alors dans les termes du nombre nuptial :

$$\frac{\alpha}{\alpha'} = \frac{\beta}{\beta'} = \frac{24}{24} = \frac{\alpha + \beta}{\beta + \beta'} = \frac{48}{48}.$$

Pour éviter d'accorder l'égalité de deux segments privilégiés, on choisirait la solution désespérée de sections égales, en renonçant, du même coup, à donner quelque sens que ce soit à la question de l'incommensurabilité de la division.

Outre leur trivialité, inattendue à l'un des moments essentiels du dialogue, les interprétations traditionnelles doivent être rejetées.

La difficulté qu'invoque la première d'entre elles n'est certes qu'apparente. Car il s'agit de comparer des degrés de clarté dans les représentations et ces degrés sont mesurés non pas par les propriétés absolues des segments considérés selon leurs longueurs, mais par les relations entre ces longueurs. Les segments α' et β peuvent donc être de même longueur sans que soient pour autant égaux leurs degrés de clarté, rapportés l'un au segment α, l'autre au segment β'. Une seconde objection, de nature sceptique, pourrait naître de l'égalité de deux segments pris dans deux divisions de la ligne. Car si $\alpha' = \beta$ α' comparé à $\alpha > \alpha'$ paraîtra plus petit ou moins clair que β rapporté à $\beta' < \beta$. Cette seconde objection, spécieuse et inspirée d'une idée décadente de l'art imitateur des apparences, doit être rejetée si, comme le pense Platon,

6. En terme du nombre nuptial :
$\frac{4}{3} = \frac{48}{36} = \frac{36}{27} = \frac{12}{3}$ $\quad 48 \neq 36 + 27, \quad 36 \neq 12 + 3.$

une représentation est d'autant plus parfaite qu'elle imite au plus près la réalité idéale, dût cette approximation nuire à la ressemblance immédiate.

En revanche, le rapport même qu'on a pu établir entre la division traditionnelle de la ligne et le nombre nuptial est inacceptable. Le nombre nuptial, en effet, s'applique aux naissances humaines. Même s'il les règle au mieux, il est relatif aux cités sujettes à la genèse, à la génération et à la corruption. Comment une proportion, par définition confinée au monde de l'opinion, prétendrait-elle gouverner le monde de la science ? Plus généralement, peut-on attendre quelque rapport de commensurabilité entre des sections de la ligne dont on nous assure qu'elles sont les unes aux autres comme sont des images inadéquates à leur modèle idéal ? Ne faut-il pas postuler au contraire qu'une image ne saurait fournir qu'une approximation tout imparfaite de son modèle, comme le fait pour une grandeur irrationnelle toute approximation rationnelle, aussi poussée qu'on la suppose ? Si l'image de la ligne peut prétendre à quelque adéquation pour représenter soit l'intelligible par le sensible, soit la réalité empirique par l'image empirique, soit l'objet de la dialectique par les constructions de la science discursive, il convient donc, à chaque fois, d'exiger qu'on donne une preuve d'irrationalité de cette représentation. C'est à ce titre et à ce titre seulement, tout en respectant rigoureusement les quelques indications par lesquelles Platon a lui-même orienté l'interprétation, qu'on assurera l'adéquation de l'image, au lieu de chercher je ne sais quelles inégalités absolues construites dans l'espace sensible.

II

La section d'or

L'enquête qui termine le Livre V a trait à l'opposition entre science et opinion. Elle commence par déterminer les conditions distinctes de la veille et du rêve eu égard à la ressemblance entre copies et modèles, images et réalités, choses qui participent au beau et beau en soi (476 c.d). L'homme qui veille distingue ce que le rêveur confond. Celui-ci opine ; celui-là connaît. Or si l'être, en tant que distinct de l'apparence, est objet de science, la confusion que l'opinion entretient entre être et apparence rend plus difficile d'en assigner l'objet, qui n'est ni l'être, ni le pur néant, mais un intermédiaire entre connaissance et ignorance (μεταξύ τι dit 477 b).

Ayant assigné science et opinion parmi les facultés (δυνάμεις) et les ayant reconnues distinctes, Platon les caractérise et par leur objet et par leur clarté (σαφηνεία) et, à propos de l'opinion, revient sur le mot d'intermédiaire et sur la chose (478 d). Il en précise le sens (478 e) en opposant intermédiaire et extrêmes : « Il nous reste à trouver, ce semble, ce qui participe à la fois de l'être et du non-être, et qui n'est, à proprement parler, ni l'être ni le non-être purs. Si nous le découvrons, nous le tiendront à juste titre pour l'objet de l'opinion, et nous assignerons les extrêmes (τὰ ἄκρα) aux facultés extrêmes et les intermédiaires (τὰ μεταξύ) aux facultés intermédiaires » [7].

Le livre V s'achève sur la claire suggestion de ce langage géométrique. Car le mot ἄκρος, en opposition au terme μέσος — le μεταξύ platonicien — renvoie à la section d'une ligne ou partage en extrême et moyenne raison. Ainsi selon la Définition 3 du Livre VI des *Eléments* d'Euclide, un livre très probablement eudoxéen, « la ligne droite est dite être coupée (**τετμῆσθαι**) en extrême et moyenne raison (ἄκρον καὶ μέσον λόγον), lorsque comme l'ensemble de la ligne droite est au segment le plus grand, ainsi est le segment le plus grand au plus petit ». Il y a, dans une telle section, quatre termes réduits à trois par identification : deux extrêmes qui sont la ligne toute entière (ἡ ὅλη) et le plus petit segment, et deux moyens qui sont les deux occurrences d'un même terme, le plus grand segment, d'abord rapporté à la ligne entière, ensuite rapporté au plus petit segment.

Quant à elle, prise à la lettre, l'analogie des facultés devrait s'écrire :

$$\text{(A)} \quad \frac{\text{science}}{\text{opinion}} = \frac{\text{opinion}}{\text{ignorance}},$$

et reproduire l'analogie ontologique

$$\frac{\text{être}}{\text{intermédiaire}} = \frac{\text{intermédiaire}}{\text{non-être}}.$$

Le terme d'ignorance semble faire difficulté, tant qu'on le rapporte au néant, qui n'est qu'un non-objet [8]. Cependant, Platon nous a avertis que le philodoxe est au philosophe comme est à l'homme éveillé qui rapporte l'image, entendue comme réalité empirique, à la réalité en soi ou noétique le rêveur qui les confond. On peut, de même, opposer à l'opinion demi-éveillée qui s'en tient certes à la réalité empirique mais qui la distingue des images empiriques par lesquelles elle se représente (reflets dans l'eau, ombres), l'opinion rêveuse ou ignorance qui viendrait à les confondre. C'est bien en ce sens que le livre VI va reprendre et préciser l'analogie.

7. Trad. E. Chambry (Platon, *Œuvres Complètes*, Paris, Les Belles Lettres, 1933, t. VII, Iʳᵉ Partie). J'ai corrigé le singulier *l'intermédiaire* en un pluriel (ainsi que *facultés*) conformément au texte grec.

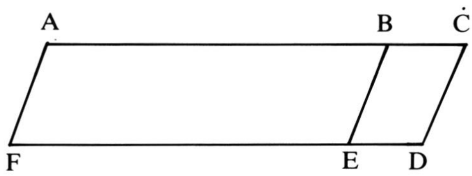
8. C'est, comme l'a vu Ross (*Aristotle's Metaphysics*, A Revised Text with Introduction and Commentary, Oxford, Clarendon, 1958, vol. II, p. 404), la difficulté probablement visée par Aristote dans sa polémique contre Platon dans *Métaphysique*, 10 1075^b20-24 : « D'autres penseurs, du fait qu'ils reconnaissent seulement deux principes — et ces principes là qui sont deux contraires — doivent reconnaître une ignorance qui se rapporte à l'un d'eux (le non être ou matière) comme la connaissance se rapporte à l'autre (l'être ou forme). Quant à nous, nous n'avons pas besoin de cela... » La pensée suprême, chez Aristote, appréhende ce qui, simple, est en dehors des contraires. La pensée suprême chez Platon, est, par la force de l'analogie, quand les termes de celles-ci sont authentiquement incommensurables, poussée hors de ce qui peut être appréhendé.

Nous sommes partis de l'opposition entre opinion et science (506 c). L'opinion porte sur des beautés multiples, la science sur l'essence du beau (507 b). Le multiple est vu, non conçu ; l'essence est conçue, non vue. Or, pour que la faculté de voir comme celle de concevoir puisse s'unir au visible et à l'intelligible, il est besoin d'une troisième espèce de choses (507 c) : la lumière du soleil pour ce qui est sensible et la lumière du bien pour ce qui est intelligible (508 a-509 a). C'est ici que s'éclaire la surprenante présence de l'ignorance comme petit terme dans la raison des facultés. Platon l'avait peut-être commentée d'abord comme une simple métaphore cumulative (485 d). A présent, pressé de se prononcer sur la nature du bien dans ses rapports avec connaissance et plaisir, et de donner ses propres opinions (δόγματα) au lieu de rapporter celles des autres, Socrate se dérobe en demandant s'il est juste de parler de choses qu'on ignore comme si l'on les connaissait (506 b-c). En s'engageant dans le détail de l'image (509 b) ainsi proposée en guise d'explication, ne suggère-t-il pas que la science même, ou tout ce qu'il nous est donné d'en posséder, se réduit au mouvement de l'analogie (508 c) ? Nous ne sommes que trop familiers avec le petit terme, l'ignorance, et le moyen terme, l'opinion. Concevons adéquatement leur raison : c'est notre seule chance d'accéder au grand terme de la connaissance.

Il remarque cependant que, de même que le soleil est au-delà de la lumière et de la vue, la nature du bien est plus grande que la science et la vérité. Comme la lumière et la vue doivent au soleil genèse, accroissement et nourriture, science et vérité doivent à l'idée du bien existence et essence, mais le soleil est au-delà de la genèse et le bien est au-delà de l'existence et de l'essence. A quoi Glaucon réplique en éclatant de rire : « Apollon, quelle divine hyperbole » (509 c).

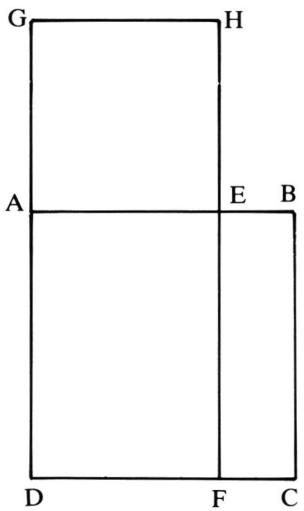
Le mot *hyperbole,* suivi de quelques plaisanteries sur ce que la pensée socratique pourrait omettre sur ce sujet, nous ramène pour la seconde fois au livre VI eudoxéen des *Eléments* d'Euclide et à la section d'une droite donnée en extrême et moyenne raison (Proposition VI 30). La construction se fait par application (παραβαλεῖν) d'une surface à une droite, un procédé que Platon évoquera non sans critiquer son caractère empirique au livre VII de la *République* [9]. Elle se rattache, en la particularisant, à la proposition VI 29 : « Appliquer (παραβαλεῖν) à une droite donnée un parallélogramme égal à une figure rectiligne donnée et en exédent (ὑπερβάλλον) d'un parallélogramme semblable à un parallélogramme donné ». Ainsi on applique avec exédent (parabole avec hyperbole) à la droite AB le parallélogramme ACDF dont la surface est égale à une surface donnée et telle que l'excédent

9. 527[a]. Platon critique les géomètres empiriques : « c'est toujours en praticiens et en vue de la pratique qu'ils s'expriment et qu'ils parlent de carrer (τετραγωνίζειν), de construire sur une ligne donnée (παρατείνειν = παραβαλεῖν), d'ajouter (προστιθέναι) et autres termes semblables qu'il font sonner » (trad. Chanbry).



ou hyperbole BCDE soit semblable à un parallélogramme donné. Construire la section d'une droite en moyenne et extrême raison, c'est appliquer à la droite donnée AB un rectangle d'une surface égale et d'un excédent semblable au carré construit sur cette droite [10].

Soit en effet la droite AB donnée. Les hypothèses de la construction (dont on ne fournit pas la méthode, en quoi elle n'a de valeur qu'analytique) sont :



(1) ABCD est un carré : AB = BC.
(2) GHEA est un carré : AE = GA.
(3) $\overline{AB}^2 = \overline{AE} \cdot \overline{GD} = \overline{AE}\,(\overline{AB} + \overline{AE})$
Le grand carré ABCD est égal au grand rectangle DGHF :

L'égalité des aires (3) s'écrit encore :
$\overline{AE}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AB} \cdot \overline{AE} = \overline{AB}\,(\overline{AB} - \overline{AE})$
$= \overline{AB} \cdot \overline{EB} = \overline{BC} \cdot \overline{EB}$,
(le petit carré GHEA est égal au petit rectangle FEBC),

c.q.f.d. puisque :

$$\frac{AB}{AE} = \frac{AE}{EB} \text{ et } AB = AE + EB.$$

Ces indices préparent à entendre comme elle doit l'être l'image de la ligne. On remarquera que la section s'opère en trois temps. D'abord la ligne tout entière est coupée en deux segments inégaux. Ensuite chaque segment, est, à son tour, coupé suivant la même raison. La « même raison », si nous devons accepter la leçon des indices qui précèdent, n'est autre que la raison eudoxéenne extrême et moyenne de la Définition 3 d'Eudoxe. En d'autres termes, trois équations doivent être simultanément vérifiées :

$$(1) \quad \frac{c}{a} = \frac{a}{b} \text{ avec } c = a + b, \text{ soit } \frac{\alpha + \alpha' + \beta + \beta'}{\alpha + \alpha'} = \frac{\alpha + \alpha'}{\beta + \beta'},$$

10. P.-H., Michel, *op. cit.*, p. 531 et p. 565.

(2) $\frac{a}{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha'}$ avec $a = \alpha + \alpha'$, soit $\frac{\alpha + \alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha'}$,

(3) $\frac{b}{\beta} = \frac{\beta}{\beta'}$ avec $b = \beta + \beta'$, soit $\frac{\beta + \beta'}{\beta} = \frac{\beta'}{\beta}$.

Les relations d'inégalité imposées se déduisent de la Proposition d'Euclide V 14 qui démontre que si $\frac{x + y}{x} = \frac{x}{y}$ et $x + y > x$, alors $x > y$. En conséquence, des relations (1), (2) et (3), on tire les inégalités correspondantes :

$$
\begin{array}{lllll}
(1)' & \alpha + \alpha' + \beta + \beta' & > \alpha + \alpha' & \supset \alpha + \alpha' & > \beta + \beta' \\
(2)' & \alpha + \alpha' & > \alpha & \supset \alpha & > \alpha' \\
(3)' & \beta + \beta' & > \beta & \supset \beta & > \beta'.
\end{array}
$$

Platon s'empresse de légitimer l'identité de la raison ainsi introduite, en montrant que le monde sensible est l'image de l'intelligible, comme l'image sensible l'est de l'objet sensible et comme la connaissance discursive l'est de la connaissance par principes. Il fournit l'analogie : les géomètres, dit-il, se servent des réalités sensibles comme d'images : « Toutes ces figures qu'ils modèlent ou dessinent, ils les emploient comme si c'étaient aussi des images pour arriver à voir ces objets supérieurs qu'on n'aperçoit que par la pensée »[11]. La condition (A) exprimée sous forme descendante s'écrit sous la forme ascendante plus proche de la dialectique :

(4) $\frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\beta'}{\beta}$.

Toutefois, avant de montrer comment ces quatre conditions peuvent être satisfaites, il faut démontrer préalablement l'incommensurabilité des segments qui entrent dans les trois conditions (1), (2), (3) portant sur les partages en extrême et moyenne raison. La raison étant identique dans les trois cas, il suffira de faire la démonstration sur la dernière d'entre elles.

III

Preuves d'irrationalité

La paire de Propositions 9 et 10 du Livre II d'Euclide est suivie par la Proposition 11. Les deux textes ont en commun la démonstration par une même méthode de l'incommensurabilité de deux grandeurs, mais ces grandeurs donnent lieu à des incommensurabilités de types différents.

La méthode consiste dans la recherche d'une équation de récurrence. Deux grandeurs commensurables ont entre elles le rapport de deux nombres

11. 510 d-e (Chambry).

(entiers). L'algorithme d'Euclide (VII Propositions 1 et 2 ; X Proposition 3) permet de trouver leur plus grand dénominateur. Deux nombres étant donnés on soustrait le plus petit du plus grand autant de fois qu'il est possible, jusqu'à ce que le reste obtenu soit plus petit que le diviseur. On soustrait alors ce reste du diviseur et l'on répète cette division réciproque jusqu'au moment où le reste est égal à l'unité [12]. Comparons, par exemple, deux nombres 8 et 3 ou deux grandeurs respectivement égales à 8 et à 3 unités :

$$\frac{8}{3} = \frac{3}{3} + \frac{8-3}{3} = 1 + \frac{5}{3} = 1 + \frac{3}{3} + \frac{5-3}{3}$$

$$= 1 + 1 + \frac{2}{3} = 2 + \frac{1}{\frac{3}{2}} = 2 + \frac{1}{\frac{2}{2} + \frac{1}{2}} = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{2}{1}}}.$$

Deux grandeurs seront incommensurables lorsque la comparaison ne se termine pas (Euclide, X Proposition 2, « Si, lorsque la plus petite des deux grandeurs inégales est continuellement retirée par soustraction réciproque de la plus grande, le reste ne mesure jamais la grandeur précédente, les grandeurs sont incommensurables »). Or on obtient un critère démontrant l'infinité de la division réciproque si dans cette division on trouve un terme récurrent ; il suffit, en effet de remplacer le terme par sa valeur pour prolonger indéfiniment l'opération.

Les Pythagoriciens ont certainement découvert un tel critère pour le rapport de la diagonale au carré et pour la section d'or. Il est fourni respectivement dans les Propositions 9 et 10 et dans la Proposition 6 du livre II d'Euclide (à condition, dans l'équation correspondant à la construction géométrique d'Euclide : $y^2 + ax = x^2$, de prendre $a = -y$; voir aussi VI 30). Les équations de récurrence correspondant à ces deux cas s'écrivent respectivement :

$$-(y^2 - 2x^2) = (y + 2x)^2 - 2(y + x)^2$$

et

$$-(y^2 - yx - x^2) = (y + x)^2 - (y + x)\,y - y^2.$$

12. Sur ce sujet, D.H. Fowler, *The Mathematics of Plato's Academy*, Clarendon Press, Oxford, 1987, chap. 2, pp. 11 *sq.*
Les réduites successives alternent par défaut et par excès avant l'égalité. Ainsi les trois réduites de $\frac{8}{3}$ sont successivement :
$2 = \frac{6}{3} < \frac{8}{3}$, $3 = \frac{9}{3} > \frac{8}{3}$, $2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}} = \frac{8}{3}$. L'approximation est croissante en valeur absolue $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, 0\right)$.

La première équation revient en effet à écrire [13] :

$$\frac{y}{x} = \frac{y+2x}{y+x} = 1 + \boxed{\frac{x}{y+x}} \text{ puisque } y + 2x - (y + x) = x.$$

$$= 1 + \cfrac{1}{\cfrac{y+x}{x}}$$

Mais en vertu d'Euclide V Proposition 18

$$\text{si } \frac{y}{x} = \frac{y+2x}{y+x}, \text{ alors } \frac{y+x}{x} = \frac{2y+3x}{y+x}$$

Donc :

$$\frac{y}{x} = 1 + \frac{x}{y+x} = 1 + \cfrac{1}{\cfrac{2y+3x}{y+x}} = 1 + \cfrac{1}{2 + \boxed{\cfrac{x}{y+x}}}$$

puisque $2y + 3x - 2\,(y + x) = x$. L'expression encadrée est récurrente, ce qui permet d'écrire :

$$\frac{y}{x} = 1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{\ddots}}} \qquad = [1, \bar{2}]$$

. *in infinitum*

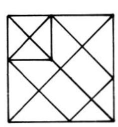
La seconde équation de récurrence équivaut à la figure d'Euclide II 11. On lit immédiatement sur cette figure :

$$\frac{AE}{EB} = \frac{y}{x} = \frac{AB}{GA} = \frac{y+x}{y}.$$

13. Voyez dans Fowler, p. 96, la construction géométrique correspondante.

$x = 1$

$y = \sqrt{2}$



Les nombres latéraux sont successivement :
$L_0 = x = 1$, $L_1 = x + y = 1 + \sqrt{2}$,

Les nombres diagonaux correspondants sont :
$D_0 = y = \sqrt{2}$, $D_1 = 2x + y = 2 + \sqrt{2}$.

Donc :
$$\frac{D_0}{L_0} = \frac{D_1}{L_1}$$

Donc :

$$\boxed{\frac{y}{x}} = 1 + \frac{x}{y} = 1 + \frac{1}{\boxed{\frac{y}{x}}},$$

où l'on a encadré les termes récurrents, et qu'on peut écrire :

$$\frac{y}{x} = 1 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{1 + 1}} \qquad = [1, \bar{1}]$$

. . . *in indefinitum*

Les preuves d'irrationalité ainsi produites se distinguent des réductions à l'absurde en fournissant un procédé de construction, c'est-à-dire d'approximation des nombres irrationnels par des nombres rationnels qui sont les réduites successives des fractions continues correspondantes [14]. La suite de Fibonacci correspond ainsi aux approximations de la section d'or :

$$\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \frac{34}{21}, \ldots$$

14. D.H. Fowler a reconstruit de façon plausible l'algorithme dont les Grecs se servaient pour calculer les réduites successives d'une fraction continue (*op. cit.* chap. 2-4, chap. 9). La « Proposition de Parménide » y joue un rôle fondamental (p. 42 *sq.*). Il s'agit de la Proposition : deux fractions $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ étant données telles que $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$,
la fraction $\frac{a+c}{b+d}$ est plus grande que la plus petite et plus petite que la plus grande :

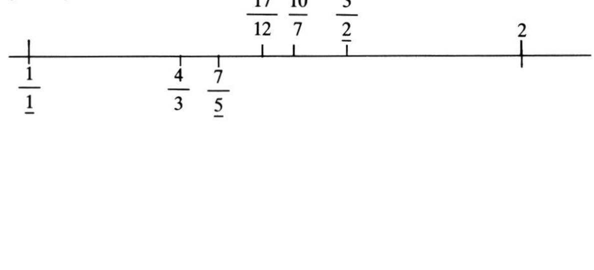
$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d}.$$

Soit l'irrationnelle x telle que $x^2 = n$ (n entier premier). Pour fixer les idées, choisissons $n = 2$. On cherche les nombres entiers a, b, c, d, tels que $\frac{a^2}{b^2} < n < \frac{c^2}{d^2}$ et qui encadrent, au plus près, x.
Soient $a = 1 = b = d$. $c = 2$: $\frac{1}{1} < x < \frac{2}{1}$, puisque $1^2 < 2 < 2^2$. L'application du théorème de Parménide donne

$$\frac{1}{1} < \frac{3}{2} < \frac{2}{1}$$

On vérifie que $\frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4} < 2$. On continue l'application en choisissant les dernières valeurs respectivement inférieure et supérieure à x, soit $\frac{1}{1} < \frac{4}{3} < \frac{3}{2}$.

On vérifie que $\frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9} < 2$.



Rien d'essentiel ne distingue, pour le moment, les deux cas d'irrationalité. A tous deux le critère proposé par Platon en 525^e s'applique d'évidence : « Si l'on veut en discutant avec [ceux qui sont versés dans la science des nombres], diviser l'unité proprement dite, ils se moquent et ne veulent rien entendre. Si tu la divises, eux la multiplient d'autant, dans la crainte que l'unité n'apparaisse plus comme une, mais comme un assemblage de parties ». Comme dans le cas des réduites successives de la fraction continue exprimant $\sqrt{2}$, la convergence des termes de la suite de Fibonacci est assurée par une différence égale à $\pm$ 1, la surface du carré unité. Mais cette différence ne mesure plus celle entre carré et nombres diagonaux $(y + 2x)^2$ et doubles des carrés des nombres latéraux $(y + x)^2$ mais celle entre carrés des grands termes de la section $(y + x)^2$ et somme des carrés du petit terme (y^2) et des rectangles construits sur le grand et le petit terme $((y + x)\, y)$.

A cet égard la Proposition d'Euclide XIII 5 est implicitement contenue dans la Proposition d'Euclide II 11. Cette dernière étudie la proportion :

Les valeurs des réduites successives sont données par chacune des dernières approximations avant qu'on passe d'un défaut à un excès ou d'un excès à un défaut. On a souligné ces réduites.

On a :

$$\frac{4}{3} < \frac{7}{5} < \frac{3}{2}$$

avec

$$\frac{7^2}{5^2} = \frac{49}{25} < 2.$$

Puis :

$$\frac{7}{5} < \frac{10}{7} < \frac{3}{2}$$

avec

$$\frac{10^2}{7^2} = \frac{100}{49} > 2$$

Donc $\frac{7}{5}$ est réduite de rang 3.

$$\frac{7}{5} < \frac{17}{12} < \frac{10}{9}$$

avec

$$\frac{17^2}{12^2} = \frac{289}{144} > 2.$$

Puis :

$$\frac{7}{5} < \frac{24}{17} < \frac{17}{12}$$

avec

$$\frac{24^2}{17^2} = \frac{576}{289} < 2.$$

Donc $\frac{17}{12}$ est la réduite de rang 4.

Il est probable que Théodore et ses successeurs ont pris conscience du caractère périodique du développement en fractions continues des irrationnelles racines carrées de rationnels non carrés parfaits, caractère qui sera démontré par Lagrange. Il n'est pas certain qu'ils aient disposé d'une méthode pour établir l'équation de récurrence et déterminer la longueur de la période du développement.

$$\frac{y}{x} = \frac{y+x}{y}$$

La Proposition XIII 5 qui construit géométriquement :

$$\frac{2y+x}{y+x} = \frac{y+x}{y}$$

résulte de la précédente en vertu [15] d'Euclide V 12. Si l'on compare à II 11, XIII 5, on voit qu'un même segment de droite AB, qu'on posera conventionnellement égal à l'unité, est en II 11 partagé en extrême et moyenne raison

$$\frac{1}{y} = \frac{y}{x} \qquad y + x = 1$$

En XIII 5, on a :

$$\frac{2y+x}{1} = \frac{1}{y} \qquad 2y + x = 1 + y$$

D'autre part :

$$\frac{y}{x} = \frac{x}{y-x}$$

résulte, de son côté de II 11 par l'intermédiaire [16] de V 17.

On peut donc écrire la proportion continue [17].

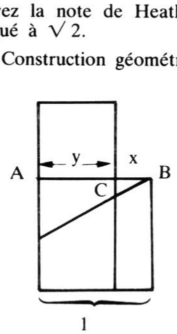
$$\frac{x}{y-x} = \frac{y}{x} = \frac{y+x}{y} = \frac{2y+x}{y+x}.$$

15. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $\frac{a}{b} = \frac{a+c}{b+d}$.

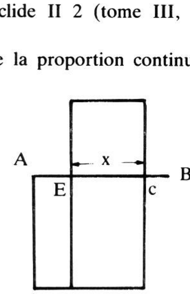
16. Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ (a > b).

Voyez la note de Heath à Euclide II 2 (tome III, p. 19) pour ce procédé de « diminution » appliqué à $\sqrt{2}$.

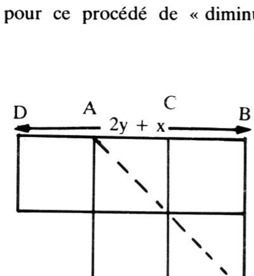
17. Construction géométrique de la proportion continue :



II 11 et VI 30



(Note de Heath à X 2)



XIII 5

On notera que l'application de V 17 est le procédé dual de l'application de V 12, laquelle procédait non par diminution mais par accroissement et qui conserve l'avantage de faire apercevoir plus aisément la convergence de l'approximation [18], puisqu'ici la différence constante (le carré unité) est égale à la différence entre grandeurs croissant indéfiniment.

IV

Spécificité de la section platonicienne

Il est temps d'en venir à ce que la section platonicienne de la ligne a de spécifique et de déterminé. Partons de l'équation :

$$(3) \quad \frac{b}{\beta} = \frac{\beta + \beta'}{\beta} = \frac{\beta}{\beta'} \qquad \text{ou} \qquad \frac{\beta^2}{\beta'^2} - \frac{\beta}{\beta'} - 1 = 0$$

et avec $\varphi = \frac{\beta}{\beta'}$, $\quad \varphi^2 - \varphi - 1 = 0.$

Cette équation admet deux racines : $\varphi_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ et $\varphi_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$, telles ques :

$\varphi_1 \cdot \varphi_2 = -1$

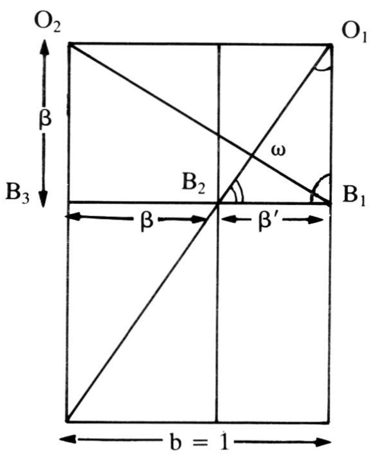
$\varphi_1 + \varphi_2 = 1.$

Choisissons donc, en posant conventionnellement :

$b = \beta + \beta' = 1$

$\beta > \beta'$

Dans la construction suivante, les triangles $O_1\ B_1\ B_2$ et $B_1\ B_3\ O_2$



sont semblables par (3) :

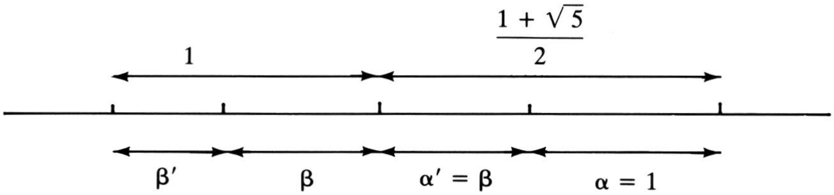
$$\frac{\beta'}{\beta} = \frac{\beta}{\beta + \beta'} = \frac{\beta}{1} = -\varphi_2 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

$$\beta' = 1 - \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}.$$

18. *The Thirteen Books of Euclid's Eléments*, transl. with Introduction and commentary by T.L. Heath, second edition, Dover, New York, 1956, t. III, p. 20.

Reportons les valeurs de β, β', $\beta + \beta'$ sur la section de gauche de la ligne platonicienne. Mais on a démontré que :

$$\frac{\beta}{\beta'} = \frac{\beta + \beta'}{\beta} = \frac{2\beta + \beta'}{\beta + \beta'} = \frac{\beta + 1}{1}$$



Il suffit donc de choisir : $\beta = \alpha' = \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2} = - \varphi_2$, et $\alpha = \beta + \beta' = 1$,

pour obtenir les deux autres points de la division platonicienne. Vérifions que ce choix satisfait l'équation (2) :

$$\frac{a}{\alpha} = \frac{\alpha + \alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha}{\alpha'}, \qquad \alpha + \alpha' = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = \varphi_1.$$

En effet : $\alpha^2 = 1 = (\alpha + \alpha')\,\alpha' = \dfrac{(\sqrt{5} + 1)}{2} \cdot \dfrac{(\sqrt{5} - 1)}{2}$.

La première équation s'écrit :

$$(1) \quad \frac{c}{a} = \frac{a}{b} = \frac{\dfrac{\sqrt{5} + 1}{2} + 1}{\dfrac{\sqrt{5} + 1}{2}} = \frac{\dfrac{\sqrt{5} + 1}{2}}{1}$$

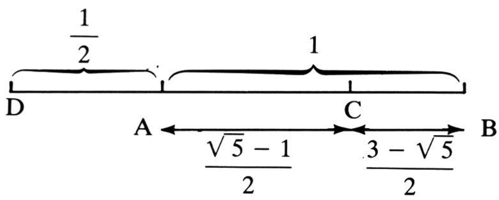
En effet : $\left(\dfrac{3 + \sqrt{5}}{2}\right) = \left(\dfrac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)^2$.

La condition supplémentaire est également vérifiée :

$$(4) \quad \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\beta'}{\beta} = \frac{\dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}}{1} = \frac{\dfrac{3 - \sqrt{5}}{2}}{\dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}}$$

puisque $\left(\dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}\right)^2 = \dfrac{3 - \sqrt{5}}{2}$.

La spécificité du partage en extrême et moyenne raison, lorsqu'on la compare à une médiété géométrique ordinaire, est exprimée dans la Proposition [19] d'Euclide XIII 6 : « Si une droite rationnelle est divisée en extrême et moyenne raison, chacun des segments est la droite irrationnelle nommée *apotome* ». Soit AB divisée par C en extrême et moyenne raison :



Prolongeons CA en $DA = \frac{AB}{2} = \frac{1}{2}$. On a démontré en XIII 1 que $\overline{CD}^2 = 5\ \overline{AD}^2$.

En effet $\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 5\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$

On voit immédiatement que $AC = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ est une droite de type $a - a\sqrt{m}$, a étant une droite rationnelle ici égale à $\frac{1}{2}$ et m étant un nombre non carré ici égal à 5 (Euclide, X 73). C'est un apotome. Quant à BC, c'est un apotome premier, conformément à la définition d'Euclide X Proposition 97 : « Le carré d'un apotome appliqué à une droite rationnelle a pour largeur un apotome premier ». En effet, par (4) : $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{AB}$. Donc BC est largeur du rectangle BC. $AB = \frac{3-\sqrt{5}}{2}.\ 1 = \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2$. Tandis que $\sqrt{2}$ est commensurable avec l'unité en puissance, puisque $(\sqrt{2})^2 = 2 \times 1$, il n'en va ainsi pour aucun des deux apotomes de la section d'or par rapport à l'« entière » rationnelle de longueur unité. La médiété de partition géométrique (dont le grand terme est somme du moyen terme (ou part) et du petit terme (ou reste)) a donc pour grand terme l'unité et pour part et reste des apotomes. De plus, l'inverse du moyen terme ou antimorie est une ligne binomiale, appelée nombre d'or [20].

19. Heath considère cette Proposition comme interpolée (Critique dans P.-H. Michel, *op. cit.*, pp. 545-547).

20. P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 584. Un texte de l'*Hippias majeur* montre Platon conscient du genre de 'paradoxes' que les opérations rationnelles produisent quand on les applique à des irrationnelles telles que les 'parties' de la section d'or 303 B-C : « Si je suis fort et que vous le soyez aussi, nous sommes tous deux forts. Si je suis juste et que vous le soyez aussi, nous sommes tous deux justes. Il est également vrai que si je suis beau et que vous le soyez aussi, nous sommes tous deux beaux ; et si nous le sommes tous les deux alors chacun de nous l'est. Ou bien en va-t-il comme pour les nombres pairs ? Quand la somme de deux nombres est un nombre pair, chacun peut être pair ou chacun peut être impair, comme dans le cas des grandeurs dont chacune est irrationnelle, mais dont la somme peut être rationnelle ou irrationnelle » ; à ce propos G. Vlastos, « Elenchus and Mathematics : A Turning-Point in Plato's Philosophical Development », *American Journal of Philolog* 109 (1988), pp. 362-396, en particulier pp. 383-384 et notes.

V

Construction de la division platonicienne par la règle et le compas

(La construction de VI 30 suppose donnée l'égalité des aires du carré AF et du rectangle JF ci-dessous).

Soit $\overline{AB}$ le segment donné = b. Construire C tel que $\dfrac{AB = b}{CB = \beta} = \dfrac{CB = \beta}{AC = \beta'}$

1) Construire le carré ABFG.

2) Partager $\overline{BF}$ en deux parties égales : $\overline{BH} = \overline{HF}$.

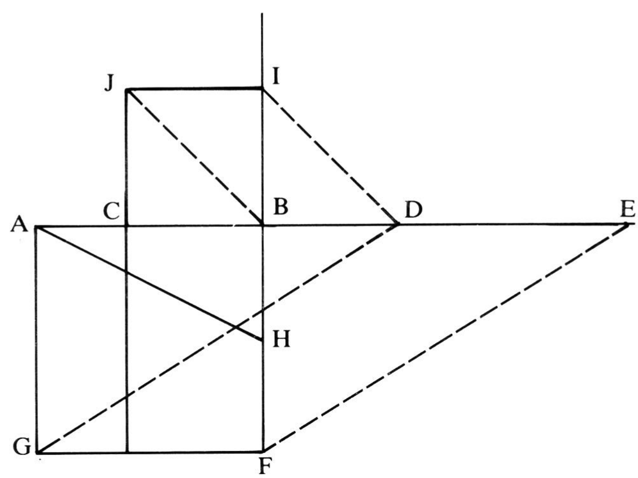
3) Prolonger $\overline{FB}$ et porter HI = HA.

4) Construire le carré BIJC ; C est le point cherché. Il reste à déterminer les points D et E de la division.

5) Prolonger AB et porter BD = BC ou tracer ID//JB.

6) Porter DE = AB ou tracer FE//GD.

D et E sont les points cherchés.



VI

Plausibilité de l'interprétation avancée

L'interprétation proposée peut-elle tirer quelque plausibilité d'un témoignage historique ? Elle le peut. Ce témoignage est celui de Proclus, dans un passage célèbre de son « résumé historique » : « Eudoxe, dit-il, fit progresser les questions relatives à la section (περὶ τὴν τομὴν), questions soulevées par Platon et pour lesquelles Eudoxe fit usage des analyses » [21]. L'attention des historiens s'est essentiellement portée sur l'interprétation du mot *section* et sur la part qui revient à Eudoxe dans les travaux sur la section [22]. S'il n'est pas assuré que le mot section désigne uniquement le partage en extrême et moyenne raison, les médiétés arithmétiques et harmoniques pouvant éventuellement figurer à côté de la médiété géométrique de partition dans laquelle le grand terme est somme du moyen et du petit terme, c'est celle-ci que le mot désigne principalement. Les recherches sur la section d'or remontent aux Pythagoriciens : on les voit s'en servir pour construire le pentagone régulier dans les Propositions IV 10 et 11 d'Euclide [23]. L'auteur du scholie n° 1 au treizième livre d'Euclide n'a pas manqué de remarquer que ce livre « porte sur ce qu'on nomme les corps platoniciens, lesquels cependant n'appartiennent pas à Platon, trois d'entre eux étant dus aux Pythagoriciens, à savoir le cube, la pyramide et le dodécaèdre, tandis qu'on doit à Théétète l'octaèdre et l'icosaèdre » [24]. Si la participation essentielle de Théétète au Livre XIII ne fait aucun doute, on se bornait jusqu'à présent, pour étayer l'intérêt de Platon aux questions portant sur les solides platoniciens, à invoquer la cosmologie du *Timée* (53-56). La section n'y figure proprement que par ses conséquences. Certes Platon proclame dans le *Timée* (31c - 32a) l'excellence de la médiété géométrique : il ne la particularise cependant pas explicitement à la médiété de partition qui exigerait que le grand terme soit la somme du plus grand et du plus petit [25]. La section de la ligne dans la *République* fournirait alors un témoignage platonicien manquant propre à justifier le texte de Proclus et à éclairer l'intérêt de Platon pour les premières Propositions qui constituent maintenant le début du Livre XIII d'Euclide.

On demandera alors pourquoi le texte de *République* reste implicite. Car Platon aurait pu indiquer en toutes lettres les conditions de la section au lieu d'en confier la détermination à l'analyse de ses conséquences.

Platon, il est vrai, aime à parler par énigmes, comme suffit à le faire voir le déchiffrement du nombre nuptial. Mais il y a plus, comme le prouve un incident au livre VII de la *République*. En effet, le silence est souvent, un moyen d'attirer l'attention du lecteur sur l'essentiel.

Lorsque Socrate procède à l'énumération systématique des sciences constitutives de la section inférieure de l'intelligible, il commence par l'arithmétique (522 b - 526 c) ; puis vient la géométrie entendue comme géométrie du plan (526 c - 527 c) ; l'astronomie prend le troisième rang (527 d - 528 a). C'est

21. Traduction P. Tannery, citée par P.-H. Michel, *op. cit.*, pp. 556-557.
22. P.-H. Michel, *op. cit.*, pp. 557-562.
23. P.-H. Michel, *op. cit.*, pp. 568-570.
24. Heath, *op. cit.*, p. 438.
25. P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 591.

alors qu'un retour en arrière est jugé nécessaire pour faire place à la stéréométrie (528 a-b). Or ce retour en arrière explicite laisse dans l'ombre une autre question de classification, bien plus importante : il n'y a pas de place, dans la construction platonicienne, pour la géométrie de la ligne. C'est que celle-ci se trouve implicitement confondue avec l'arithmétique selon Platon, laquelle traite du grand et du petit (523 c, 524 c) et comprend donc la proportion au sens d'Eudoxe.

Platon n'a pas parlé de nombres irrationnels. Le nombre nuptial est géométrique mais rationnel. Cependant la confusion de l'arithmétique et de la géométrie de la ligne spécifie la doctrine platonicienne et l'oppose, en particulier, à la doctrine aristotélicienne. Or elle implique qu'on subsume sous une même métrétique nombres et quantités linéaires [26]. La notion de λόγος, réservée d'abord à l'expression des rapports entre quantités rationnelles, doit pouvoir s'étendre aux proportions entre quantités irrationnelles. Si notre interprétation est exacte, elle doit pouvoir s'étendre aux proportions entre quantités irrationnelles irréductibles aux quantités rationnelles en puissance. C'est cette extension fondamentale qu'exprimeraient les mots : « ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον » en 509 d. Et c'est cette extension, caractéristique de la réforme de Théétète, qui permettrait à la section d'or de fournir aux degrés de la connaissance une image adéquate avant d'imposer une règle à la construction des éléments cosmologiques.

Ce faisant, elle nous introduirait à l'intelligence de l'un des concepts les plus fondamentaux de la philosophie de Platon, celui d'intermédiaire [27]. La science positive, telle qu'Aristote la concevra, fera du moyen terme syllogistique le moyen par excellence de la démonstration. Le moyen terme platonicien — et toute la science géométrique joue pour le philosophe, le rôle d'un moyen terme — a une origine non pas logique, mais géométrique, et sa force est plus négative que positive. Il indique à la raison d'aller au delà. Ainsi entendu, le moyen terme ne délimite pas l'extension commune à deux concepts. Il indique, par sa double relation avec un terme donné et un grand terme inconnu, une méthode qui permet, lorsque la relation est irréductiblement irrationnelle, comme c'est le cas pour la section d'or, d'affirmer l'existence de ce terme inconnu, d'ailleurs transcendant et réfactaire à toute détermination conceptuelle positive.

J. V.

PUBLICATIONS

— "Sobra a Tolerância" (traduction de Michel Lahud), *Conhecimiento Linguagen, Ideologia,* Marcelo Dascal org., Editora Perspectiva, Sao Paulo, 1989, pp. 241-257.

— « Le comique comme idée. De la toquade à l'extravagance et au rire déchaîné : comparaison entre Racine et Aristophane », *Recherches sur la philosophie et le langage,* Hommage à Henri Joly, Grenoble, 1990, pp. 443-450.

— Présentation du n° 3 de l'*Age de la Science, La philosophie et son histoire,* O. Jacob, Paris, 1990, avec une Note, pp. 275-278.

— « Comparabilité et incomparabilité des théories physiques », *La comparabilité des théories physiques,* éd. par E. Agazzi, Editions Universitaires, Fribourg, Suisse, 1990, pp. 41-51.

CONFÉRENCES

— 13 mai-14 juin 1989 : Universités d'Osaka, Kyoto, Tokyo (Keio) et Sapporo.

— 18-19 octobre 1989 : Congrès de l'Institut Internationnal de Philosophie, Santa Margherita.

— 18 octobre 1989 : British Academy, Londres, « Dawes Hicks Lecture ».

— 23-25 octobre 1989 : Colloque Pierre Bourdieu, Freie Universität Berlin.

— Février 1990 : Maison Descartes à Amsterdam.

— 28 mars-1er avril 1990 : Congrès Kant à Mayence.

— 14-17 mai 1990 : Conférence internationale de Bienne, « Science et Métaphysique ».

— 18-19 mai 1990 : Société suisse de logique de Zurich.

— Juin 1990 : Université de Neuchâtel, Société de philosophie de Neuchâtel.