



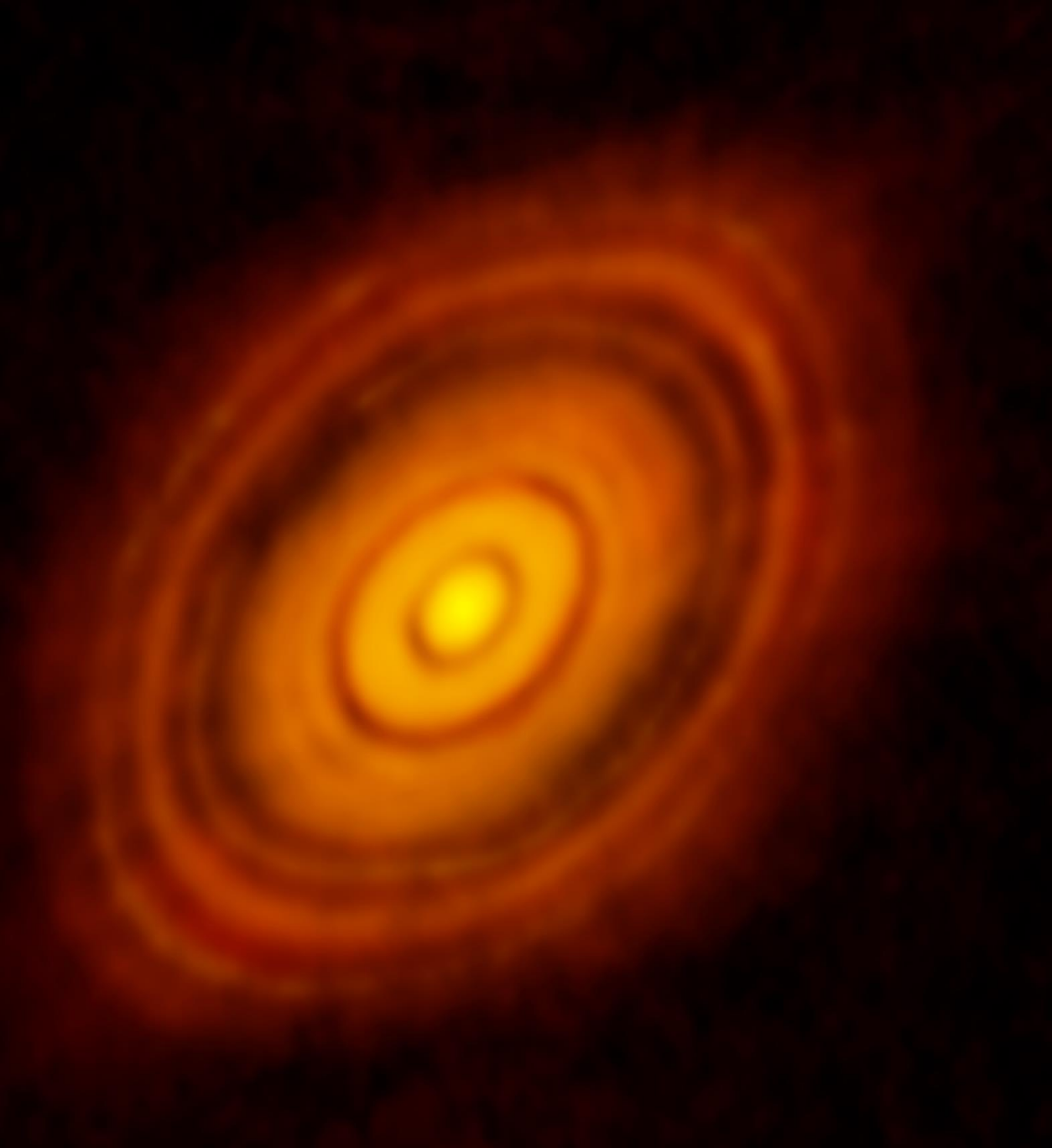
Leçon N. 2 - 12 février 2024

**Alessandro
MORBIDELLI**

Chaire

Formation planétaire: de la Terre aux exoplanètes

La dynamique des poussières



MOTIVATIONS:

- Les belles images des disques que nous avons nous montrent la poussière, pas le gaz.
- La dynamique des poussière est préliminaire à la formation des planètes



Friction et nombre de Stokes

Une particule de poussière qui se déplace dans un gaz subit une friction:

$$\vec{a}_{fric} = -\frac{1}{t_f} (\vec{v} - \vec{u})$$

où \vec{v} est la vitesse de la particule et \vec{u} celle du gaz, \vec{a}_{fric} sa décélération.
Le coefficient t_f est appelé *temps de friction*.

Il existent deux régimes:

- Epstein – la particule, de rayon R , est plus petite que le libre parcours moyen des molécules du gaz

$$t_f = \frac{\rho_p R}{\rho_g c_s}$$

- Stokes – l'inverse

$$t_f = \frac{4\rho_p R^2}{9\rho_g c_s \lambda} \quad (\lambda: \text{libre parcours moyen des molécules du gaz})$$



Friction et nombre de Stokes

Pour avoir des quantités adimensionnelles il est souhaitable introduire le nombre de Stokes:

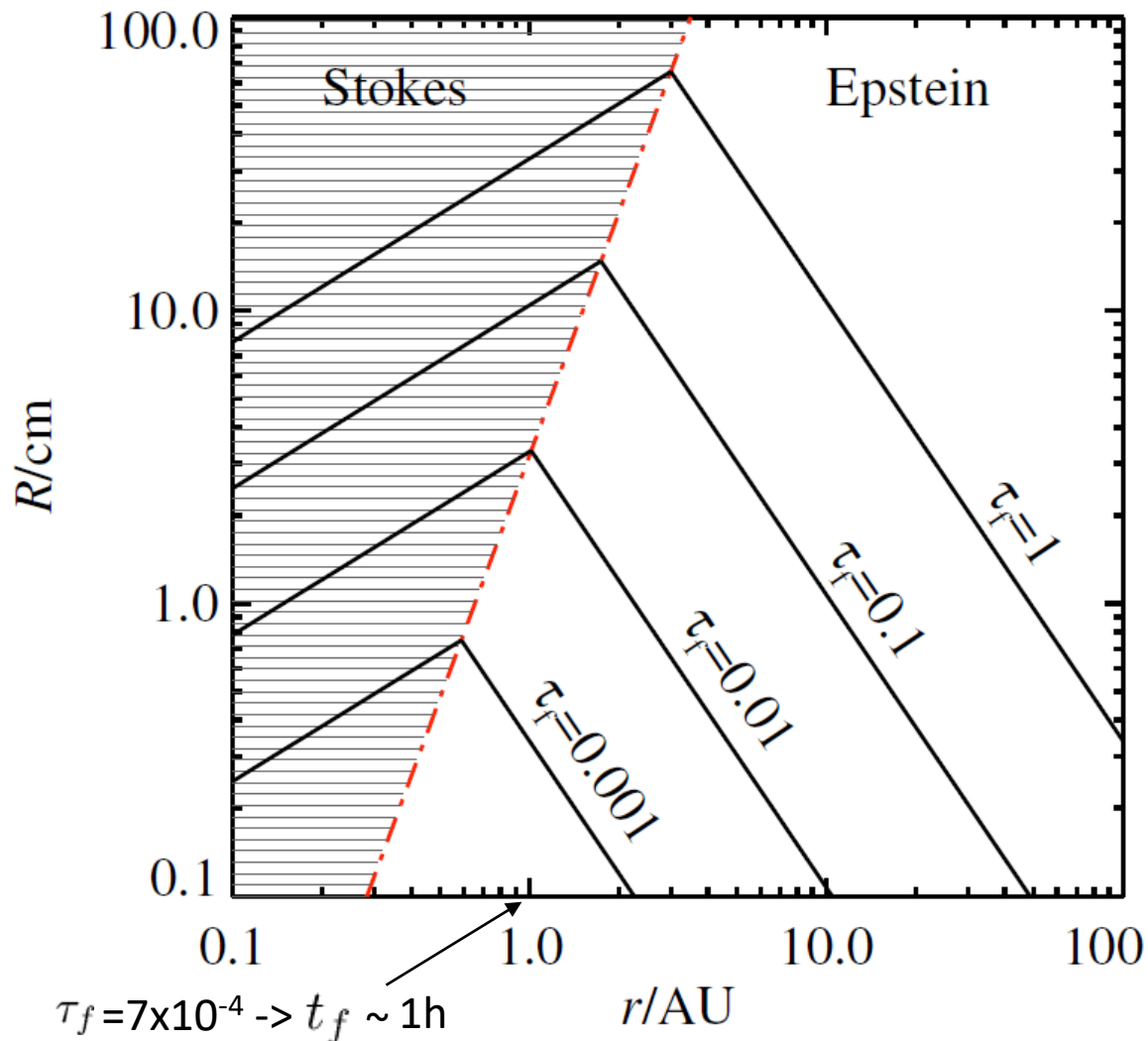
$$\tau_f = t_f \Omega$$

$$t_f = \tau_f P / (2\pi)$$

Valeur de τ_f en fonction de la distance à l'étoile r et la taille de la particule R , pour un disque dont la densité de surface Σ est:

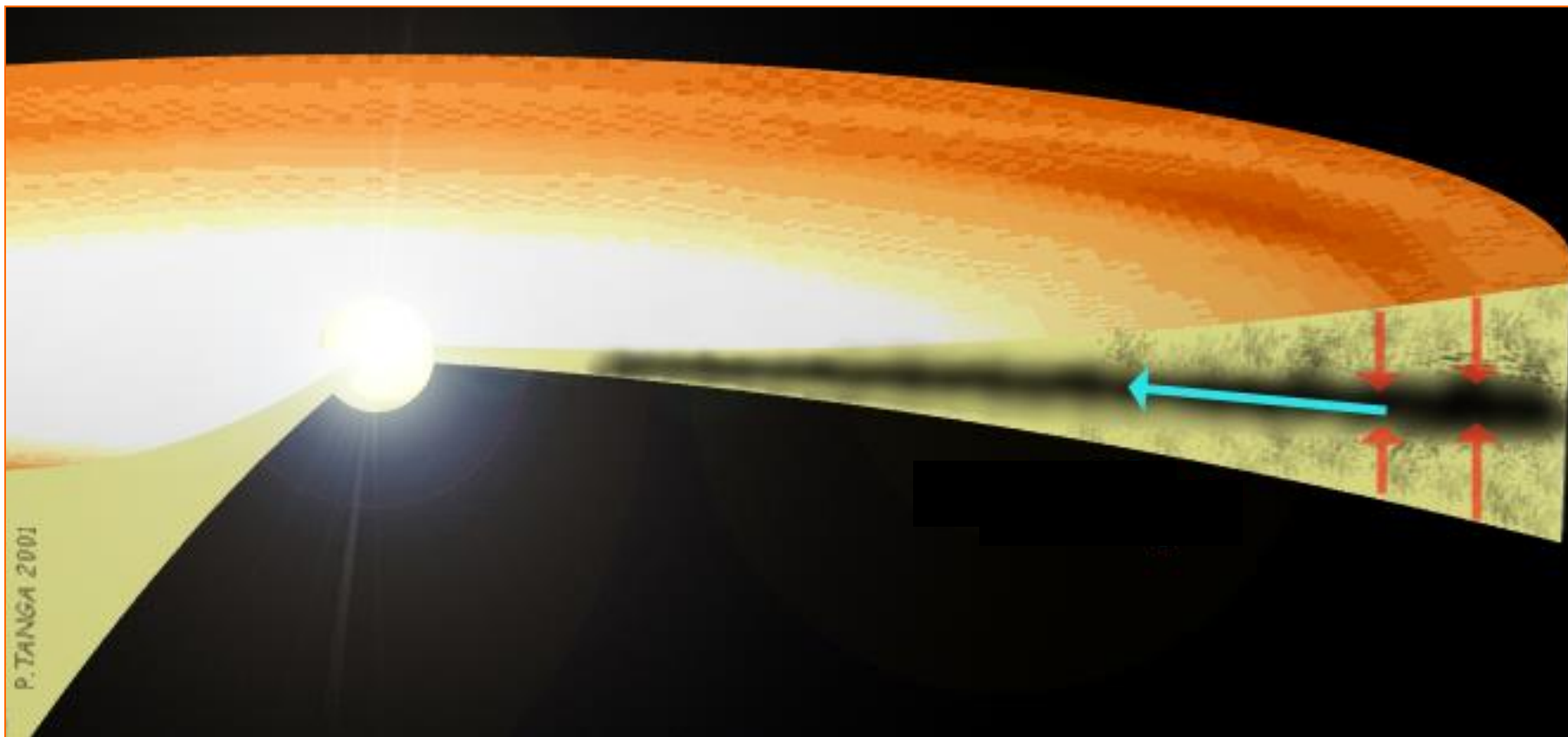
$$\Sigma = 1700 \text{g/cm}^2 \ 1/r^{3/2}$$

Lambrechts et Johansen, 2012



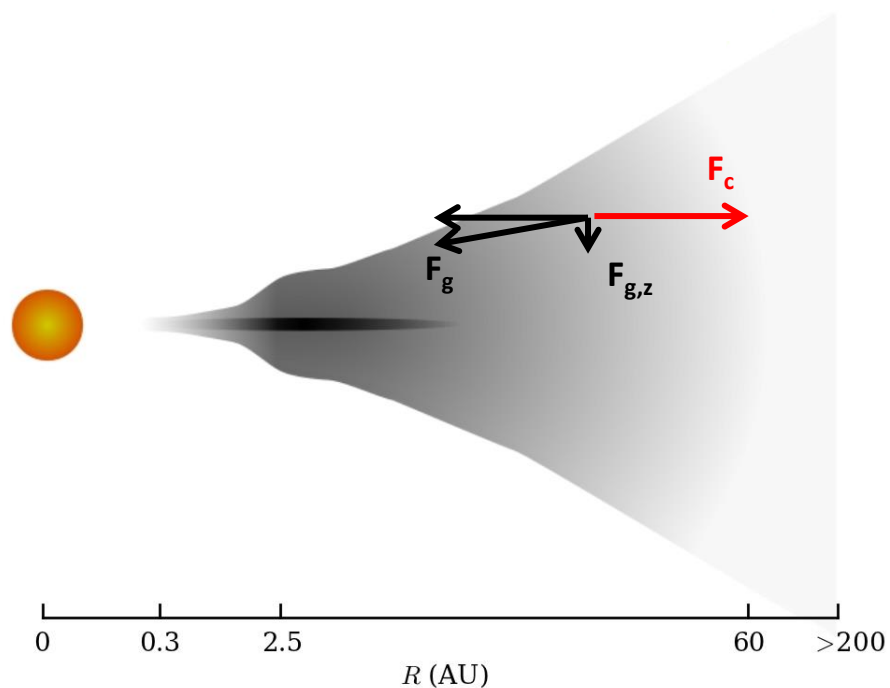


Sédimentation et dérive radiale des poussières





Sédimentation vers le plan médian



$$a_{g,z} = -\frac{GM_*}{r^3} z = -\Omega^2 z$$

$$a_{fric} = -\frac{1}{t_f} v_z = -\frac{\Omega}{\tau_f} v_z$$

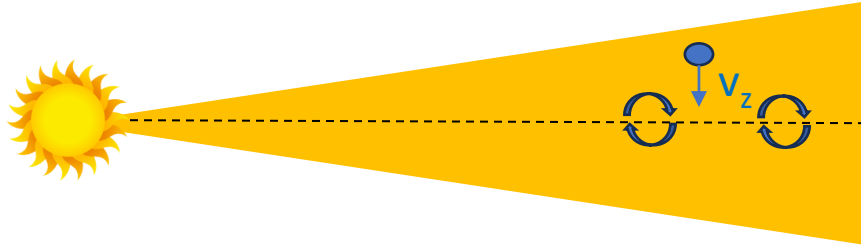
La particule accélère en chutant vers le plan médian jusqu'à quand les accélérations s'équilibrent: $\vec{a}_{g,z} = -a_{fric}$

On a alors: $v_z = -\Omega z \tau_f$ (vitesse terminale de sédimentation)

[A noter la dépendance en z : il faudrait un temps infini pour atteindre le plan médian!]



Sédimentation vers le plan médian



Les particules ne peuvent pas sédimenter indéfiniment vers le plan médian car la diffusion turbulente cherche à les redisperser verticalement.

La distribution verticale $\rho_p(z)$ répond à l'équation: $\rho_p v_z = D \frac{d\rho_p}{dz}$ où $D \equiv \nu$ est le coefficient de diffusion

En rappelant $v_z = -\Omega z \tau_f$ et en adoptant la prescription α pour la viscosité du disque: $\nu = \alpha H^2 \Omega$

l'équation devient: $-\frac{\tau_f}{\alpha H^2} z = \frac{1}{\rho_p} \frac{d\rho_p}{dz}$

la solution est: $\rho_p(z) = \rho_p(0) \exp \left[-\frac{z^2}{2H_p^2} \right]$

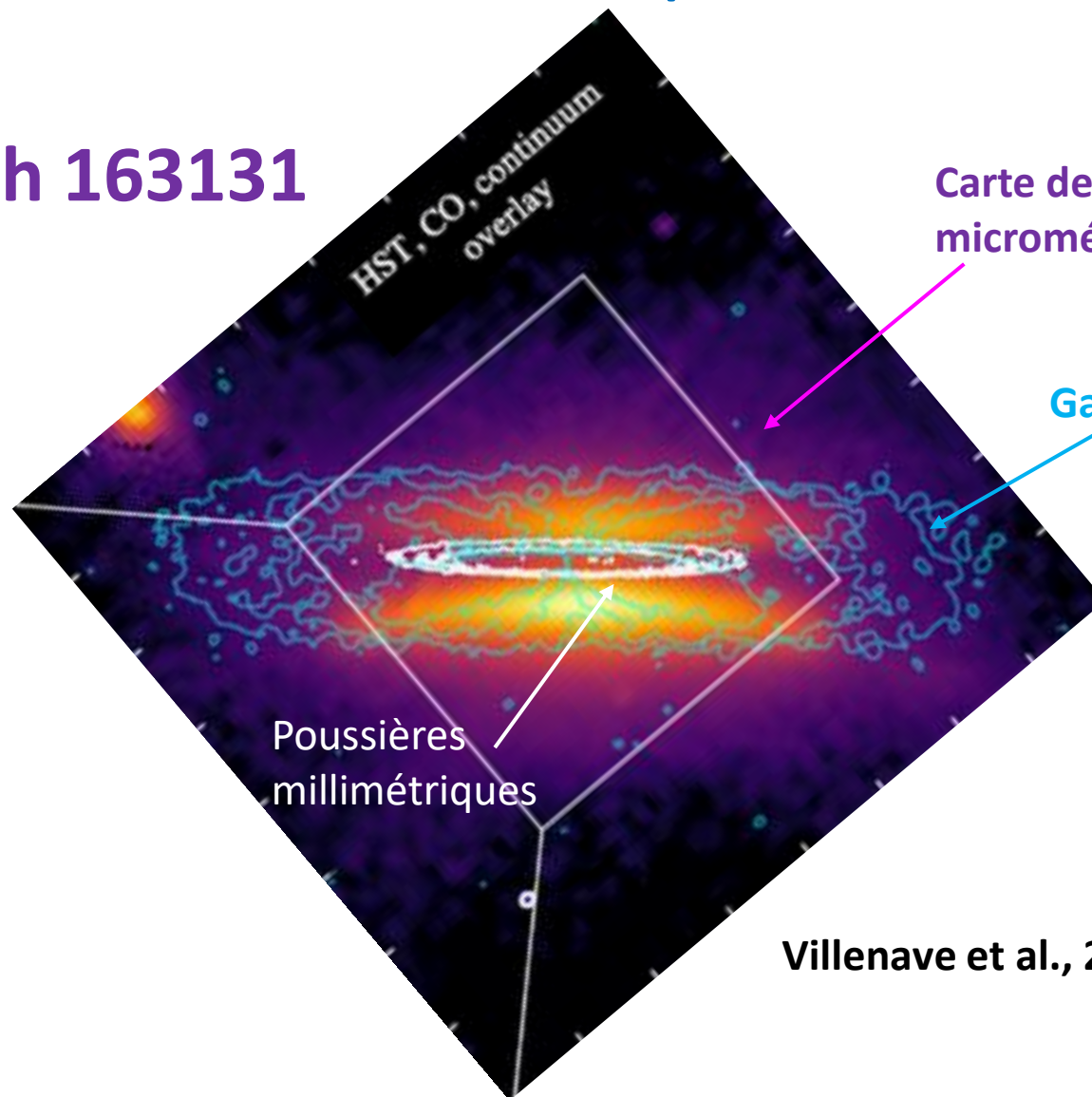
avec: $H_p = H \sqrt{\frac{\alpha}{\tau_f}}$

Plus les particules sont grandes (τ_f grand), plus elles se concentrent autour du plan médian



Sédimentation vers le plan médian

Oph 163131



Villenave et al., 2022

La mesure de la sédimentation permet de mesurer $\frac{\alpha}{\tau_f}$
Une estimation de τ_f permet d'estimer $\alpha \sim 10^{-5}$. On confirme donc la faible viscosité des disques



La dérive radiale

Jusqu'à ici nous avons supposé que la fréquence de rotation d'un disque à une distance r de l'étoile est la fréquence Keplerienne $\Omega_K(r) = \sqrt{GM_*/r^3}$

En réalité la fréquence de rotation résulte de l'équilibre entre les forces agissant sur le fluide et la force centrifuge

Deux forces agissent sur le fluide:

- La force de gravité : $F_g = -\frac{GM_*\rho g}{r^2}$
- La force de pression : $F_p = -\frac{dP}{dr}$

$$P = \frac{R}{\mu} \rho T \quad H = \sqrt{\frac{RT r^3}{\mu GM_*}} \quad \Omega_K = \sqrt{\frac{GM_*}{r^3}} \quad \longrightarrow \quad P = H^2 \Omega_K^2 \rho$$

$$H \Omega_K = \sqrt{\frac{R}{\mu} T} \equiv c_s \quad (\text{vitesse du son}) \quad P = c_s^2 \rho$$



La dérive radiale

$$P = H^2 \Omega_K^2 \rho$$

$$\rho \propto \Sigma / H$$



$$P \propto \Omega_K / H$$

$$\Sigma = \dot{M} / \nu \quad (\text{disque d'accrétion en état stationnaire})$$

$$\nu = \alpha H^2 \Omega \quad (\text{prescription } \alpha)$$

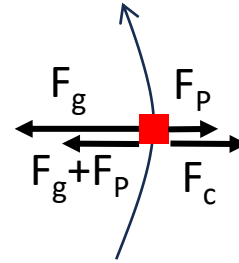
$$\Omega_K \propto 1/r^{3/2}, \quad H \propto r \text{ ou } r^{9/7} \quad \longrightarrow \quad P \propto 1/r^{5/2} \text{ ou } 1/r^{39/14}$$

Dans un disque α d'accrétion en état stationnaire, la pression est une fonction décroissante de la distance à l'étoile

$$F_p = -\frac{dP}{dr} > 0 \quad \text{elle s'oppose à la force de gravité } F_g = -\frac{GM_* \rho_a}{r^2}$$



La dérive radiale



La force centrifuge: $F_c = \rho_g r \Omega^2(r)$

On a donc $\rho_g r \Omega^2(r) = \frac{GM_* \rho_g}{r^2} + \frac{dP}{dr}$ \longrightarrow $\Omega^2 = \frac{GM_*}{r^3} + \frac{1}{r \rho_g} \frac{dP}{dr}$

$$\Omega = \Omega_K \sqrt{1 + \frac{1}{r \rho_g \Omega_K^2} \frac{dP}{dr}} = \Omega_K \sqrt{1 + \frac{H^2 r}{r^2 P} \frac{dP}{dr}} = \Omega_K \sqrt{1 + \frac{H^2}{r^2} \frac{d \log P}{d \log r}}$$

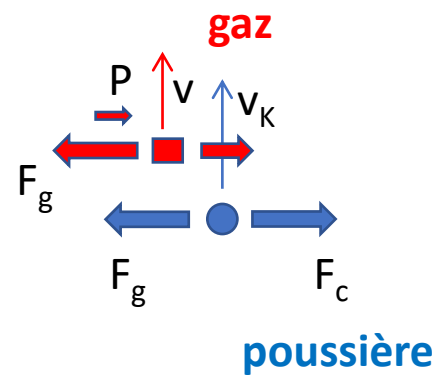
$$\sim \Omega_K \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{H}{r} \right)^2 \frac{d \log P}{d \log r} \right]$$

La vitesse orbitale du gaz est donc: $u_\theta = r \Omega = v_K (1 - \eta)$ où $\eta = -\frac{1}{2} \left(\frac{H}{r} \right)^2 \frac{d \log P}{d \log r}$

η est positif. Le disque est en rotation sous-Keplerienne

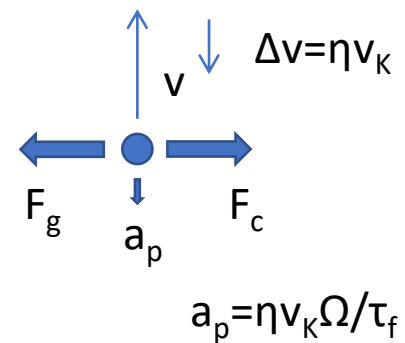


La dérive radiale





La dérive radiale



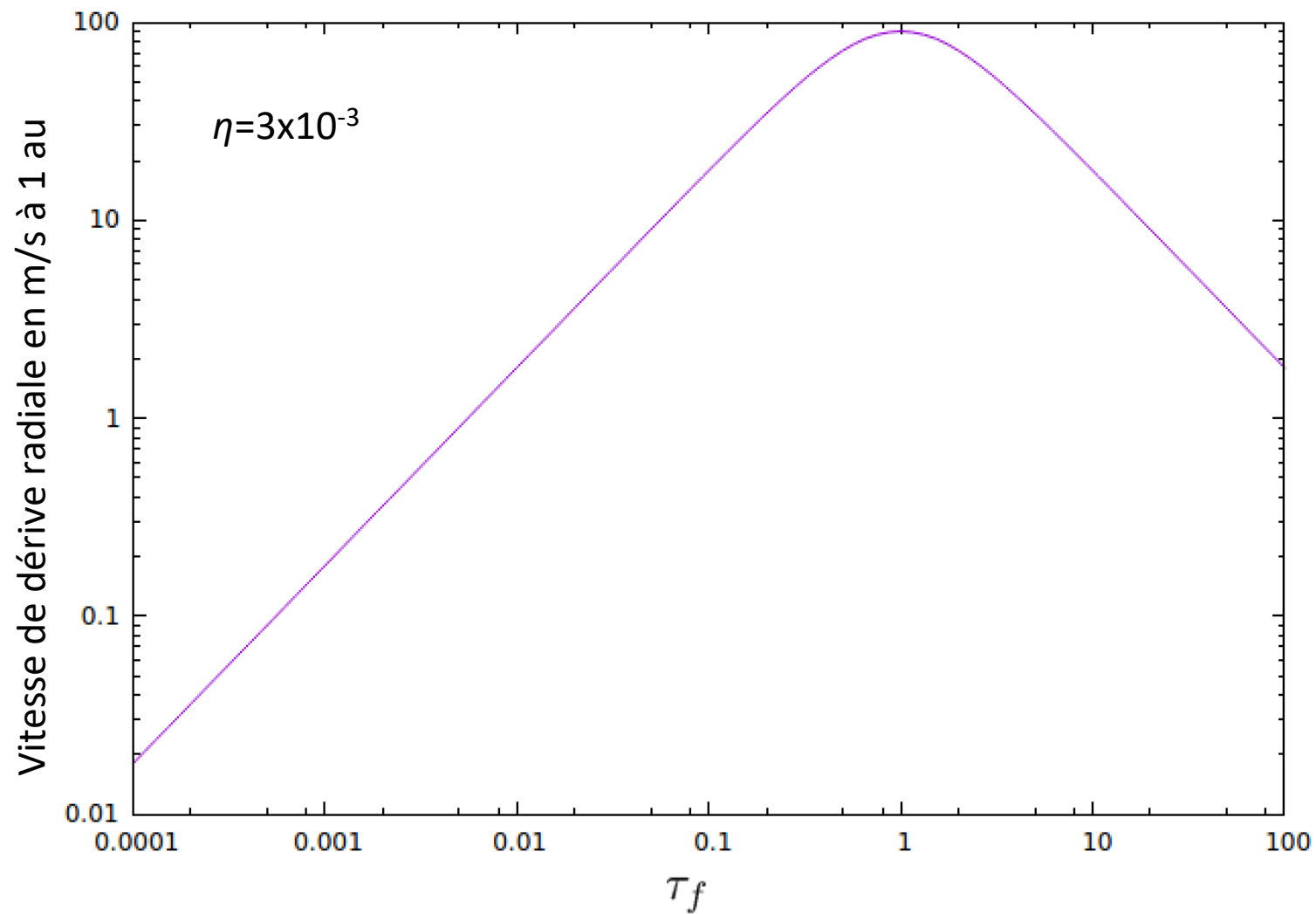
Induit une dérive radiale à vitesse $v_r = -2 \frac{\tau_f}{\tau_f^2 + 1} \eta v_K$

Chiang et Youdin, AREPS, 2010

Armitage: Physical processes in protoplanetary disks, 2015



La dérive radiale





La dérive radiale

En général, le gaz a aussi un mouvement radial u_r

La formule complète pour la dérive radiale d'une poussière est donc:

$$v_r = -2 \frac{\tau_f}{\tau_f^2 + 1} \eta v_K + \frac{u_r}{\tau_f^2 + 1}$$

Chiang et Youdin, AREPS, 2010

Armitage: Physical processes in protoplanetary disks, 2015

Les petites particules avec $\tau_f \rightarrow 0$ suivent le mouvement radial du gaz

Les plus grandes particules se déplacent radialement dans la direction opposée au gradient de pression



Vitesse d'agitation turbulente

La turbulence induit un mouvement désordonné des particules, avec une vitesse quadratique moyenne

$$\langle v_{turb} \rangle^2 = \tau_f D \Omega$$

Dans un disque α $D = \nu = \alpha H^2 \Omega$

La vitesse turbulente des particules est par conséquent:

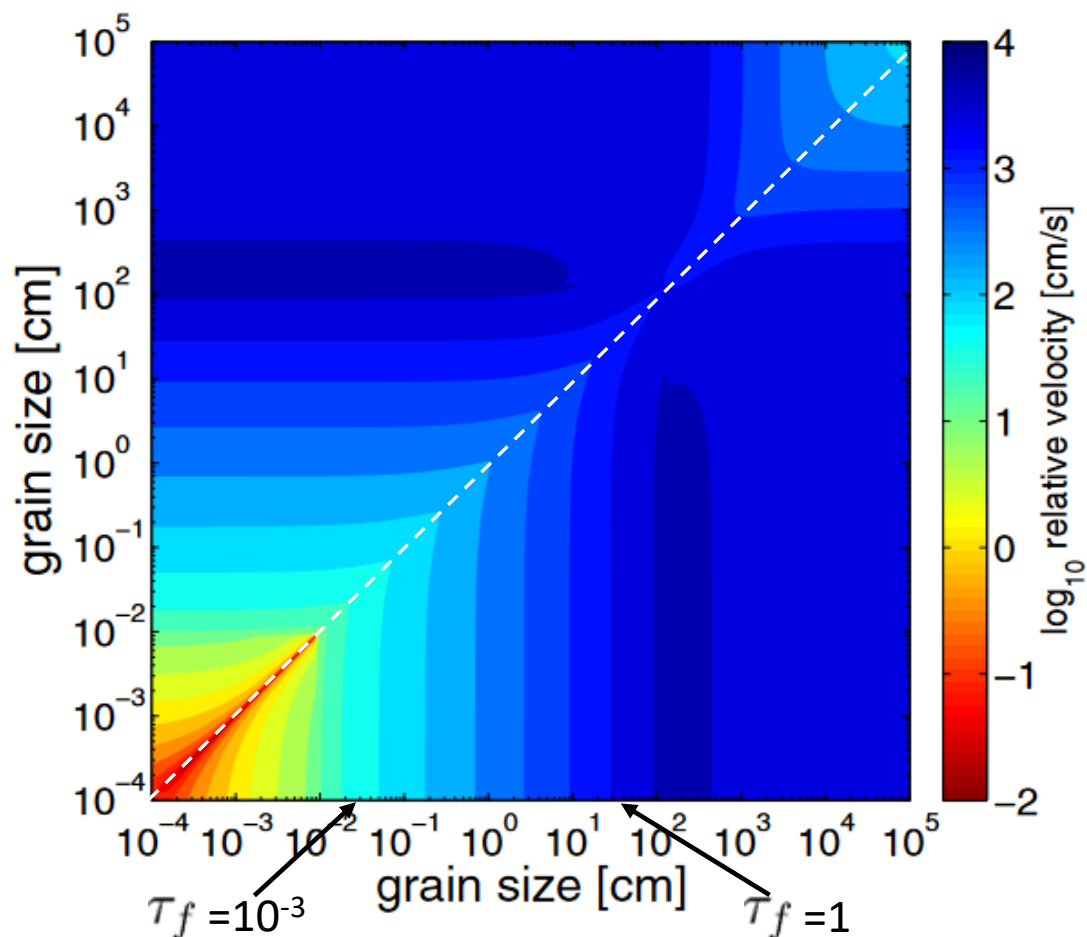
$$v_{turb} = \sqrt{\tau_f \alpha c_s}$$



Vitesses de collisions mutuelles

Les poussières ont des collisions mutuelles avec une vitesse non nulle due à :

1. Leur dérive vers l'étoile, à des vitesses différentes si elles ont des tailles différentes
2. La dispersion de leurs vitesses due à la turbulence, si elles ont des tailles équivalentes



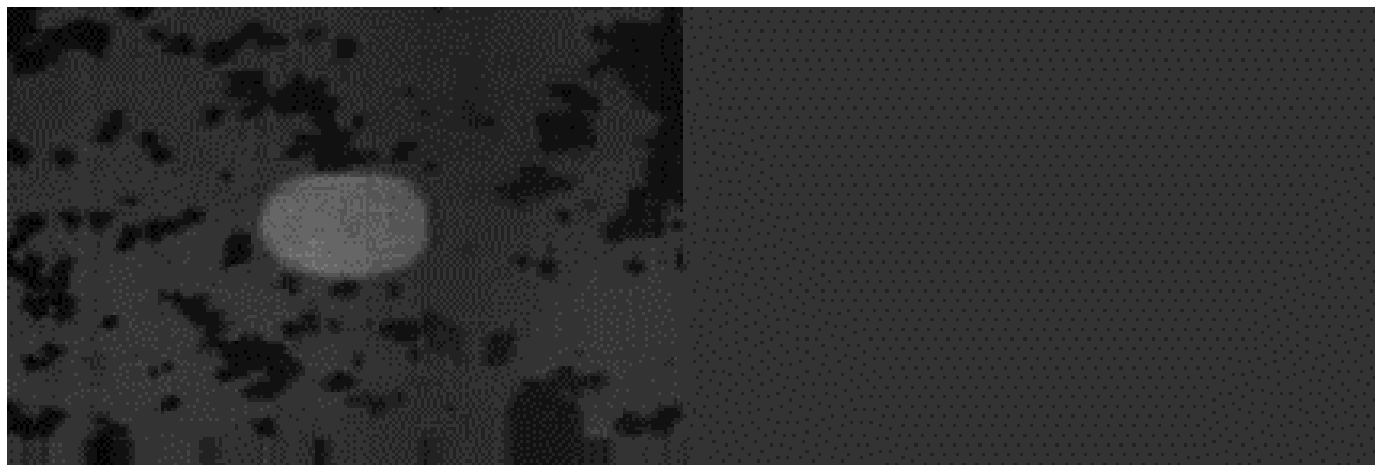
Carte des vitesses de collisions calculée pour:

- $\alpha = 10^{-3}$
- $c_s = 640$ m/s
- $r = 3$ ua
- $\Sigma_g = 330$ g/cm²
- $\rho_{\bullet} = 1.6$ g/cm³

Windmark et al. A&A 540, A73 (2012)



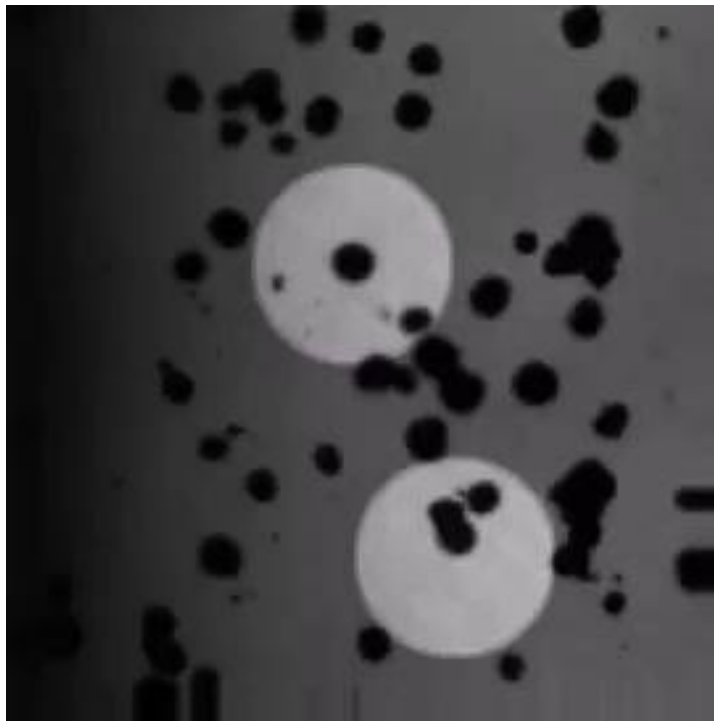
Expériences collisionnelles



Croissance: Kothe et al. 2013.



Expériences collisionnelles



Rebondissement: Weidling et al. 2012



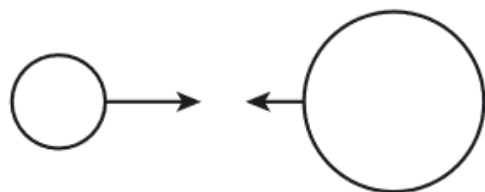
Expériences collisionnelles



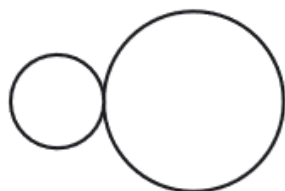
Fragmentation: Bukhari Syed et al. 2017.



Expériences collisionnelles



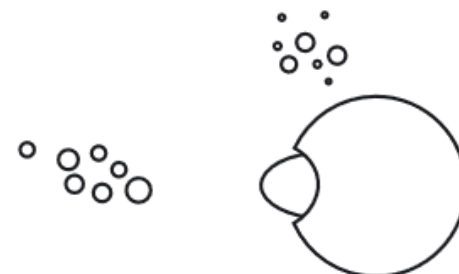
Before collision



Sticking (S)



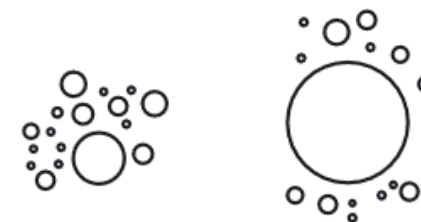
Bouncing (B)



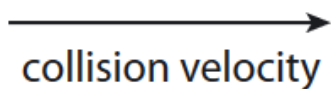
Mass Transfer (MT)



Erosion (E)



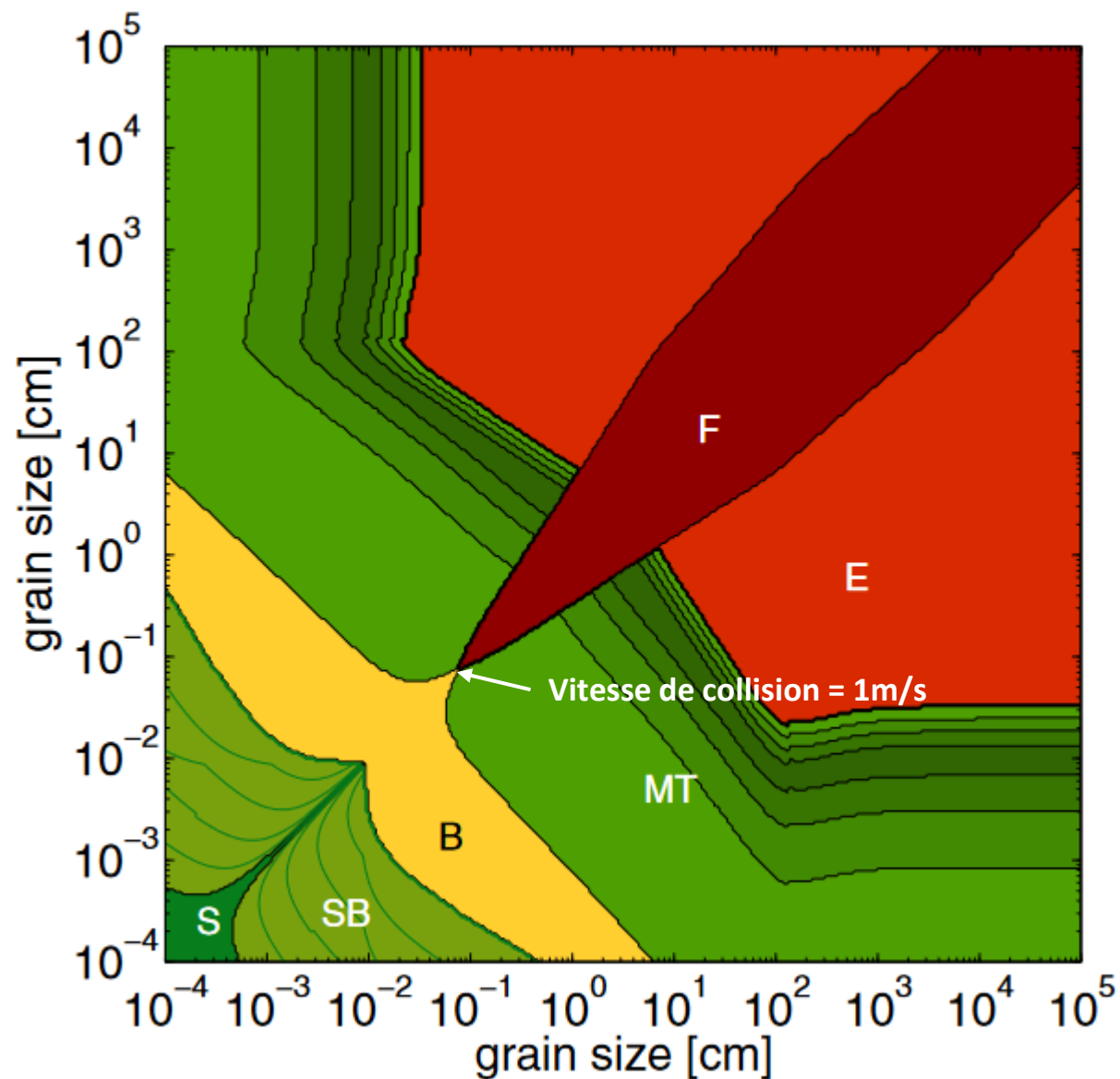
Fragmentation (F)



Windmark et al. A&A 540, A73 (2012)



Carte d'évolution collisionnelle



Les grains, initialement micrométriques, peuvent seulement grandir jusqu'à des tailles millimétriques



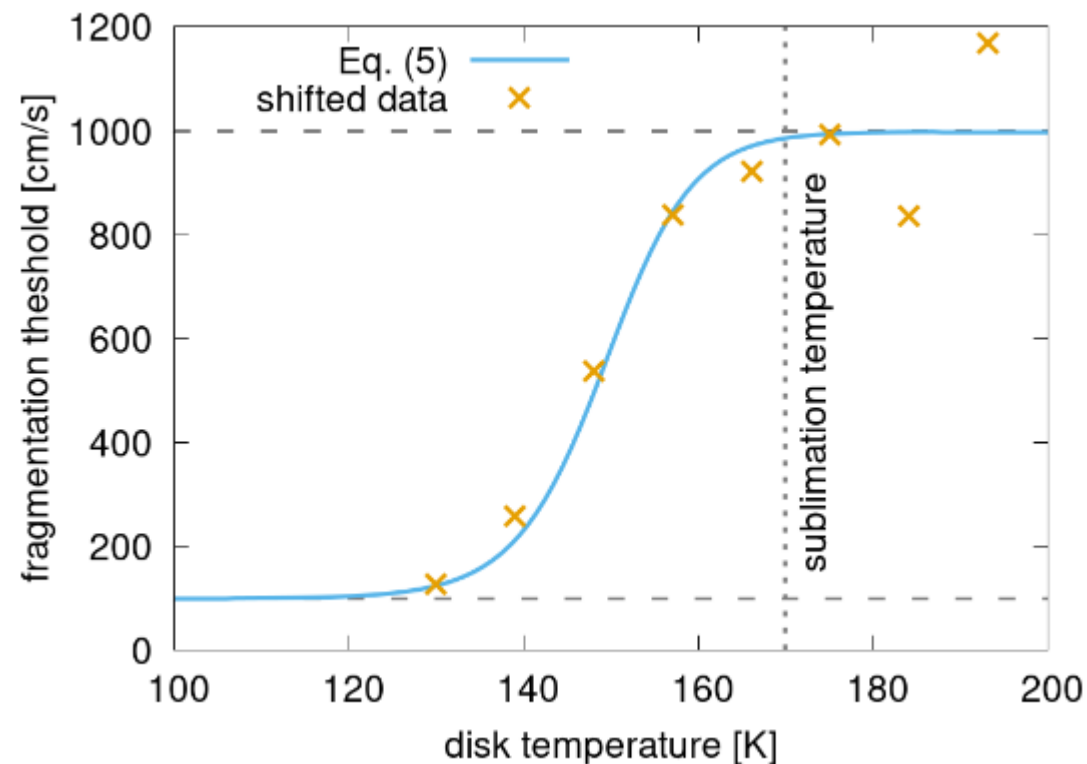
Glace vs. silicates

Les expériences de laboratoire montrent que, pour collisions entre particules de tailles égales, la vitesse limite de fragmentation est:

- 1 m/s pour des particules rocheuses
- 10 m/s pour des particules de glace

Les particules de glace peuvent donc être sensiblement plus grandes

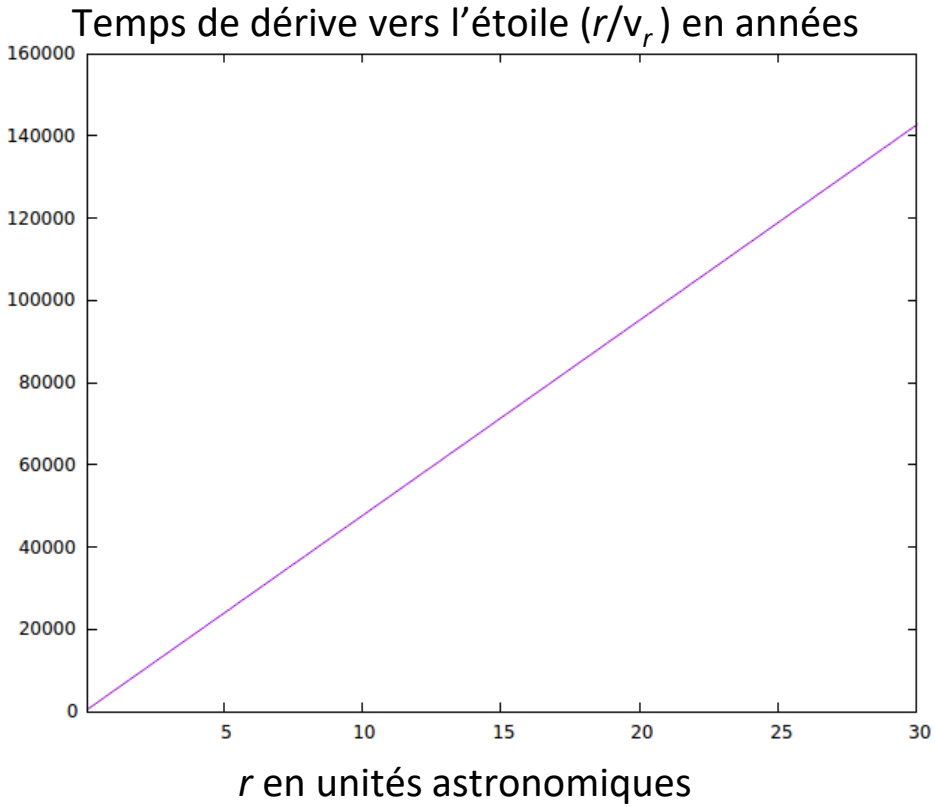
Des nouvelles expériences montrent cependant que à basse température, même la glace devient fragile (Musiolik & Wurm, 2019)





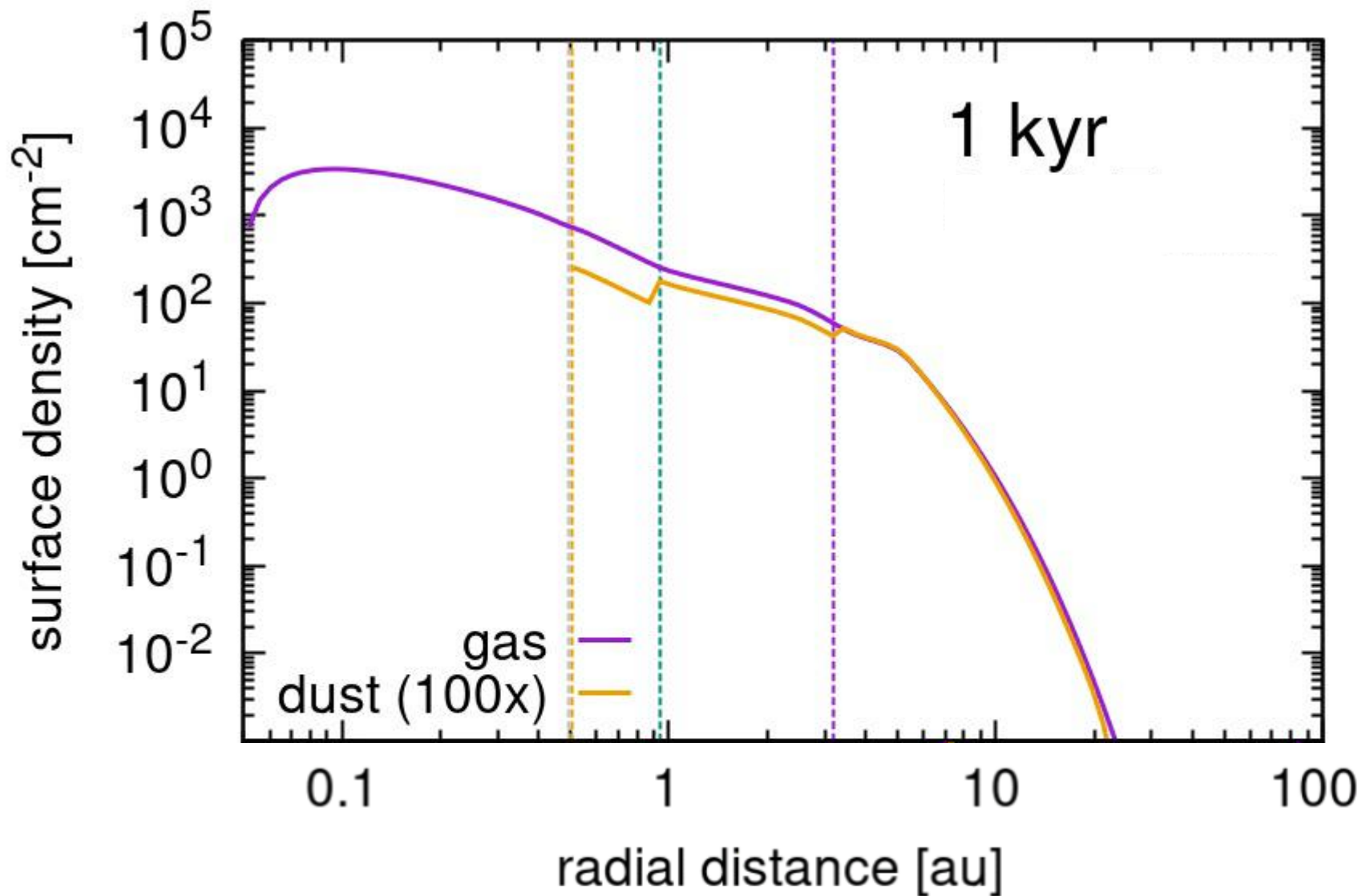
La disparition du disque de poussières?

Si la vitesse de collision est de l'ordre de la vitesse de dérive radiale: $v_r = 2\tau_f \eta v_K$ et elle est $\sim 1\text{m/s}$





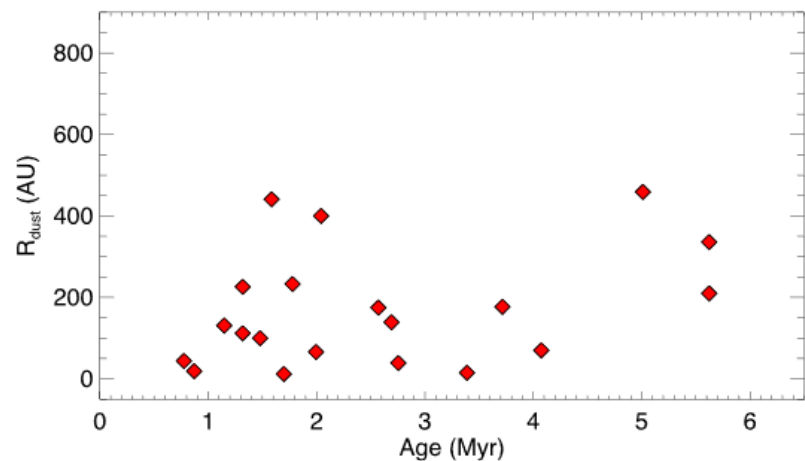
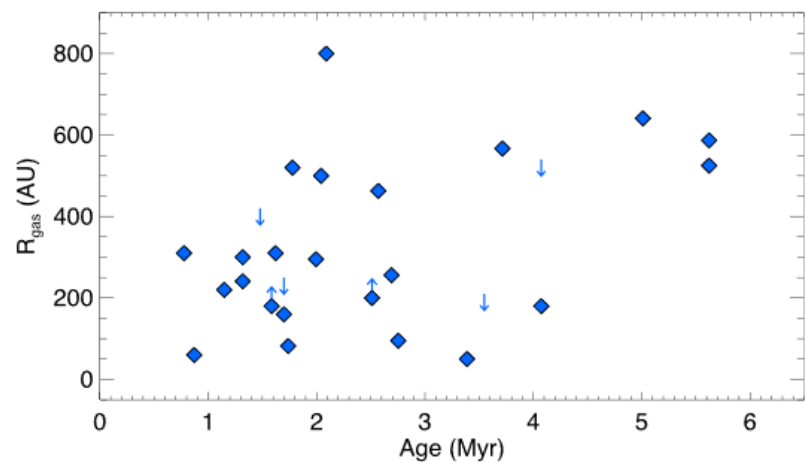
La disparition du disque de poussières?



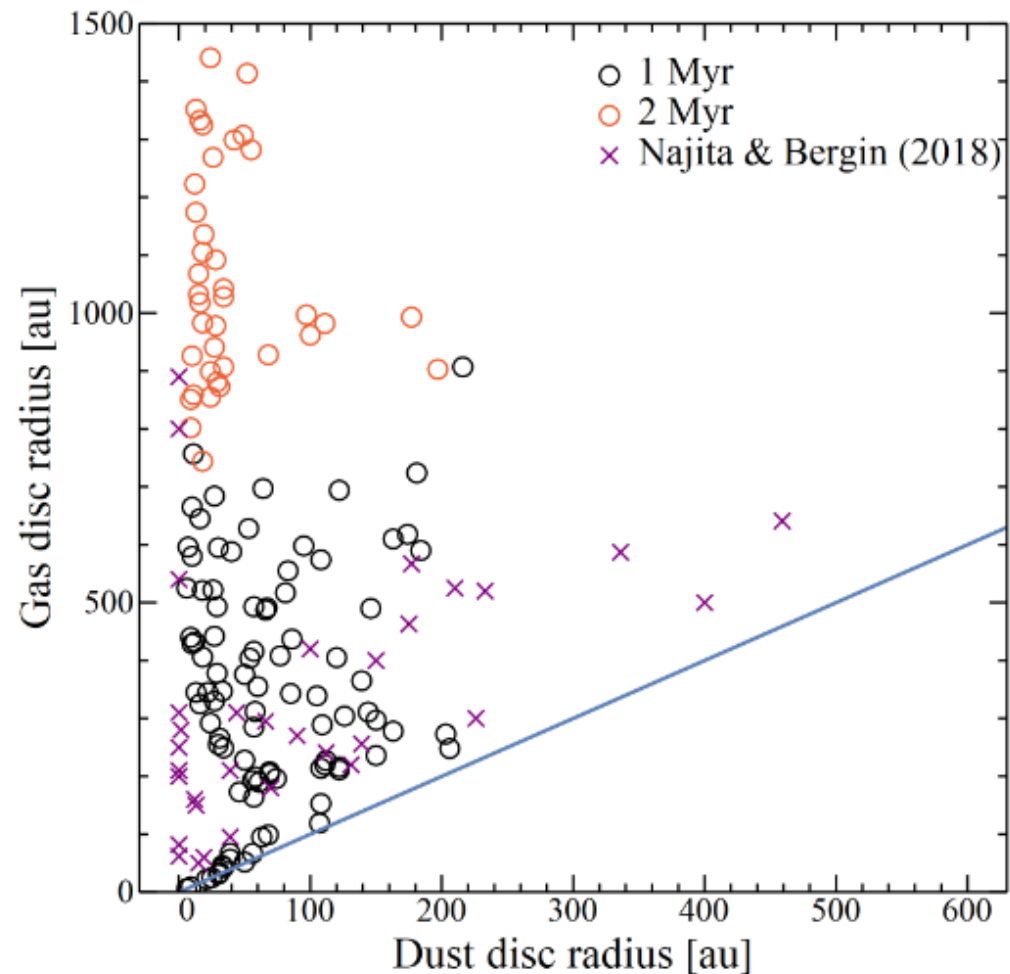


La disparition du disque de poussières?

Ce n'est pas ce que nous observons!



Najita and Bergin, 2018

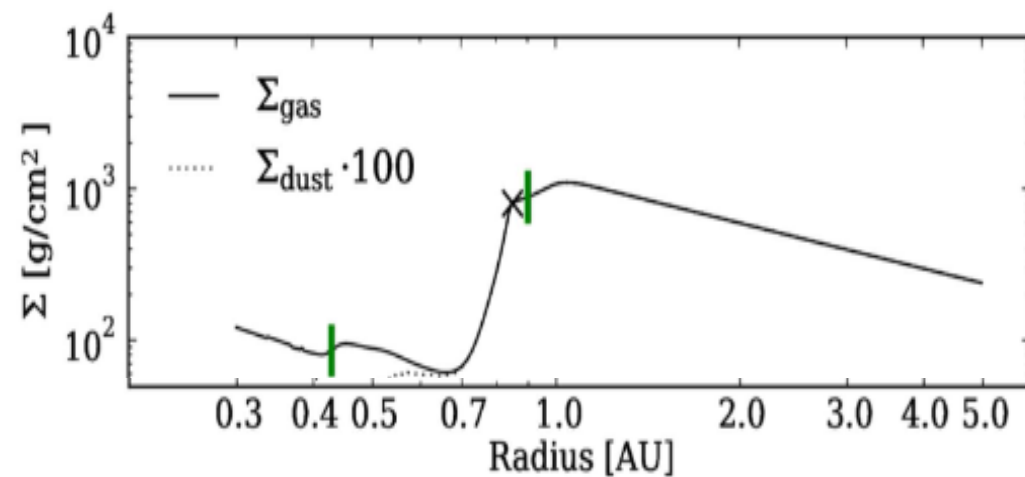
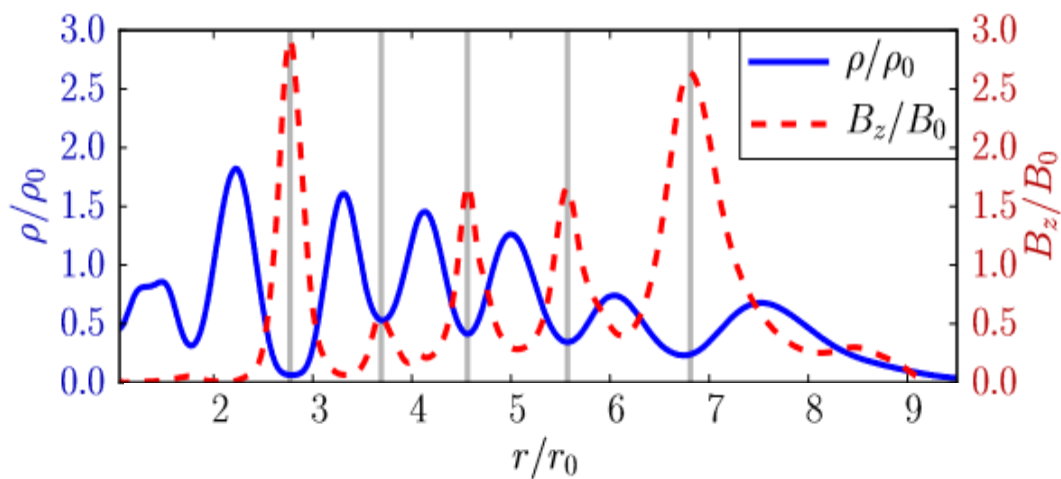


Appelgren et al., 2020



Structures du disque et formation d'anneaux de poussières

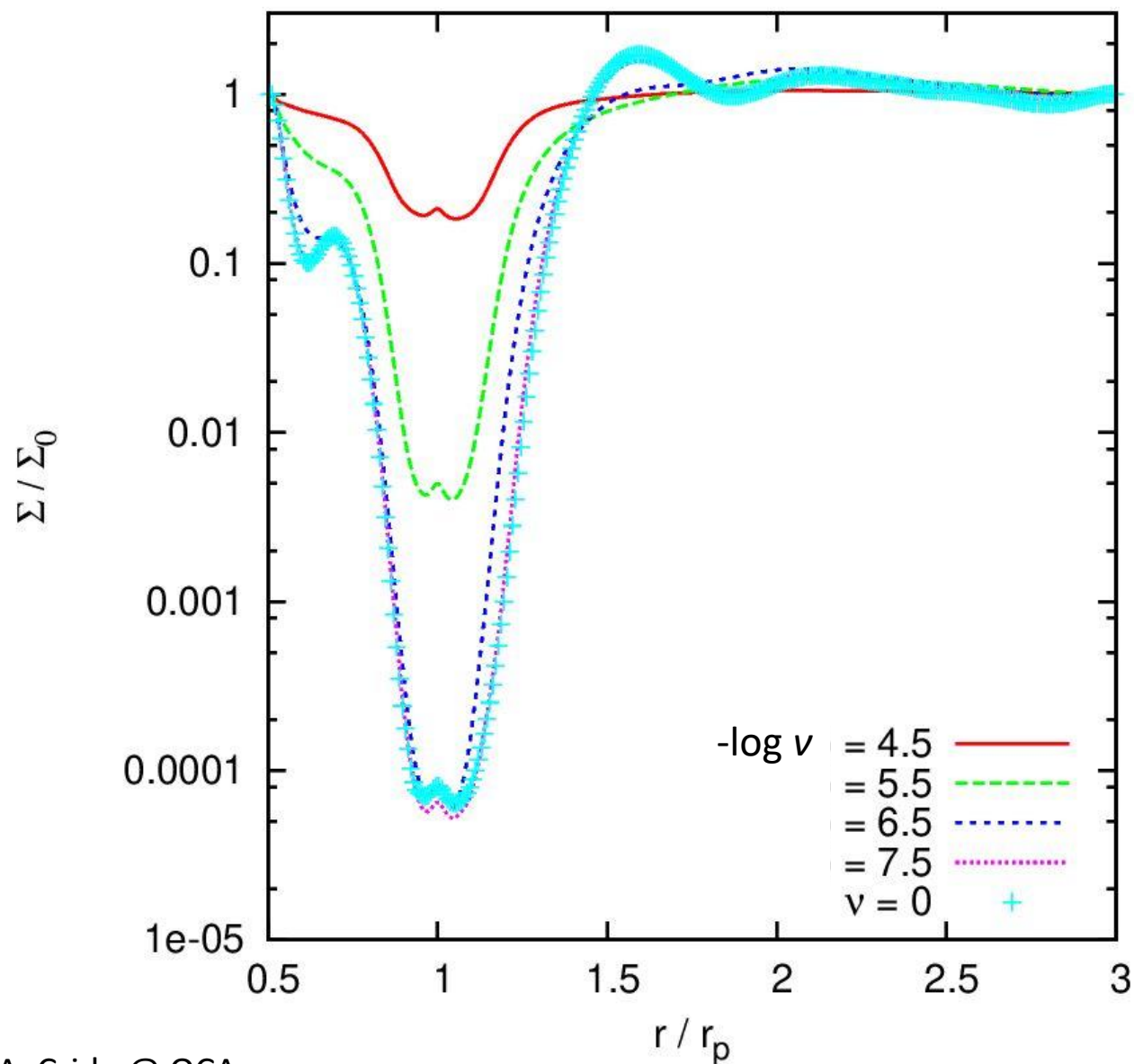
Nous avons vu 2 situations où $\Sigma(r)$, $\rho(r)$ ont un gradient fortement positif:





Structures du disque et formation d'anneaux de poussières

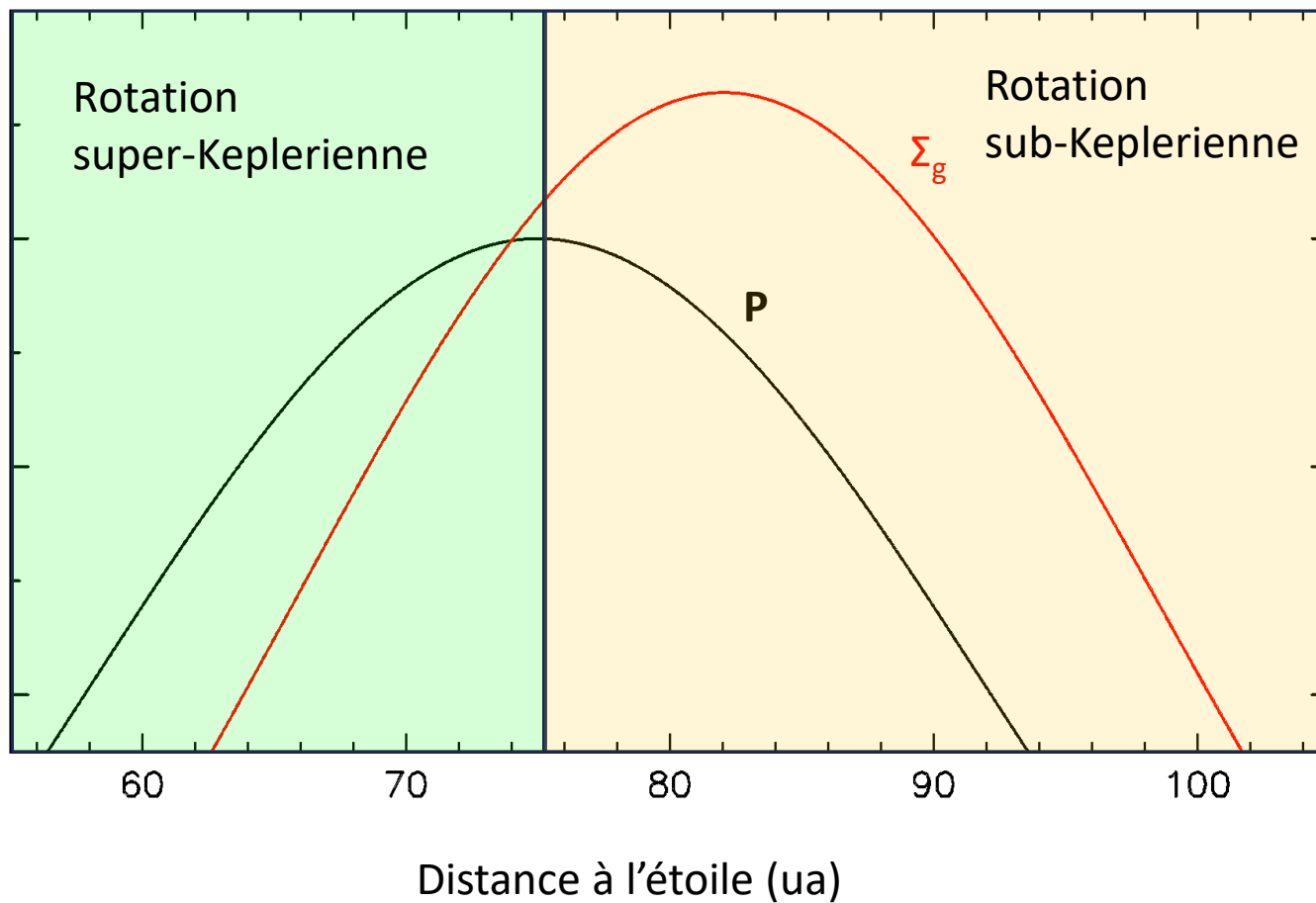
La présence d'une planète massive peut créer une troisième situation, grâce à l'ouverture d'un sillon, comme on verra au cours N. 4



Crédit: A. Crida @ OCA



Structures du disque et formation d'anneaux de poussières

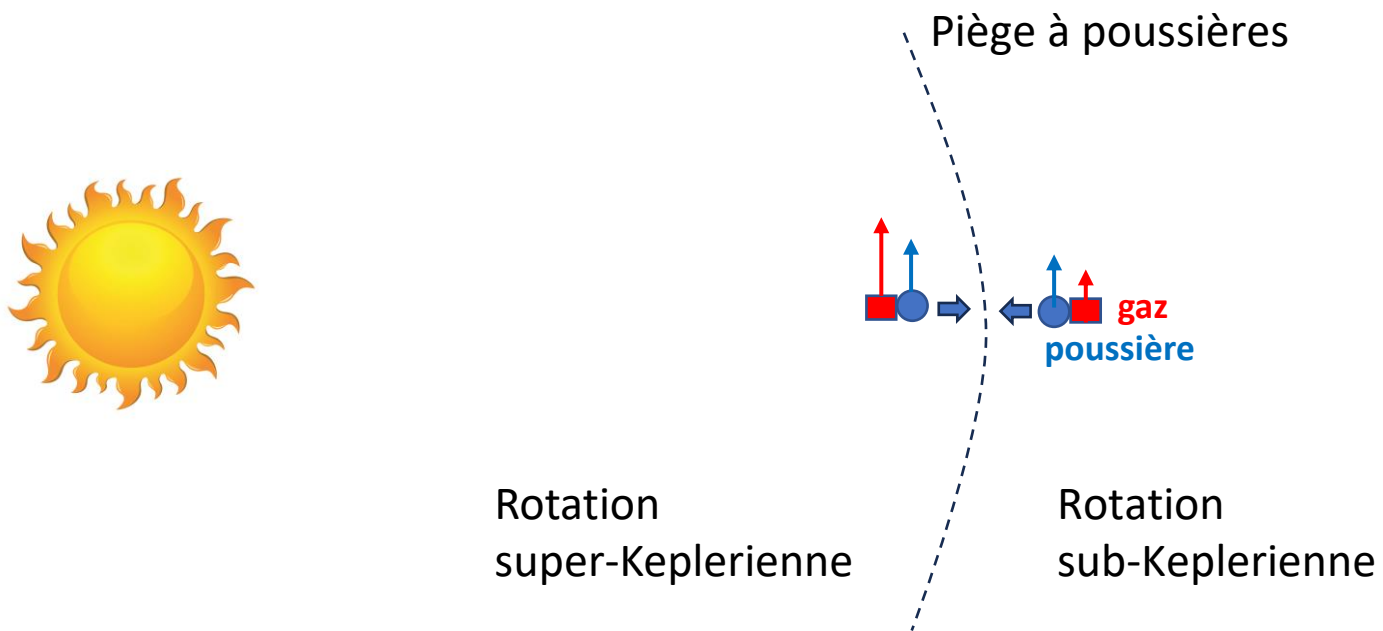


$$P = (H\Omega)^2 \rho = (H\Omega)^2 \Sigma / H \approx \Sigma / r^2$$

$$\eta = -\frac{1}{2} \left(\frac{H}{r} \right)^2 \frac{d \log P}{d \log r}$$

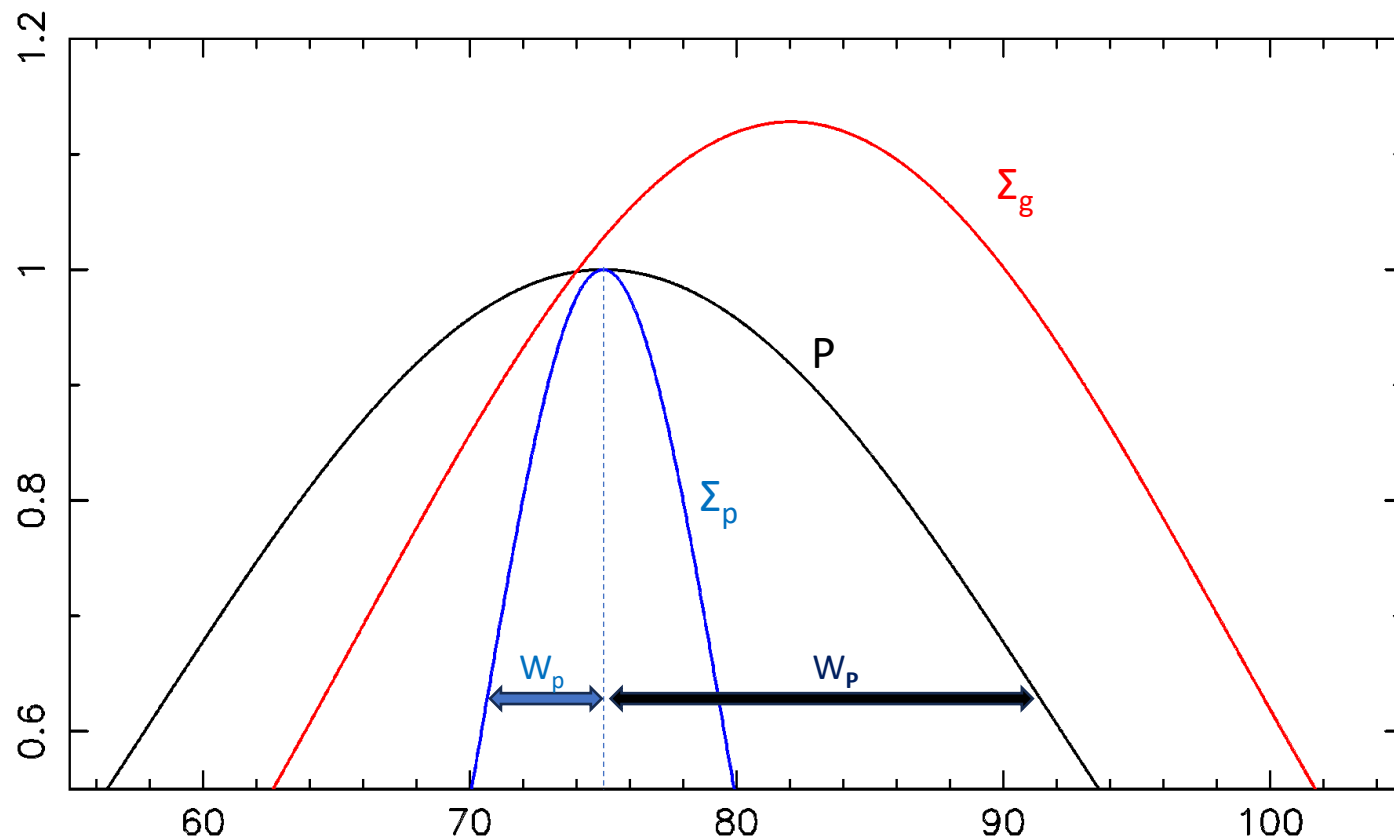


Structures du disque et formation d'anneaux de poussières





Structures du disque et formation d'anneaux de poussières



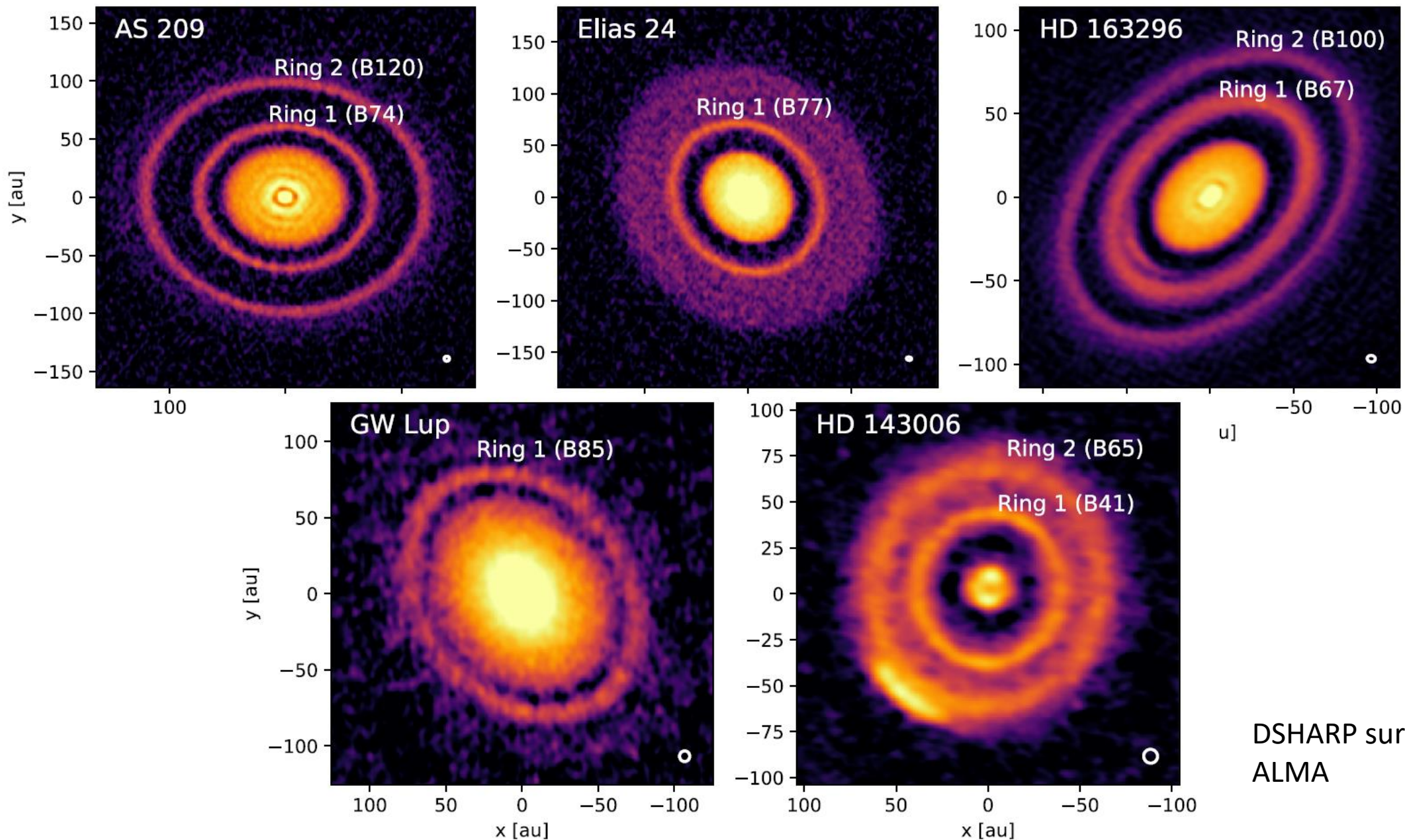
La poussière se concentre autour du maximum de pression avec une distribution Gaussienne due à la diffusion turbulente

$$W_p = W_P \sqrt{\frac{\alpha}{\tau_f}}$$

(Dullemond et al., 2018)



Structures du disque et formation d'anneaux de poussières



DSHARP survey,
ALMA



Structures du disque et formation d'anneaux de poussières

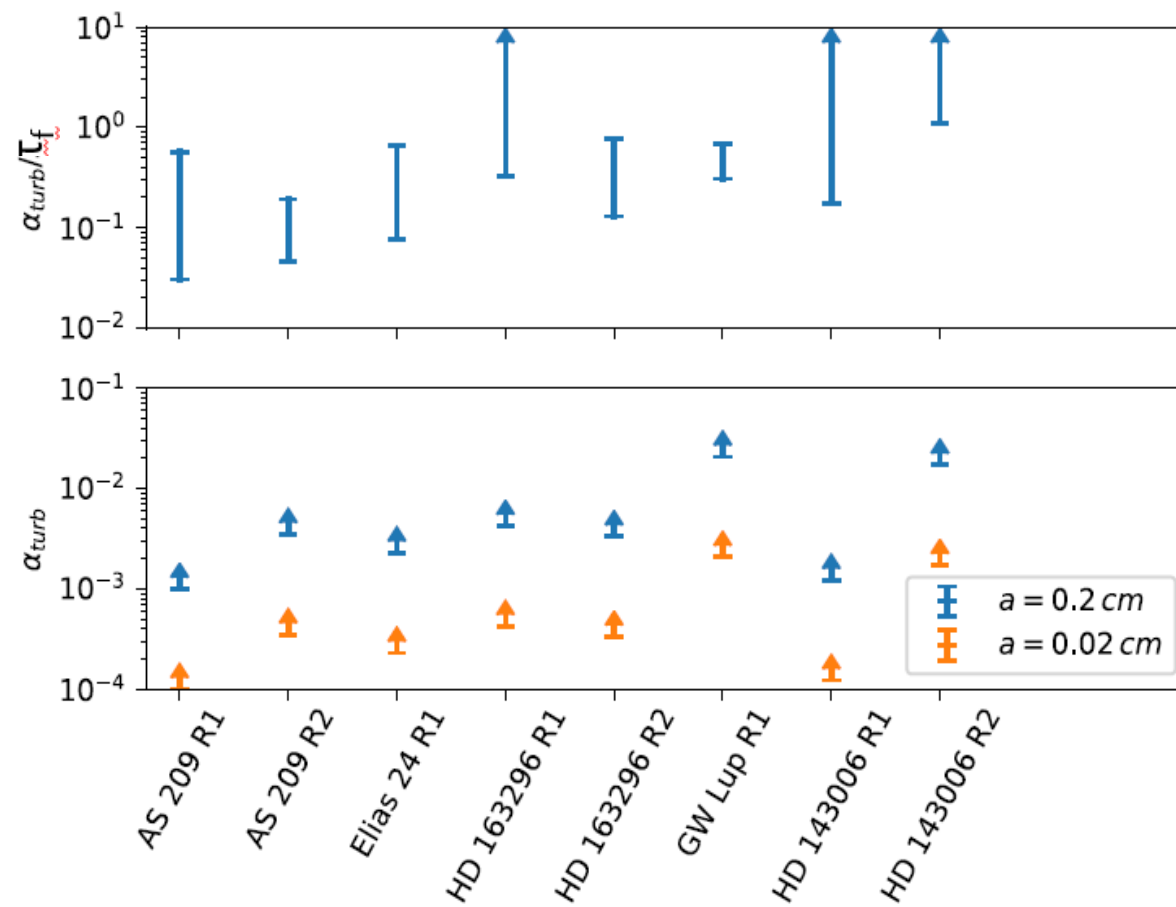
$$W_d = W_p \sqrt{\frac{\alpha}{\tau_f}}$$

En principe, en mesurant W_d et W_p on peut déduire α/τ_f , mais le gaz est difficilement observable

En supposant que W_p est aussi large que possible (moitié de la distance entre-anneaux), Dullemond et al. (2018) obtiennent

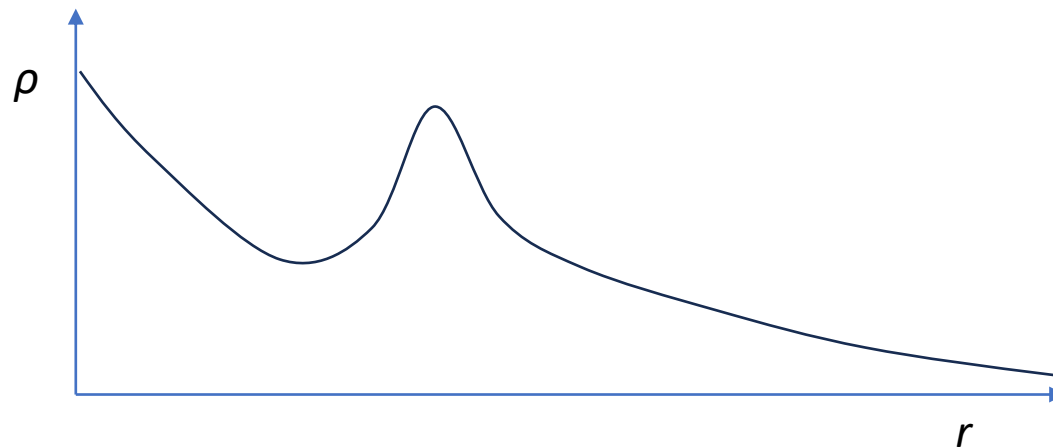


Ce résultat, comparé à celui sur la sédimentation verticale, suggère que la diffusion turbulente radiale est plus forte que celle verticale.





La formation de vortex



Le critère de stabilité de Rayleigh $\frac{d(r^2\Omega)}{dr} > 0$ n'est pas satisfait si $H^2 \frac{d^2 \log \rho}{d^2 r} < -1$

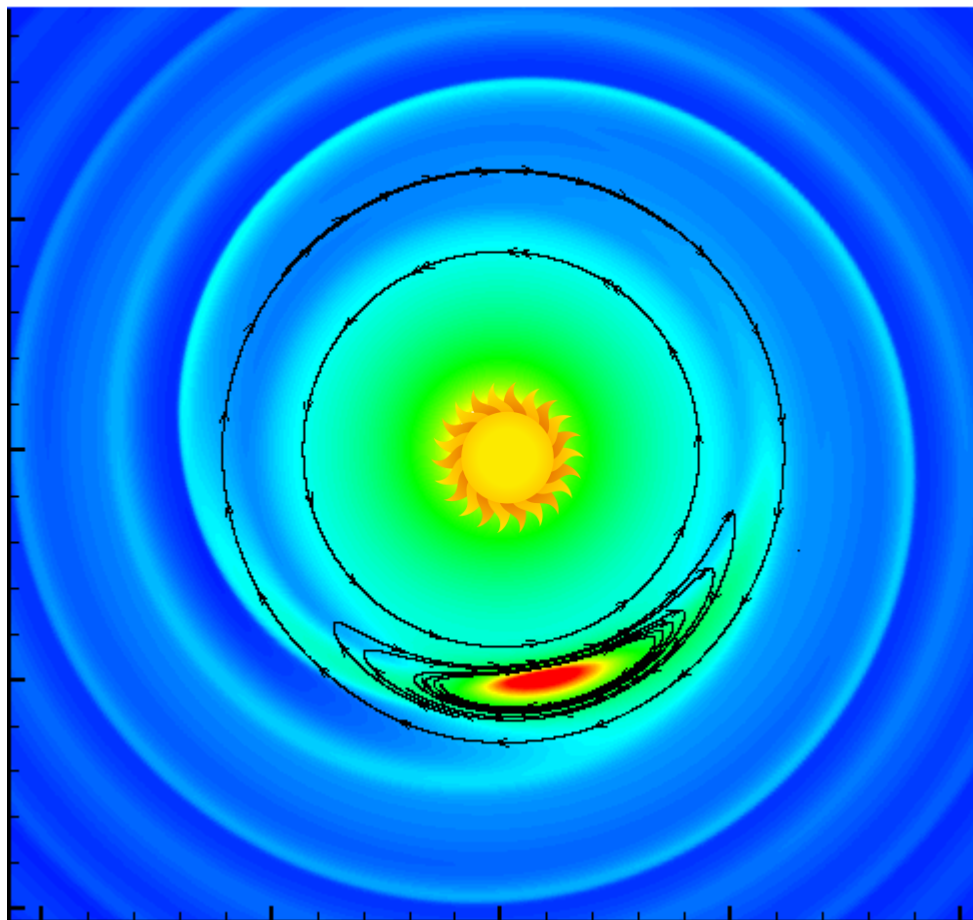
Kanagawa et al., MNRAS, 2015

Si $\rho(r)$ a un profil Gaussien: $\rho(r) = e^{-(r-r_0)^2/2\Delta^2}$ ceci implique $\Delta < H$

Précision: en réalité des perturbations non-axisymétriques peuvent engendrer des instabilités aussi pour $\frac{d(r^2\Omega)}{dr} \sim 0$



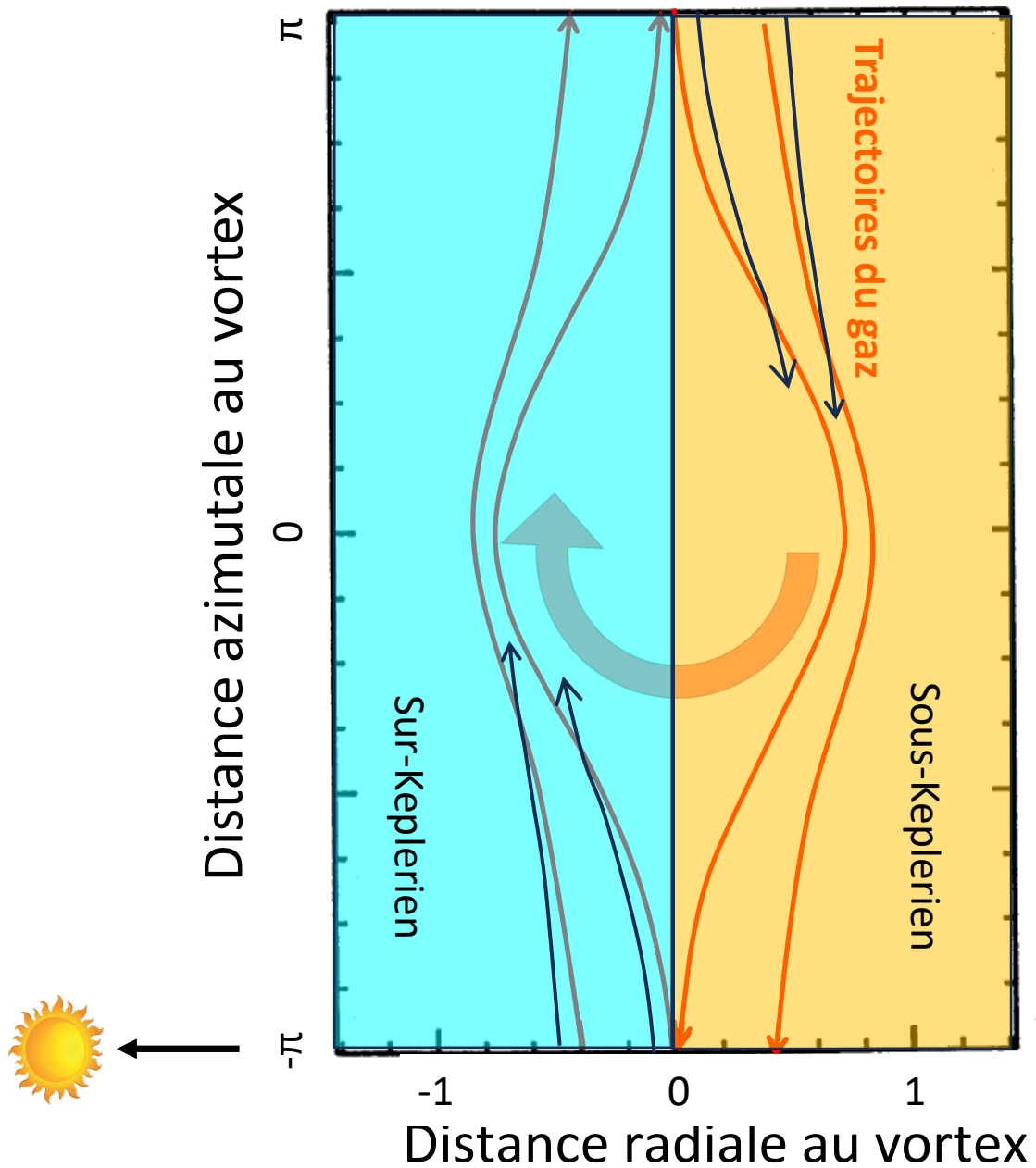
Vortex de Rossby à un maximum radial local de densité



Le critère de Rayleigh $\frac{d(r^2\Omega)}{dr} > 0$ est une condition suffisante à la formation des vortex de Rossby (Ono et al. The Astrophysical Journal, 823:84, 2016)

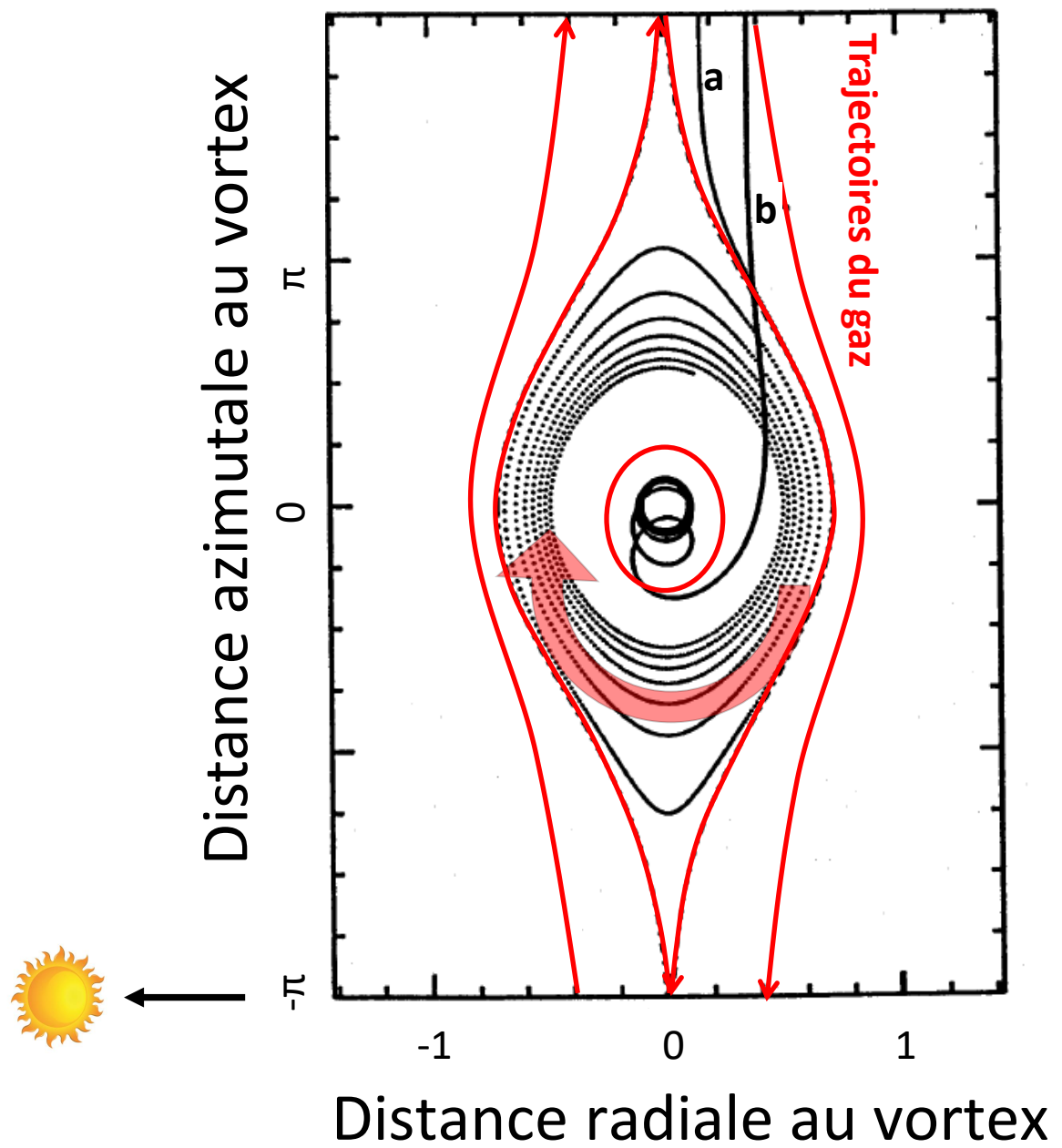


Capture de poussières dans un vortex anticyclonique





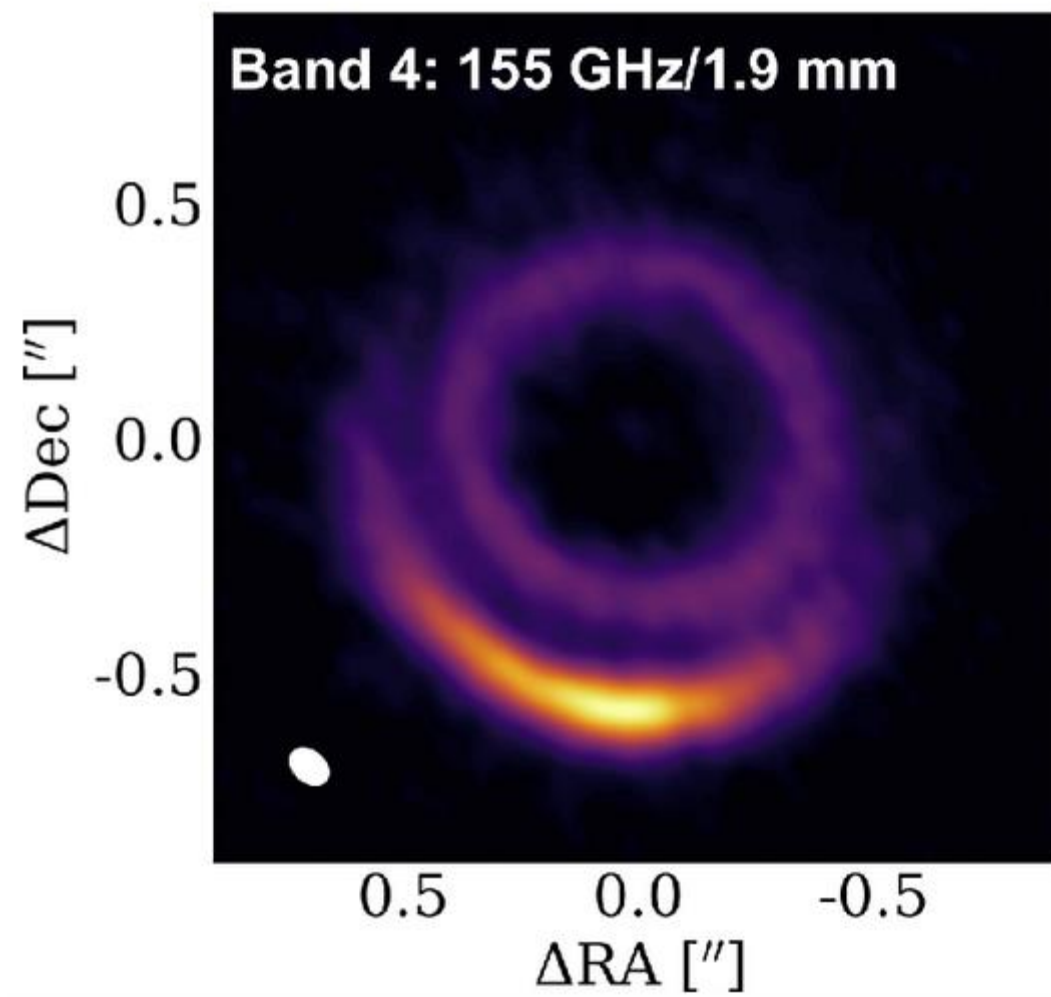
Capture de poussières dans un vortex anticyclonique



a, b: poussières avec $\tau_f^a < \tau_f^b$



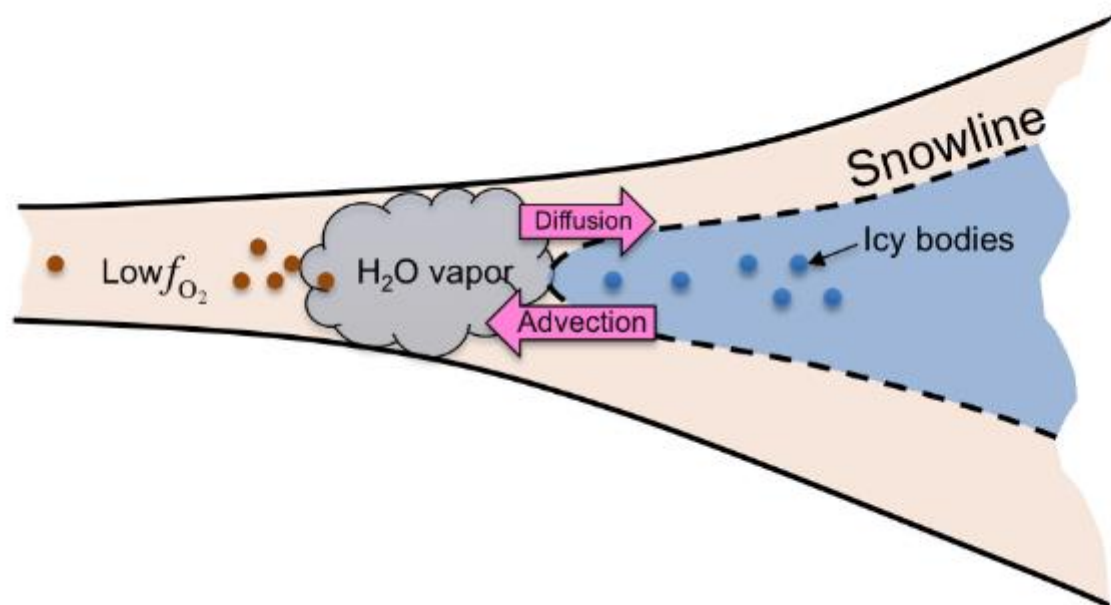
Capture de poussières dans un vortex anticyclonique



Poussière dans un vortex du disque HD 135344B (Cazzoletti et al., 2018)

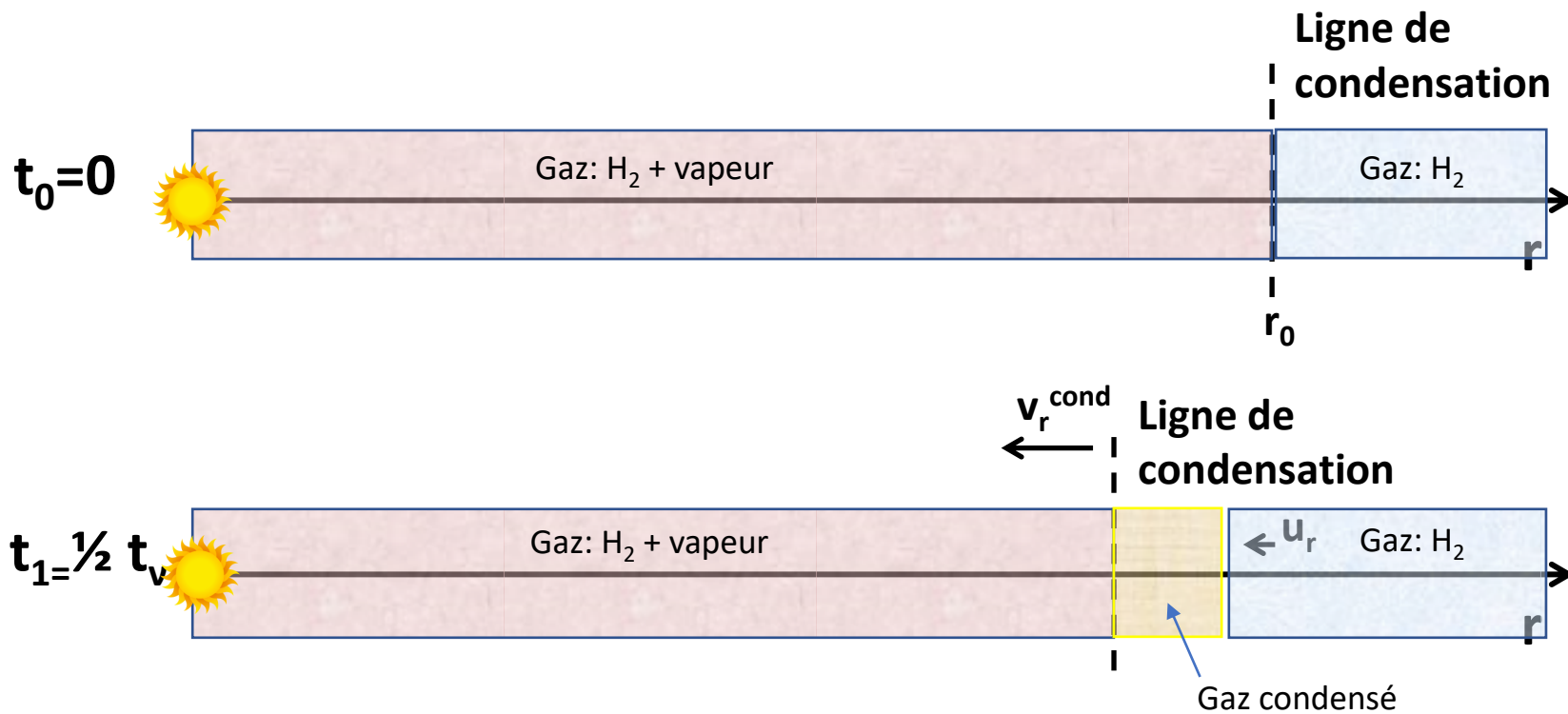


Impact de la dérive radiale des poussières sur la chimie du disque



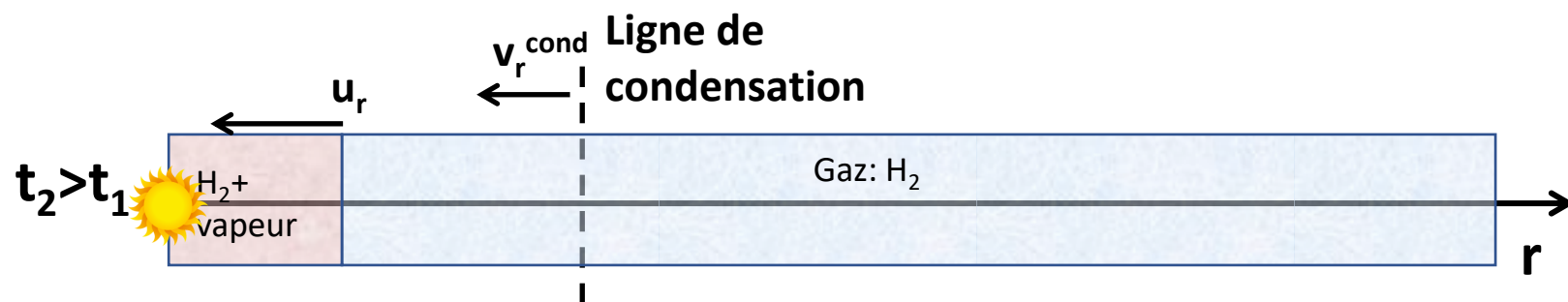
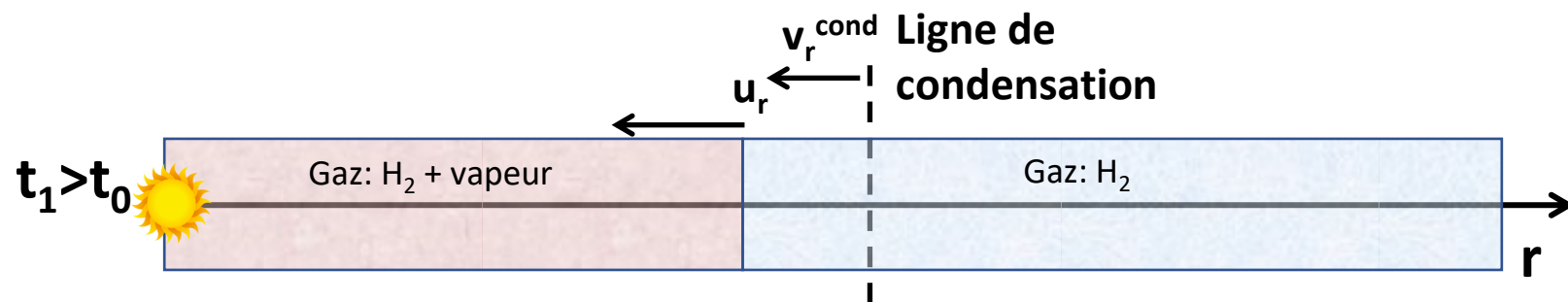
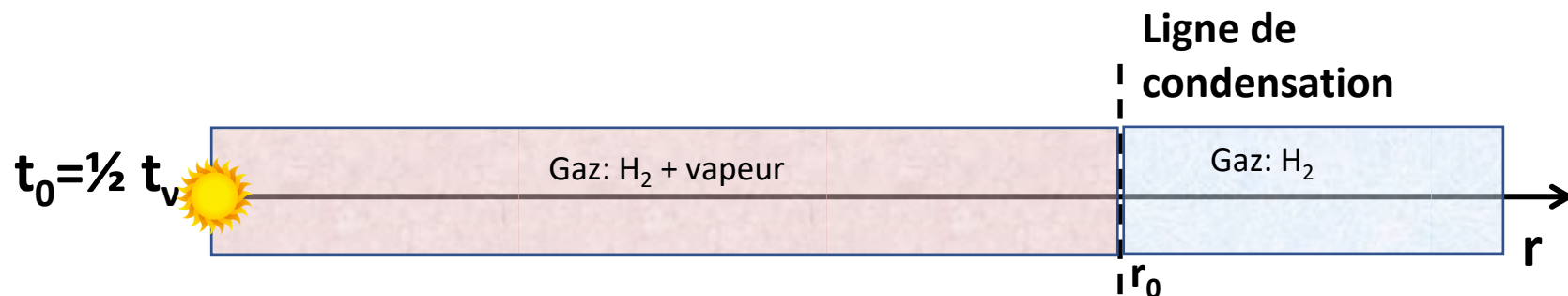


Mouvement relatif du gaz et des lignes de condensation



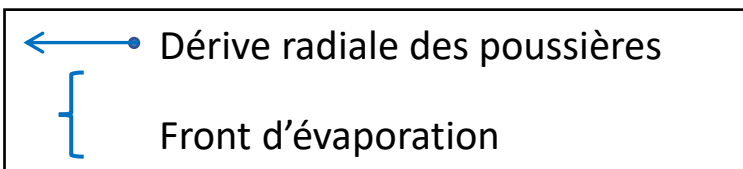
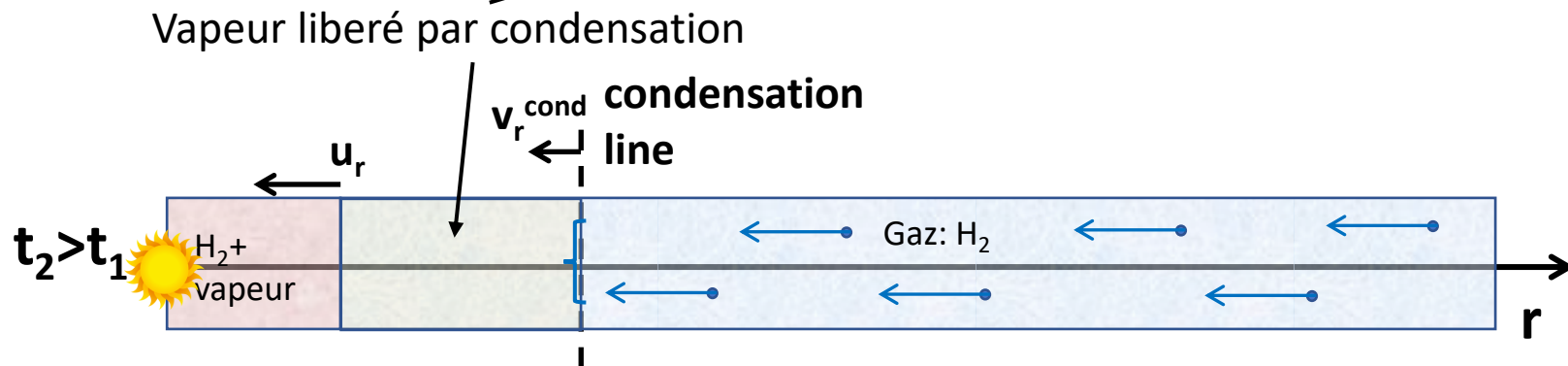
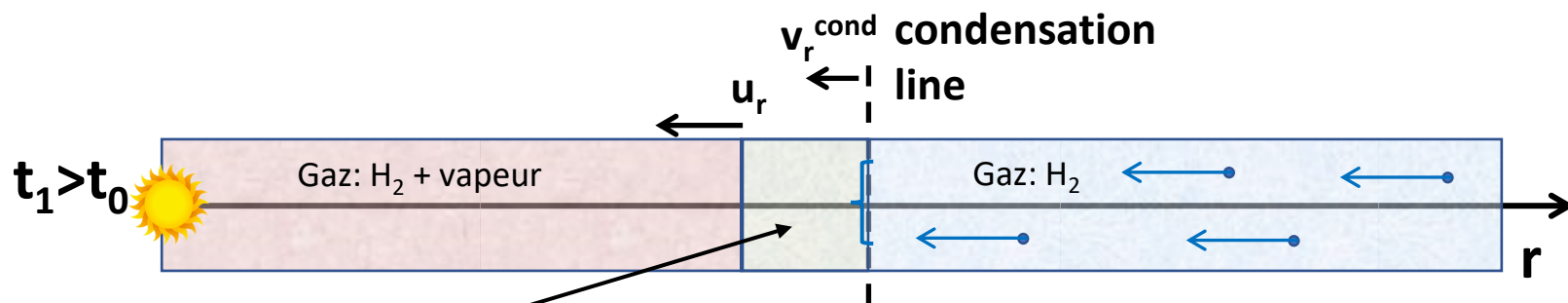
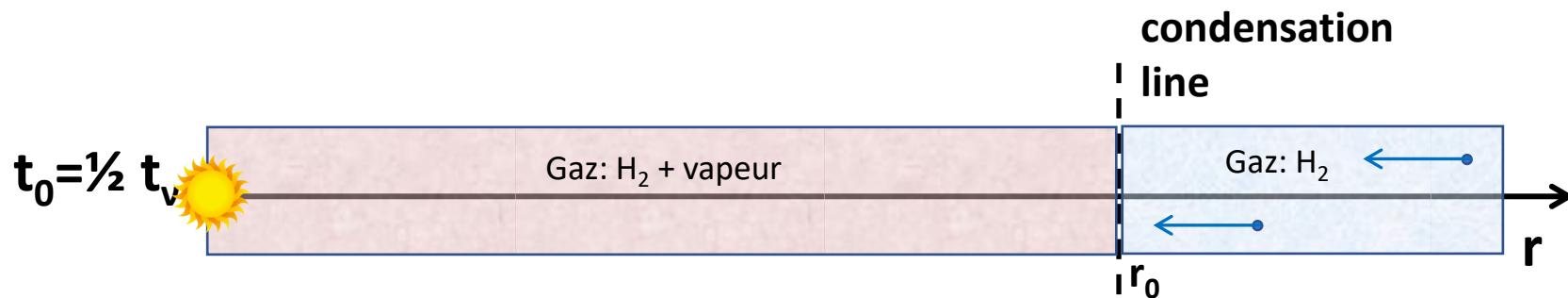


En absence de poussières...





En présence de poussières

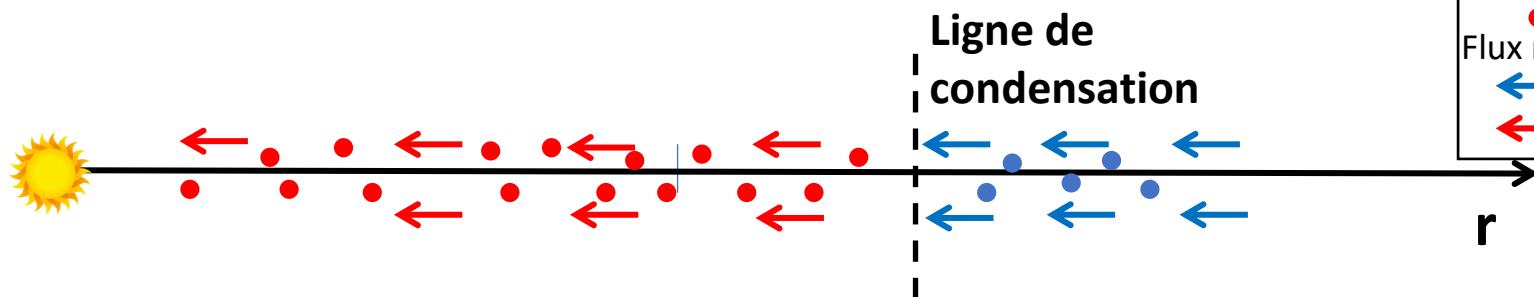




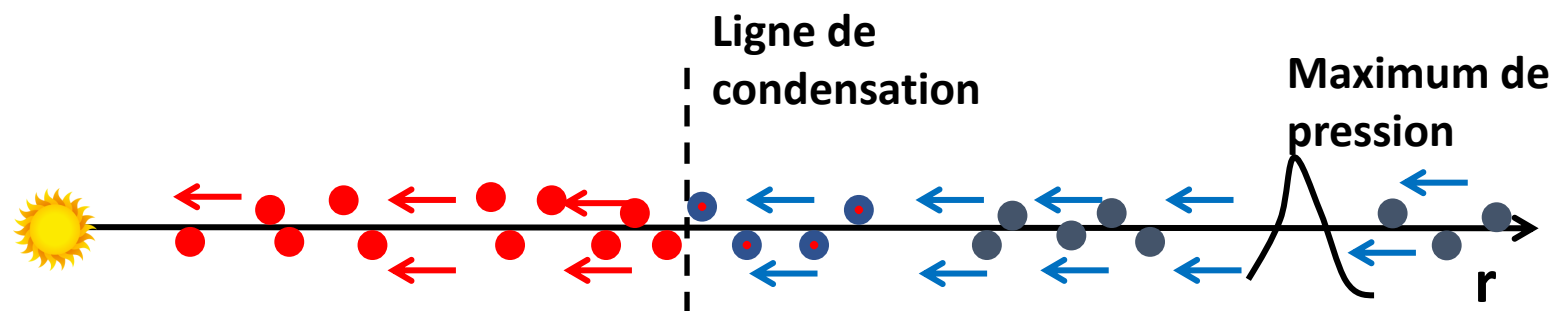
En présence de poussières et d'un maximum de pression

Planétésimaux:
● glace
● silicate
Flux radial de poussières:
← glace
← silicate

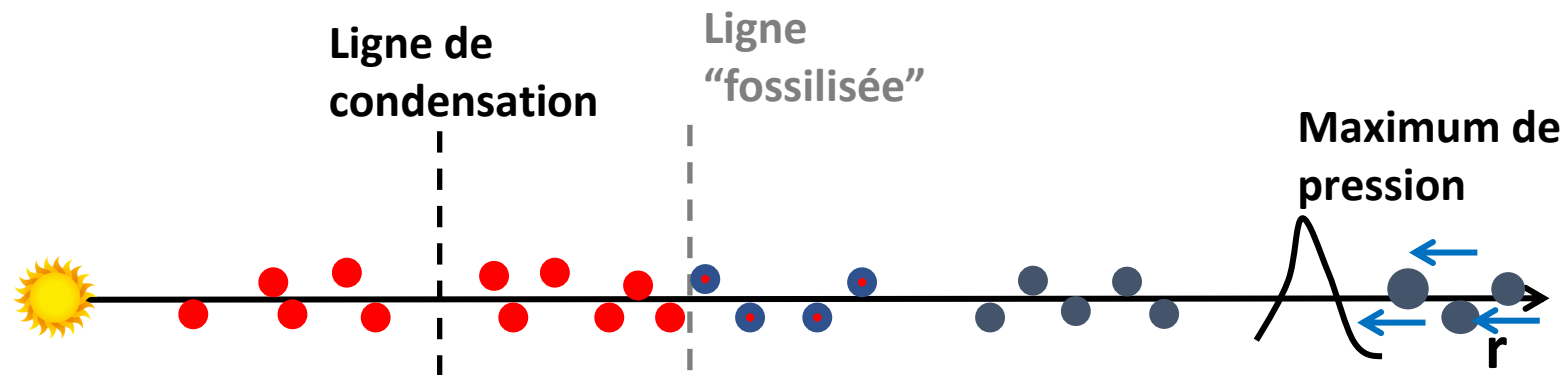
t_1 :



t_2 : apparition d'un maximum de pressions

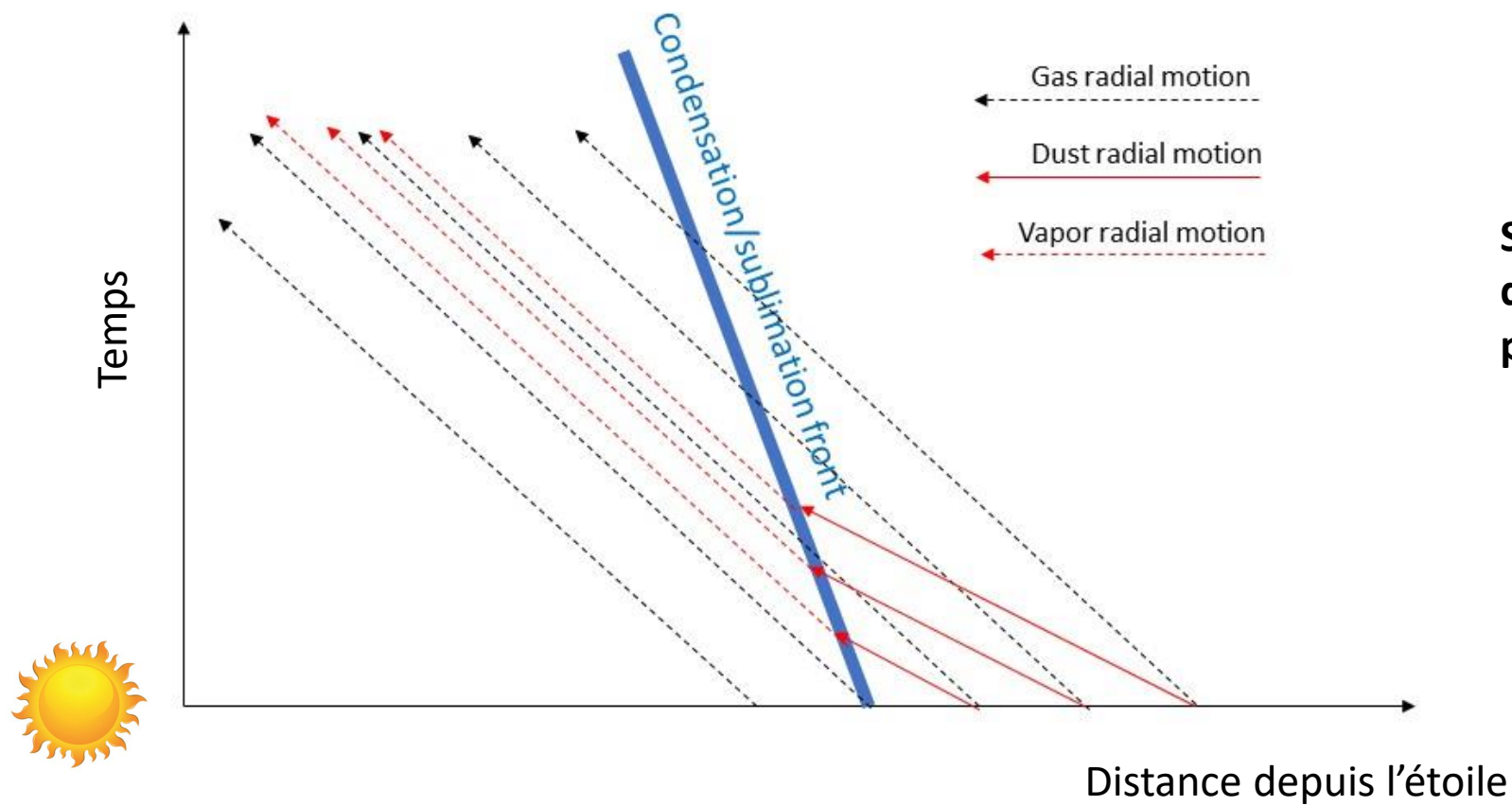


$t > t_2$



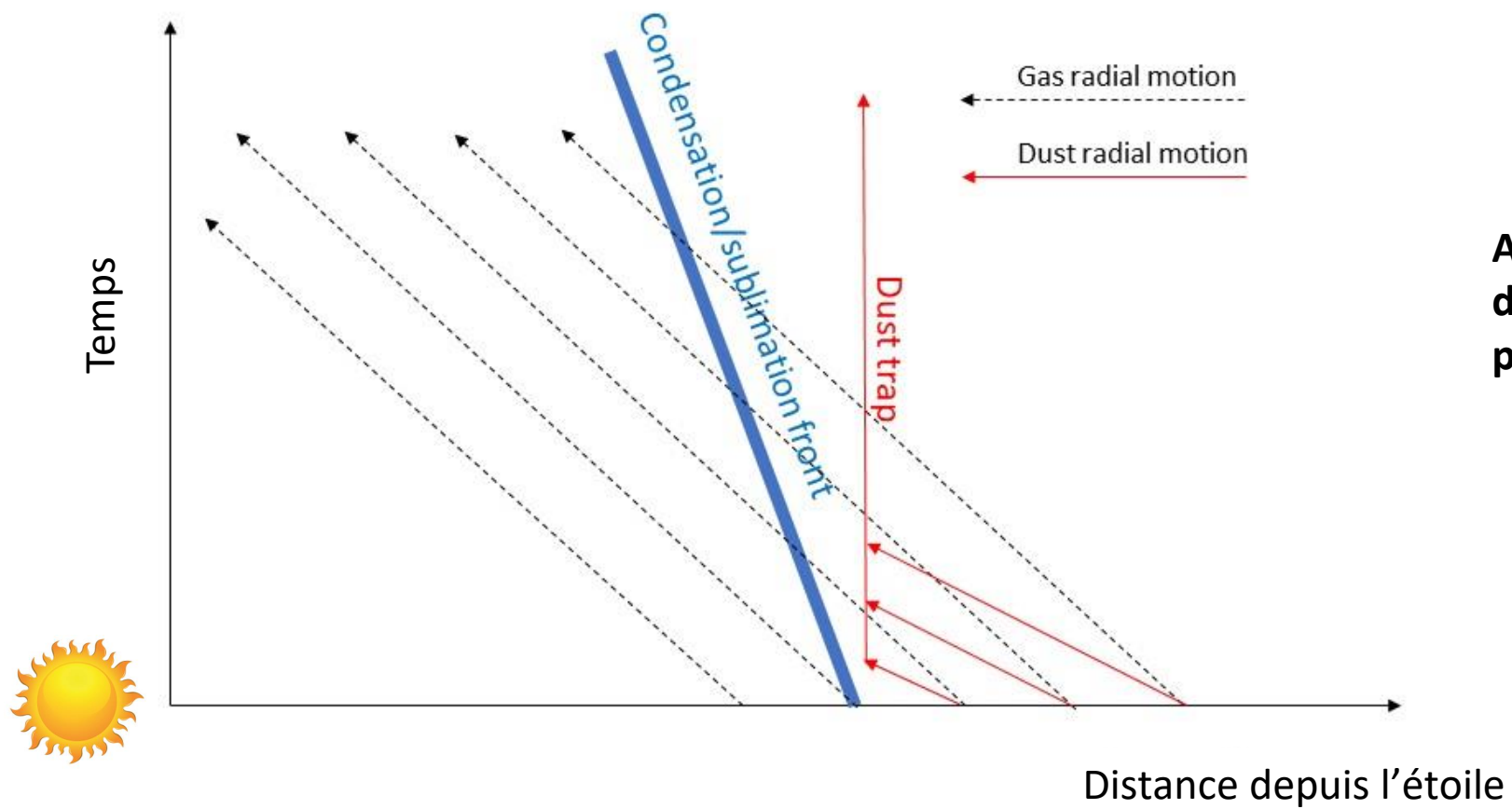


Une vision plus "Cartesienne"





Une vision plus “Cartesienne”



**Avec obstacle à la
dérive des
poussières**



A retenir

- La dynamique des poussières est dictée par la friction avec le gaz, quantifiée par le nombre de Stokes
- Les poussières sédimentent vers le plan médian du disque, jusqu'à atteindre un équilibre avec la diffusion turbulente verticale
- Les poussières dérivent radialement à cause du mouvement radial du gaz et, surtout, de la différence entre la vitesse azimutale du gaz et la vitesse Keplerienne
- Dans la plupart de cas, ce mouvement de dérive est dirigé vers l'étoile.
- Les vitesses de collisions entre particules sont déterminées par:
 - La dispersion turbulente des vitesses, si les particules ont des tailles similaires
 - La différence entre vitesses de dérive radiale si les particules ont des tailles très différentes
- La conséquence des collisions (accrétion, rebondissement, destruction,...) est étudiée en laboratoire
- Typiquement, les poussières de glace d'eau (pas trop froide) ont des vitesses de fragmentation de 10 m/s, les autres de 1 m/s
- En présence de maxima de la distribution radiale de pression, les poussières s'accumulent en anneaux dont la largeur radiale est dictée par la diffusion turbulente
- S'il y a formation de vortex anticycloniques, les poussières sont piégées dans les vortex.
- La dérive ou le piégeage des poussières déterminent l'abondance de chaque espèce chimique disponible sous forme solide ou gazeuse, selon la distance à l'étoile.