Cours 2016-2017:

Parole, musique, mathématiques : Les langages du cerveau

Stanislas Dehaene
Chaire de Psychologie Cognitive Expérimentale

Cours n°6

Un langage mathématique sans mots pour le dire

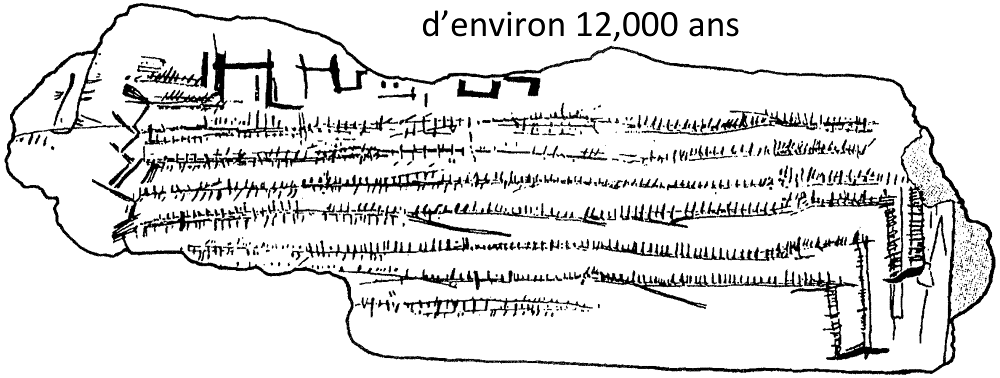
Les premières productions artistiques de l'humanité

Dessins figuratifs

Symboles concrets ou abstraits

Arithmétique et géométrie au paléolithique supérieur

La plaque de la grotte du Tai, datée d'environ 12,000 ans



L'os de Lebombo, daté d'environ 44,000 ans, gravé d'encoches qui forment des groupes de 29.

Triangles, losanges, hexagones et lignes parallèles gravés sur un ocre de la grotte de Blombos (Afrique du Sud, 70,000-100,000 ans)

- Henshilwood, C. S., d' Errico, F., Yates, R., Jacobs, Z., Tribolo, C., Duller, G. A. T., … Wintle, A. G. (2002). Emergence of modern human behavior: Middle Stone Age engravings from South Africa. *Science (New York, N.Y.)*, *295*(5558), 1278–1280. doi:10.1126/science.1067575
- Henshilwood, C. S., d' Errico, F., van Niekerk, K. L., Coquinot, Y., Jacobs, Z., Lauritzen, S.-E., … García-Moreno, R. (2011). A 100,000-year-old ochre-processing workshop at Blombos Cave, South Africa. *Science (New York, N.Y.)*, *334*(6053), 219–222. doi:10.1126/science.1211535
- Henshilwood, C. S., d' Errico, F., & Watts, I. (2009). Engraved ochres from the Middle Stone Age levels at Blombos Cave, South Africa. *Journal of Human Evolution*, *57*(1), 27–47. doi:10.1016/j.jhevol.2009.01.005

Les perles
et la nécessité d'une syntaxe

Henshilwood, C., d'Errico, F., Vanhaeren, M., Van Niekerk, K., & Jacobs, Z. (2004). Middle stone age shell beads from South Africa. *Science*, *304*(5669), 404–404.

41 "perles" de coquillages retrouvées dans une couche datée de ~75,000 ans.

"Dans les sociétés humaines, les perles peuvent avoir des fonctions variées, toutes éminemment symboliques.

On peut légitimement arguer qu'**un langage pleinement syntaxique** (*fully syntactical*) est un **prérequis essentiel** au partage et à la transmission de la signification symbolique des perles et des gravures abstraites, telles que celles de la grotte de Blombos."

Interprétation discutée et contestée par Botha, R. (2008): Prehistoric shell beads as a window on language evolution. Language & Communication, 28(3), 197–212.

Une gravure géométrique attribuée à Homo erectus

Joordens, J. C. A., d' Errico, F., Wesselingh, F. P., Munro, S., de Vos, J., Wallinga, J., … Roebroeks, W. (2014). Homo erectus at Trinil on Java used shells for tool production and engraving. *Nature*. doi:10.1038/nature13962

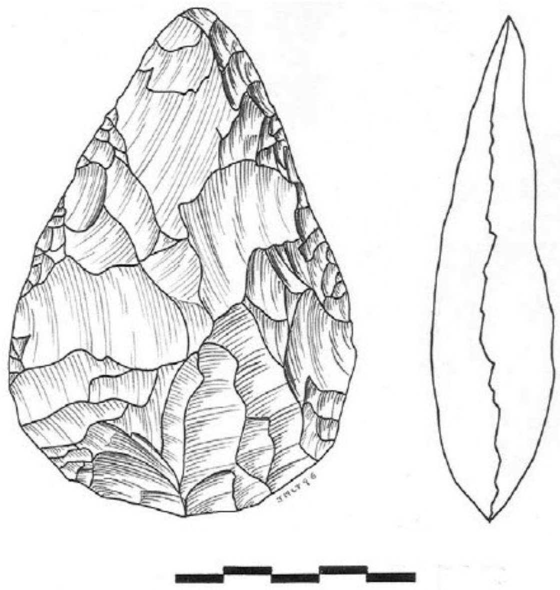
Forme en zigzag

Datation d'environ 540,000 ans

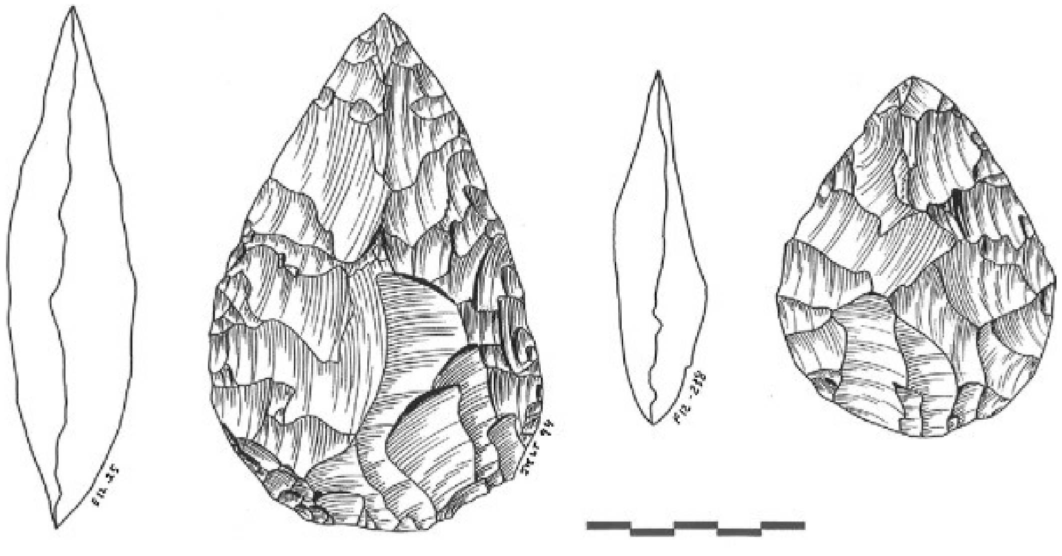
Attribution à Homo erectus et non Homo sapiens

Symétrie des bifaces de l’Acheuléen

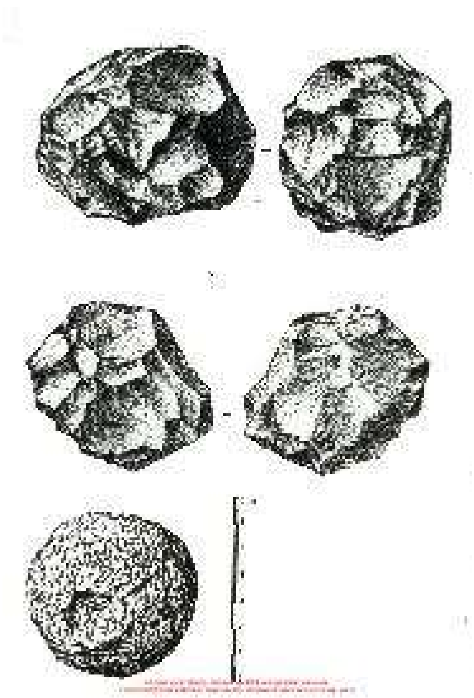
Le Tensorer, J.-M. (2006). Les cultures acheuléennes et la question de l’émergence de la pensée symbolique chez Homo erectus à partir des données relatives à la forme symétrique et harmonique des bifaces. *Comptes Rendus Palevol*, *5*(1–2), 127–135. https://doi.org/10.1016/j.crpv.2005.12.003



- Plus de 12,000 pièces retrouvées par Jean-Marie et Le Tensorer sur le site de Nadaouiyeh, dont les plus *anciennes* (~600,000 ans) présentent la plus grande perfection.
- Double symétrie bifaciale – et autres propriétés artistiques sans utilité directe.
- « Le biface apparaît vraisemblablement en Afrique orientale il y a 1,8 Ma avec les premiers Homo ergaster ou erectus archaïques »



Polyèdres, sphéroïdes et bolas



Bola du site de Sidi Abderrahman, Maroc

Sortes de « boules » de pierre, polyédriques, tendant vers une forme de sphère, parfois à la finition très soignée. Elles pèsent entre quelques centaines de grammes et un kilogramme, et n'auraient donc pas pu être utilisées comme des « bolas » (bien que cela reste débattu).
Ces objets apparaissent vers 2 millions d'années en Afrique, c'est-à-dire *avant* les premiers bifaces.
→ Première illustration du concept de sphère?

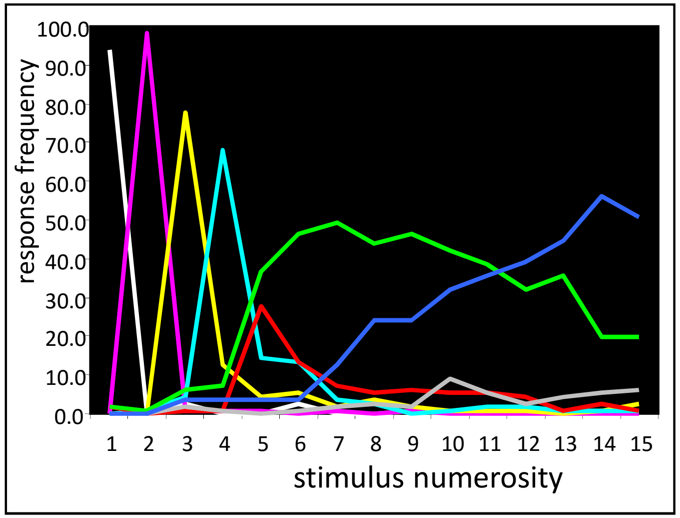
Un sens « proto-mathématique » pourrait-il exister en l'absence de langage ?

Cognition numérique en l'absence de mots pour les nombres

Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, Science, 2004

Pierre Pica
Véronique Izard
Elizabeth Spelke

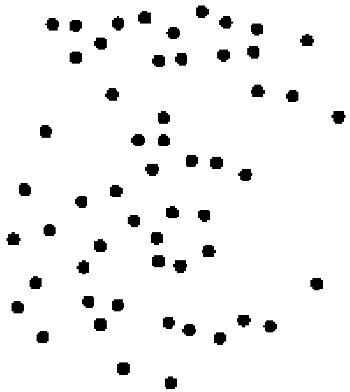
- pug ma = un
- xep xep = deux
- ebapug = trois
- ebadipdip = quatre
- pug põgbi = cinq, une main
- xep xep põgbi = deux mains
- adesu/ade gu = quelques, peu
- ade/ade ma = beaucoup

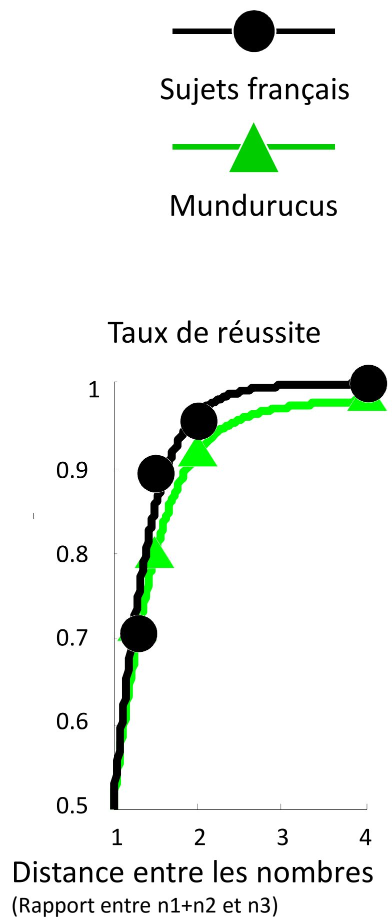


Les Mundurucus comprennent comment approximer une addition

La comparaison de nombre est possible en l'absence d'éducation – mais sa précision s'améliore significativement avec l'apprentissage des symboles pour les nombres.

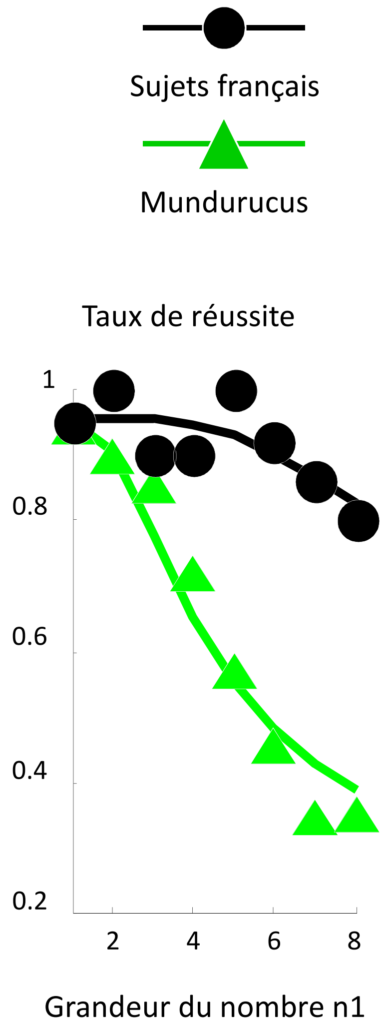
(Piazza, M., Pica, P., Izard, V., Spelke, E. S., & Dehaene, S., Psychological Science, 2013)





Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, Science, 2004

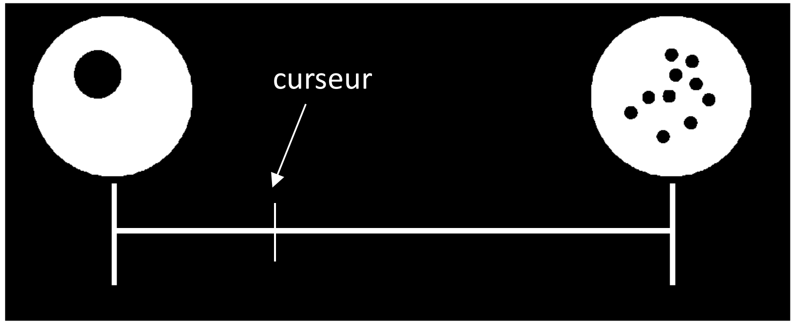
Incapacité de realiser
des calculs exacts,
dès que les nombres
sont suffisament
grands

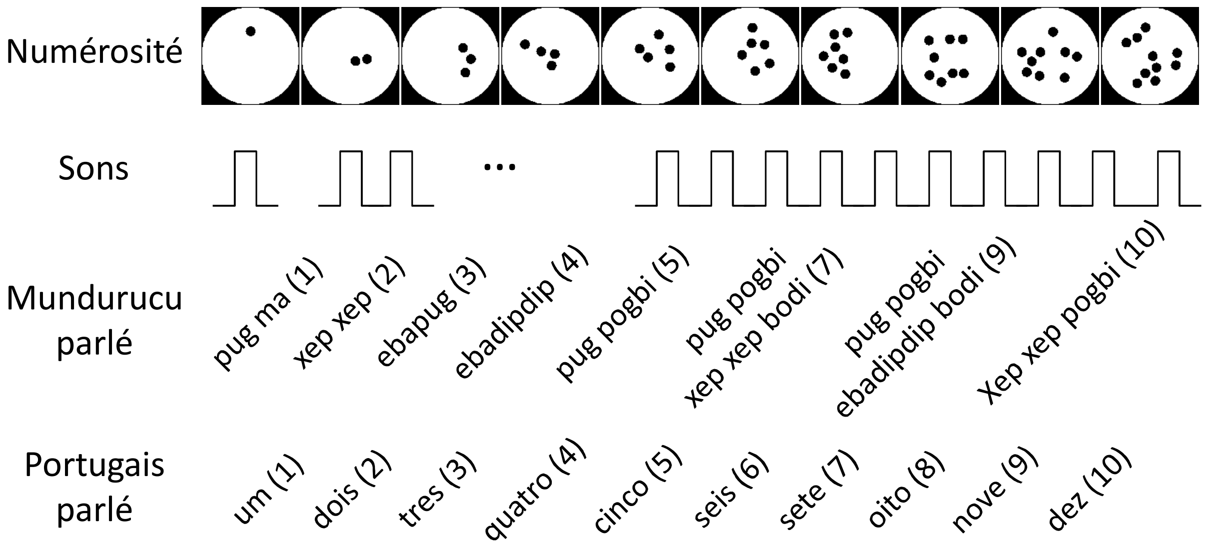


Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, Science, 2004

L'intuition des relations entre nombre et espace

Tâche = Placer chaque nombre sur une échelle spatiale

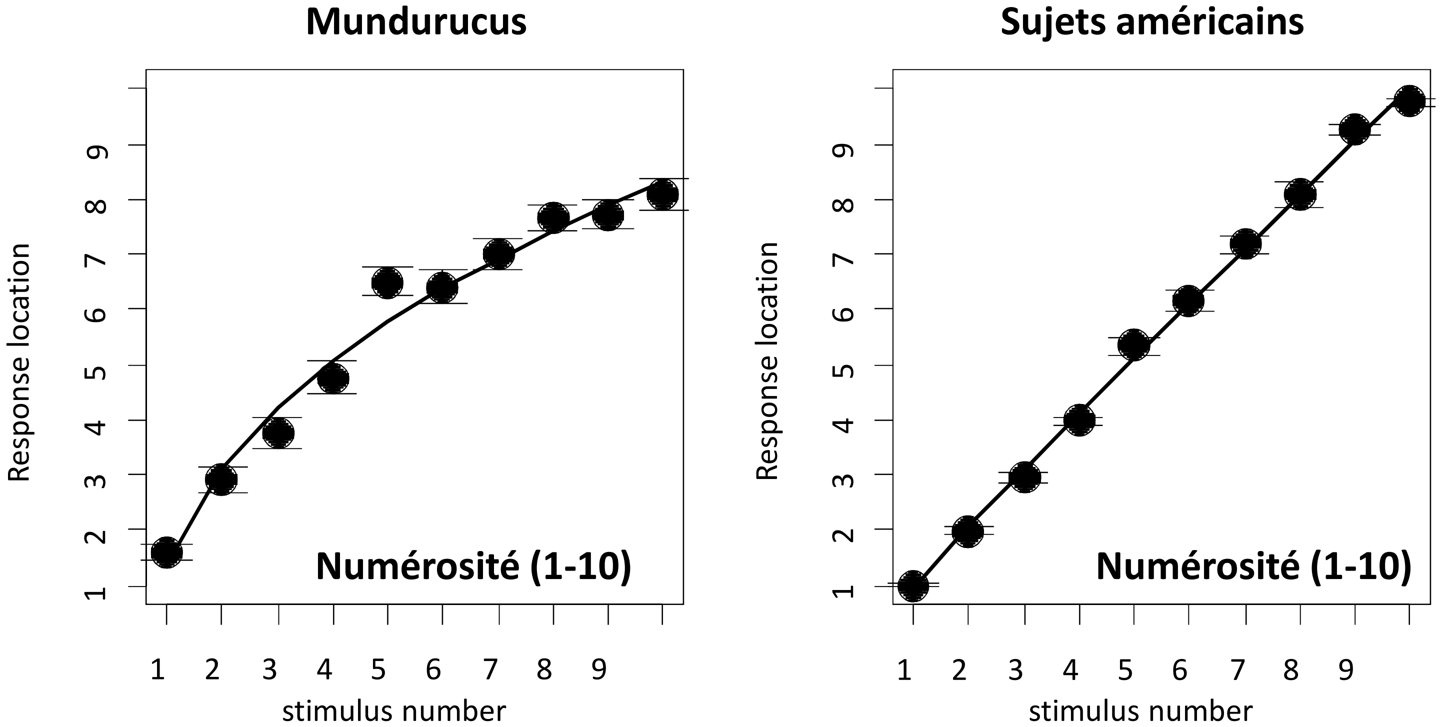




Dehaene, Izard, Spelke et Pica, Science, 2006

Les Mundurucus ne sont pas dépourvus d’intuitions « proto-mathématiques » sur les relations entre nombre et espace

Les enfants et les adultes Mundurucus se comportent de façon logarithmique
-Pour les numérosités visuelles et auditives
-Et même pour les nombres présentés en Mundurucu et en Portugais



Dehaene, Izard, Spelke et Pica, *Science*, 2006

La nature des liens entre nombre et espace change au cours du développement

Siegler & Opfer, 2003; Siegler & Booth, 2004

Tâche de mise en relation d'un nombre avec une position:

« Indiquez moi où vous placeriez le nombre *n* »

Un changement radical survient au cours de l'éducation: passage d'une représentation logarithmique à une représentation linéaire

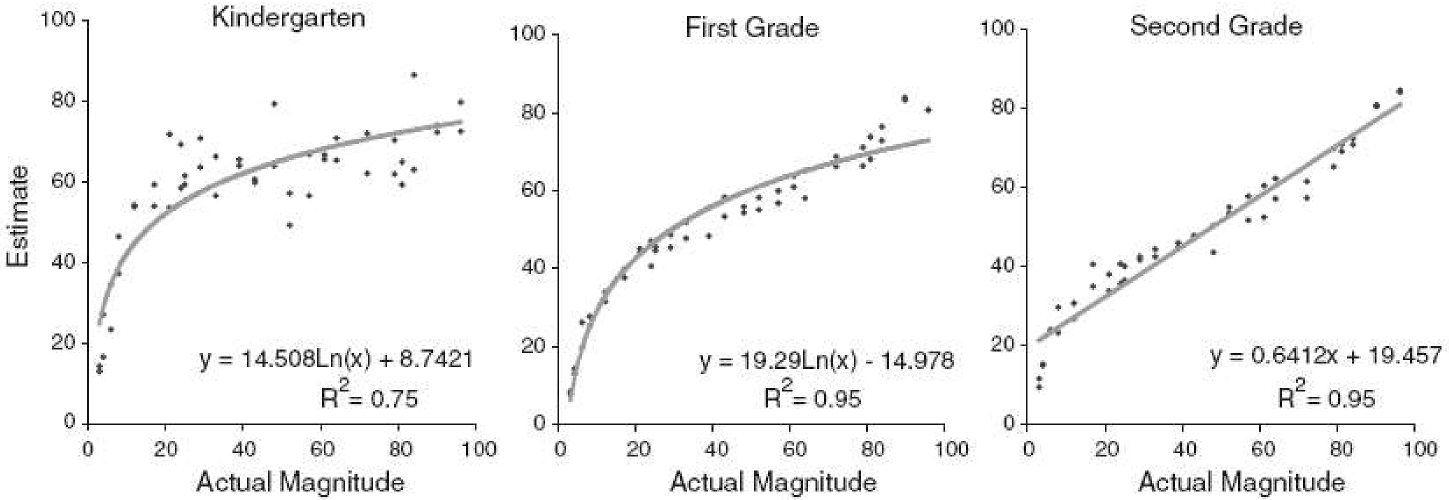
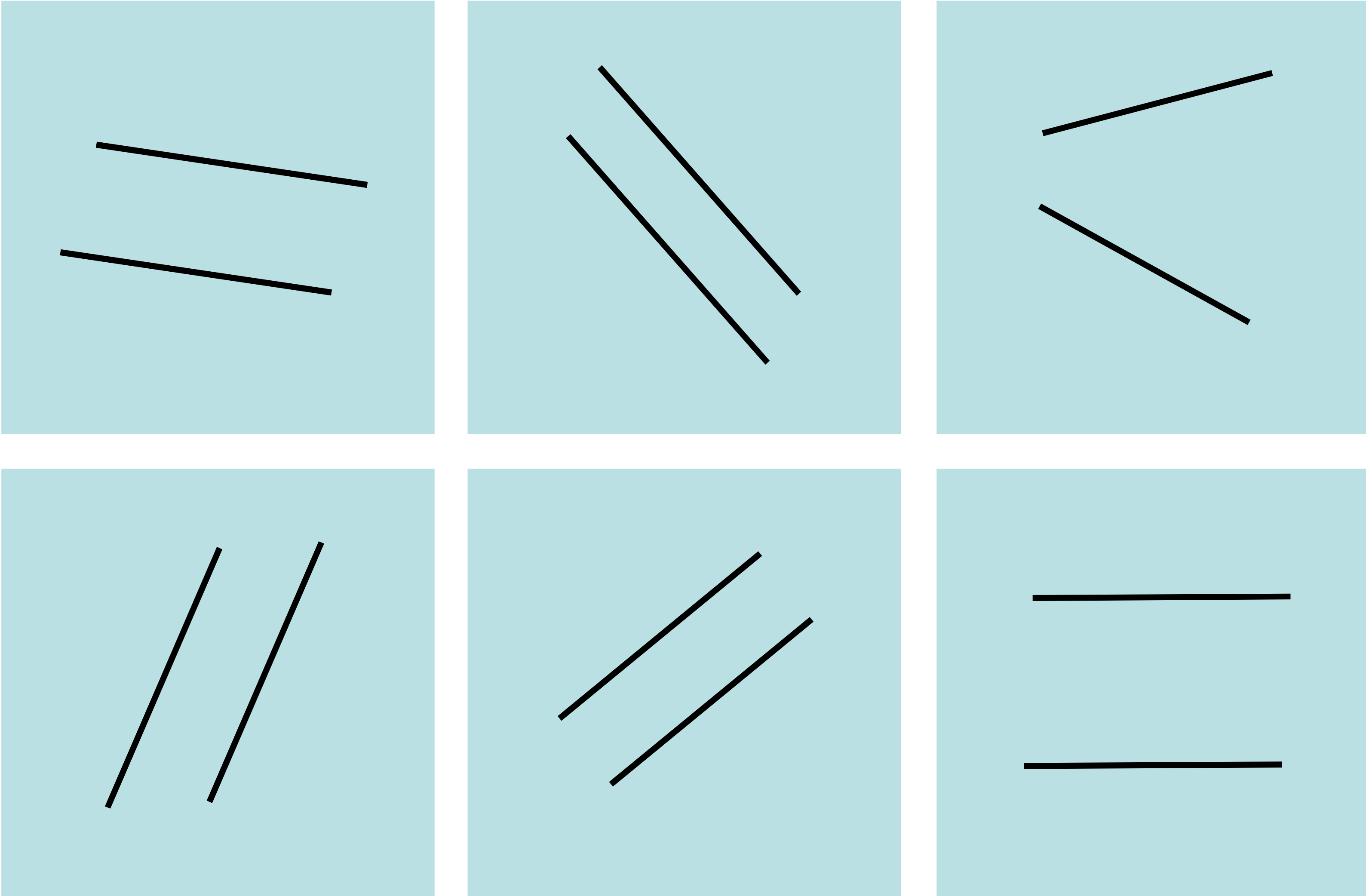
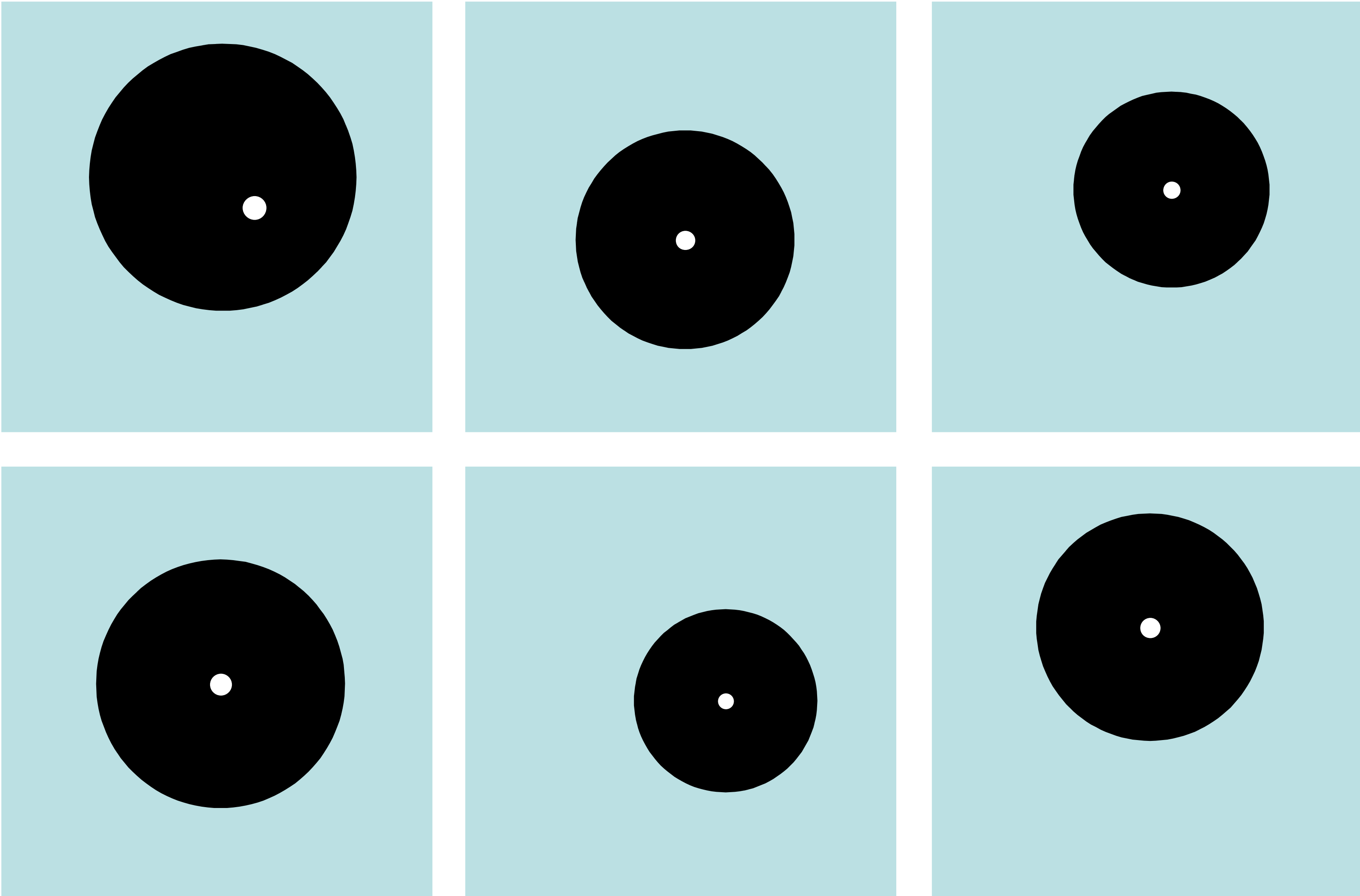


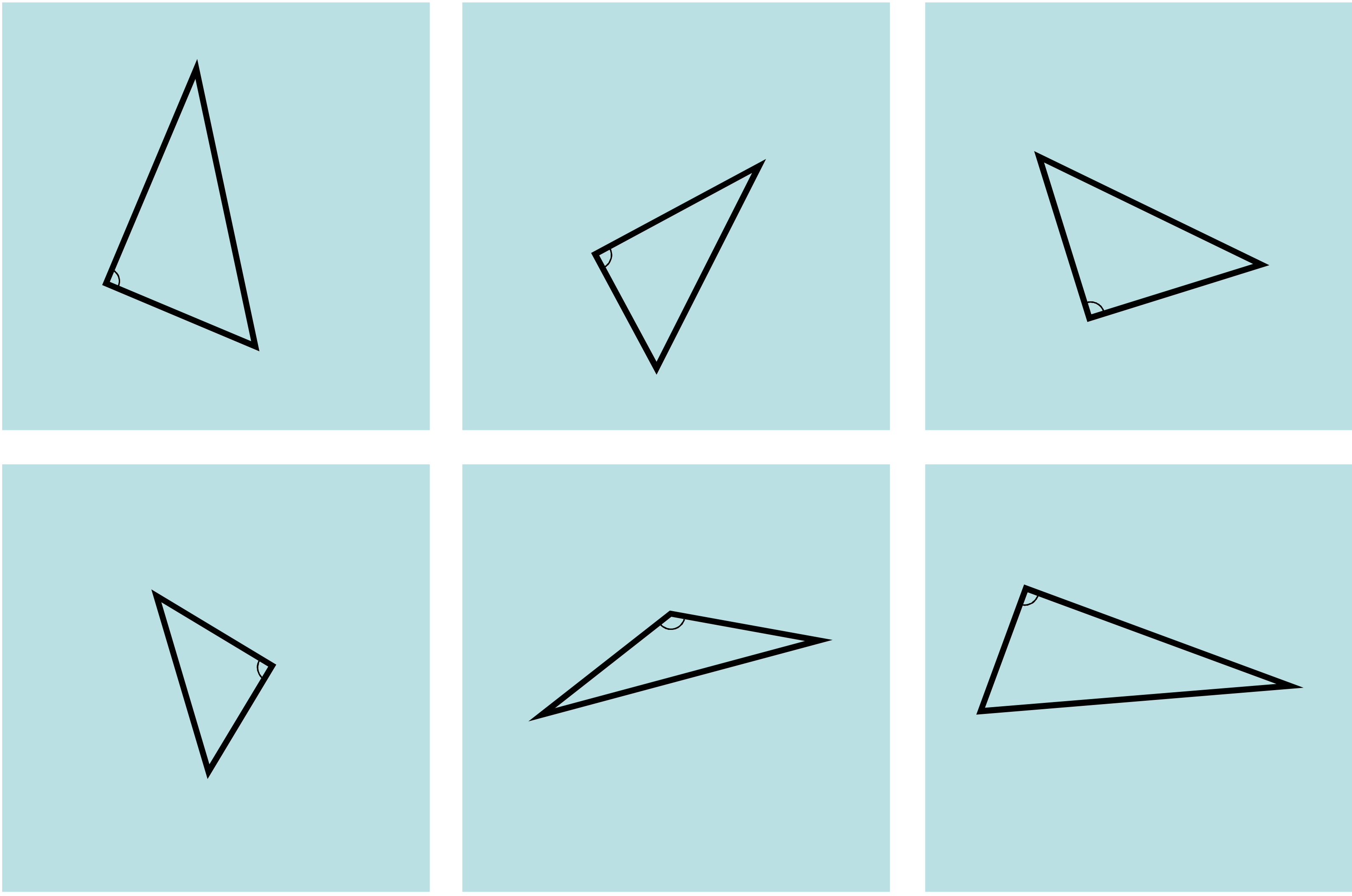
Figure 2. Progression from logarithmic pattern of median estimates among kindergartners (left panel) to linear pattern of estimates among second graders (right panel) in Experiment.

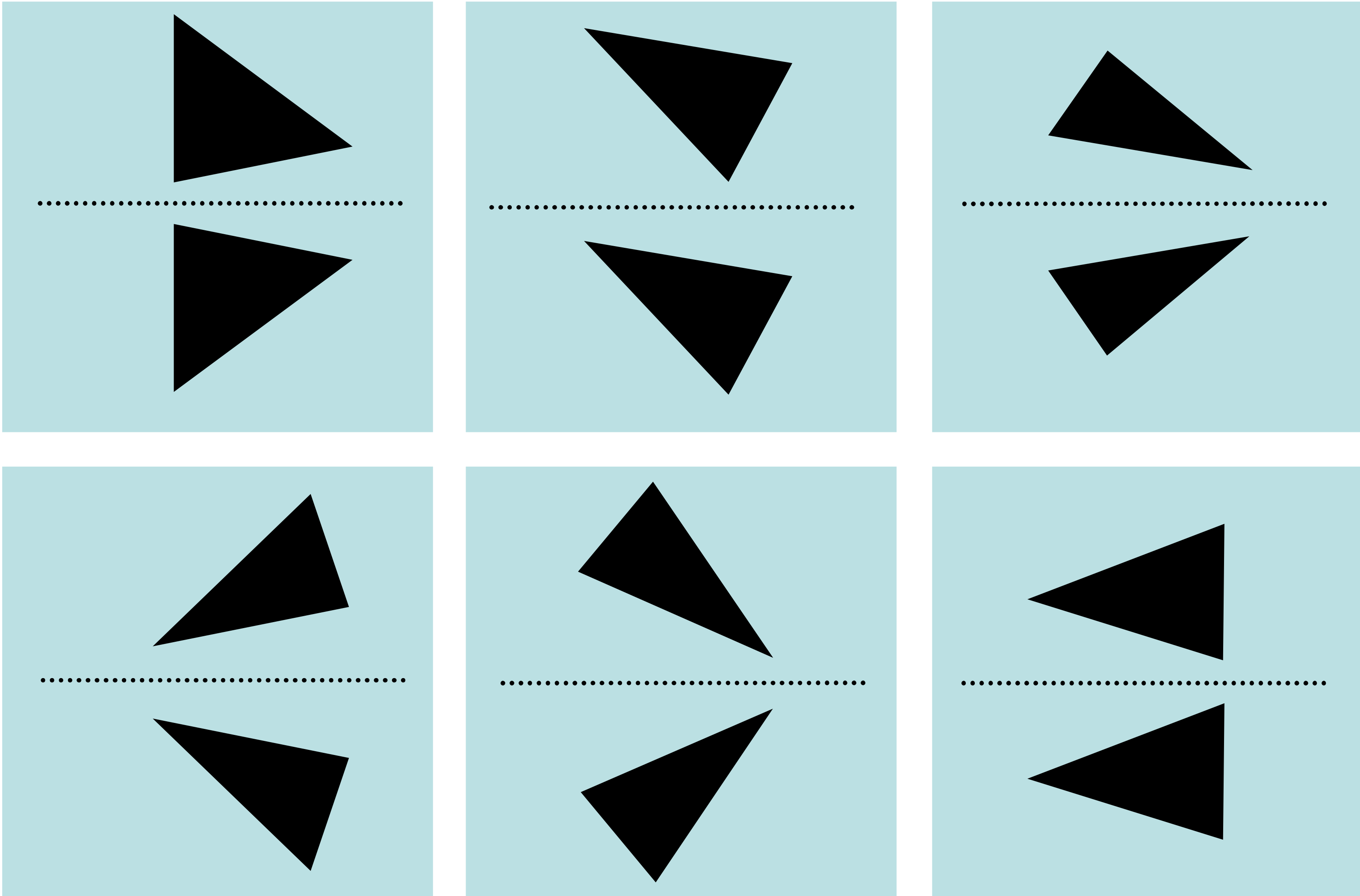
Le sens de la géométrie est-il présent chez les indiens Mundurucus?

- Dehaene, Izard, Pica & Spelke, Science, 2006
- Izard, Pica, Spelke & Dehaene, PNAS, 2011

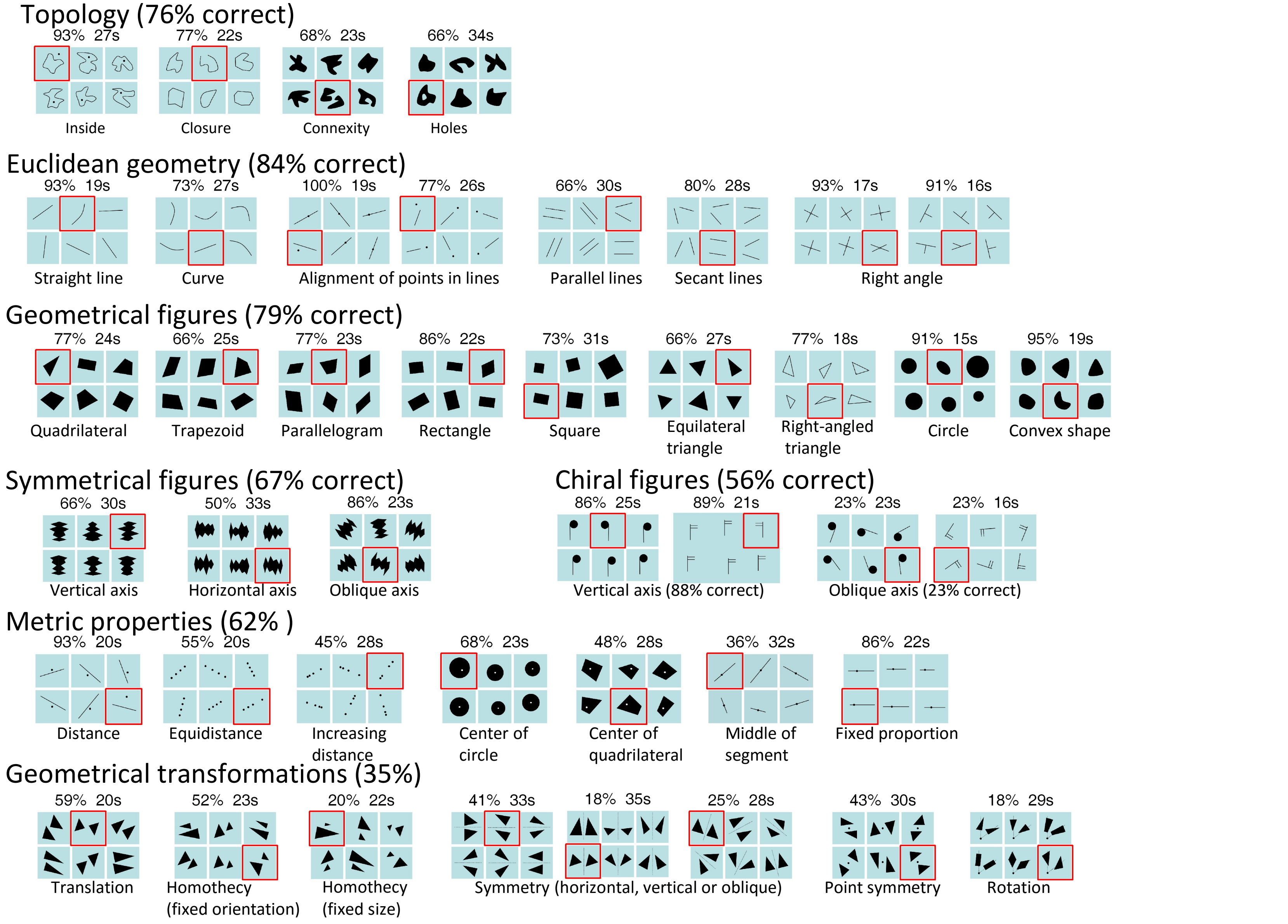






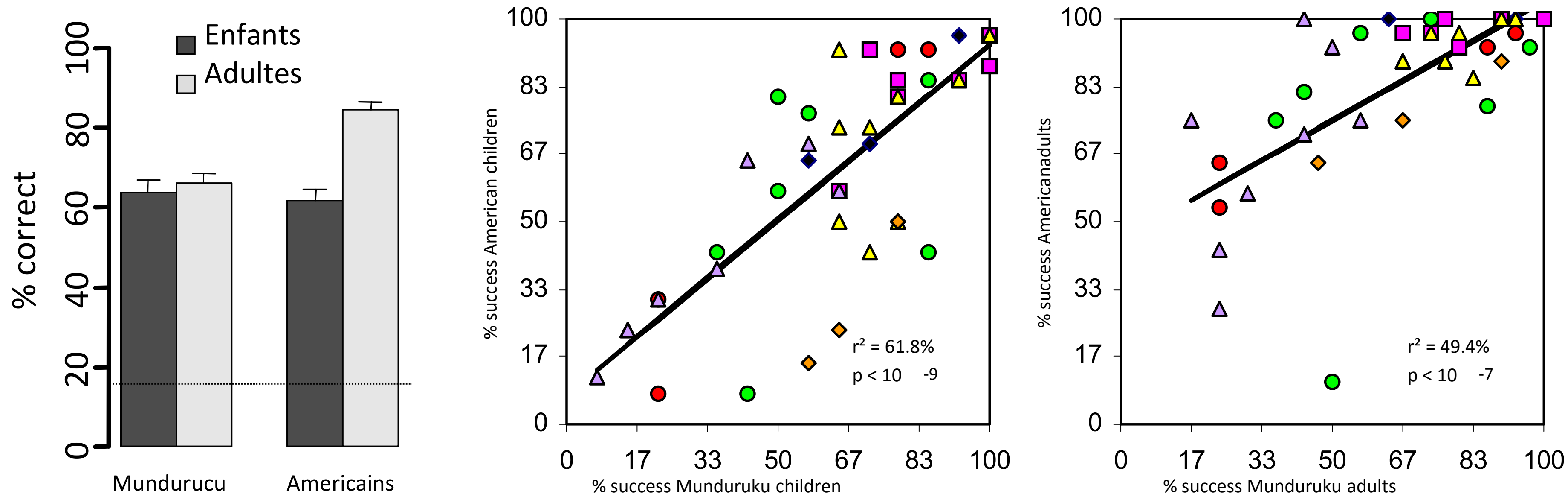


Les concepts les plus élémentaires de la géométrie sont présents chez les Mundurucus



Les intuitions géométriques des indiens Mundurucus corrèlent étroitement avec celles des sujets occidentaux qui ont reçu une éducation mathématique.

Test des figures géométriques



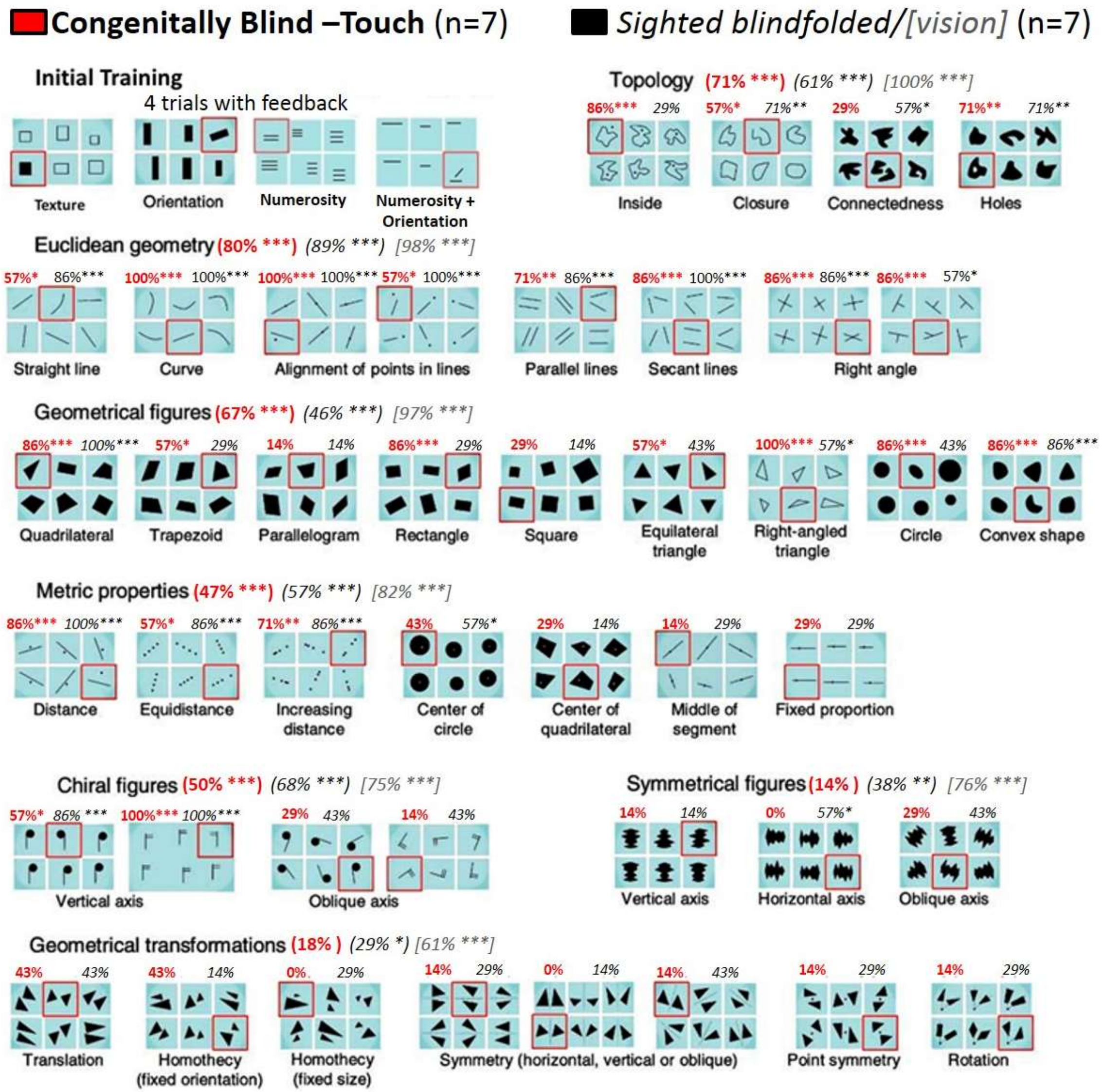
L’intuition des figures de la géométrie peut se developer en l’absence de toute expérience visuelle

Heimler, Behor et al. (en préparation)
Collaboration avec **Amir Amedi**

L’équipe d’Amir Amedi a testé 7 personnes aveugles de naissance dans notre tâche de détection d’intrus.

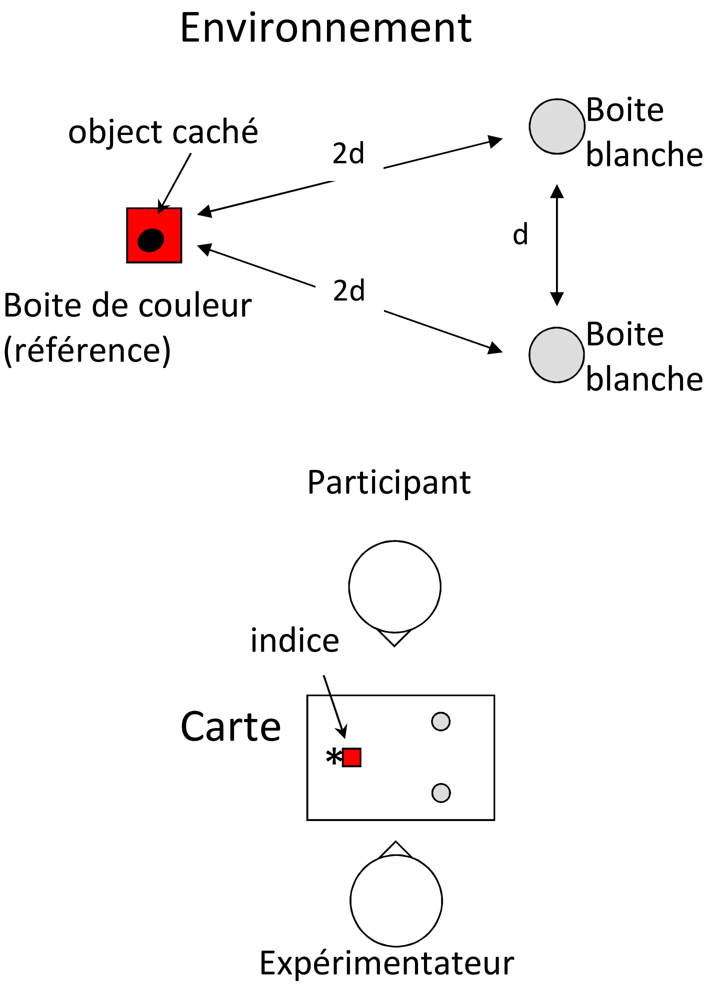
Example of a tactile trial
(parallel lines trial)

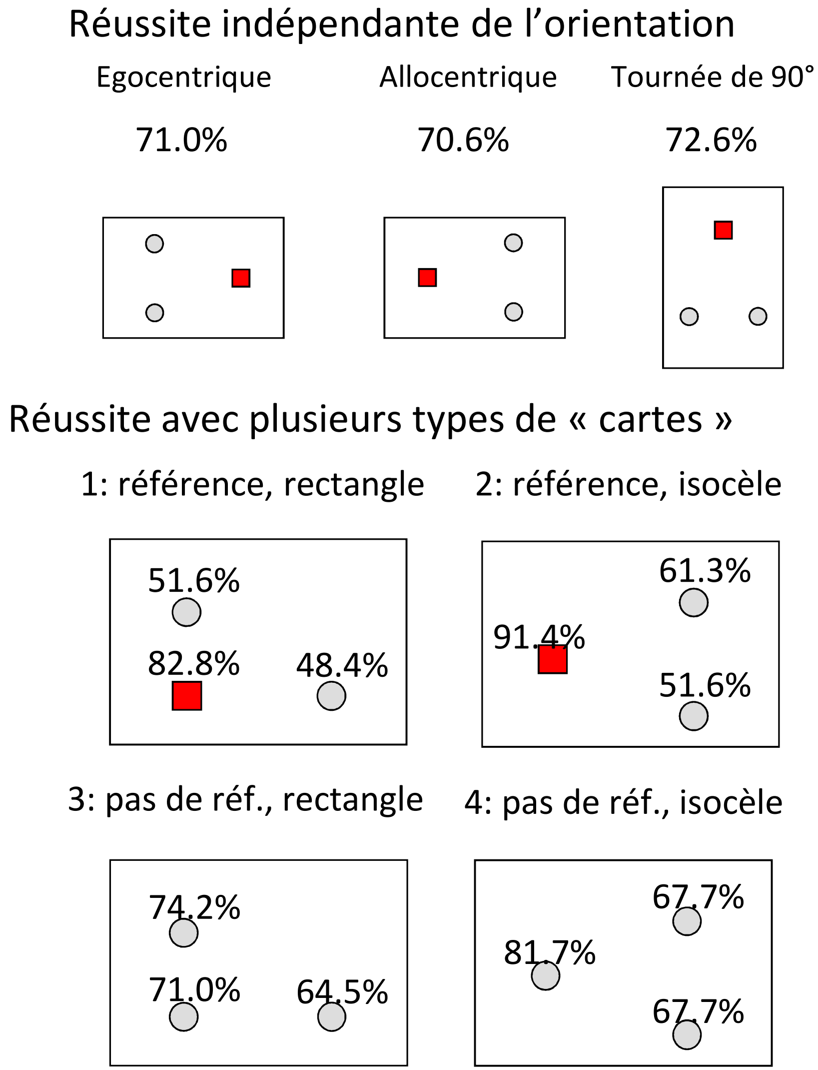
“Explore all the shapes and pick the one you think is the most different one “



Significance at category level: $p<0.00001$, ** $p= 0.015$, * $p= 0.03$
Significance at trial level: *** $p=0.00001$; ** $p=0.002$; *$p=0.02$

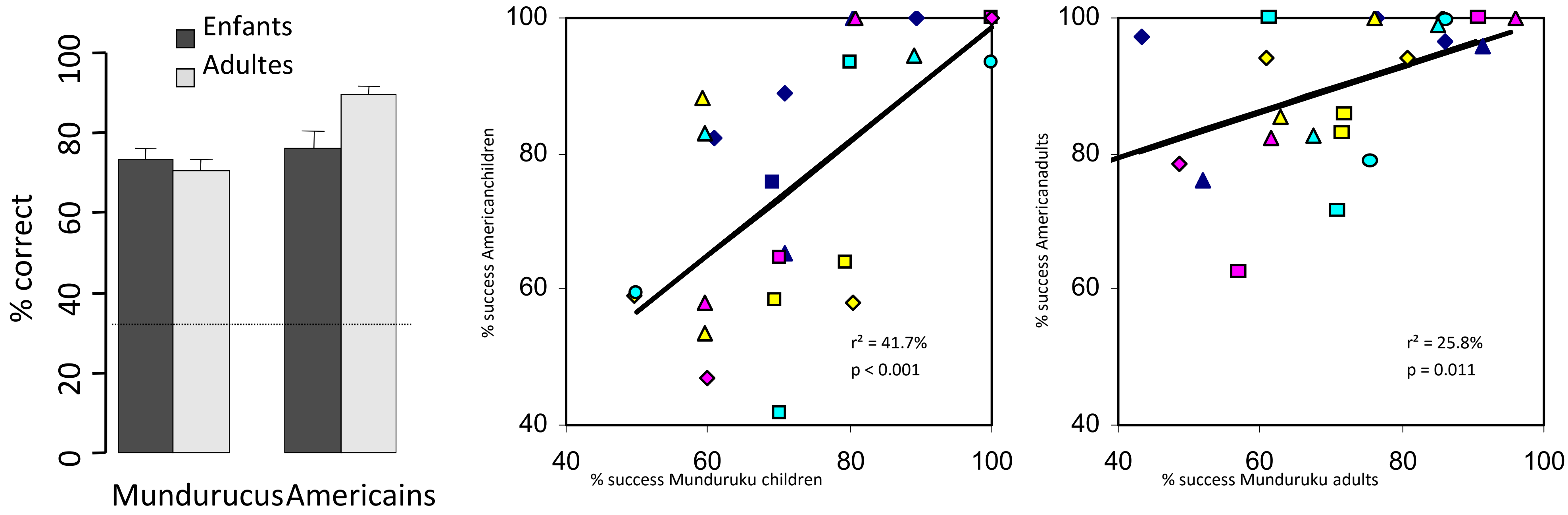
Les Mundurucus parviennent à utiliser une carte géométrique





Les intuitions géométriques des indiens Mundurucus corrèlent étroitement avec celles des sujets occidentaux qui ont reçu une éducation mathématique.

Test des cartes



Conclusion:

Enfants et adultes, éduqués ou non, nous partageons tous certaines intuitions élémentaires des formes géométriques et de leur correspondance avec l'espace extérieur.

Il existe une géométrie intuitive.

La géométrie intuitive est-elle Euclidienne?

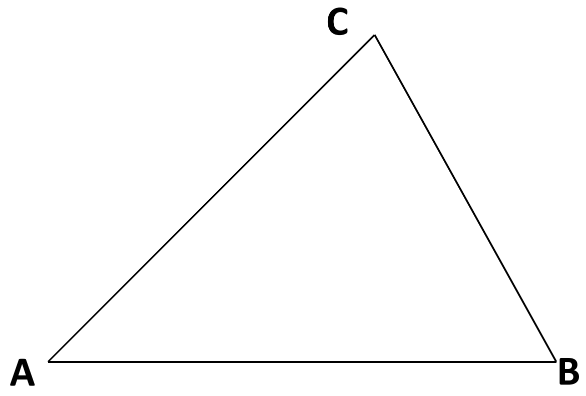
Izard, V., Pica, P., Spelke, E. S., & Dehaene, S. (2011). Flexible intuitions of Euclidean geometry in an Amazonian indigene group. PNAS, 108(24), 9782–9787. https://doi.org/10.1073/pnas.1016686108

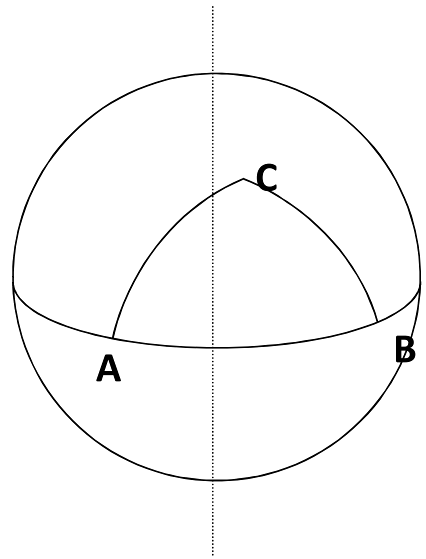
- La géométrie d'Euclide incluait un cinquième postulat, de formulation compliquée, qui revenait à affirmer que la somme des angles d'un triangle fait toujours π (180°).

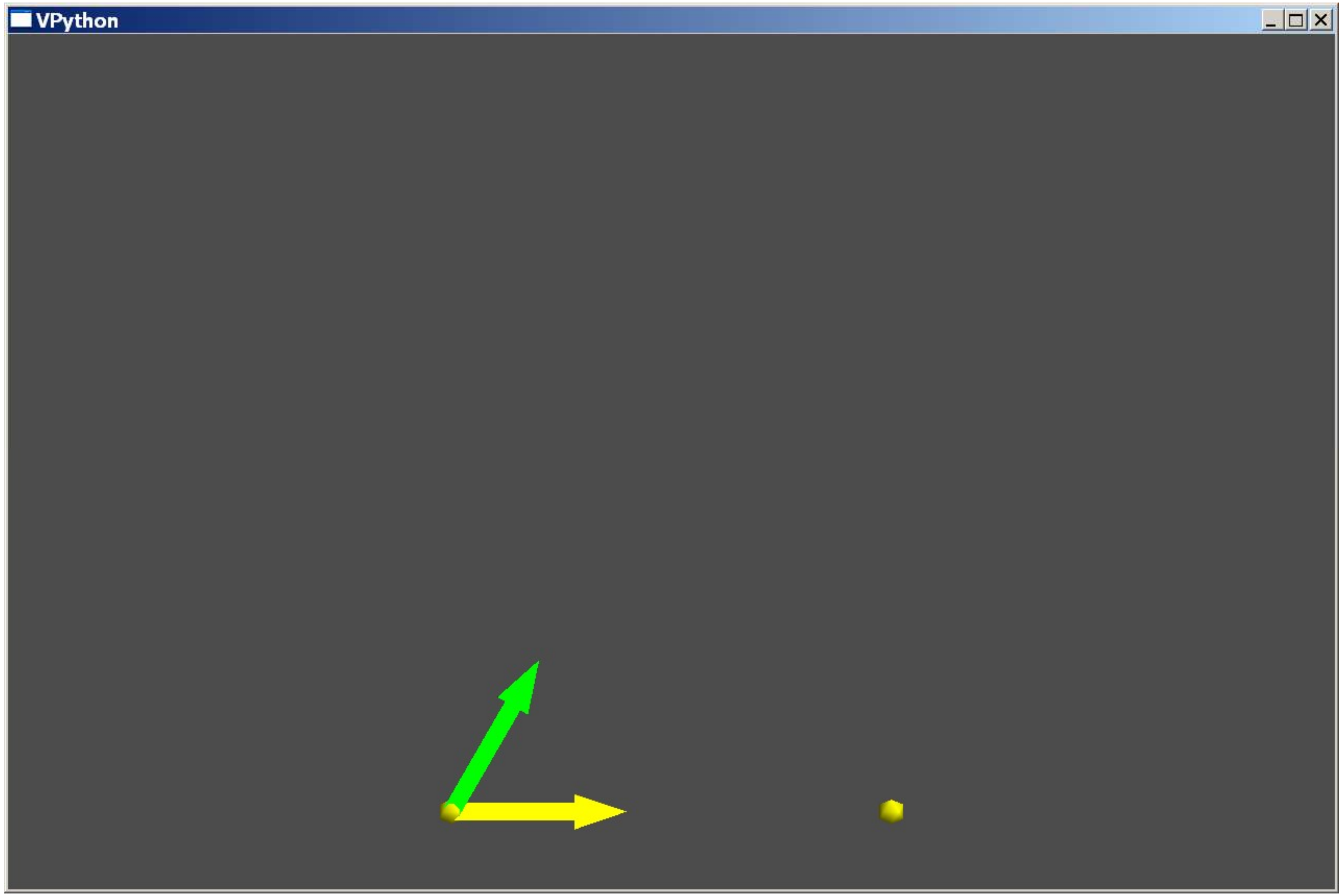
- Saccheri (1733), Lobatchevsky (1829), Bolyai (1832), et Gauss ont exploré les conséquences de la "géométrie imaginaire" obtenue en niant le cinquième postulat d'Euclide, sans toutefois y trouver de contradiction.

- Riemann, Beltrami et Poincaré ont finalement démontré que ces géométries "non-Euclidiennes" étaient cohérentes: on peut exhiber, en géométrie Euclidienne, des modèles simples de la géométrie hyperbolique et elliptique.

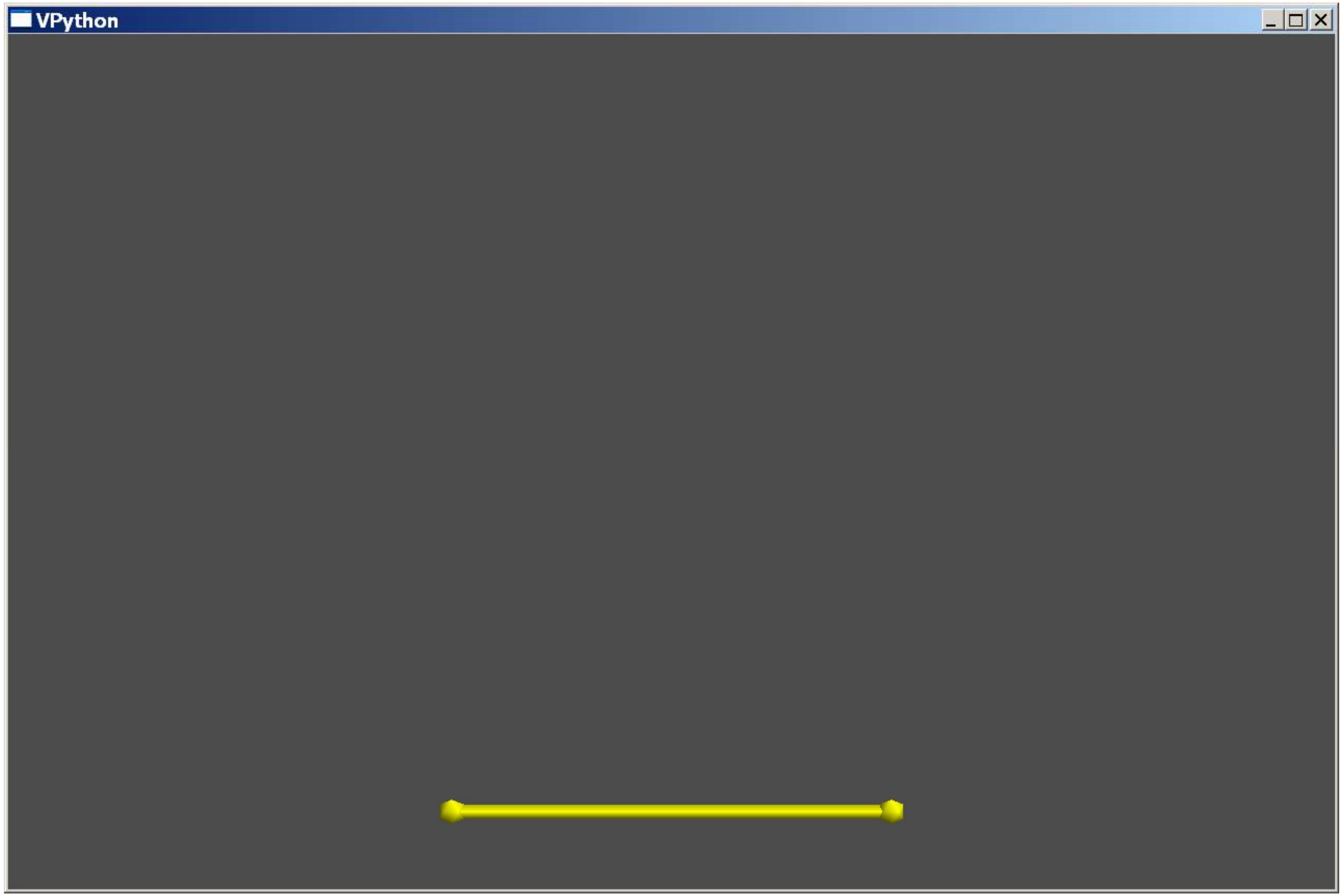
- Les intuitions géométriques sont-elles biaisées en faveur de la géométrie Euclidienne?



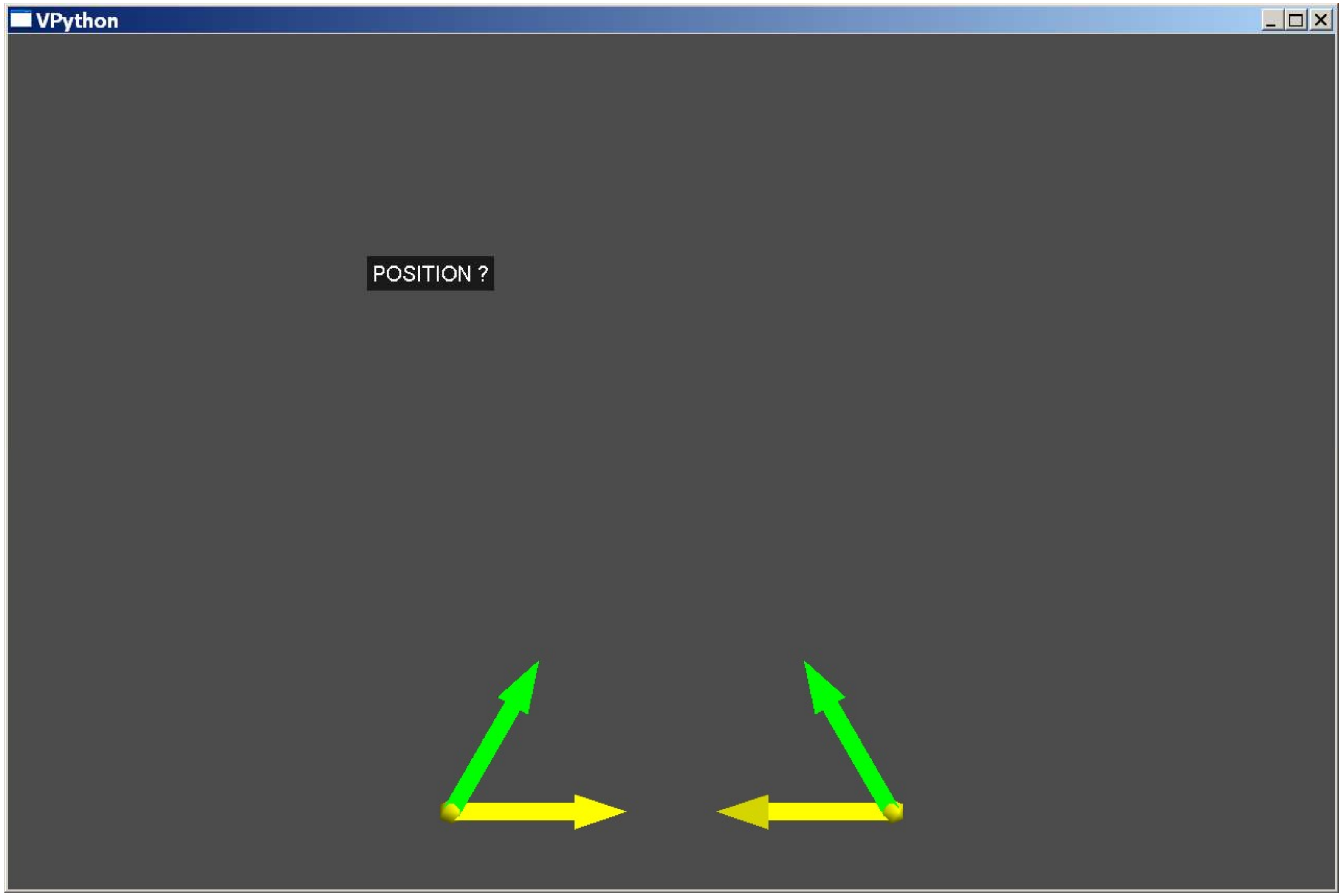




Voici un endroit où le terrain est totalement plat, et les chemins vont toujours tout droit.
Voici deux villages. A partir de ce village ci partent deux chemins.



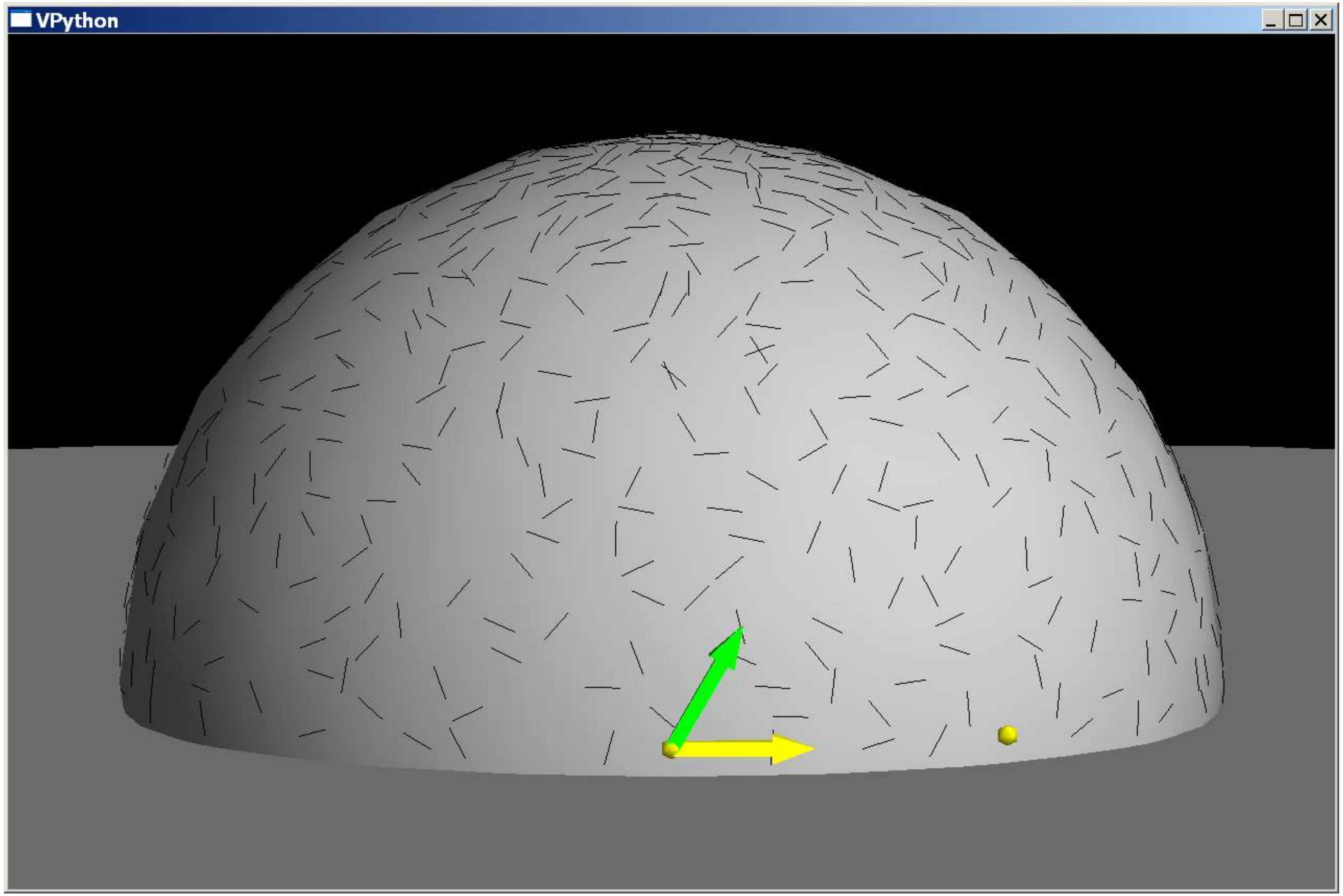
L’un des chemins conduit tout droit à l’autre village.

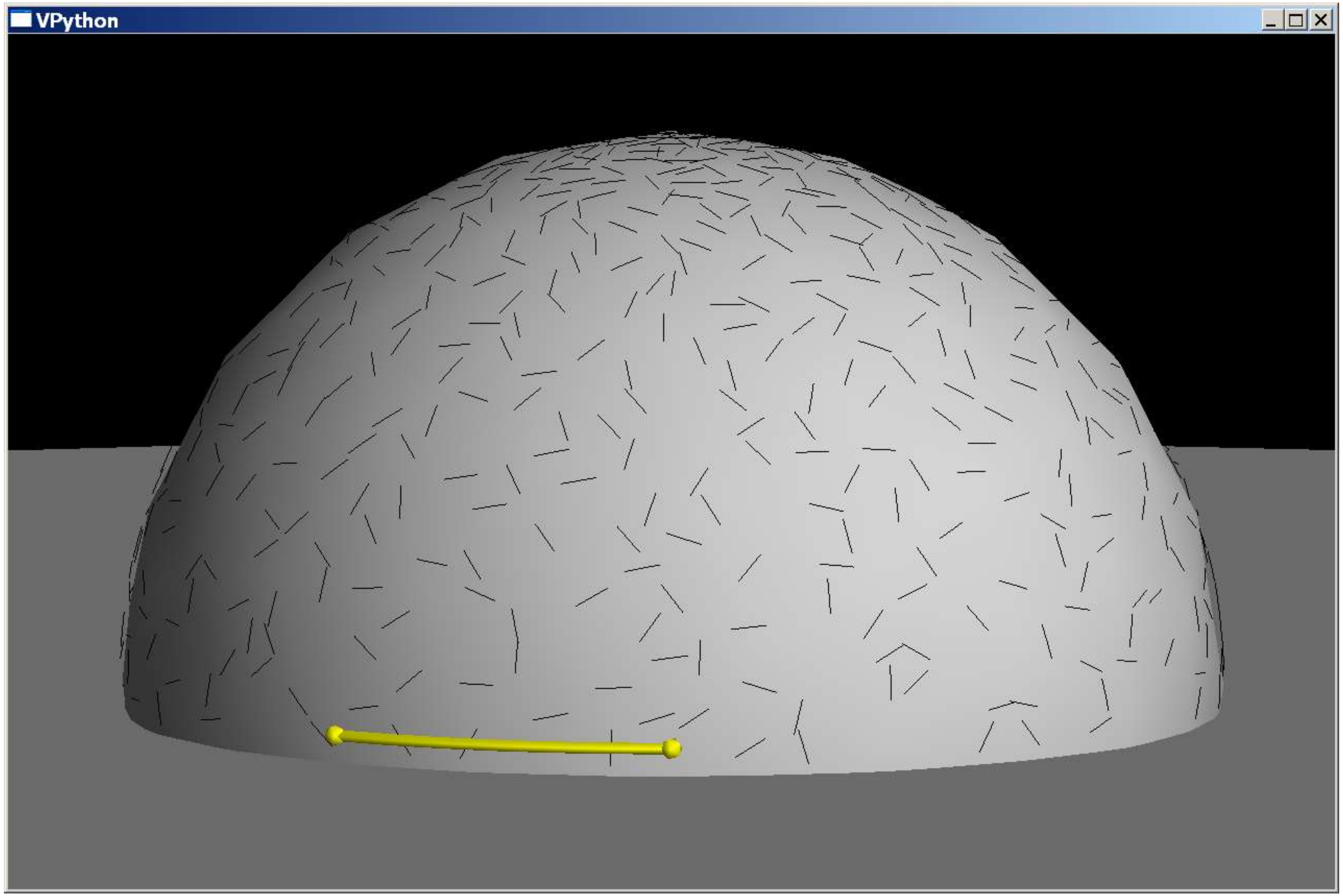


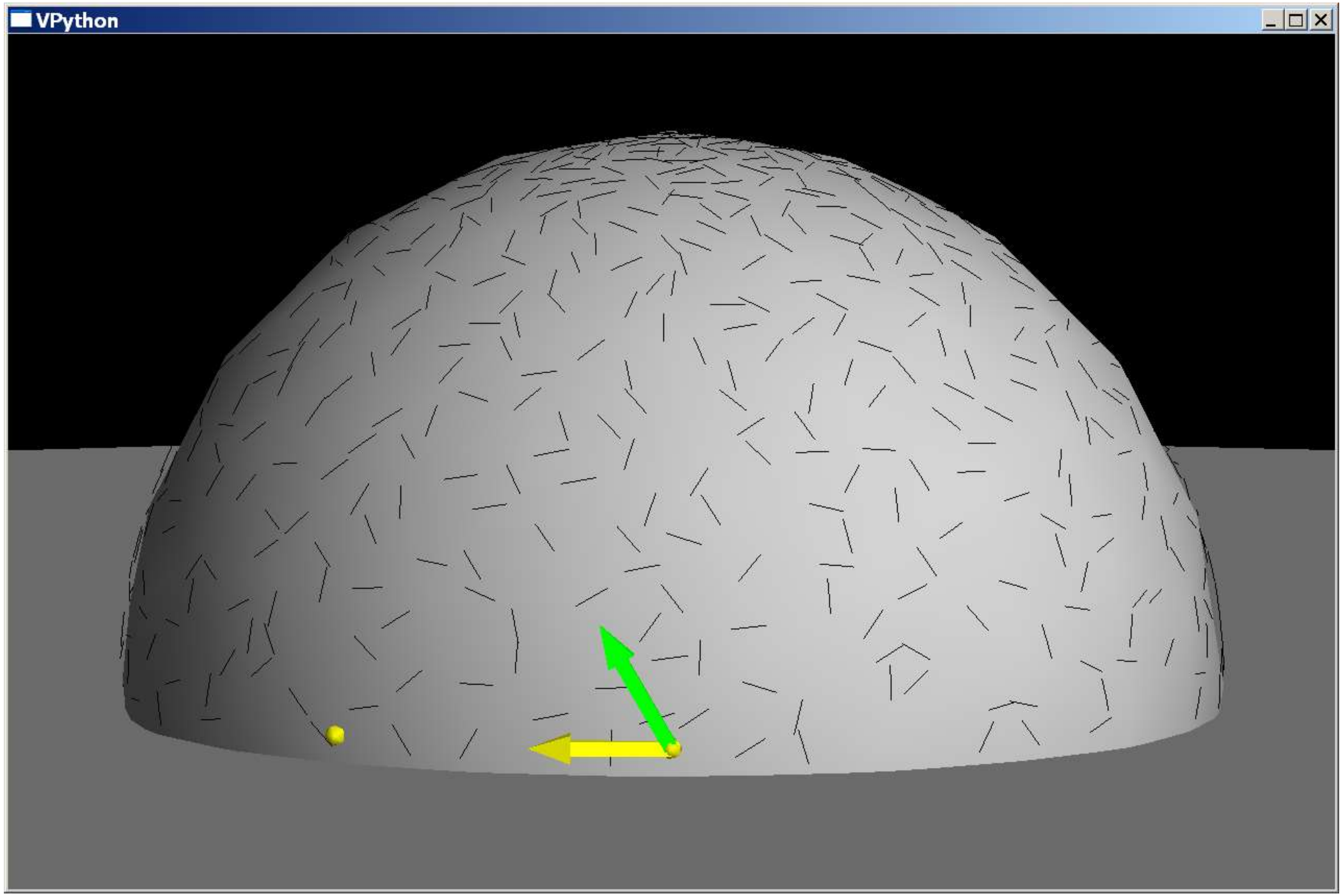
A l’autre village aussi, il y a deux chemins. Montrez moi où se trouve le troisième village, et surtout comment les chemins s’y rencontrent.

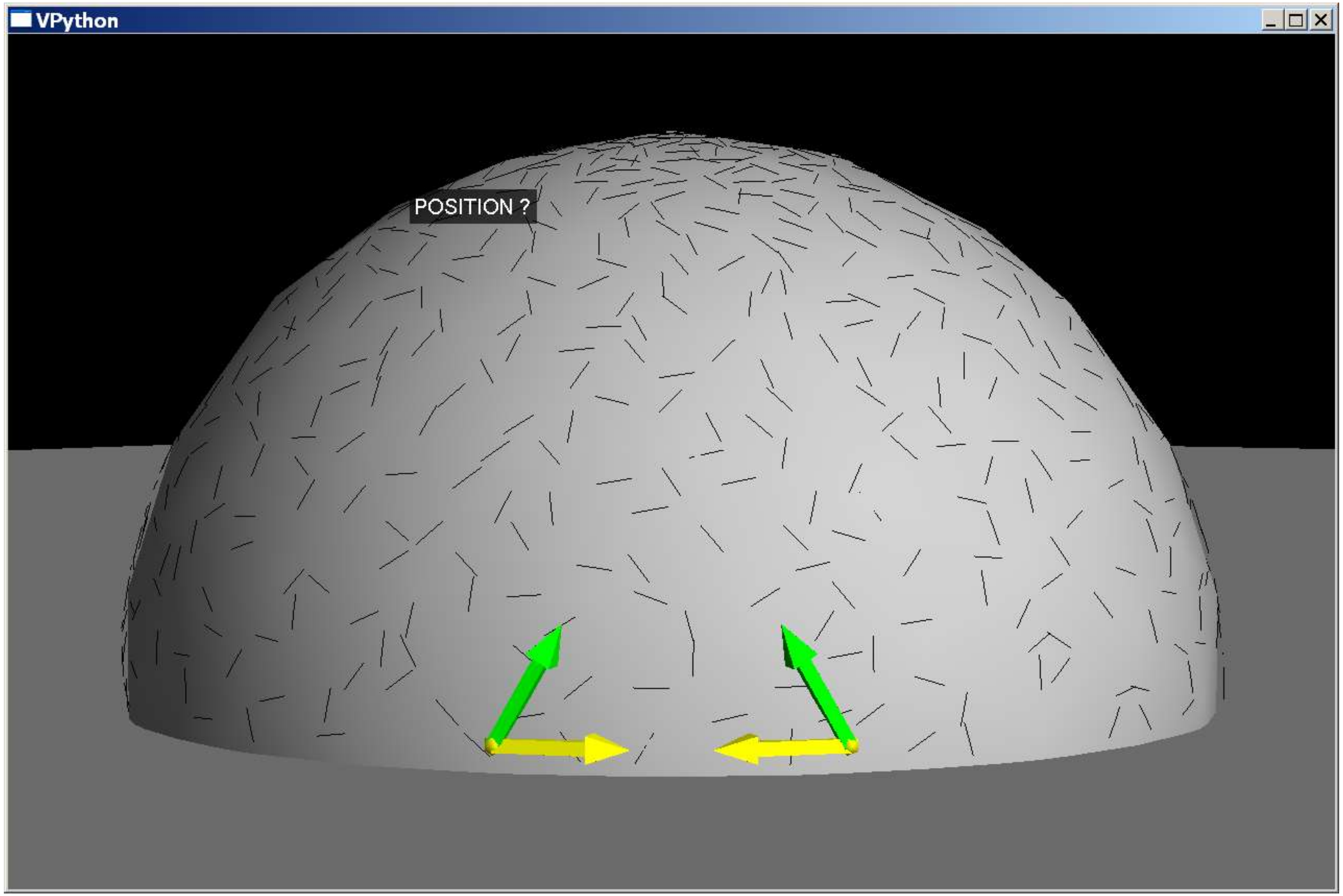
Deux modes de réponse

- Les mains
- Le goniomètre placé sur la table


VPython

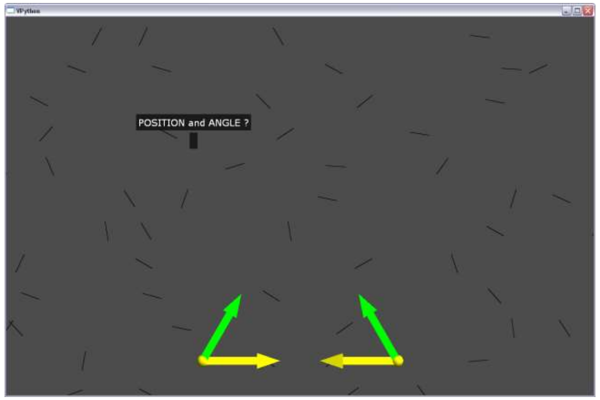

VPython


VPython

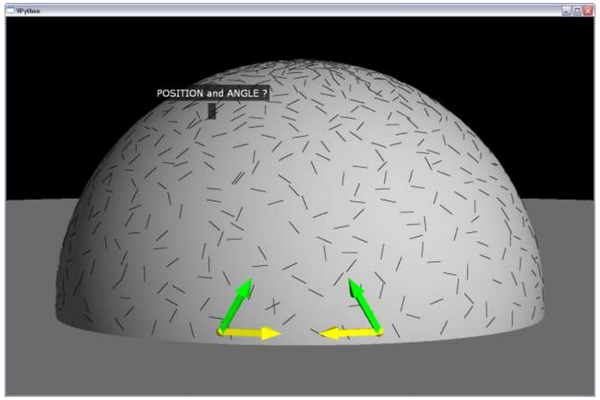

VPython
POSITION ?

Prédictions concernant la somme des angles

Plan

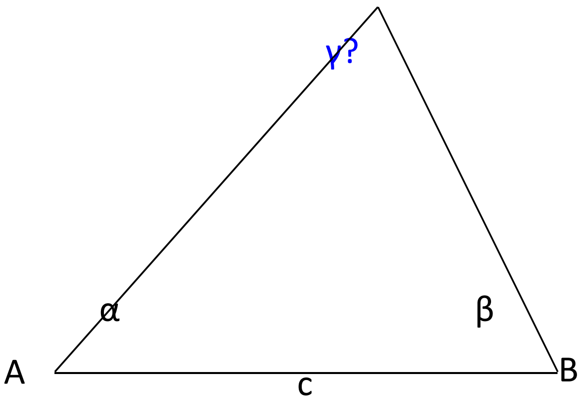


Sphère

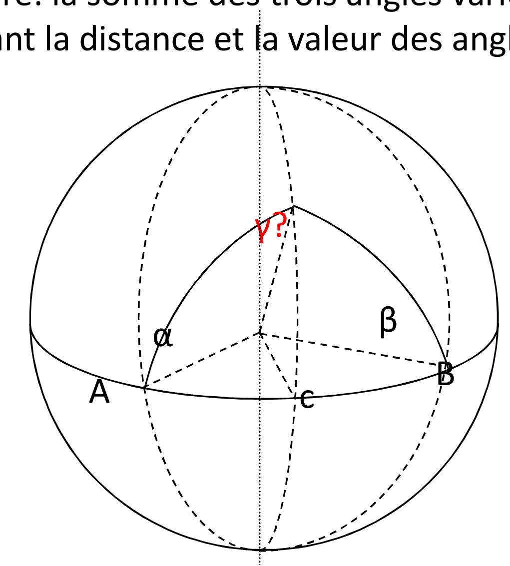


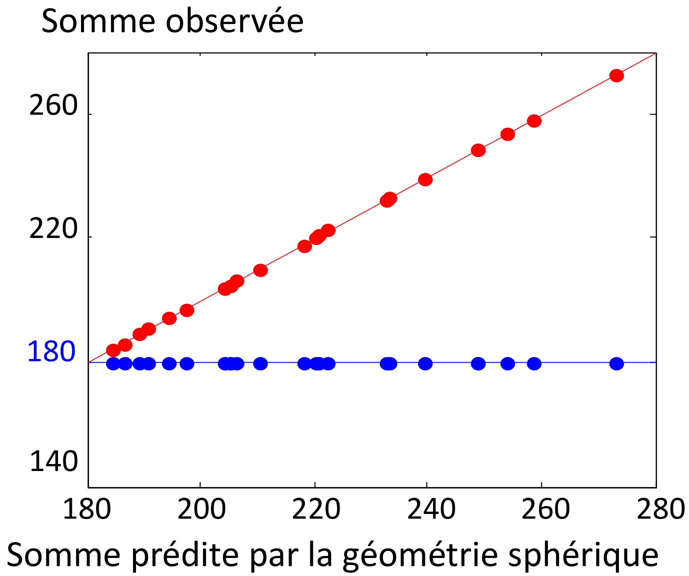
Nous avons présenté les mêmes angles et la même distance sur le plan et sur la sphère.

Plan: la somme des trois angles est constante (pi/2 radians ou 180°)



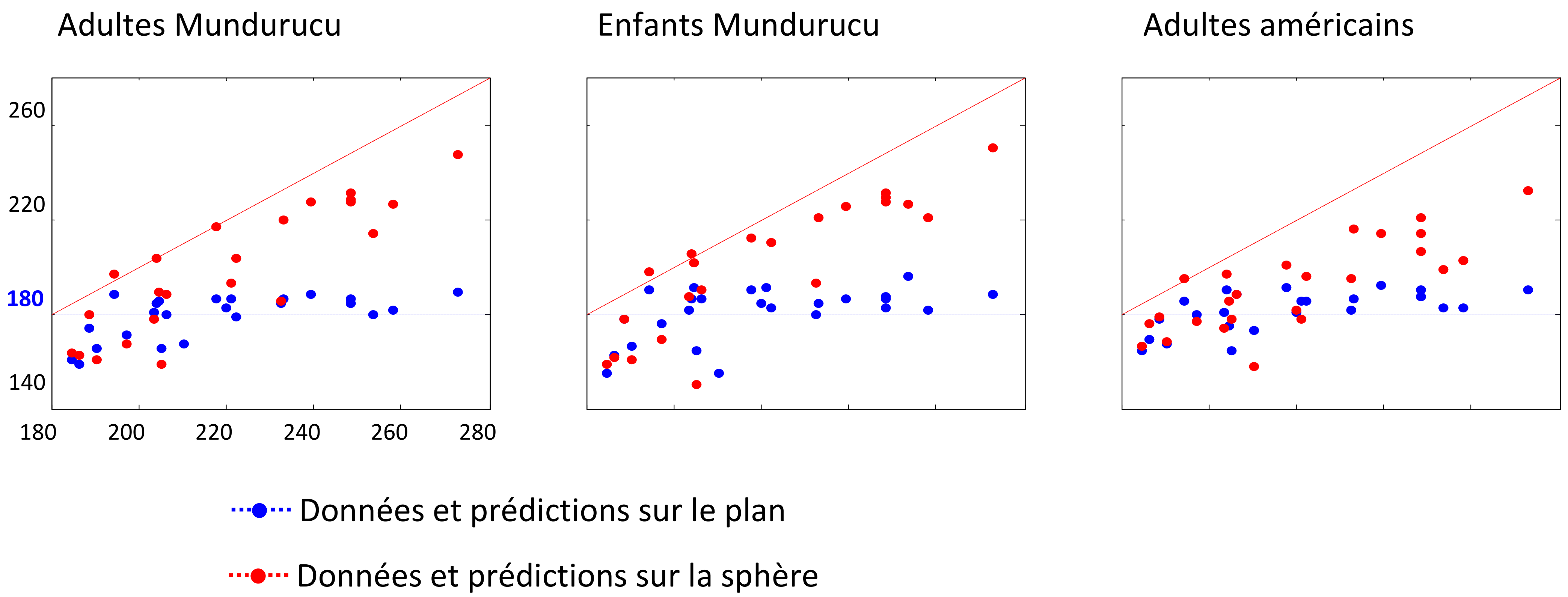
Sphère: la somme des trois angles varie suivant la distance et la valeur des angles.





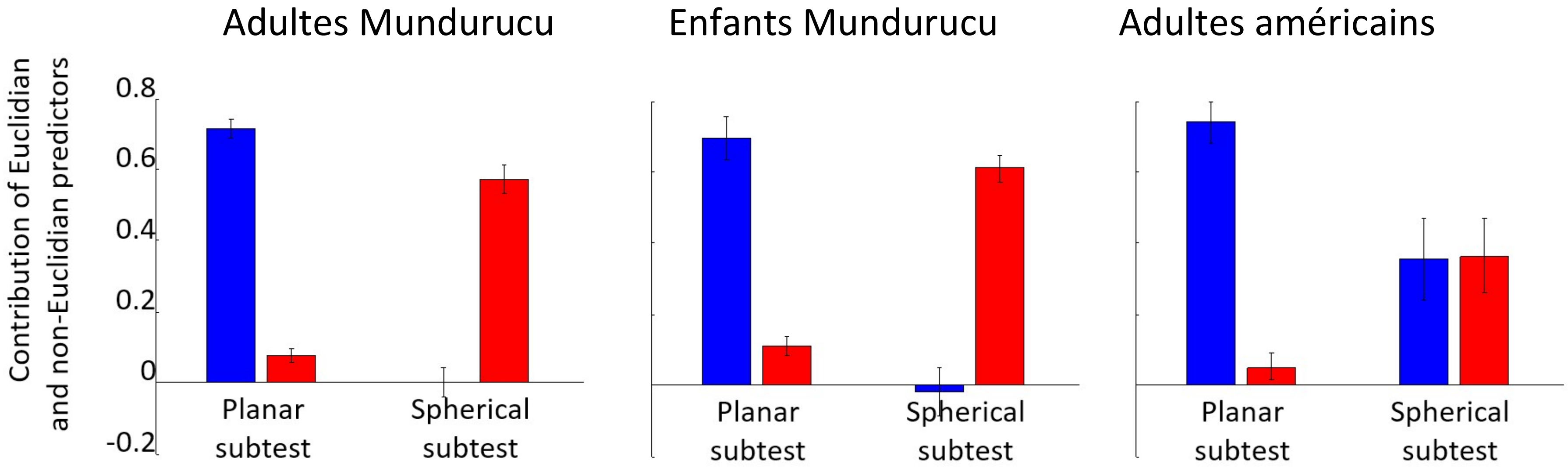
Flexibilité des intuitions géométriques des Mundurucus

Izard, V., Pica, P., Spelke, E. S., & Dehaene, S. (2011). Flexible intuitions of Euclidean geometry in an Amazonian indigene group. PNAS, 108(24), 9782–9787. https://doi.org/10.1073/pnas.1016686108



Flexibilité des intuitions géométriques des Mundurucus

Izard, V., Pica, P., Spelke, E. S., & Dehaene, S. (2011). Flexible intuitions of Euclidean geometry in an Amazonian indigene group. PNAS, 108(24), 9782–9787. https://doi.org/10.1073/pnas.1016686108



Conclusions:

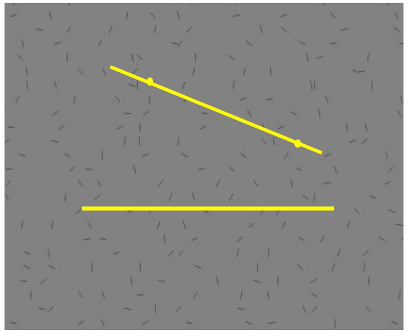
• Tous les participants disposent d’intuitions géométriques flexibles et qui peuvent s’adapter à diverses surfaces – à condition d’introduire un modèle mental adéquat.

• L’intuition semble plus immédiate dans le plan, particulièrement chez les participants américains.

Les mundurucus savent-ils raisonner sur des objets mathématiques abstraits?

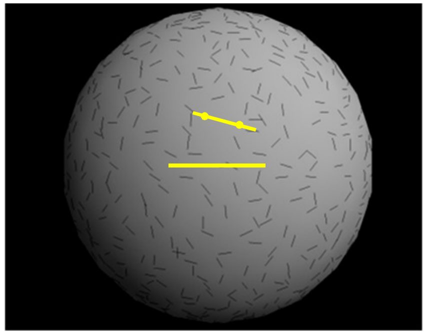
Izard, V., Pica, P., Spelke, E. S., & Dehaene, S. (2011). Flexible intuitions of Euclidean geometry in an Amazonian indigene group. PNAS, 108(24), 9782–9787. https://doi.org/10.1073/pnas.1016686108

Plan



Voici un monde où la terre est absolument plate, et s'étend de tous côtés…

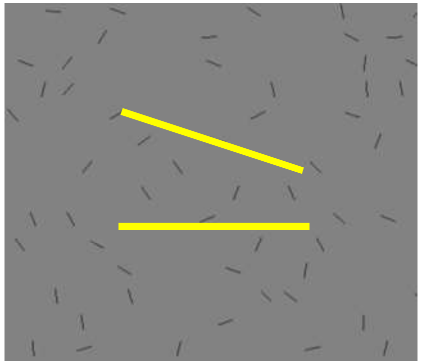
Sphère



Voici un monde où la terre est toute ronde…

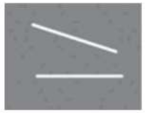
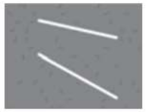
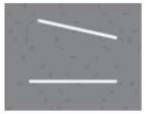
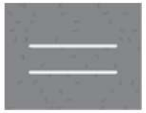
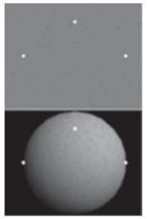
Questionnaire

Approchons-nous pour voir mieux…



1. *Les chemins vont-ils se croiser de ce côté-ci (à gauche)?*
2. *Les chemins vont-ils se croiser de ce côté-là (à droite)?*
3. *Est-il possible de tourner le chemin du haut pour qu'il ne coupe jamais le chemin du bas?*

etc… *Diapositives de test*

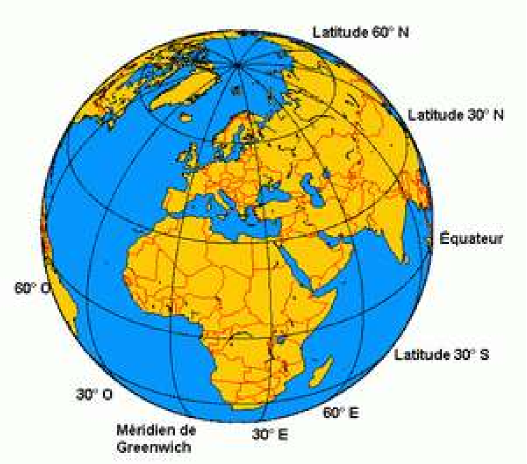
Sketches	Questions	Plane (%)	Sphere (%)
	Do the lines cross on the small-angle side? (right side)	93.9	100.0
	Do the lines cross on the large-angle side?*†	1.5	22.7
	Would they cross on the large-angle side if going very far?*†	16.7	72.7
	Do the lines cross on the small-angle side? (left side)	100.0	97.0
	Do the lines cross on the large-angle side?*†	3.0	48.5
	Would they cross on the large-angle side if going very far?*†	3.0	72.7
	Can a line be made to cross another at two different places?*†	10.6	71.2
	Can a line be made to never cross the other?*‡	89.4	90.9
	Can a line be made to cross two other parallel-looking lines?	93.9	100.0
	Can a line cross one of two parallel-looking lines but not the other?	12.1	12.1
	Can a line be made to never cross two other parallel-looking lines?*‡	89.4	87.9
	Can one line be drawn through a point?	100.0	98.5
	Can two lines be drawn through a point?	98.5	100.0
	Can more than two lines be drawn through a point?	98.5	97.0
	Can a line be drawn through a point and never cross another line?*‡	100.0	97.0
	Can two such lines be drawn?	24.2	19.7
	Can a line be drawn through two points?	98.5	90.9
	Can two such lines be drawn?	9.1	1.5
	Can more than two such lines be drawn?	1.5	0.0
	Can a line be drawn through three nonaligned points?	1.5	7.6
	Can a line be drawn through the two poles and a third point?*	7.6	72.7

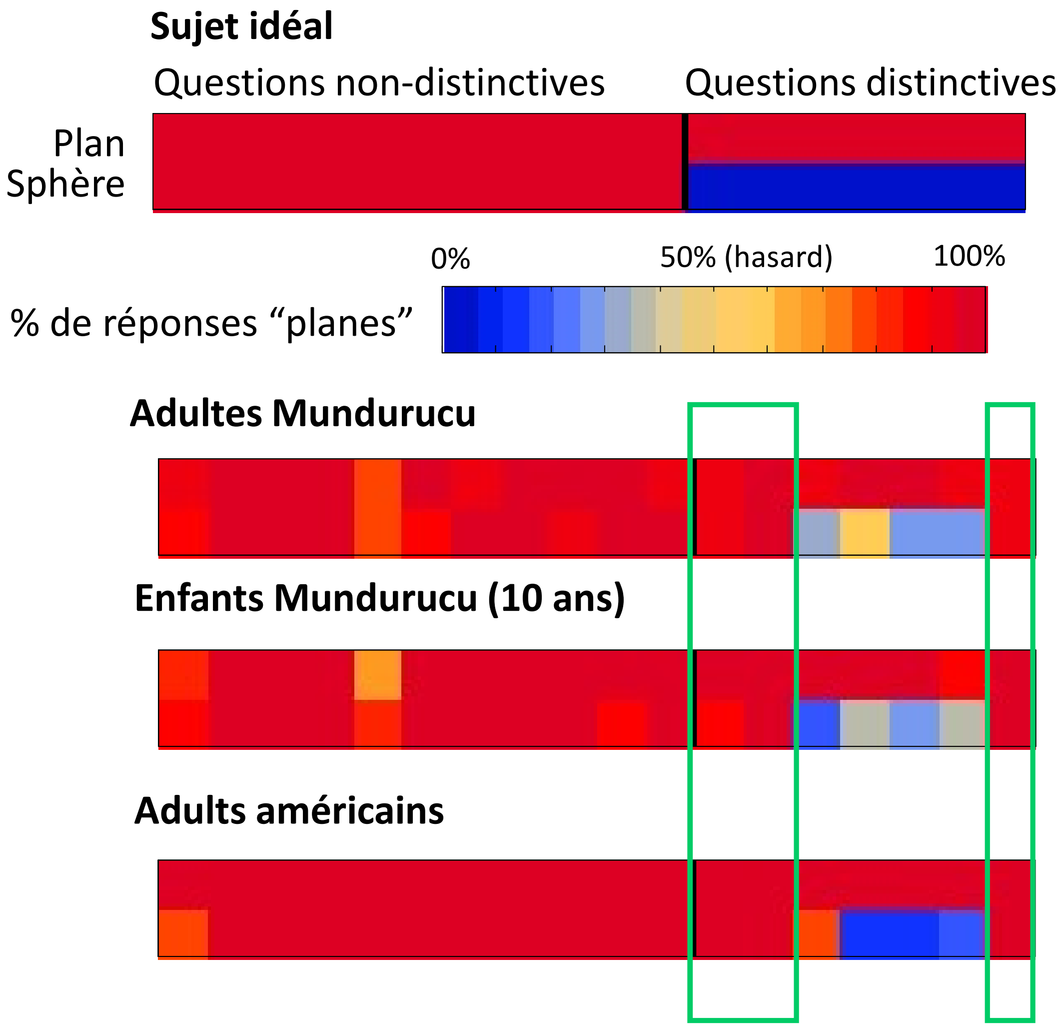
Un dialogue platonicien avec les Mundurucus

Les intuitions du plan sont pratiquement parfaites.

Tous les participants révisent certains de leurs jugements lorsque les questions portent sur la sphère.

Cependant, ils se trompent sur le concept de “parallèle”

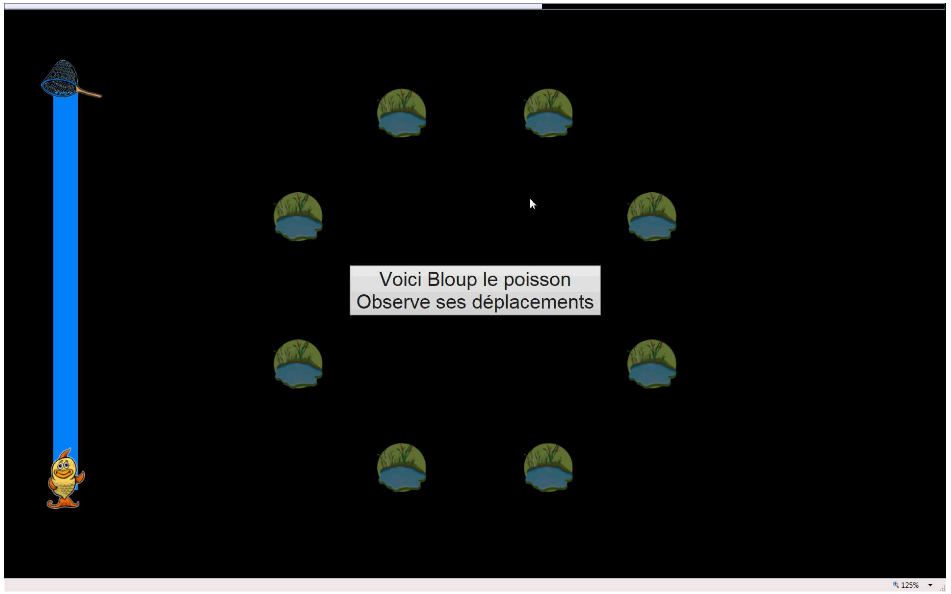




La représentation des séquences géométriques requiert-elle un "langage"?

Marie Amalric, Liping Wang

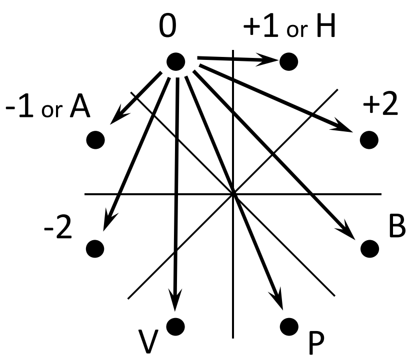
Amalric et al., *PLOS Computational Biology*, 2017



Les sujets voient une séquence de positions dans l'espace, et tentent de prédire la suite.

Un langage formel permet de décrire les régularités observées.

Primitives

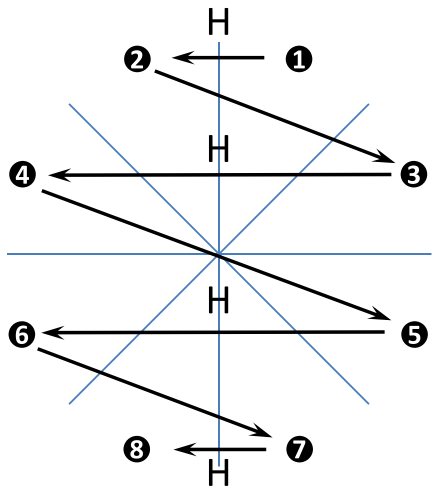


and rules :

e.g. repeat n times []^n

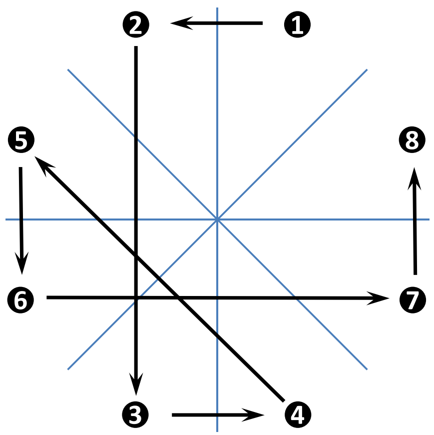
Example 1: "four segments"

Formula = [H^2]^4{+1}

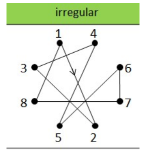


Example 2: "two rectangles"

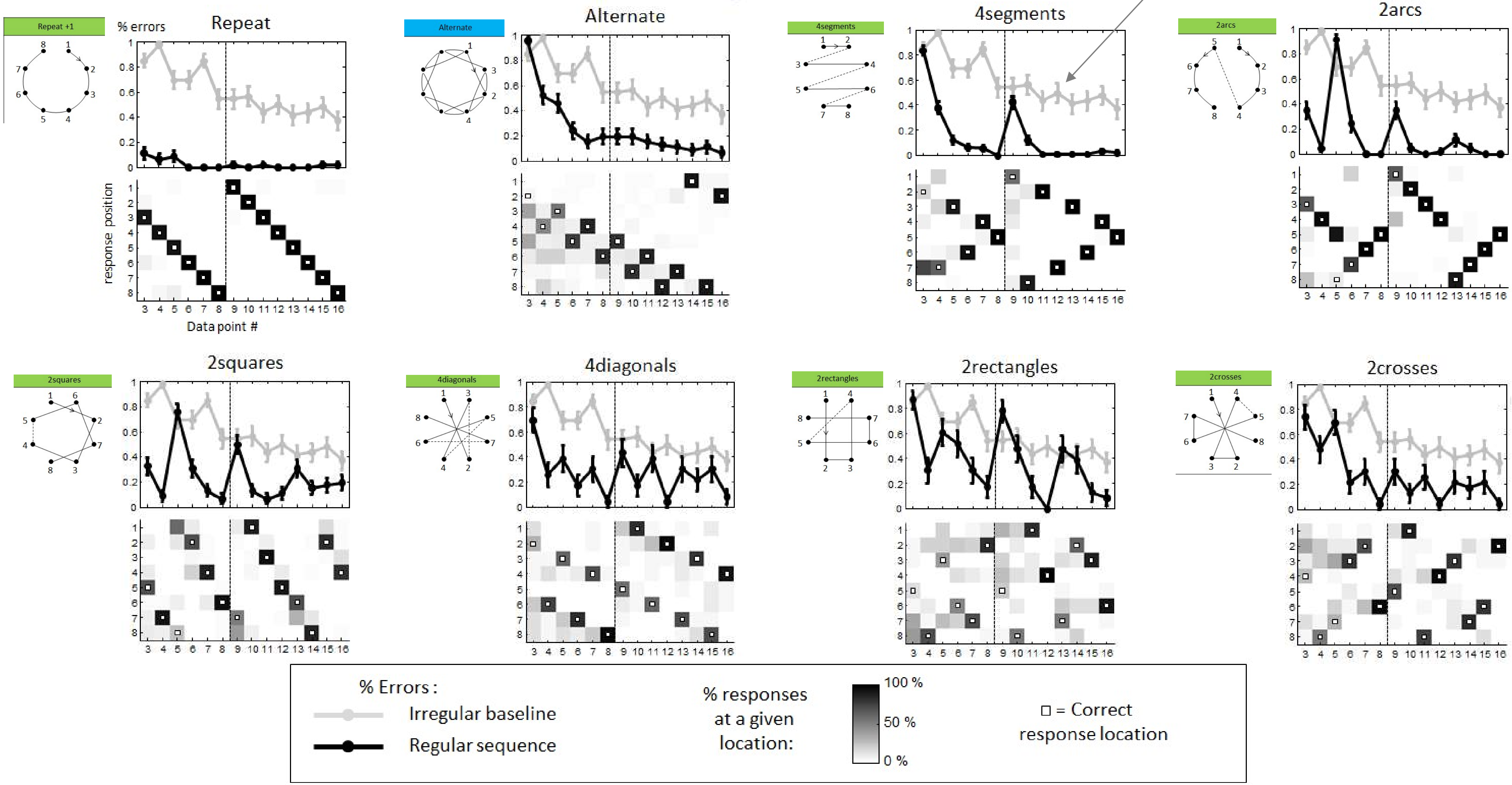
Formula = [[-1,-3]^2]^2<+2>



Les adultes, les enfants de maternelle, et même les indiens Mundurucus, parviennent à prédire la suite

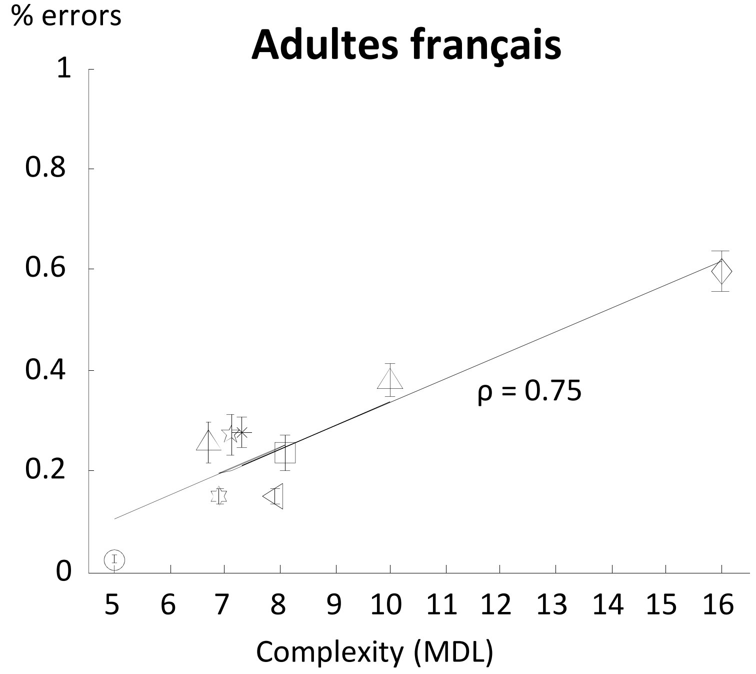


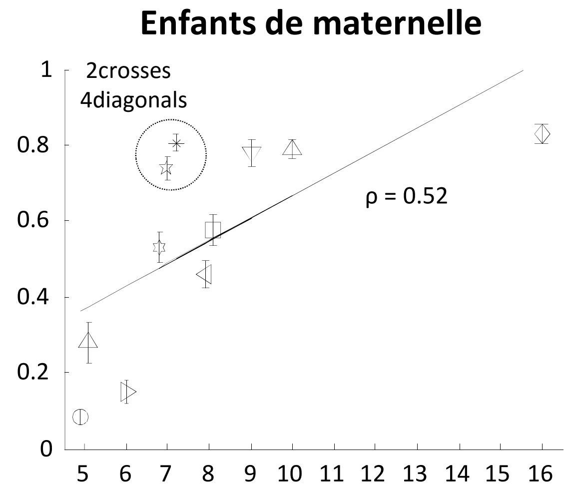
Courbe de fond, en gris = séquence sans régularité particulière (complexité maximale)

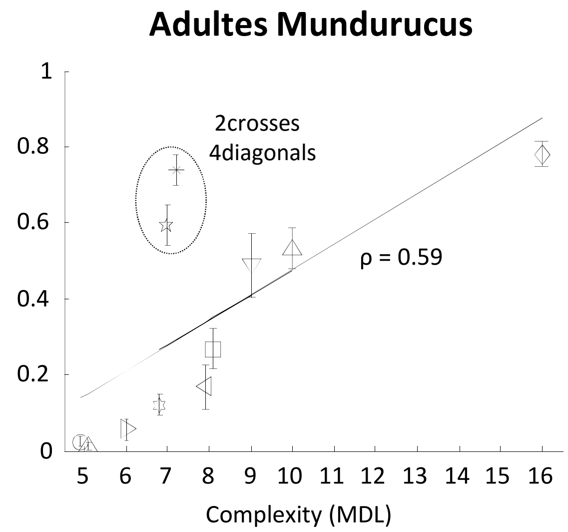


La taille de la description minimale dans notre langage formel ("taux de compression mentale") prédit les taux de réussite.

La taille du programme minimal (*minimal description length* ou complexité de Kolmogorov) est un bon prédicteur du taux d'erreurs en anticipation et en mémorisation



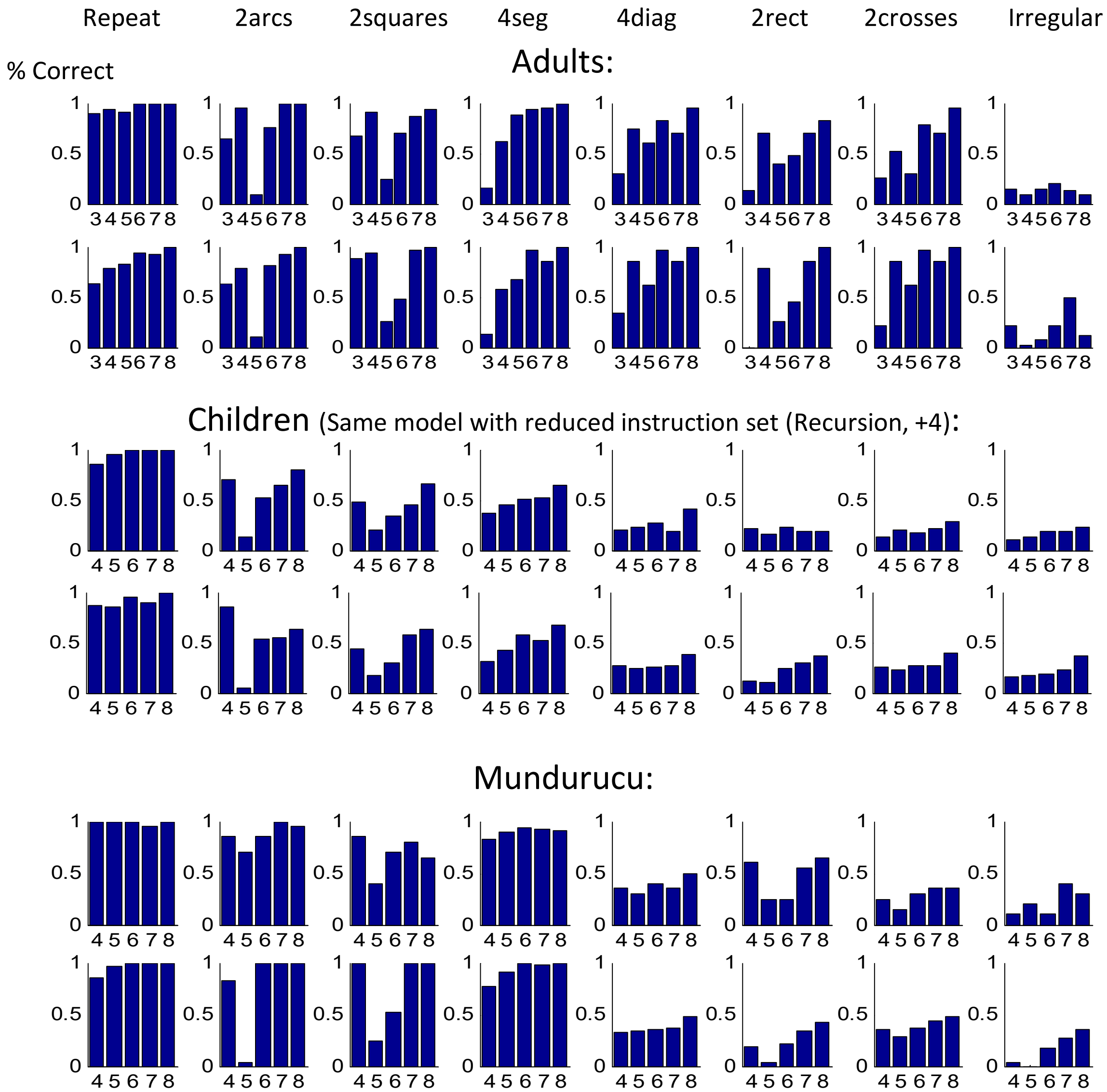




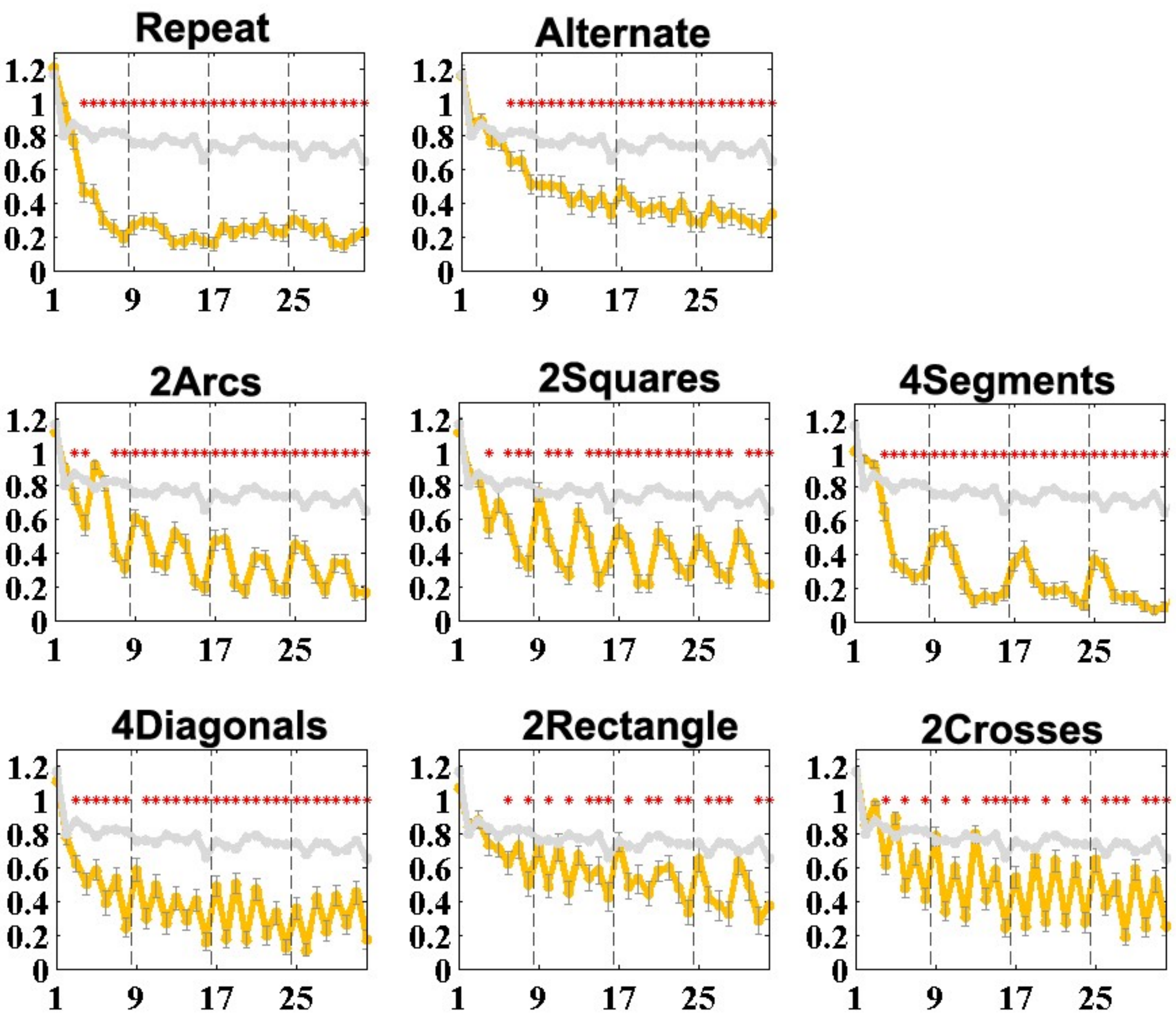
Notre langage de la géométrie prédit le taux d'erreur à chaque étape

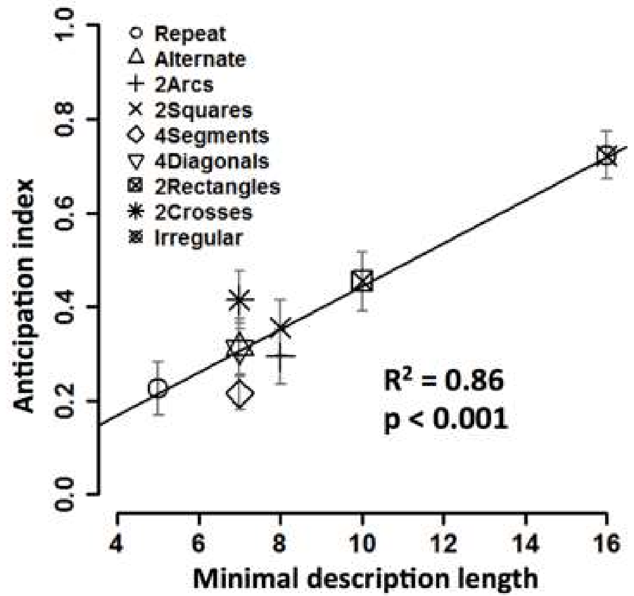
Le modèle proposé suppose que

- la représentation interne des séquences fait appel à un petit jeu de primitives qui se combinent dans un « langage de l'esprit ».
- Les sujets tentent, à chaque instant, de choisir le programme minimal
- Ils se trompent parfois dans ce choix lorsque la complexité est importante.

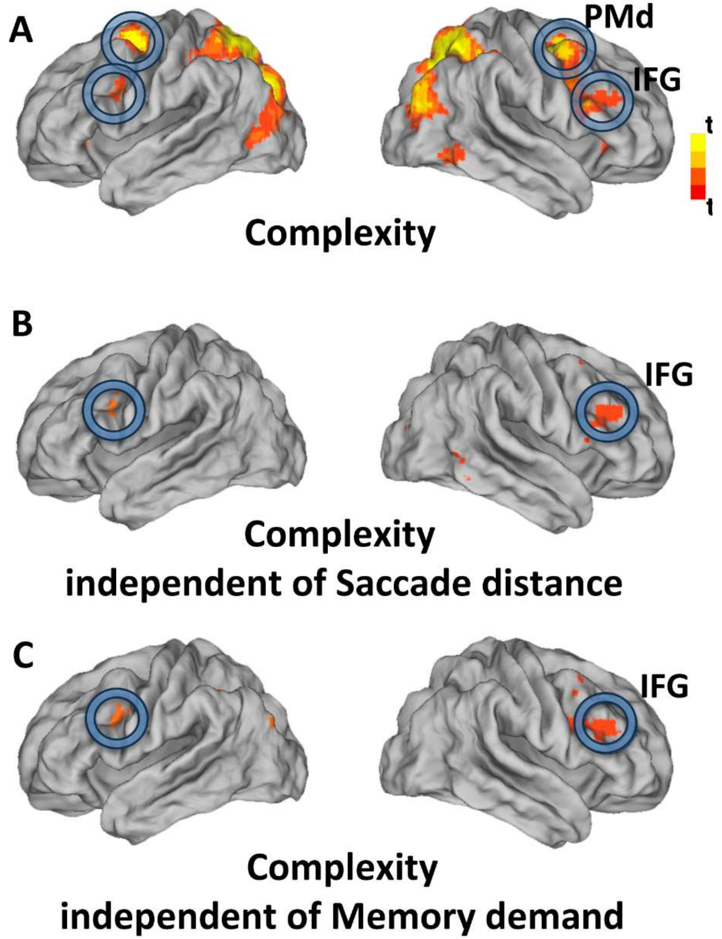


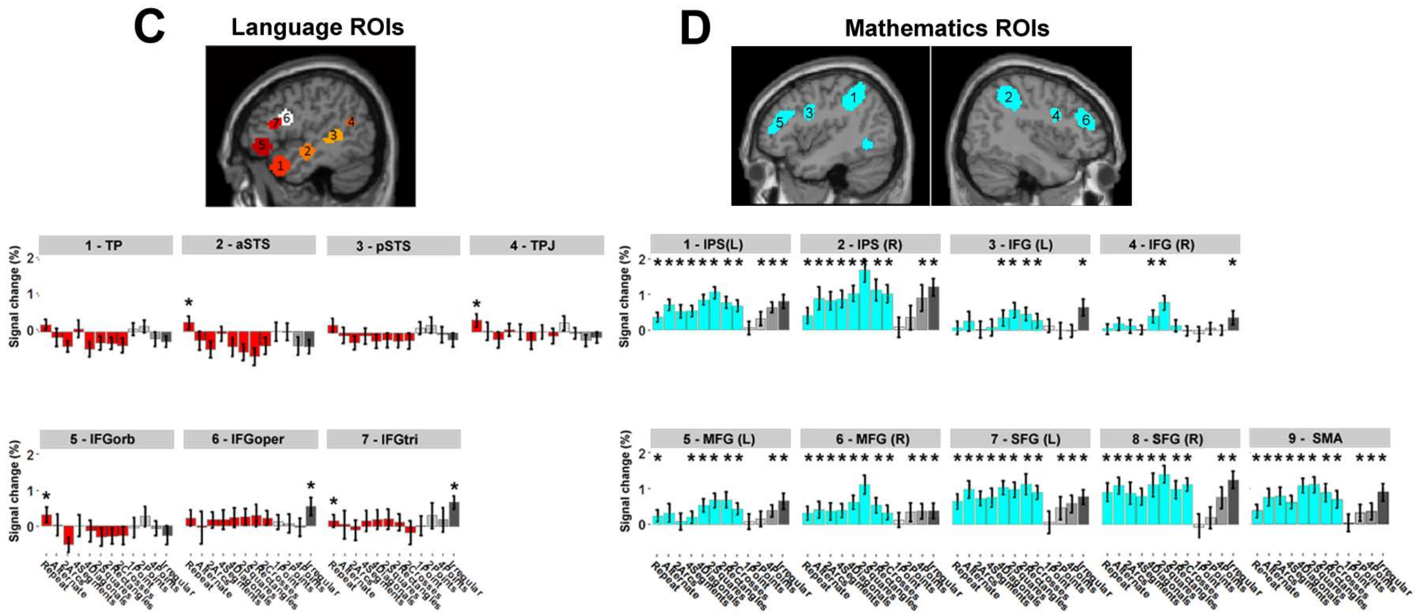
Une simple tâche de mouvement des yeux (anticipation) suffit à mesurer l'utilisation implicite d'un langage de la géométrie





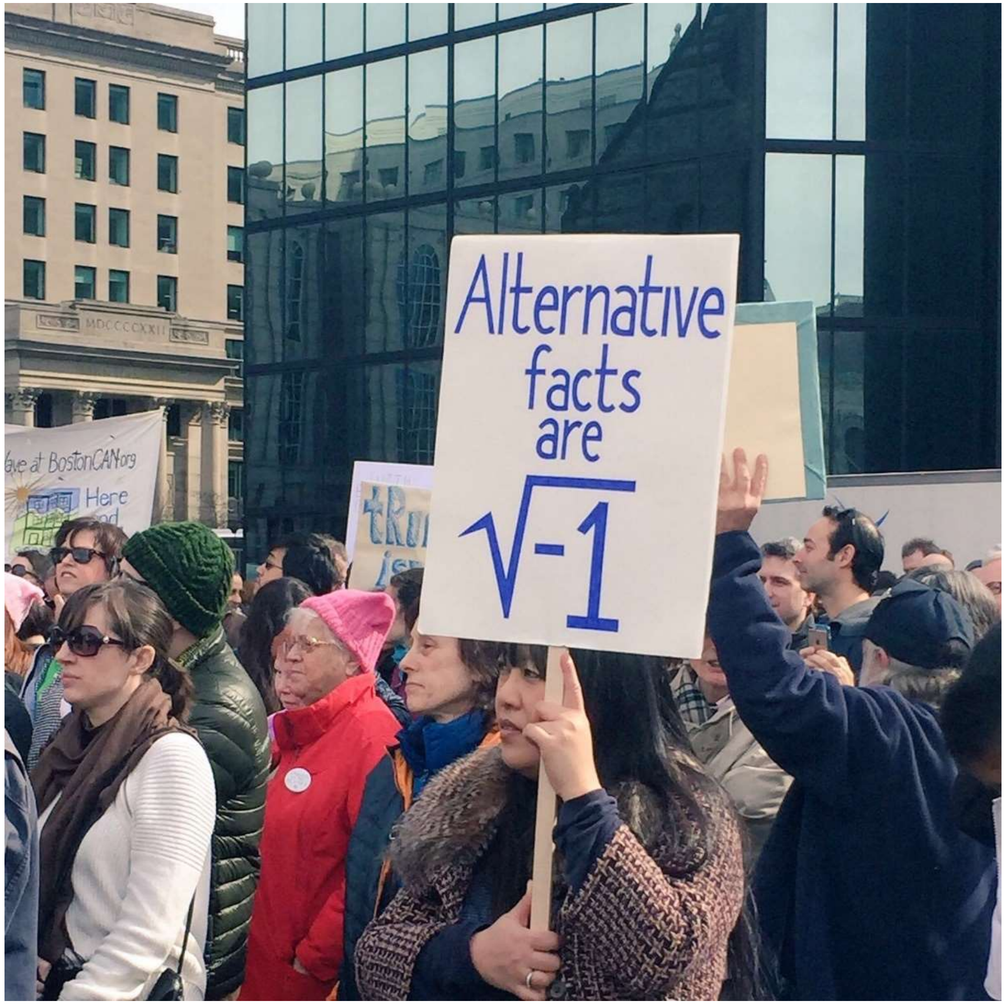
Un réseau occipito-pariéto-préfrontal s'active en proportion de la complexité de Kolmogorov (taille de la description dans le langage de la géométrie)





Une fois de plus, les aires du langage ne sont pas recrutées, mais plutôt les régions impliquées dans le calcul mental et les mathématiques.

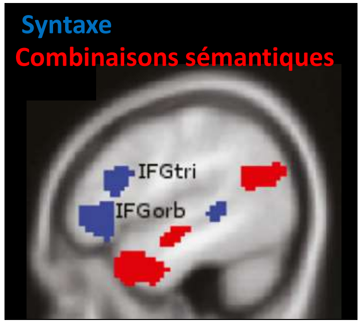
Conclusion: l'origine des compétences mathématiques

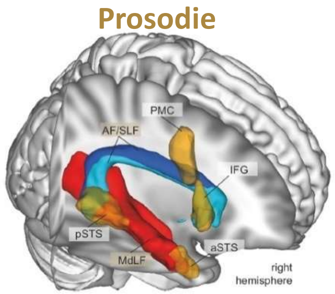


- Nous parvenons à calculer et à faire de la géométrie parce que nous héritons, de l'évolution des primates, des **représentations de l'espace et des nombres** qui nous confèrent des **intuitions proto-mathématiques**.
- Seule l'espèce humaine **recycle** ces représentations pour les intégrer dans des **langages formels** symboliques, précis, cohérents.
- La capacité symbolique permet d'étendre notre répertoire de concepts.
- Le « langage des mathématiques », que nous commençons à explorer, ne s'identifie pas au langage naturel: des régions différentes sont mises en jeu.

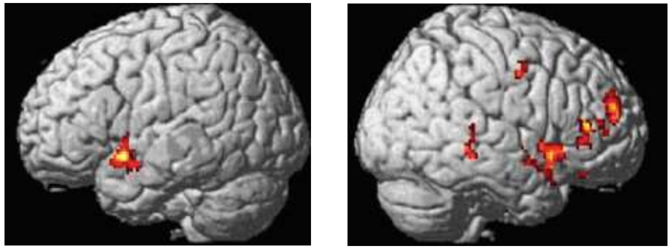
Parole, musique, mathématiques: Les langages du cerveau

Langage parlé ou écrit

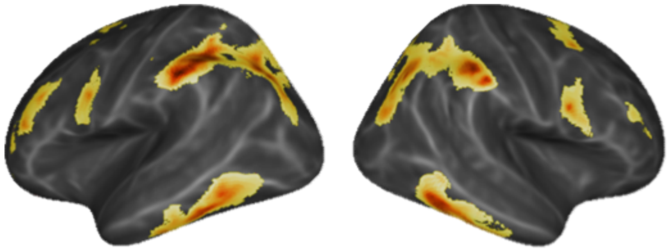




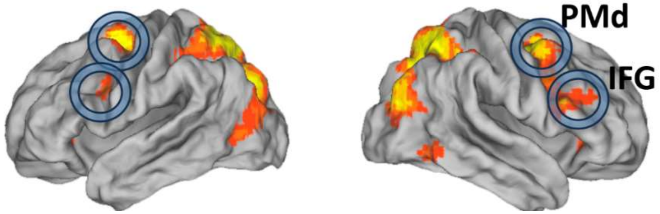
Langage musical



Mathématiques de haut niveau



Langage élémentaire de la géométrie



- La description des compétences linguistiques, musicales et mathématiques requiert indubitablement une (voire plusieurs) **grammaires,** toujours organisées sous forme d'enchâssements récursifs.
- Les réseaux cérébraux mis en jeu sont partiellement ou complètement différents.
- Hypothèse: plusieurs circuits cérébraux (peut-être l'ensemble du cortex préfrontal?) ont simultanément acquis une capacité de représentation nouvelle, sous forme d'arbres enchâssés.

→ Singularité de l'espèce humaine?