



Leçon N. 3 - 19 février 2024

Alessandro  
**MORBIDELLI**

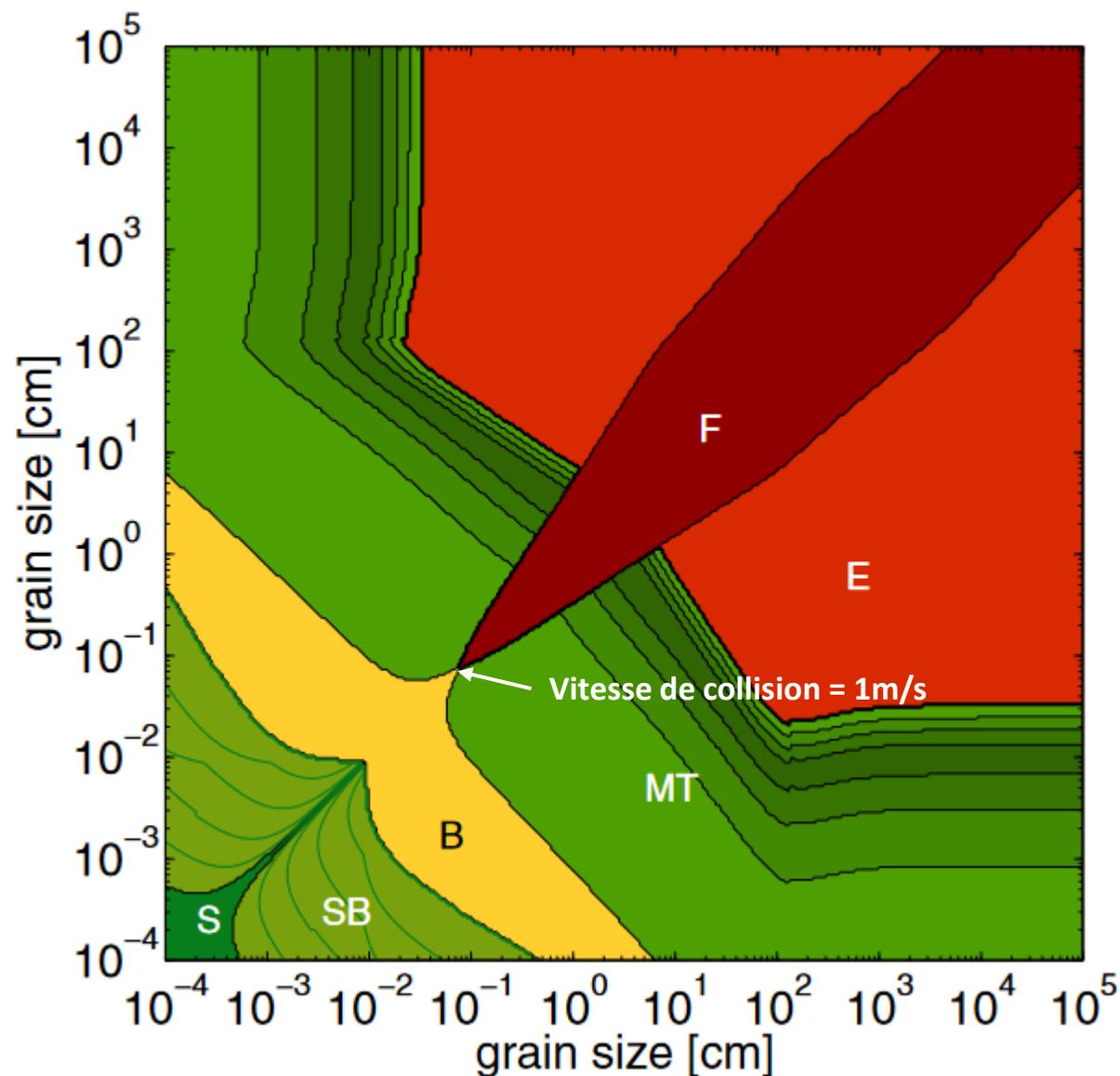
Chaire

**Formation planétaire: de la Terre aux exoplanètes**

*La formation des planétésimaux*



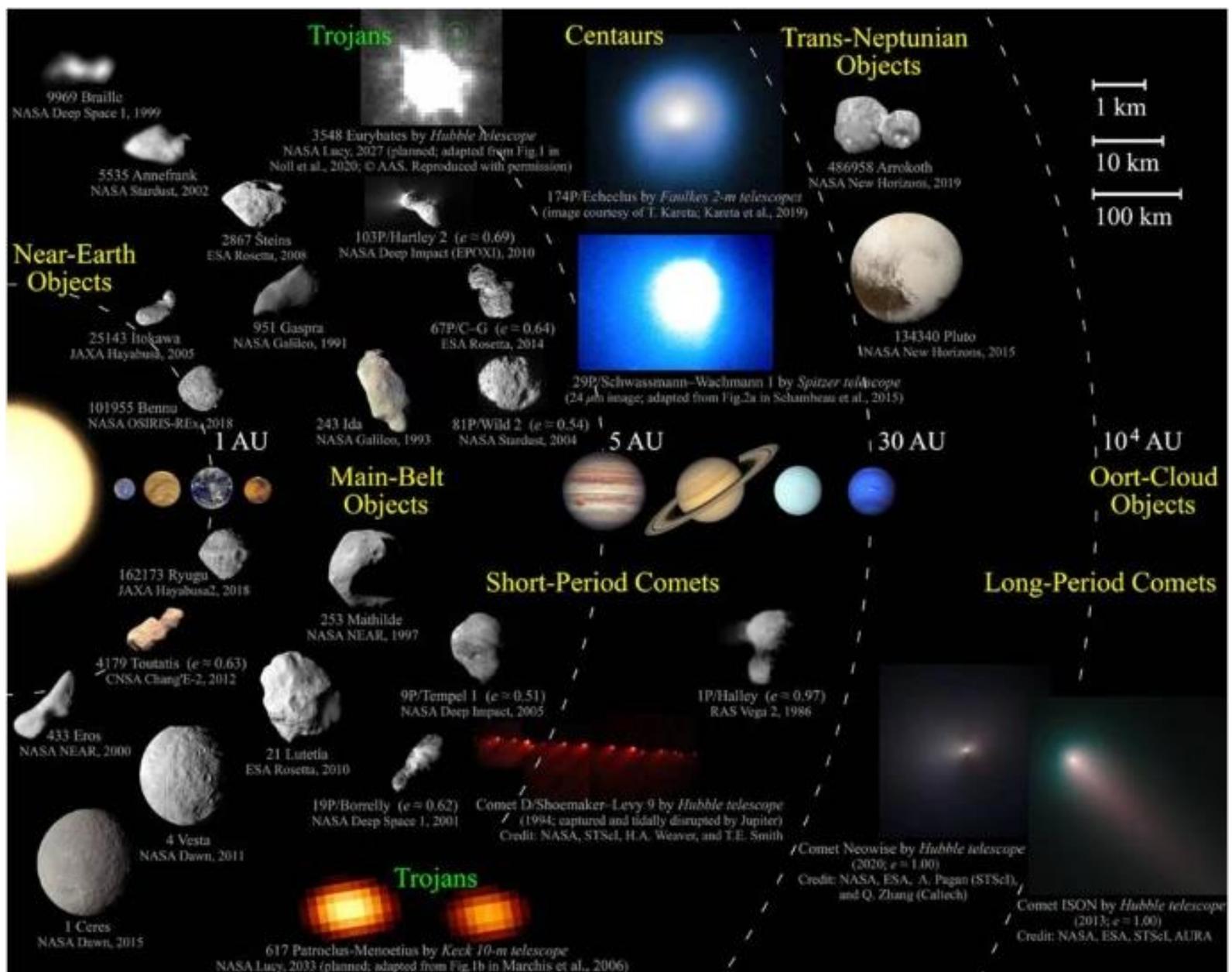
## La croissance des grains est limitée



Les grains, initialement micrométriques, peuvent seulement grandir jusqu'à des tailles millimétriques ou centimétriques, selon leur composition (silicates ou glace d'eau)

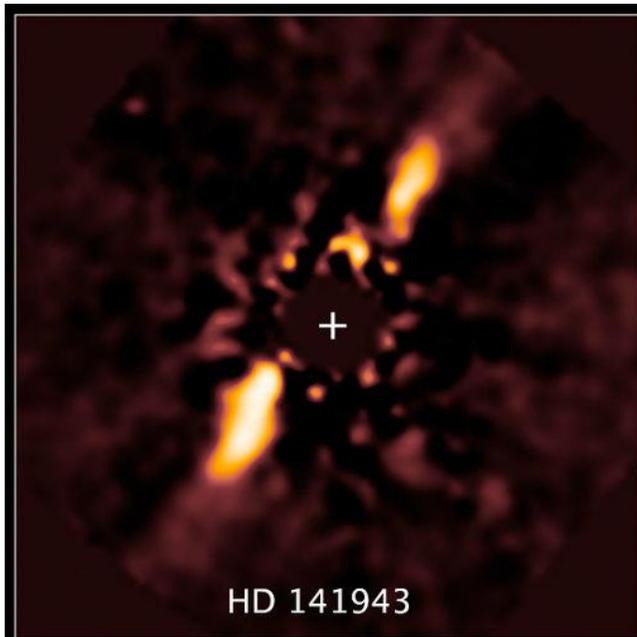


# Planètes et petits corps dans le Système solaire

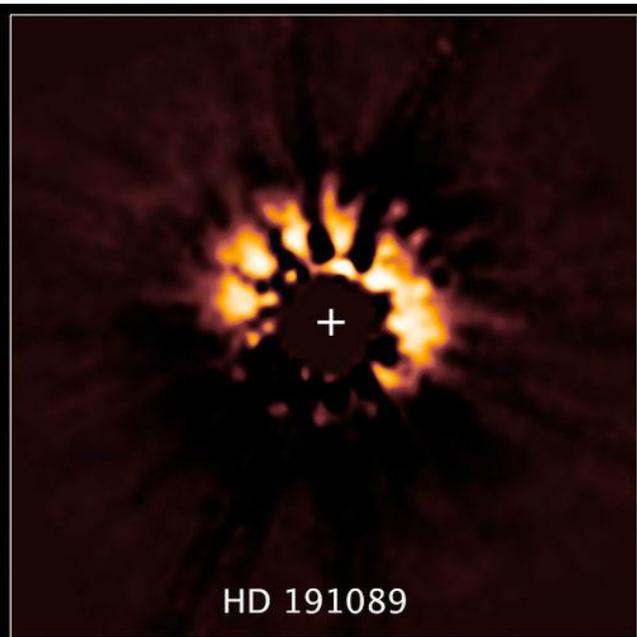




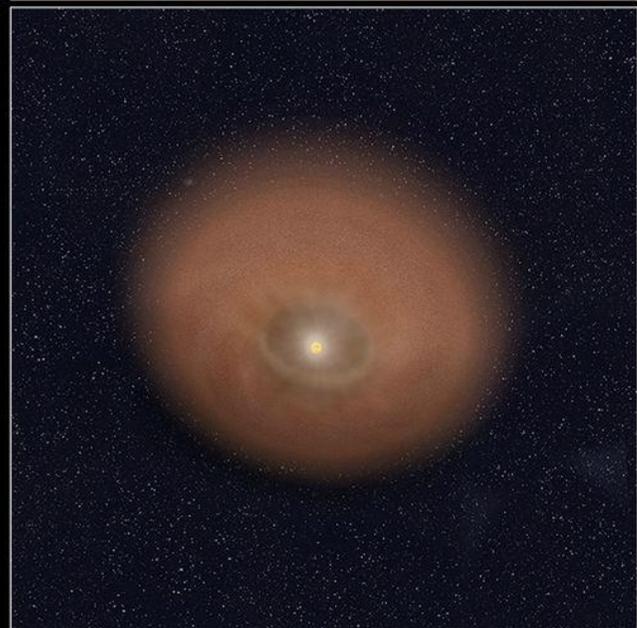
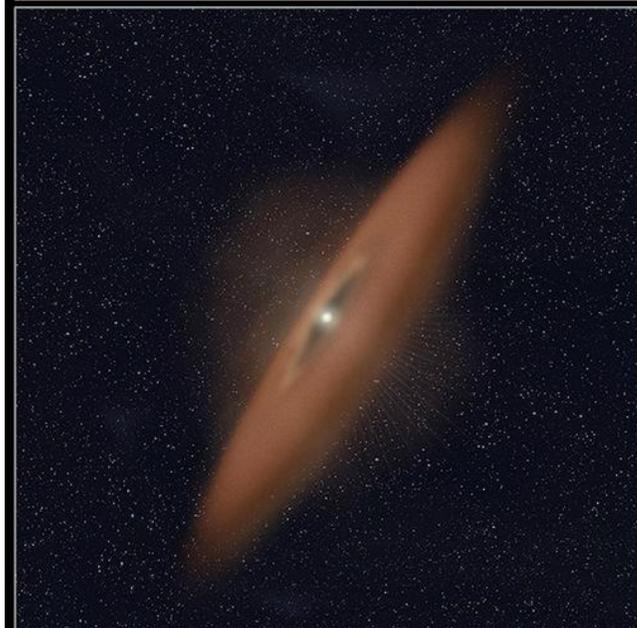
## Les disques de débris: révélateurs de petits corps extrasolaires



HD 141943

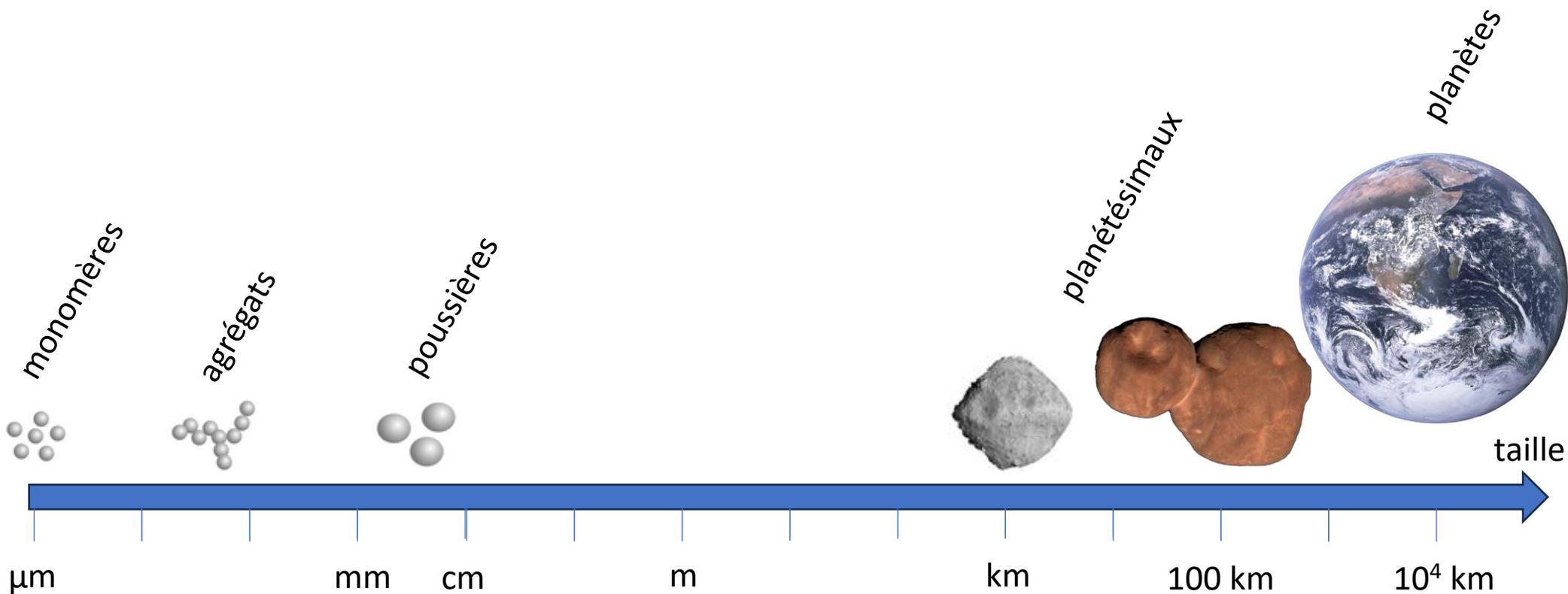


HD 191089





# Les petits corps (ou planétésimaux): une étape intermédiaire vers la formation des planètes

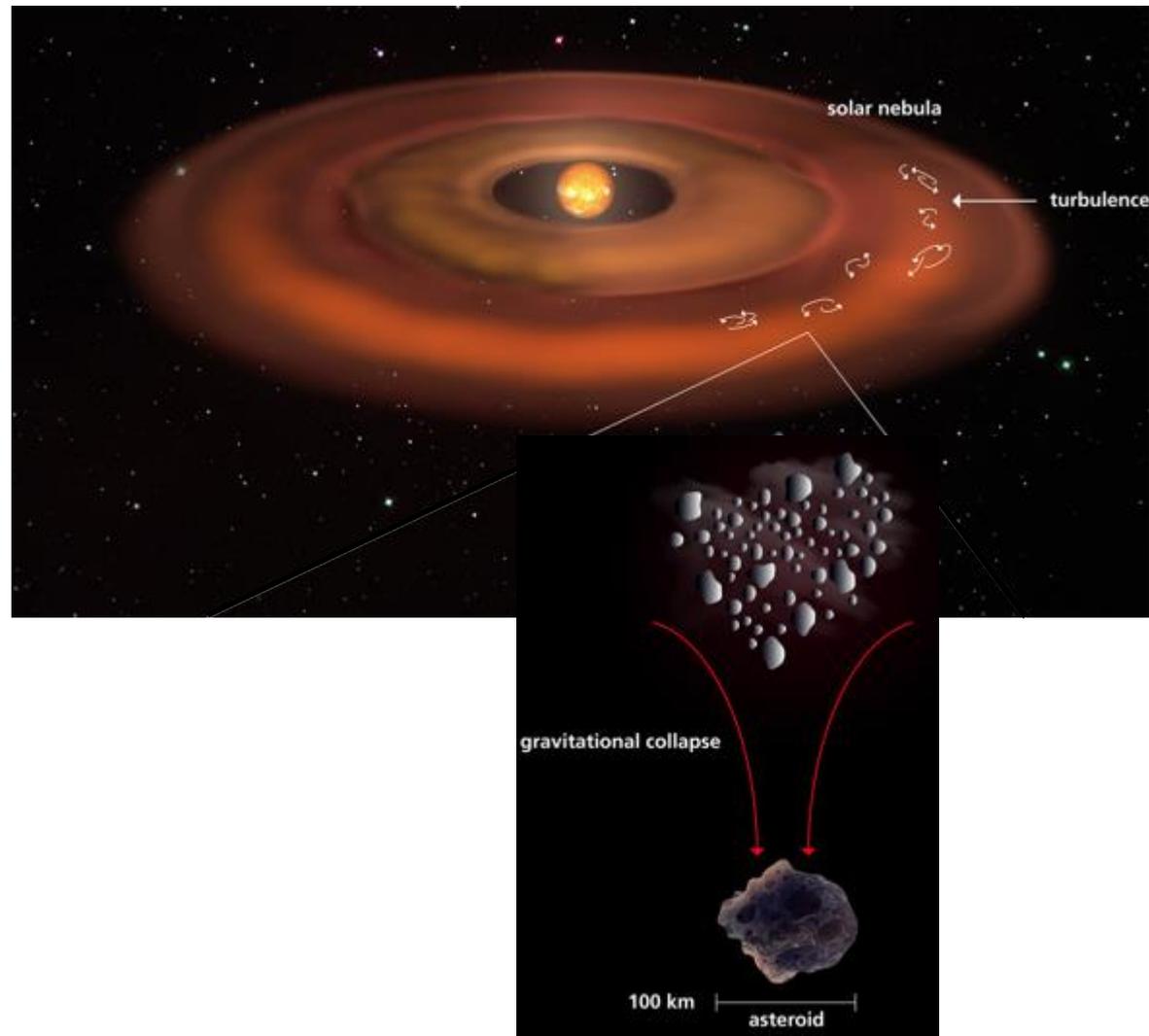




## Les planétésimaux comme amas autogravitants de poussières

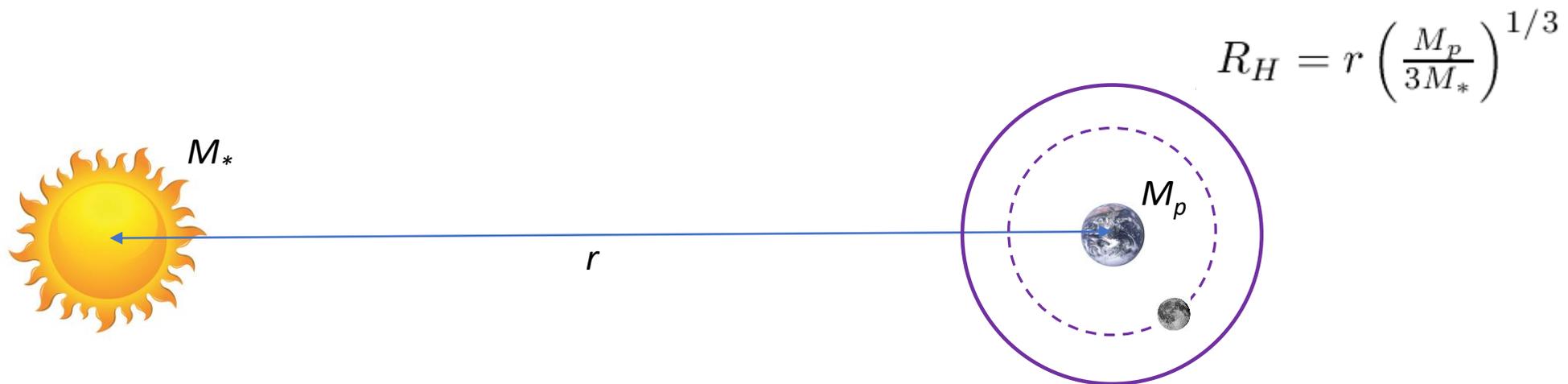
Étant donné que les poussières ne peuvent pas croître au-delà du mm/cm, l'idée est que les planétésimaux se forment par contraction d'amas autogravitants de poussières.

**Comment former de tels amas?**





## Le rayon de Hill

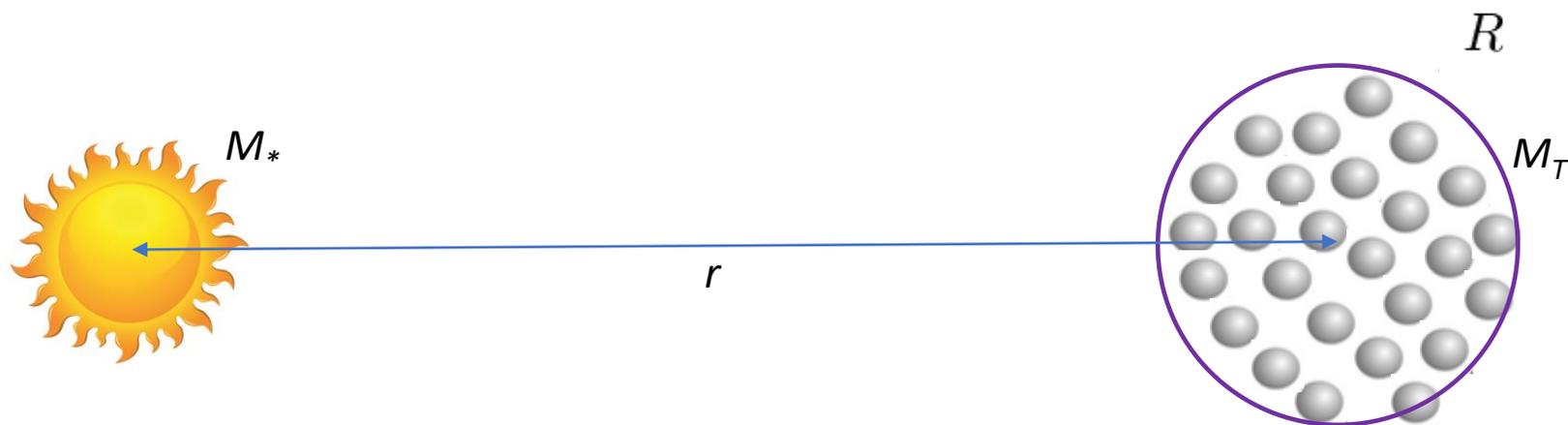


Le rayon de Hill est le rayon de la sphère d'influence gravitationnelle d'un objet



## La densité de Hill

Critère pour être gravitationnellement liés:  $M_T > M_p$



$$M_T = \frac{4}{3}\pi\rho_p R_H^3 > M_p$$

$$\frac{4}{3}\pi\rho_p r^3 \frac{M_p}{3M_*} > \cancel{M_p}$$

$$\rho_p > \frac{9}{4\pi} \frac{M_*}{r^3} \equiv \rho_H$$

$\rho_p > \rho_H$   $\longleftrightarrow$  Amas gravitationnellement lié  
Instabilité gravitationnelle



## Rapport poussière/gaz à l'instabilité gravitationnelle

L'instabilité gravitationnelle dépend uniquement de la densité des poussières et elle est indépendante de la densité du gaz.

Cependant, on peut calculer  $\rho_p/\rho_g$  en supposant une densité du gaz  $\rho_g$  typique

$$\rho_p > \frac{9}{4\pi} \frac{M_*}{r^3} = 0.7 \frac{M_*}{r^3}$$

$$\rho_g = \frac{\Sigma_g}{\sqrt{2\pi}H_g} = \frac{\pi r^2 \Sigma_g}{\sqrt{2\pi} \pi r^3 (H_g/r)} = \frac{M_{disque}}{\sqrt{2\pi} \pi r^3 (H_g/r)} = \frac{f}{\sqrt{2\pi} \pi (H_g/r)} \frac{M_*}{r^3}$$

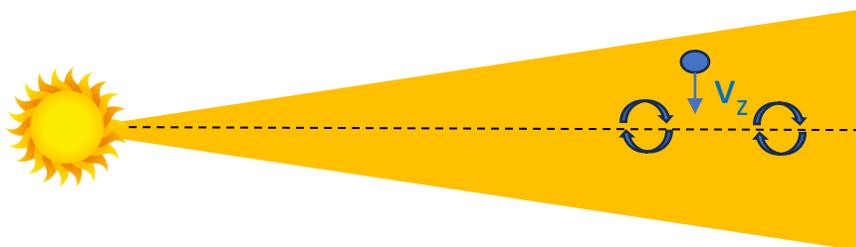
En prenant les valeurs typiques  $f = 3 \times 10^{-3}$  et  $(H_g/r) = 0.05$  on a  $\rho_g \sim 7 \times 10^{-3} \frac{M_*}{r^3}$

La valeur  $\rho_p/\rho_g$  est donc typiquement  $\gtrsim 100$



# Instabilité gravitationnelle par sédimentation vers le plan médian

Safronov, 1969; Goldreich and Ward, 1973



Puisque  $\rho_p = \frac{\Sigma_p}{\sqrt{2\pi}H_p}$  et  $H_p = H_g \sqrt{\frac{\alpha}{\tau_f}}$

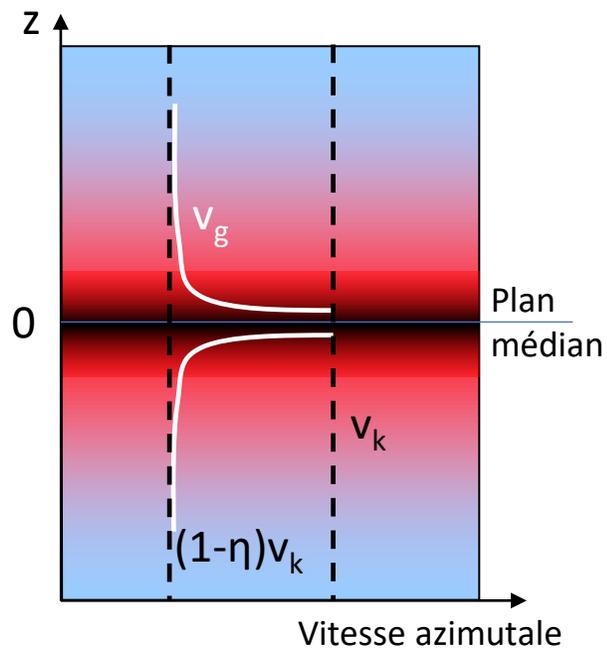
la densité  $\rho_p$  peut être arbitrairement grande si  $\alpha$  est arbitrairement petit

Puisque  $\Sigma_p \sim 0.01\Sigma_g$ , avoir  $\rho_p > 100\rho_g$  requière  $H_p < 10^{-4}H_g$

c'est à dire  $\frac{H_p}{r} \lesssim 5 \times 10^{-6}$  et  $\frac{\alpha}{\tau_f} \lesssim 10^{-8}$ . Est-ce réaliste?



## Instabilité de Kelvin-Helmholtz



Dès que le rapport poussières/gaz avoisine 1 sur le plan médian, le gaz est poussé par les poussières en rotation quasi-keplerienne

Ceci génère un cisaillement vertical en vitesse de rotation qui engendre l'instabilité de Kelvin-Helmholtz et donc une turbulence

Il n'est donc pas correct de supposer  $\alpha$  arbitrairement petit (Weidenschilling, 1977, 1980)





## Epaisseur limite de la couche des poussières à cause de la IK-H

La vitesse d'agitation turbulente induite par l'instabilité de Kelvin-Helmholtz est  $v_{turb} = \frac{\Delta v}{30}$

où  $\Delta v \sim \eta v_K = \eta r \Omega$  est la différence des vitesses dans le cisaillement vertical (Tennekes et Lumley, 1972)

Le rapport d'aspect de la couche de poussières sera donc:  $\frac{H_p}{r} = \frac{v_{turb}}{r\Omega} = \frac{\eta}{30} \sim 10^{-4}$

(à comparer avec  $\frac{H_p}{r} \lesssim 5 \times 10^{-6}$  nécessaire pour l'instabilité gravitationnelle)

Le  $\alpha_{KH}$  de la turbulence induite sera:  $\alpha_{KH} = \frac{v_{turb}^2}{c_s^2} = \frac{\eta^2}{900} \left( \frac{H_g}{r} \right)^{-2} \sim 4 \times 10^{-6}$

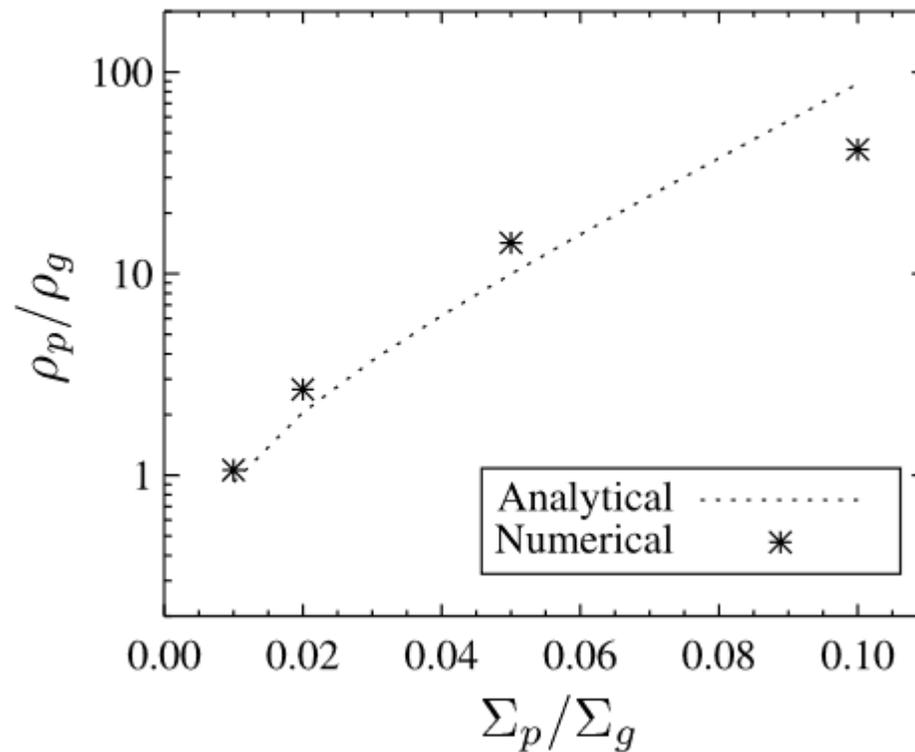
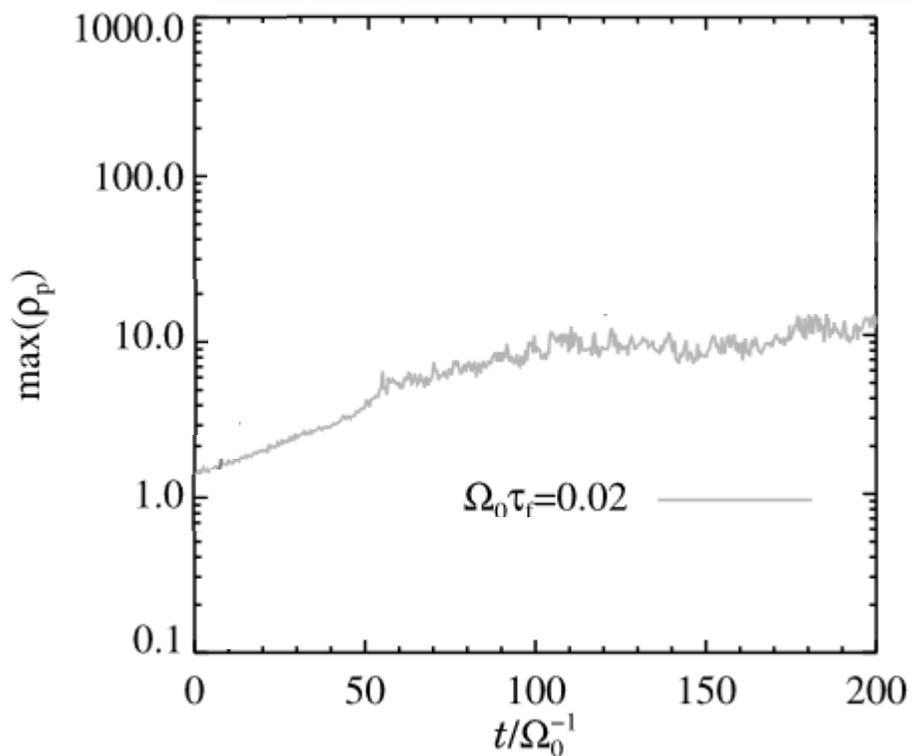
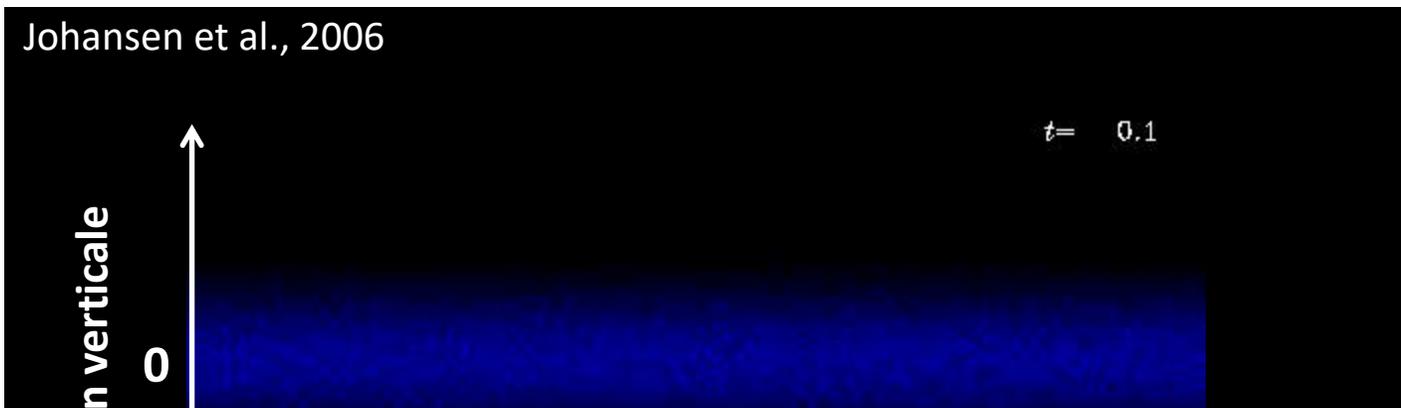
(à comparer avec  $\frac{\alpha}{\tau_f} \lesssim 10^{-8}$  nécessaire pour l'instabilité gravitationnelle)

Pour que ça marche, il faut que  $\eta$  soit très petit ou nul, comme lors d'un maximum de pression



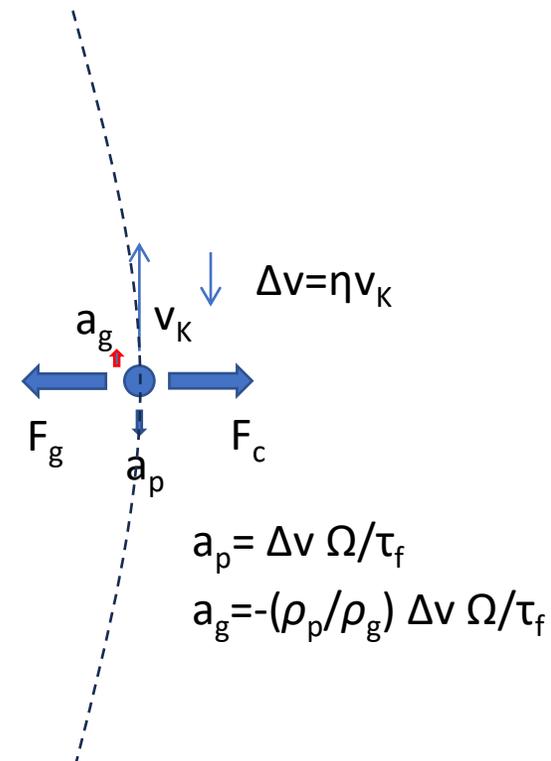
# Simulation de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz

Johansen et al., 2006





# Dynamique du gaz et des poussières (avec rétroactions)



A l'état stationnaire:

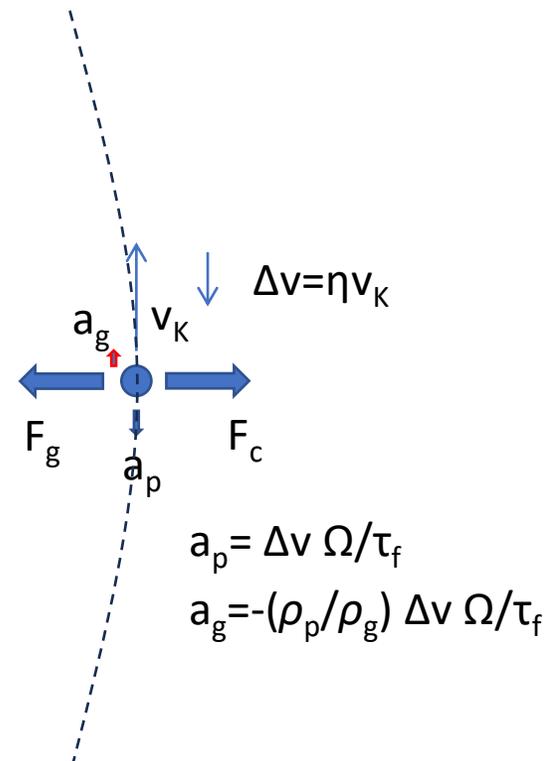
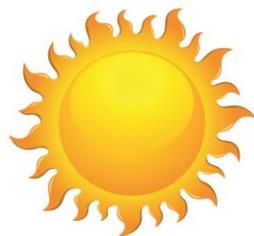
Poussière: 
$$v_\theta = v_K - \frac{\rho_g}{\rho} \eta v_K + \left(\frac{\rho_g}{\rho}\right)^3 \eta v_K \tau_f^2 \quad v_r = -2 \left(\frac{\rho_g}{\rho}\right)^2 \eta v_K \tau_f$$

Gaz: 
$$u_\theta = v_K - \frac{\rho_g}{\rho} \eta v_K - \frac{\rho_p}{\rho} \left(\frac{\rho_g}{\rho}\right)^2 \eta v_K \tau_f^2 \quad u_r = 2 \frac{\rho_p}{\rho} \frac{\rho_g}{\rho} \eta v_K \tau_f$$

$$\rho = \rho_p + \rho_g$$



# Dynamique du gaz et des poussières (avec rétroactions)



En supposant  $\rho_p = \rho_g = \frac{1}{2}\rho$

Poussière:  $v_\theta = v_K - \frac{1}{2}\eta v_K + \frac{1}{8}\eta v_K \tau_f^2$

$$v_r = -2\frac{1}{4}\eta v_K \tau_f$$

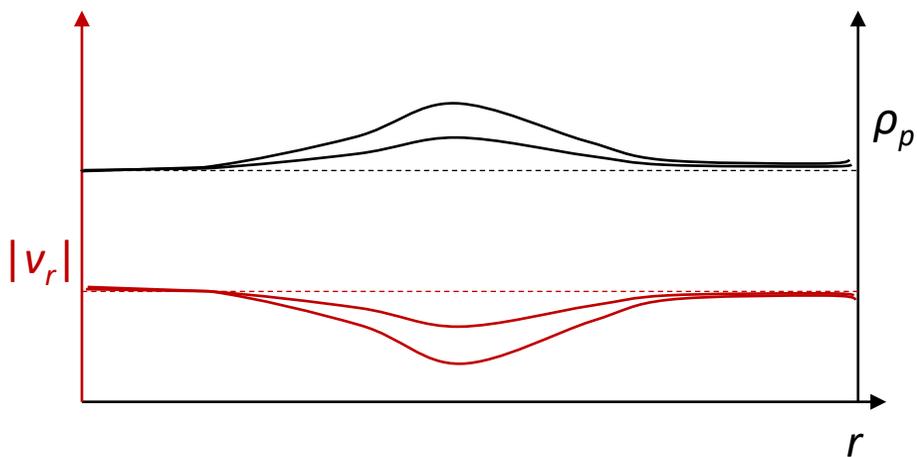
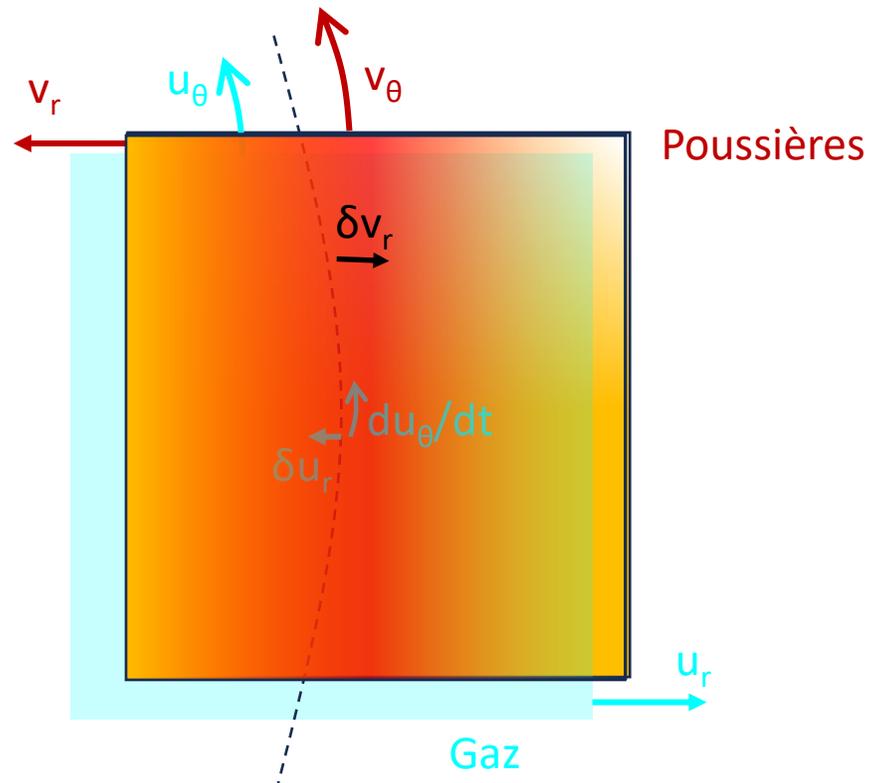
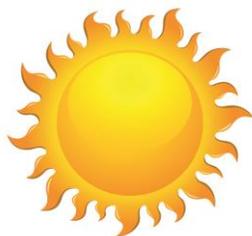
Gaz:  $u_\theta = v_K - \frac{1}{2}\eta v_K - \frac{1}{8}\eta v_K \tau_f^2$

$$u_r = 2\frac{1}{4}\eta v_K \tau_f$$



# L'instabilité de courant (streaming instability)

$$\rho_p > \rho_g, \quad \rho_p > \frac{1}{2}\rho$$



$$\rho_p v_r = \text{constante} \implies \delta \rho_p = -\delta v_r \frac{\rho_p}{v_r}$$

$$u_r = 2 \frac{\rho_p}{\rho} \frac{\rho_g}{\rho} \eta v_K \tau_f \implies \delta u_r = 2 \rho_g \frac{\rho_g - \rho_p}{\rho^3} \delta \rho_p \eta v_K \tau_f < 0$$

$$\frac{du_\theta}{dt} = -2 \delta u_r \Omega$$

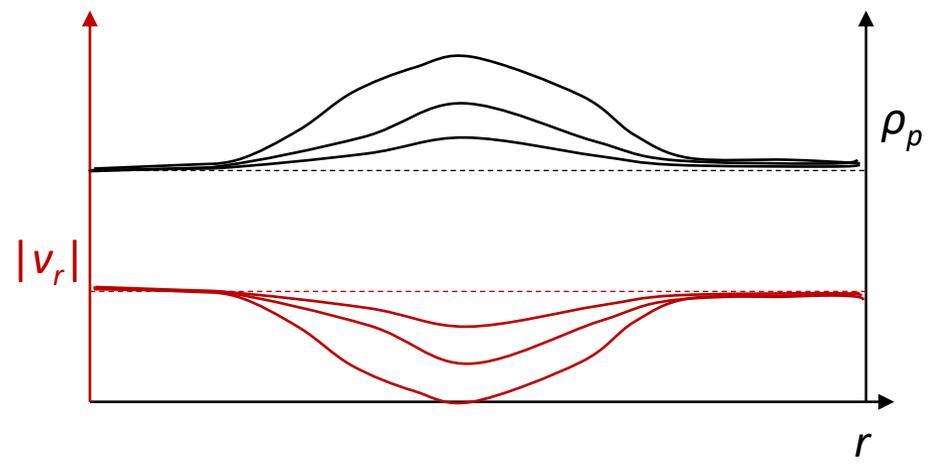
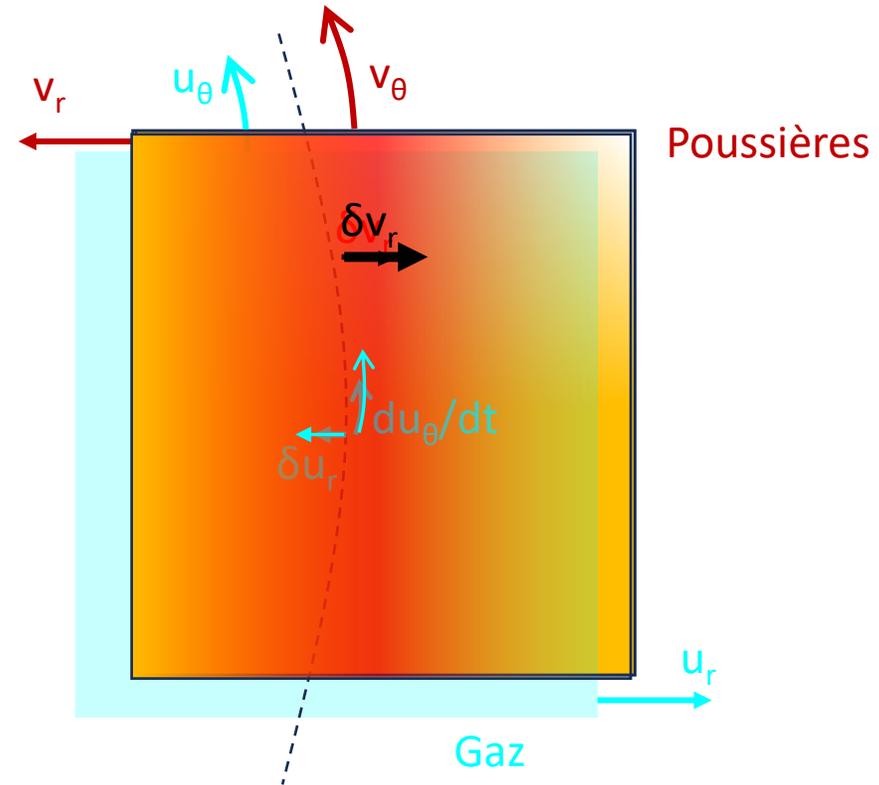
$$v_r = -2 \left( \frac{\rho_g}{\rho} \right)^2 \eta v_K \tau_f \implies \delta v_r^{(N)} = 4 \frac{\rho_g^2}{\rho^3} \delta \rho_p \eta v_K \tau_f = \frac{2 \rho_p}{\rho} \delta v_r > 1$$

Squire et Hopkins, MNRAS  
498, 1239–1251 (2020)



# L'instabilité de courant (streaming instability)

$$\rho_p > \rho_g, \quad \rho_p > \frac{1}{2}\rho$$



$$\rho_p v_r = \text{constante} \implies \delta \rho_p = -\delta v_r \frac{\rho_p}{v_r}$$

$$u_r = 2 \frac{\rho_p}{\rho} \frac{\rho_g}{\rho} \eta v_K \tau_f \implies \delta u_r = 2 \rho_g \frac{\rho_g - \rho_p}{\rho^3} \delta \rho_p \eta v_K \tau_f < 0$$

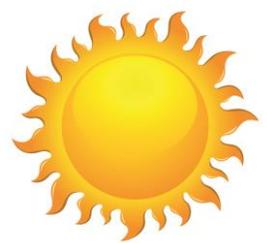
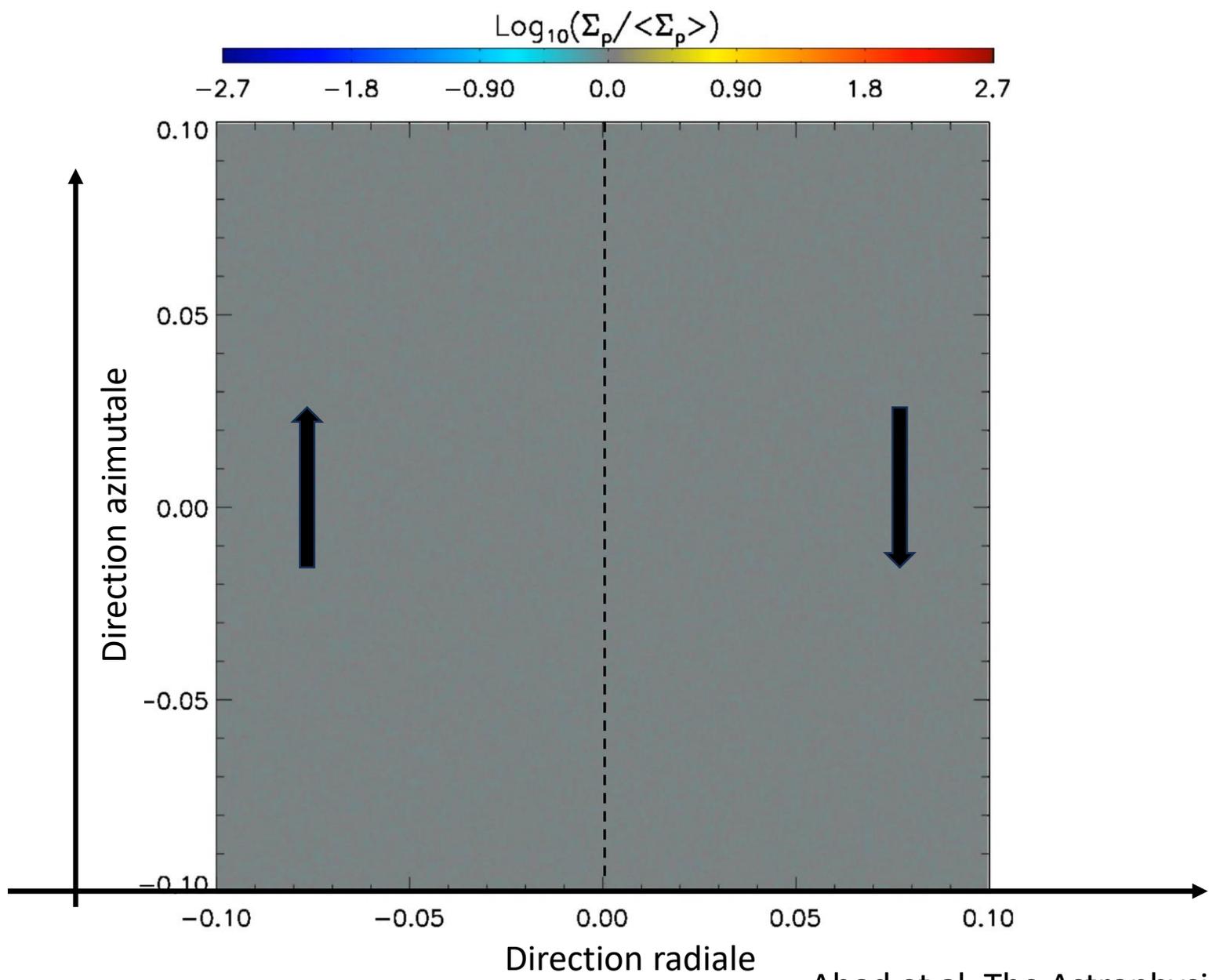
$$\frac{du_\theta}{dt} = -2 \delta u_r \Omega$$

$$v_r = -2 \left( \frac{\rho_g}{\rho} \right)^2 \eta v_K \tau_f \implies \delta v_r^{(N)} = 4 \frac{\rho_g^2}{\rho^3} \delta \rho_p \eta v_K \tau_f = \frac{2 \rho_p}{\rho} \delta v_r > 1$$

Squire et Hopkins, MNRAS  
498, 1239–1251 (2020)

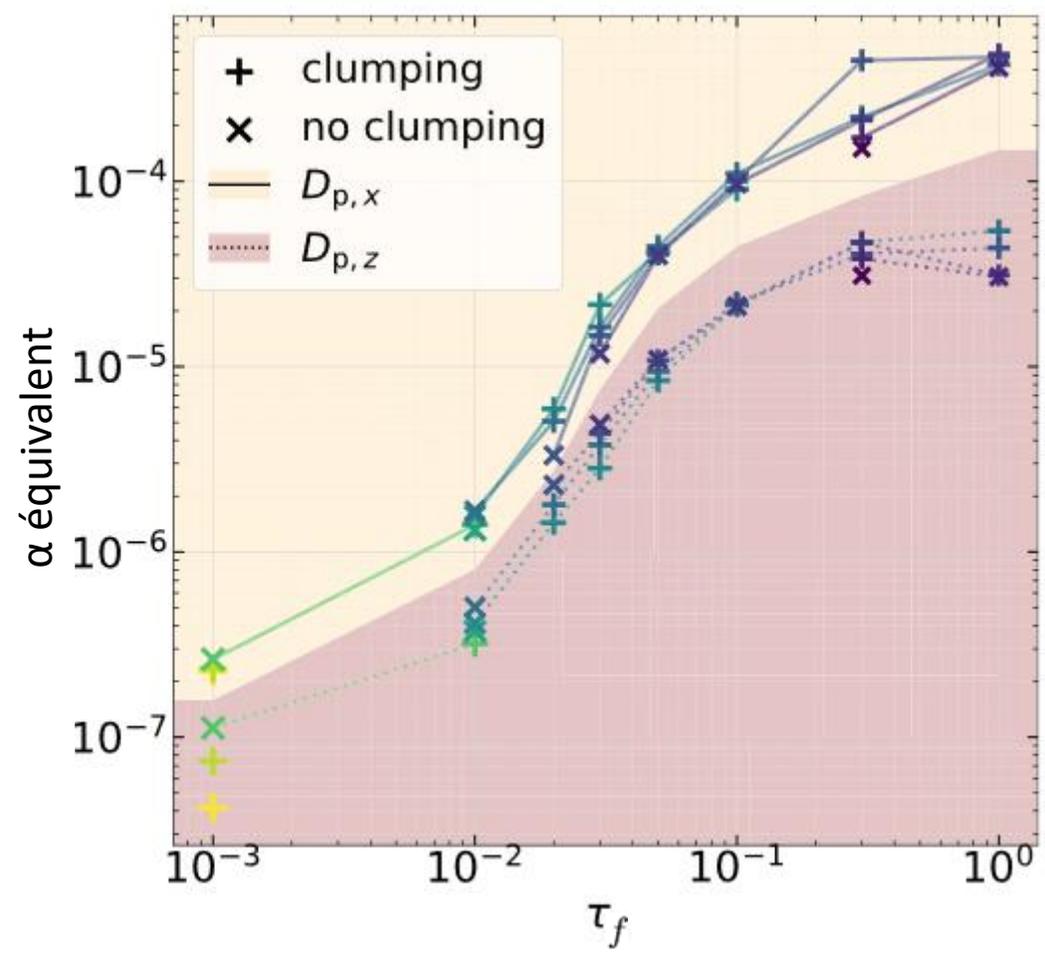
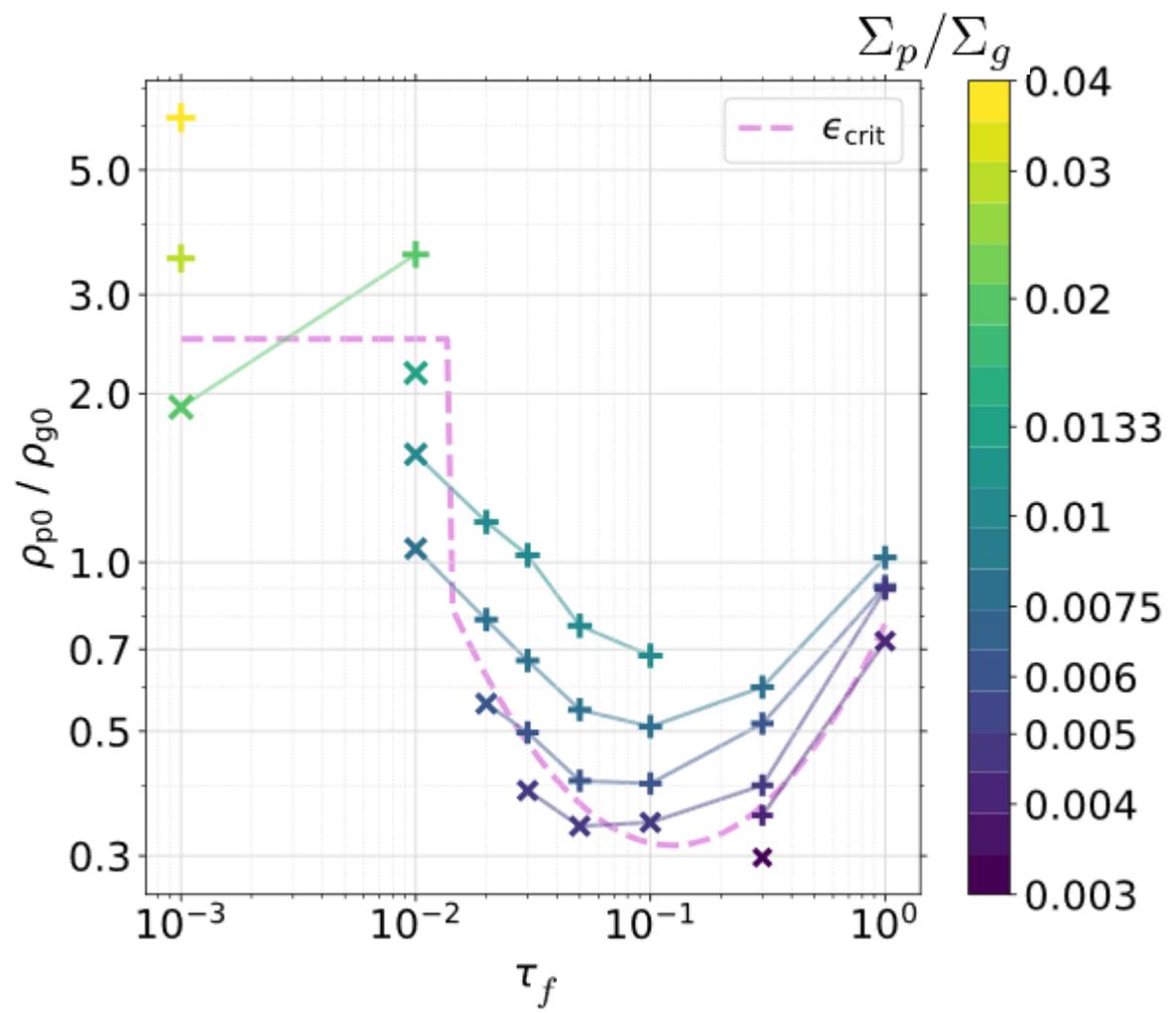


# L'instabilité de courant (streaming instability)





# Conditions pour le déclenchement de l'instabilité de courant

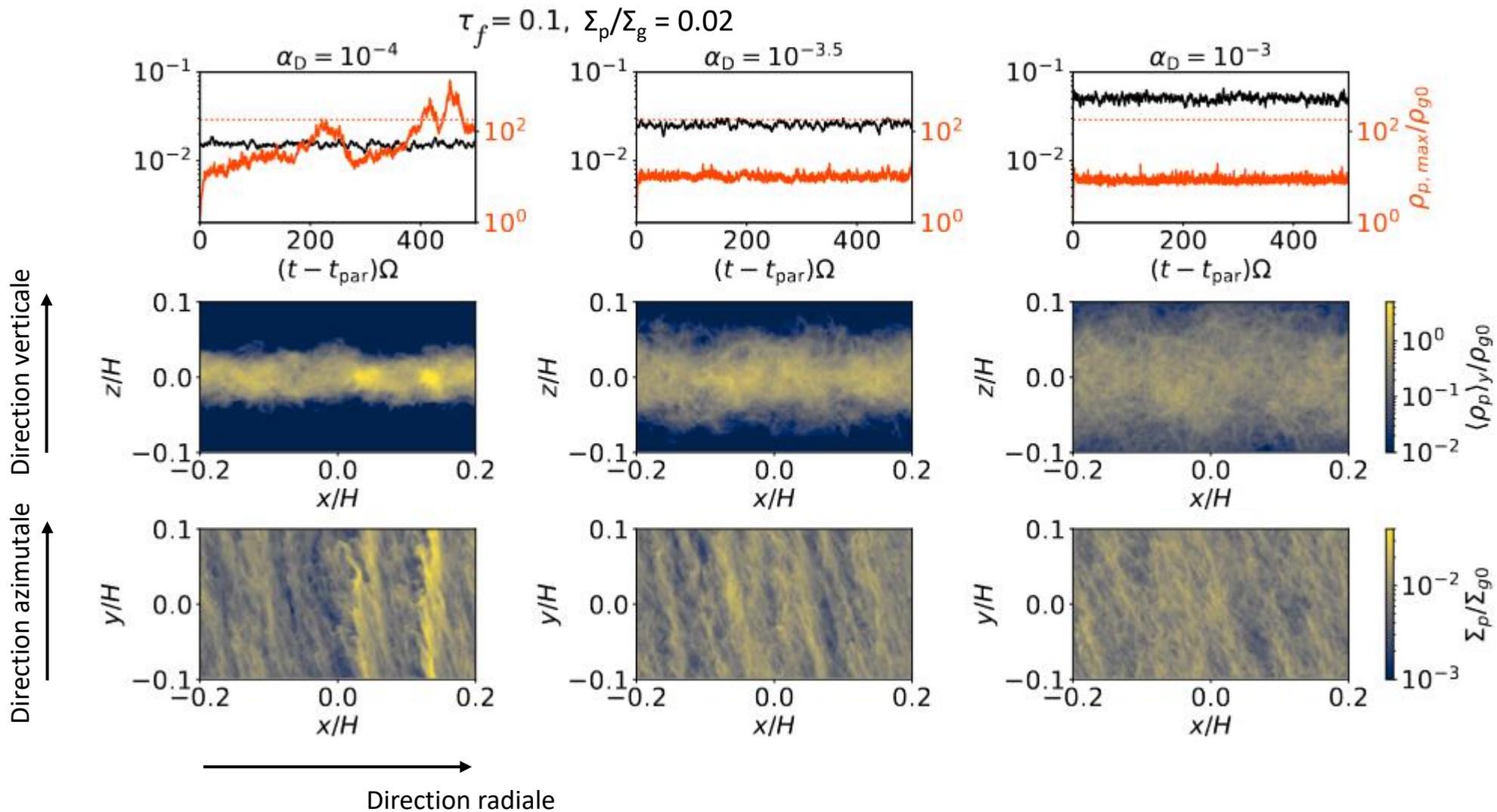


Li et Youdin, The Astrophysical Journal, 2021

A noter! La turbulence induite par l'instabilité de courant est anisotrope:  $\alpha_r > \alpha_z$



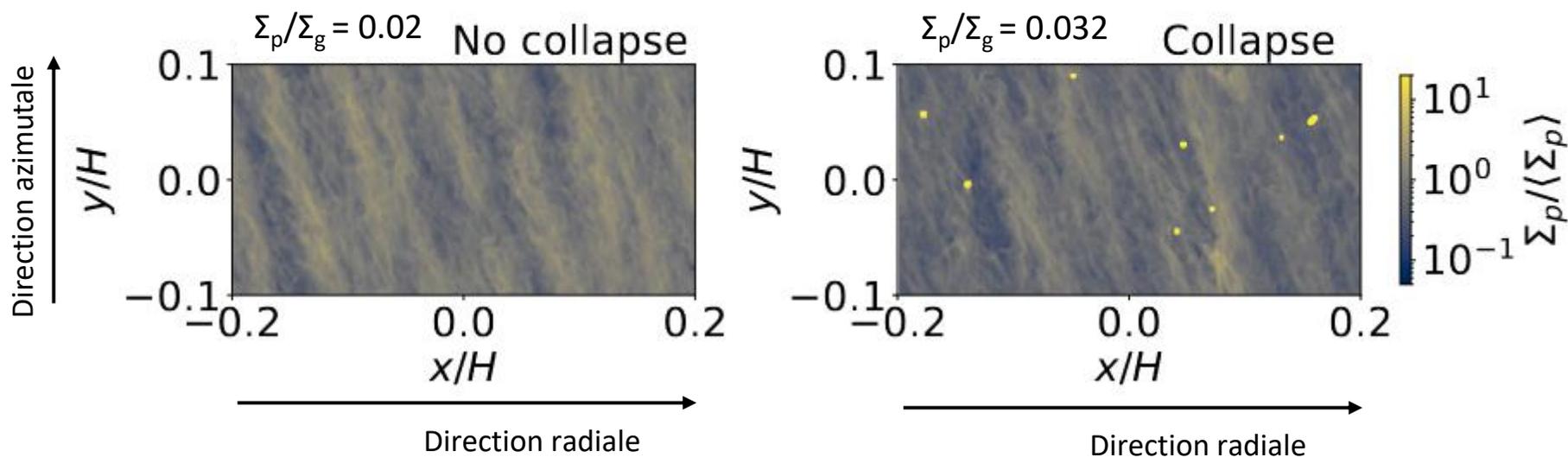
# Turbulence et instabilité de courant





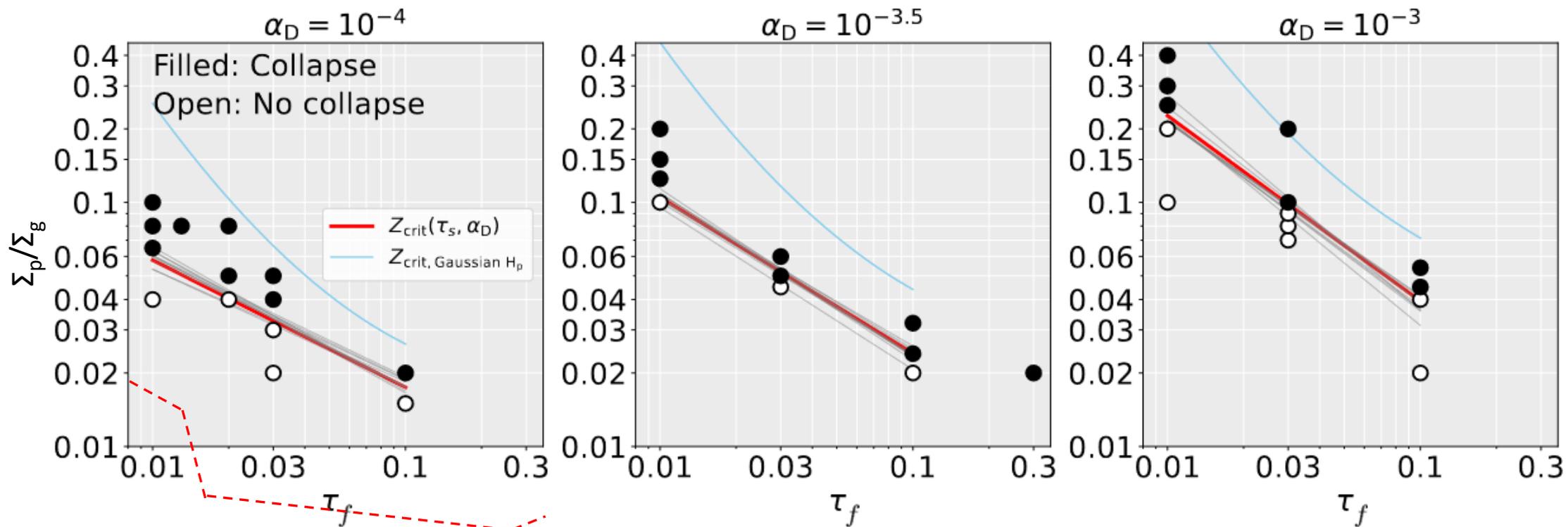
# Turbulence et instabilité de courant

$$\tau_f = 0.1, \alpha_D = 10^{-3.5}$$





# Turbulence et instabilité de courant



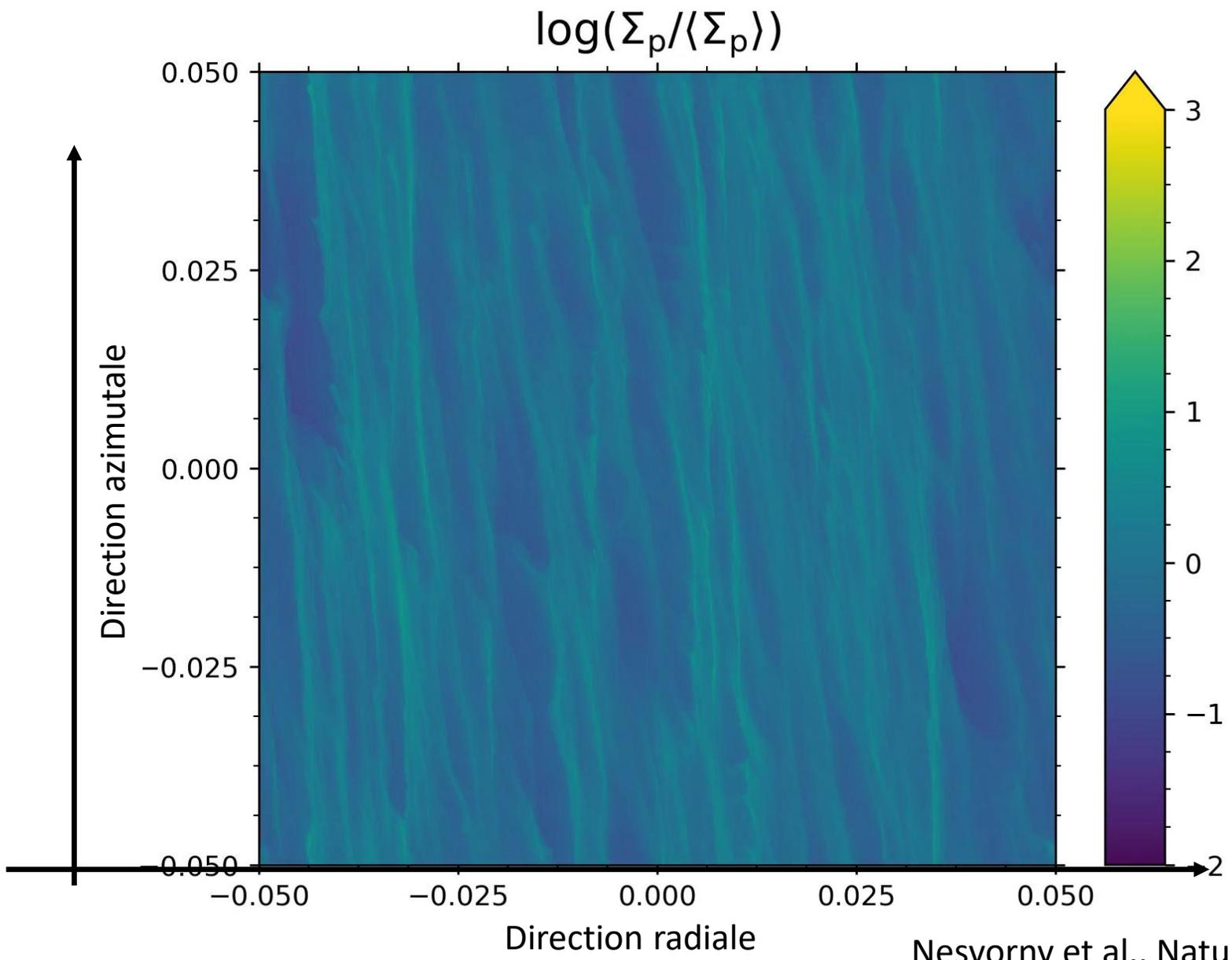
Lim et al., 2023 arXiv:2312.12508

En supposant  $H_p = H \sqrt{\frac{\alpha}{\tau_f}}$  on surestime la valeur critique de  $\Sigma_p/\Sigma_g$  nécessaire pour l'instabilité

En réalité, si  $\rho_p/\rho_g$  est grand,  $H$  et  $c_s$  sont réduits d'un facteur  $(1 + \rho_p/\rho_g)^{1/2}$  ce qui rend la distribution verticale des poussières non-Gaussienne et augmente sa densité sur le plan médian



# Formation de planétésimaux par instabilité de courant





# Conditions pour la contraction d'amas de poussières en planétésimaux

Quand un amas de poussières atteint une densité  $\rho \geq \rho_H$  il cherche à se contracter sous l'effet de sa propre gravité, mais la turbulence au sein de l'amas cherche à l'en empêcher.

Temps de contraction de l'amas:

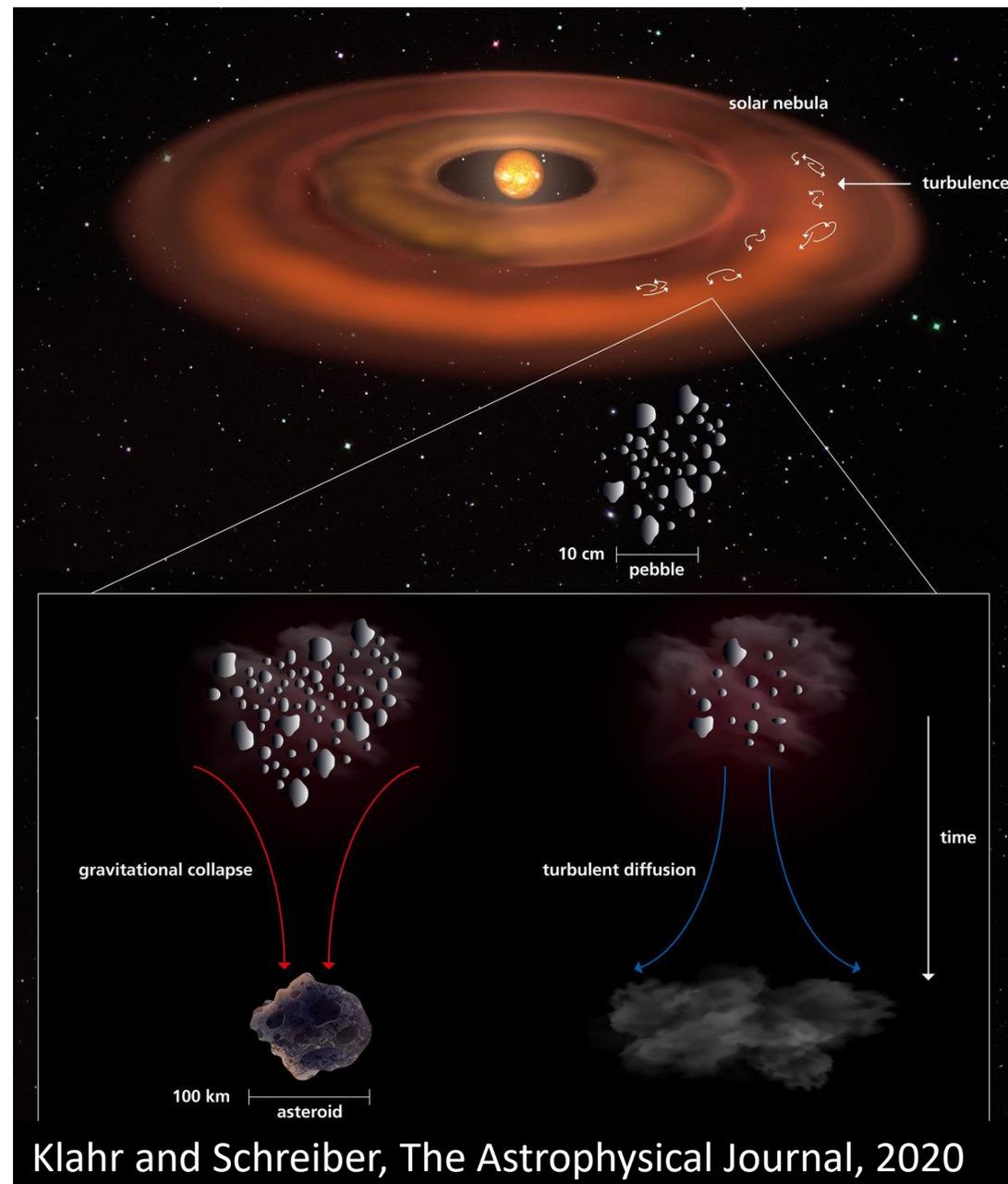
$$\tau_c = \frac{1}{9\tau_f \Omega} \frac{\rho_H}{\rho}$$

Temps de diffusion au sein de l'amas:

$$\tau_D = \frac{R_A^2}{D} = \frac{R_A^2}{\alpha' H^2 \Omega}$$

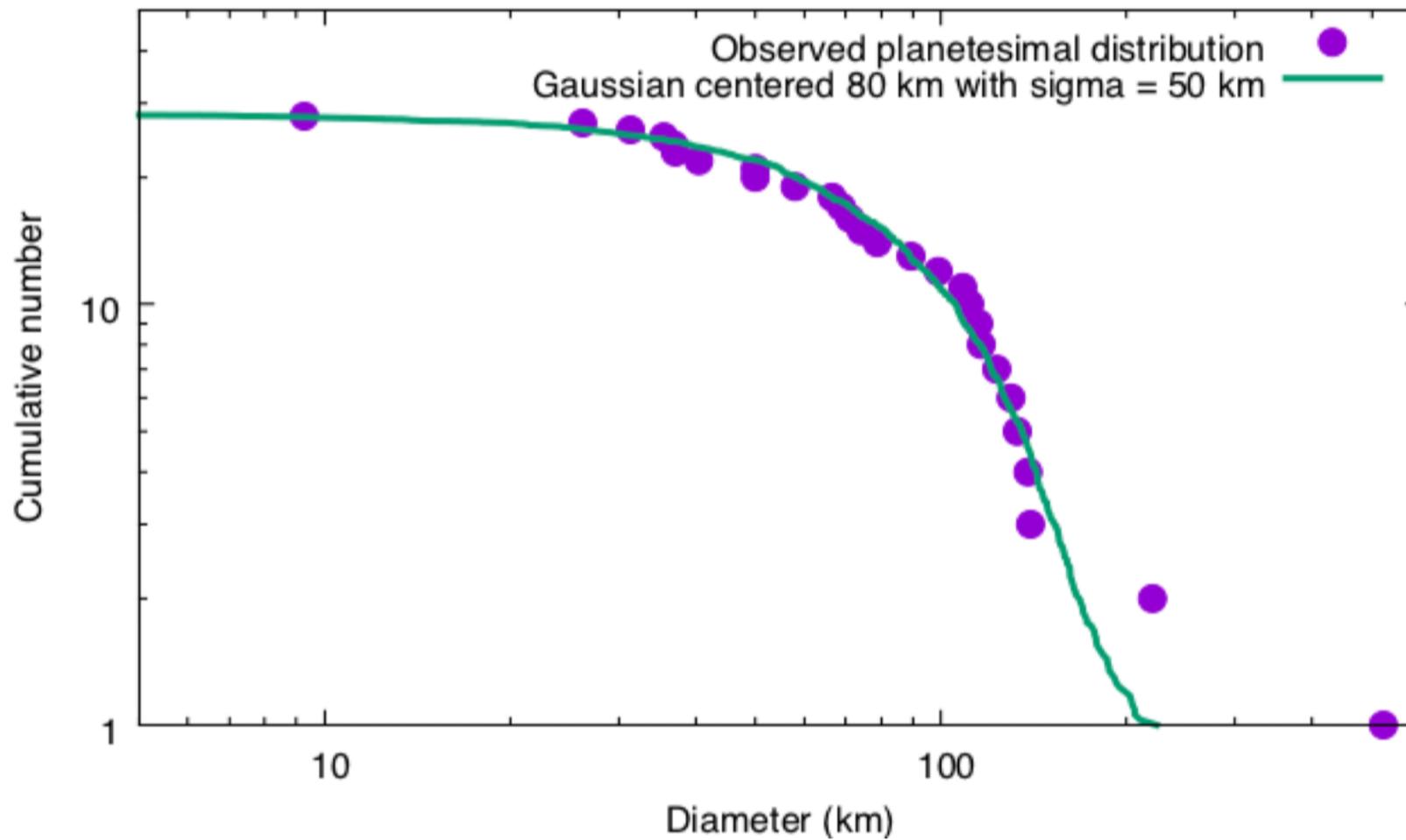
Il y a contraction et formation d'un planétésimal si :

$$\tau_c < \tau_D \iff R_A > \frac{1}{3} \sqrt{\frac{\alpha'}{\tau_f}} H$$





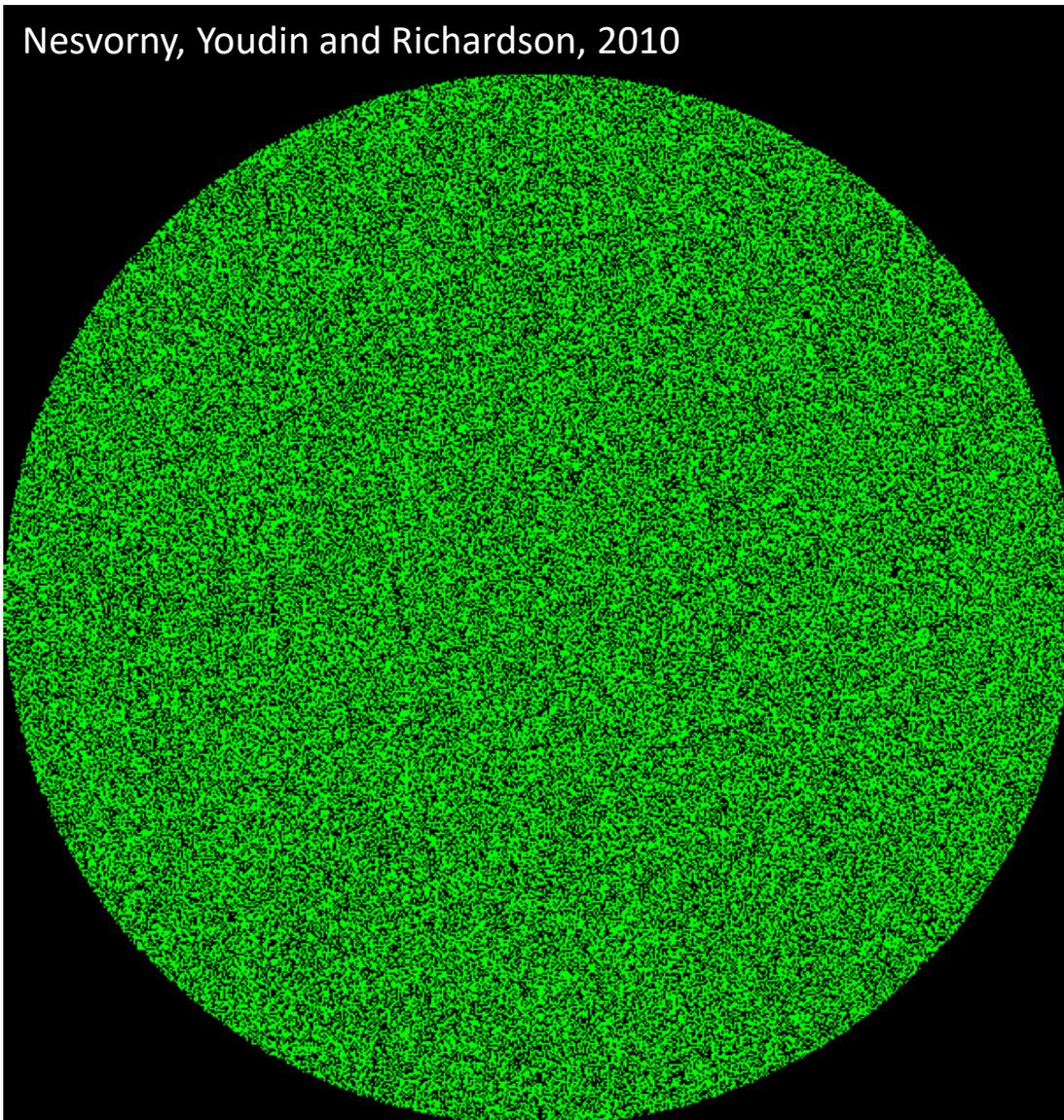
# Distribution des tailles des planétésimaux





## Contraction d'amas de poussières: l'obstacle du moment cinétique

Nesvorny, Youdin and Richardson, 2010



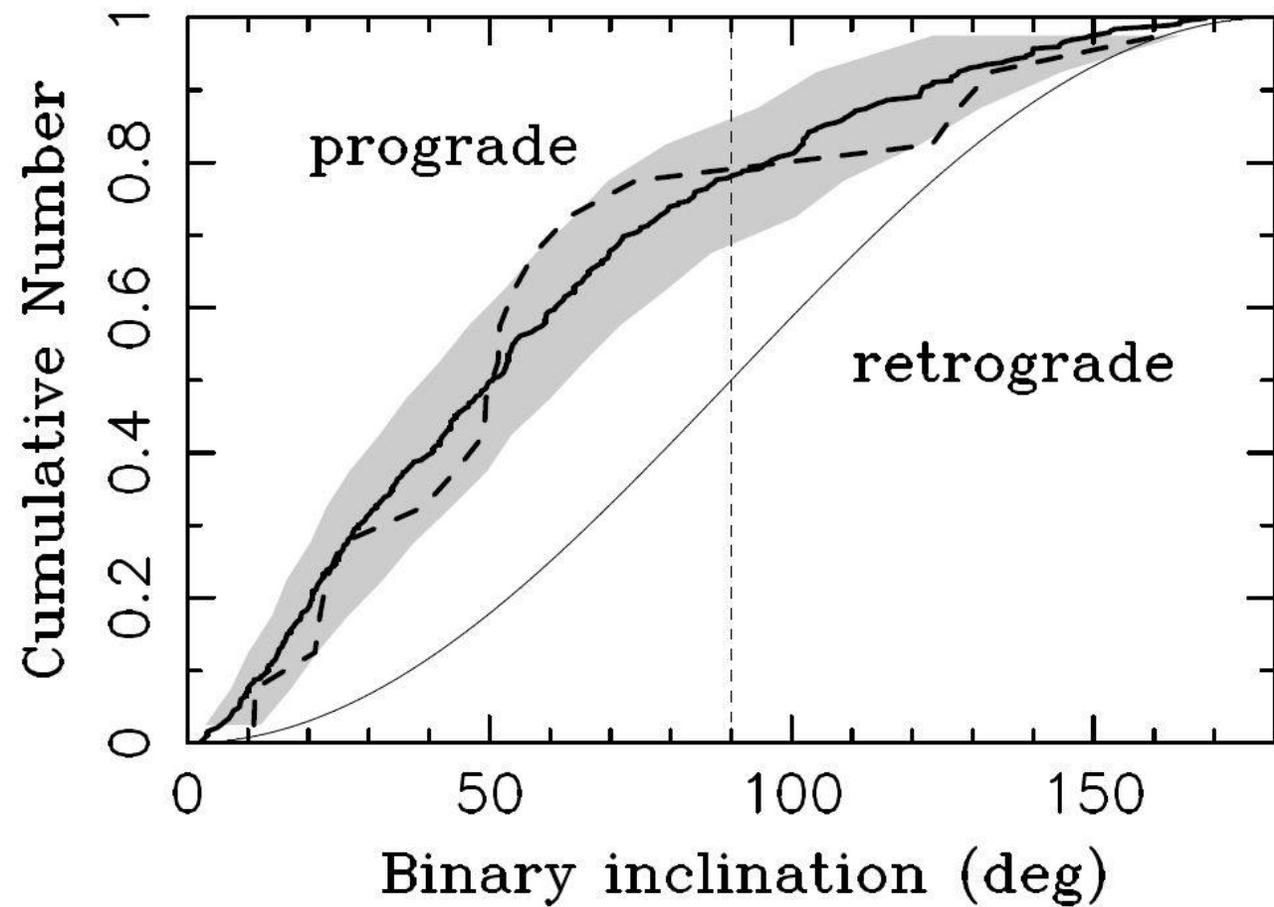
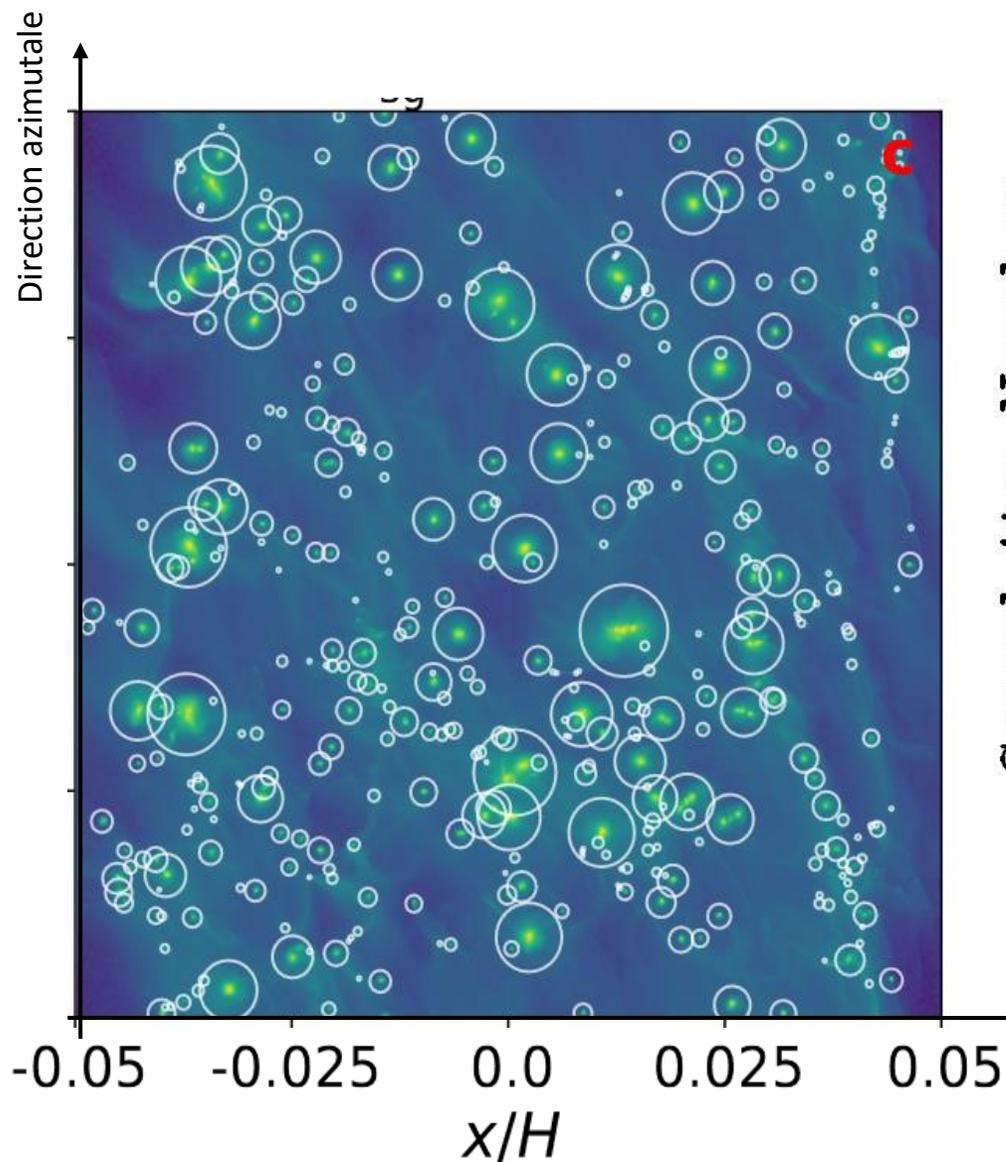
Explique le grand nombre d'objets binaires dans la ceinture de Kuiper, et les binaires en contact.



TNO Arrokoth

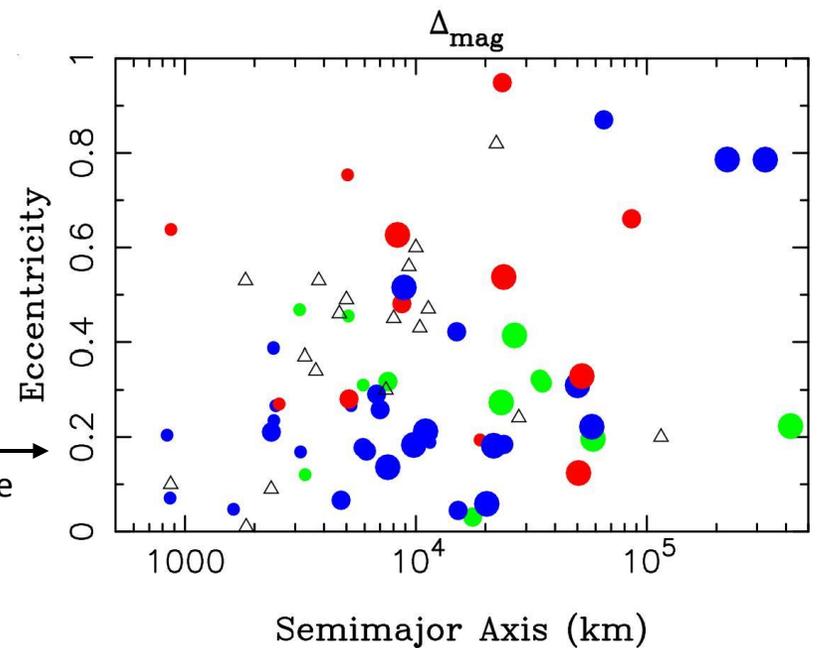
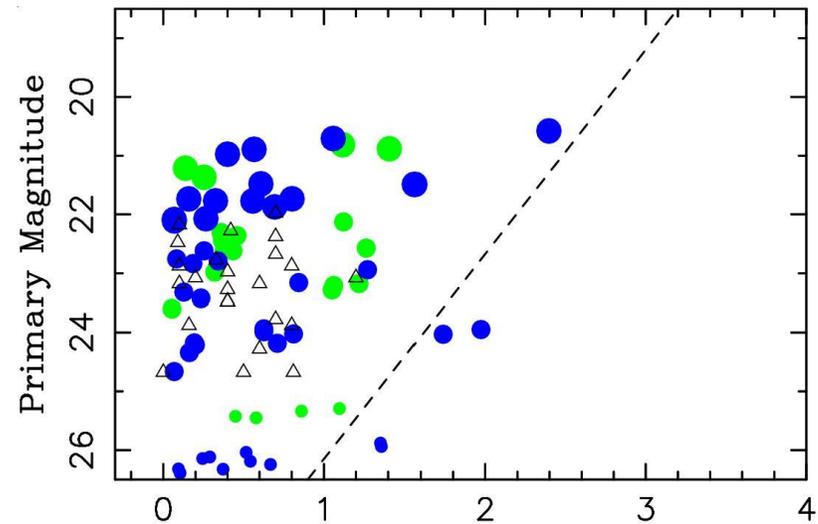
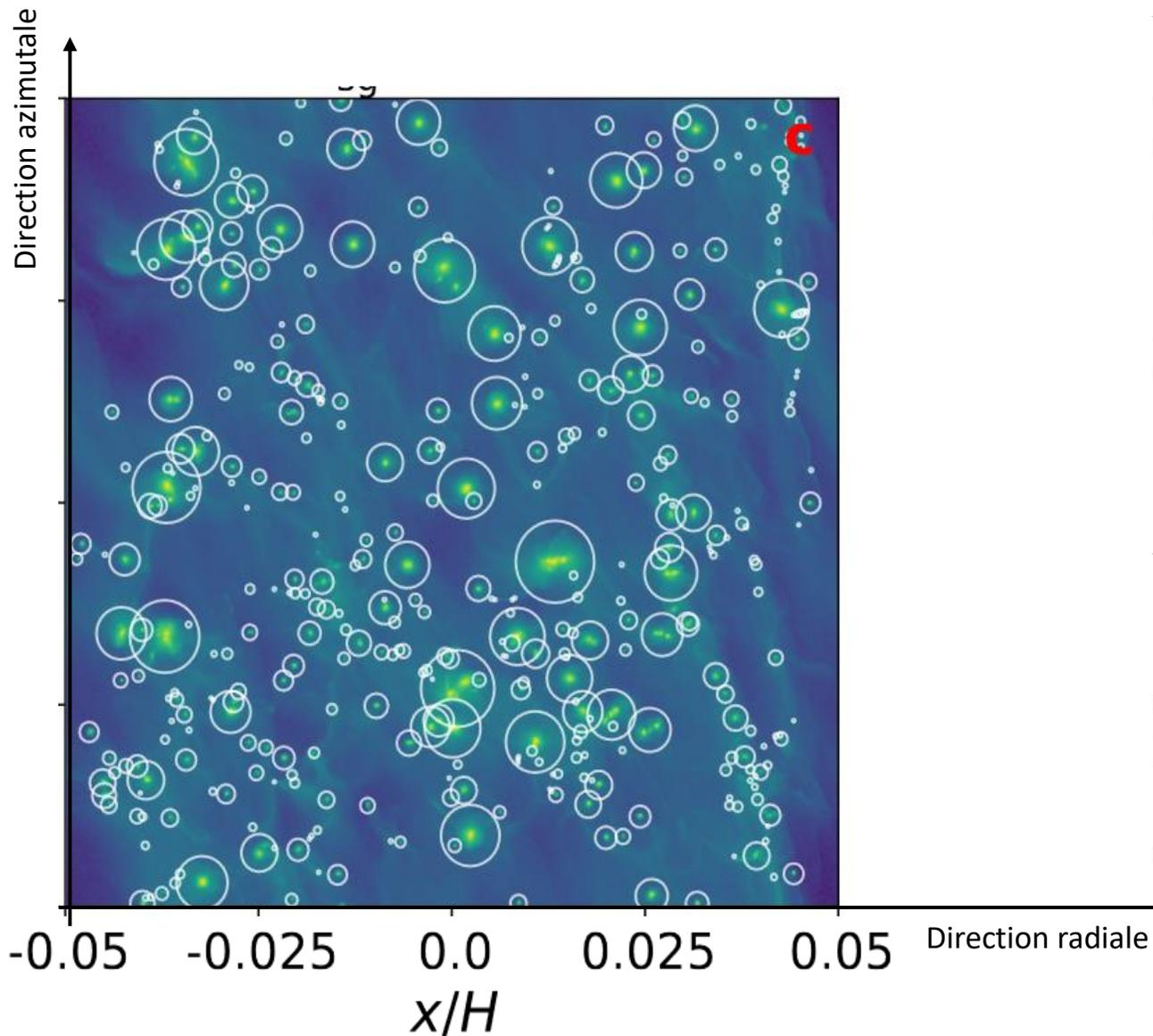


# Statistiques sur le moment cinétique et orientation du plan des binaires





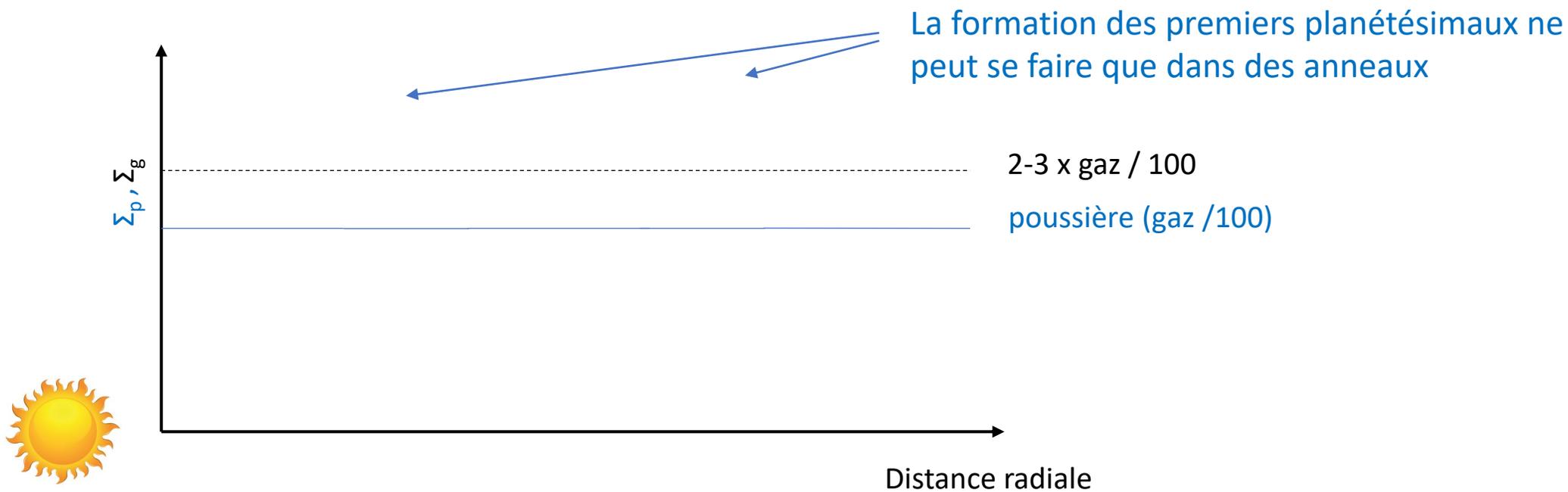
# Autres propriétés des binaires





## Conditions conduisant à la formation de planétésimaux

Aussi bien l'instabilité gravitationnelle que celle de courant requièrent que  $\Sigma_p > 2-3 \times \Sigma_g / 100$ ,  $\Sigma_g / 100$  étant la valeur typique dans un disque de composition solaire.



La formation de planétésimaux nécessite donc au préalable l'accumulation de poussières à des rayons donnés  
Ceci ne peut que se faire qu'au détriment du rapport poussière/gaz ailleurs dans le disque.



# Sur l'accumulation préalable des poussières

## 1) Accumulation par freinage dans la partie interne du disque

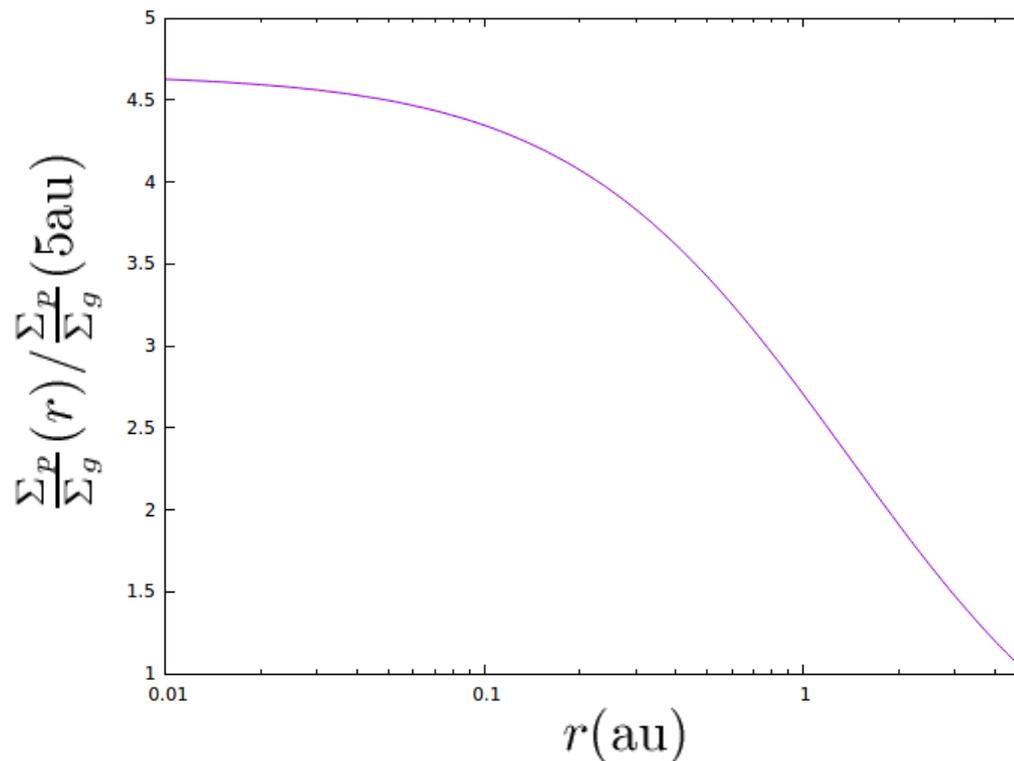
On s'attend en général à une accumulation de la matière solide dans la partie interne du disque

$$\Sigma_p = F_p / (2\pi r v_r) , \quad \Sigma_g = \dot{M} / (2\pi r u_r) \quad \frac{\Sigma_p}{\Sigma_g} = \frac{F_p}{\dot{M}} \frac{u_r}{v_r}$$

$$v_r = -2 \frac{\tau_f}{\tau_f^2 + 1} \eta v_K + \frac{u_r}{\tau_f^2 + 1}$$

$\eta = \text{constante}$

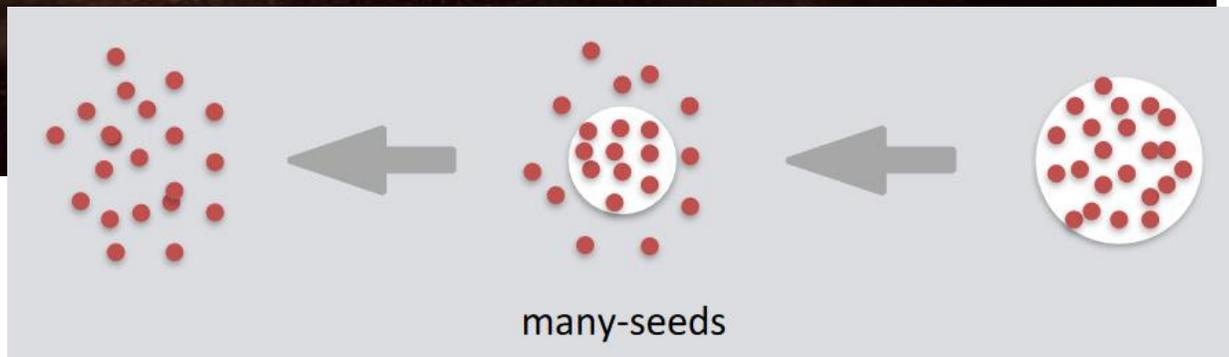
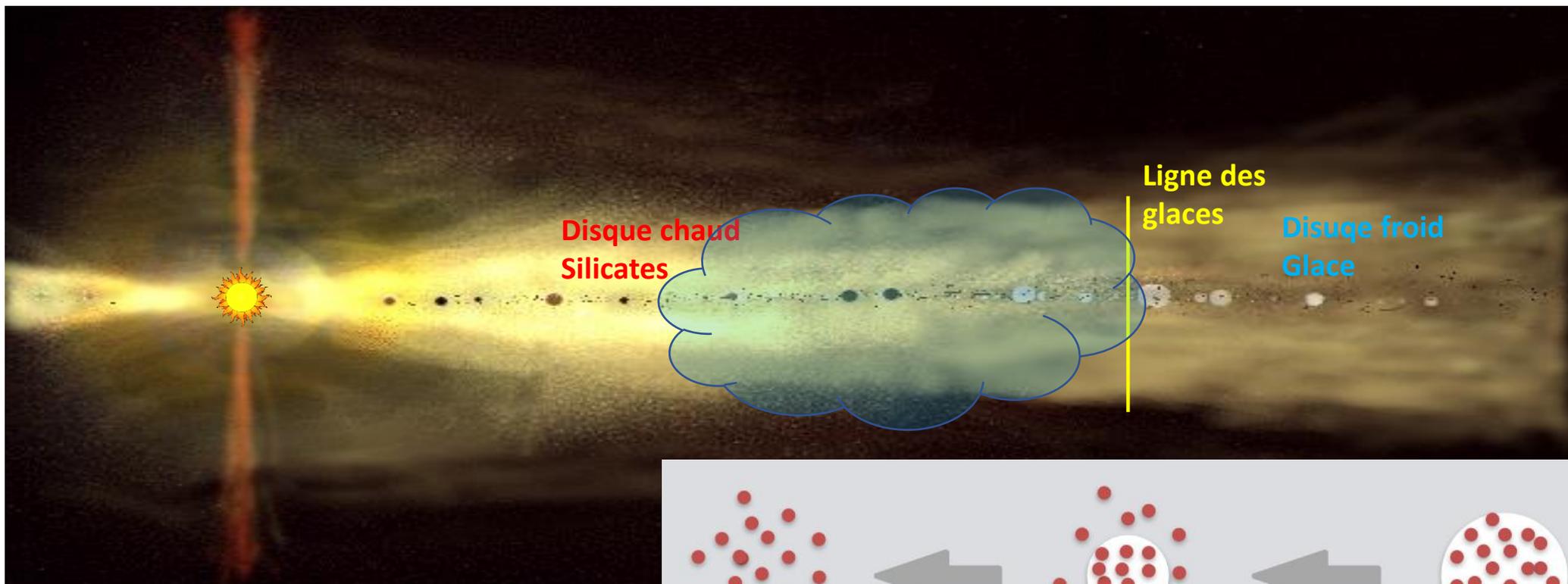
$$\text{si } H \propto r \left\{ \begin{array}{l} \tau_f = \frac{1}{\alpha} \left( \frac{v_{frag}}{c_s} \right)^2 \propto r \\ u_r = -\frac{3}{2} \frac{\nu}{r} = -\frac{3}{2} \alpha \left( \frac{H}{r} \right)^2 v_K \end{array} \right.$$





# Sur l'accumulation préalable des poussières

## 2) Recondensation et augmentation locale de la matière solide

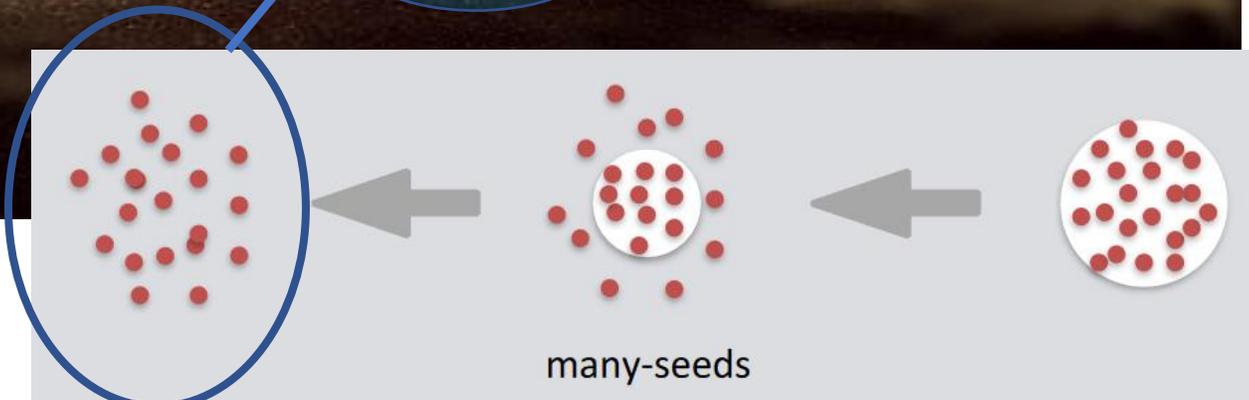
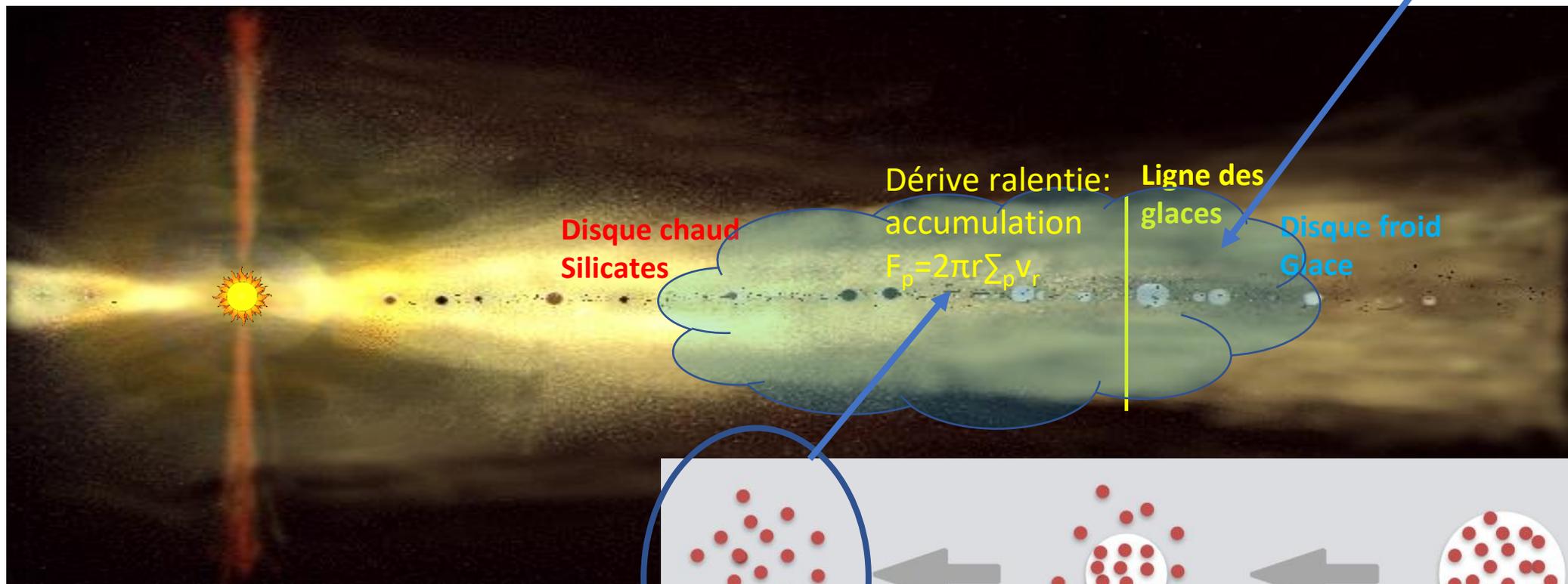




# Sur l'accumulation préalable des poussières

2) Recondensation et augmentation locale de la matière solide

3) Fragmentation et freinage



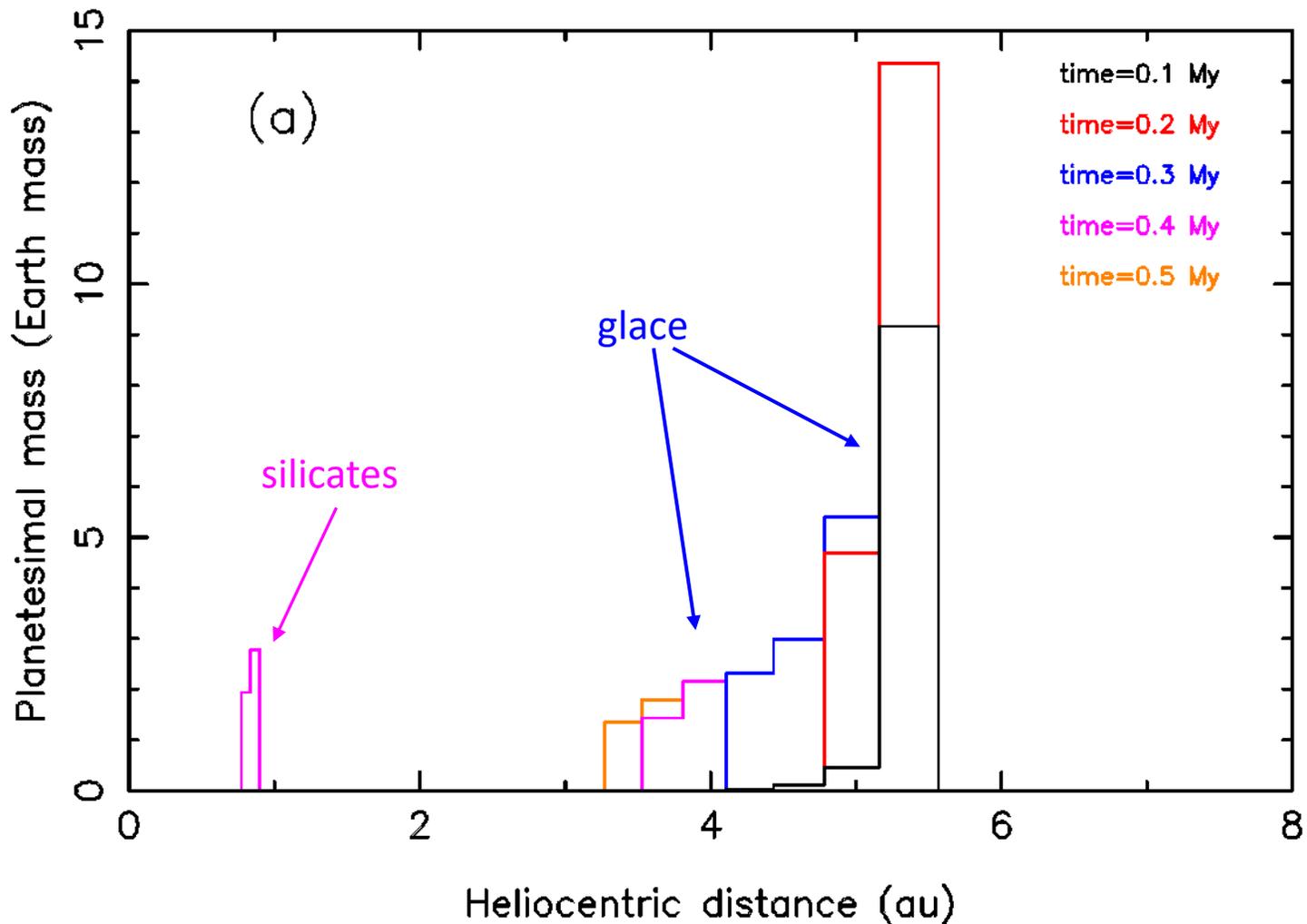
Schoonenberg and Ormel, 2017

Ida and Guillot, 2016



# Sur l'accumulation préalable des poussières

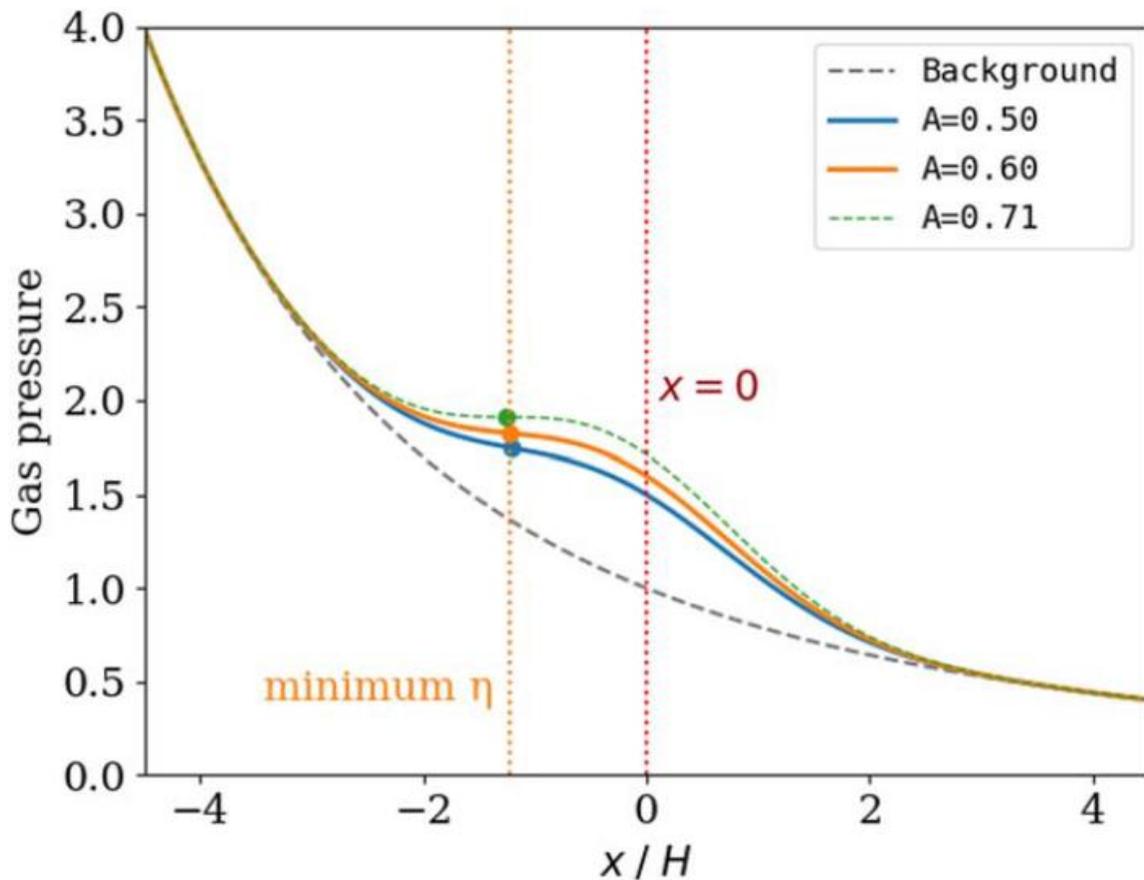
Exemple: formation de planétésimaux aux lignes de condensation des glaces et des silicates





# Sur l'accumulation préalable de poussières

## 4) Reduction du paramètre $\eta$



La diminution de la valeur de  $\eta$  augmente le rapport poussière/gaz

$$\eta = -\frac{1}{2} \left(\frac{H}{r}\right)^2 \frac{d \log P}{d \log r}$$

$$v_r = -2 \frac{\tau_f}{\tau_f^2 + 1} \eta v_K$$

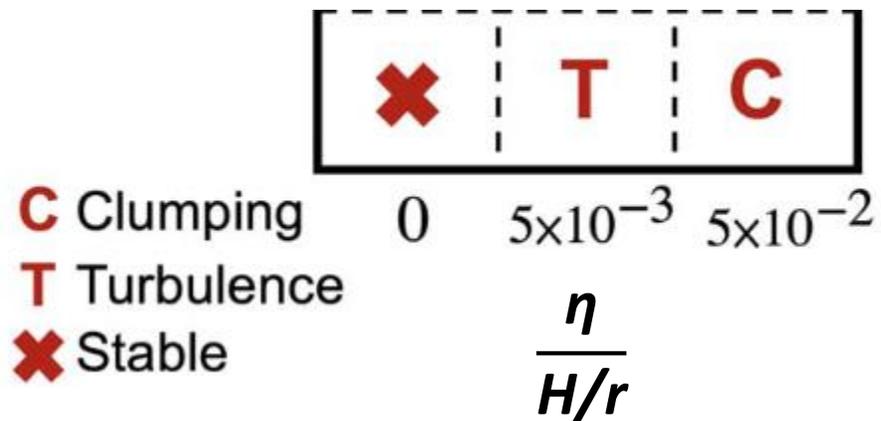
$$\Sigma_p = F_p / (2\pi r v_r)$$



# Sur l'accumulation préalable de poussières

## 4) Réduction du paramètre $\eta$

D'autre part, pour une valeur donnée de  $\rho_p/\rho_g$ , la réduction de  $\eta$  réduit l'efficacité de l'instabilité de courant (moins de courant relatif entre poussières et gaz)



Hsu et Lin, ApJ, 2022

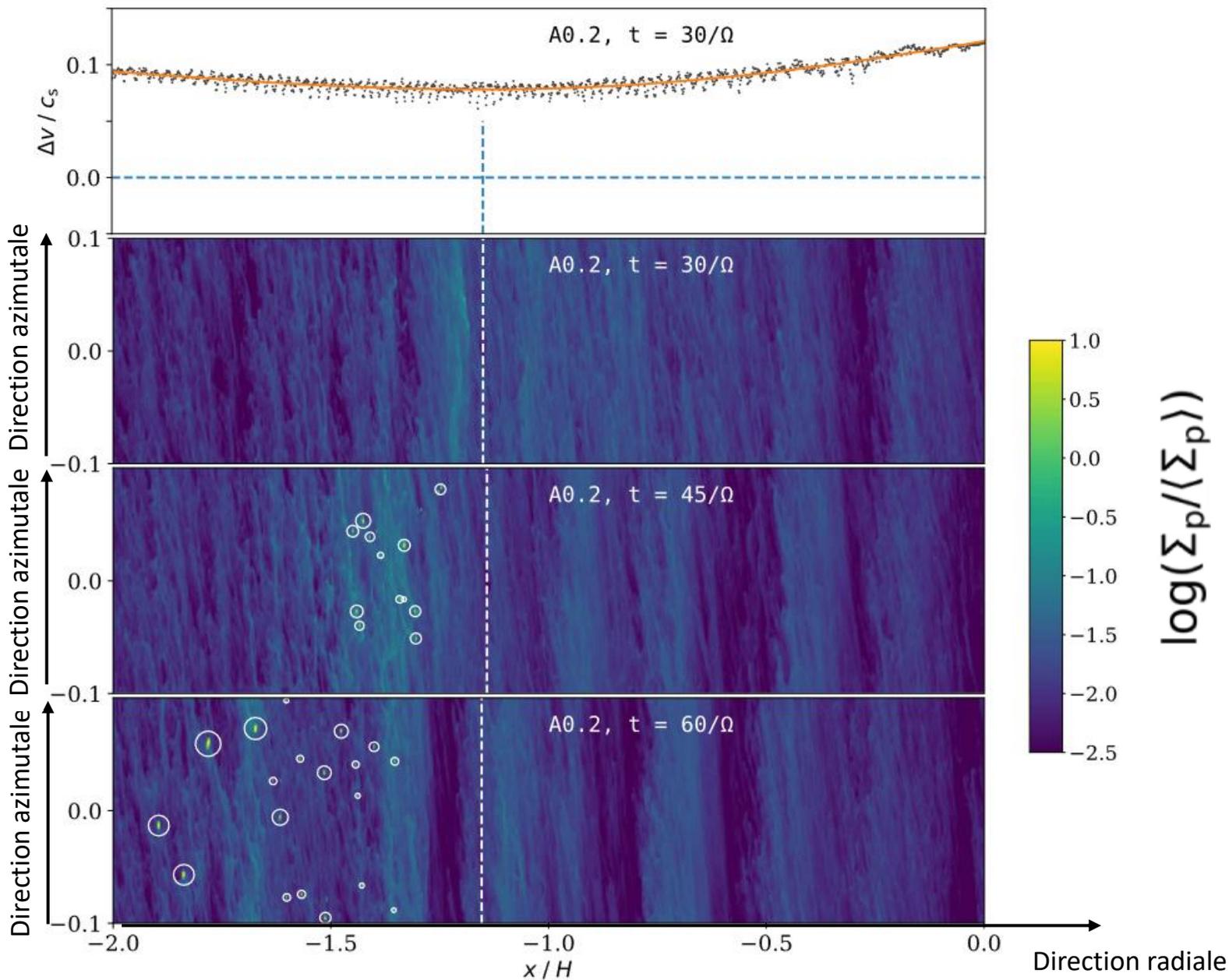


# Reduction du paramètre $\eta$ et instabilité de courant

$\tau_f \sim 0.1$  (poussière de 1cm)

Pas de turbulence forcée:

$$\rho_p \sim 1/(\eta v_K)^2$$



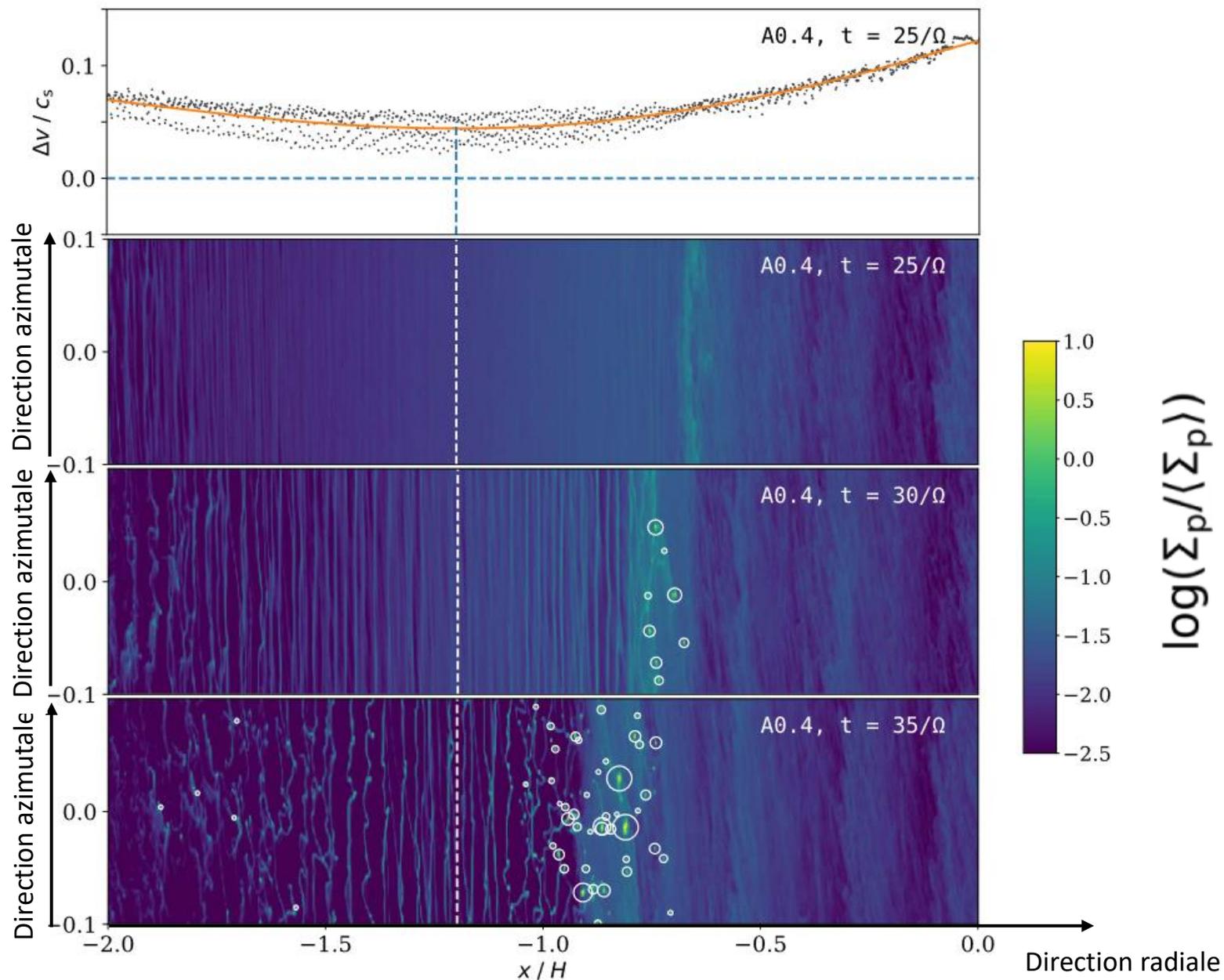


# Reduction du paramètre $\eta$ et instabilité de courant

$\tau_f \sim 0.1$  (poussière de 1cm)

Pas de turbulence forcée:

$$\rho_p \sim 1/(\eta v_k)^2$$



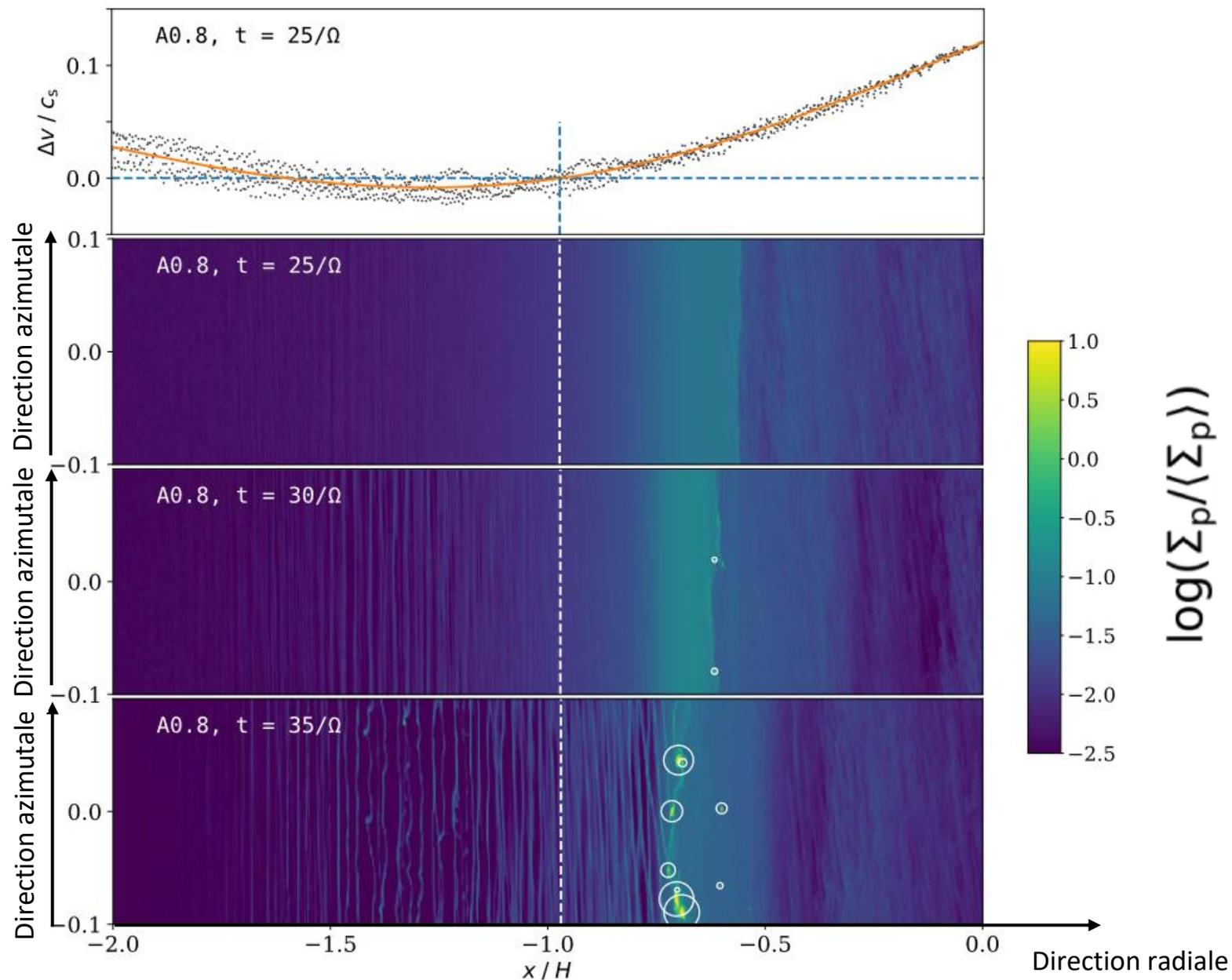


## Reduction du paramètre $\eta$ et instabilité de courant

$\tau_f \sim 0.1$  (poussière de 1cm)

Pas de turbulence forcée:

$$\rho_p \sim 1/(\eta v_k)^2$$

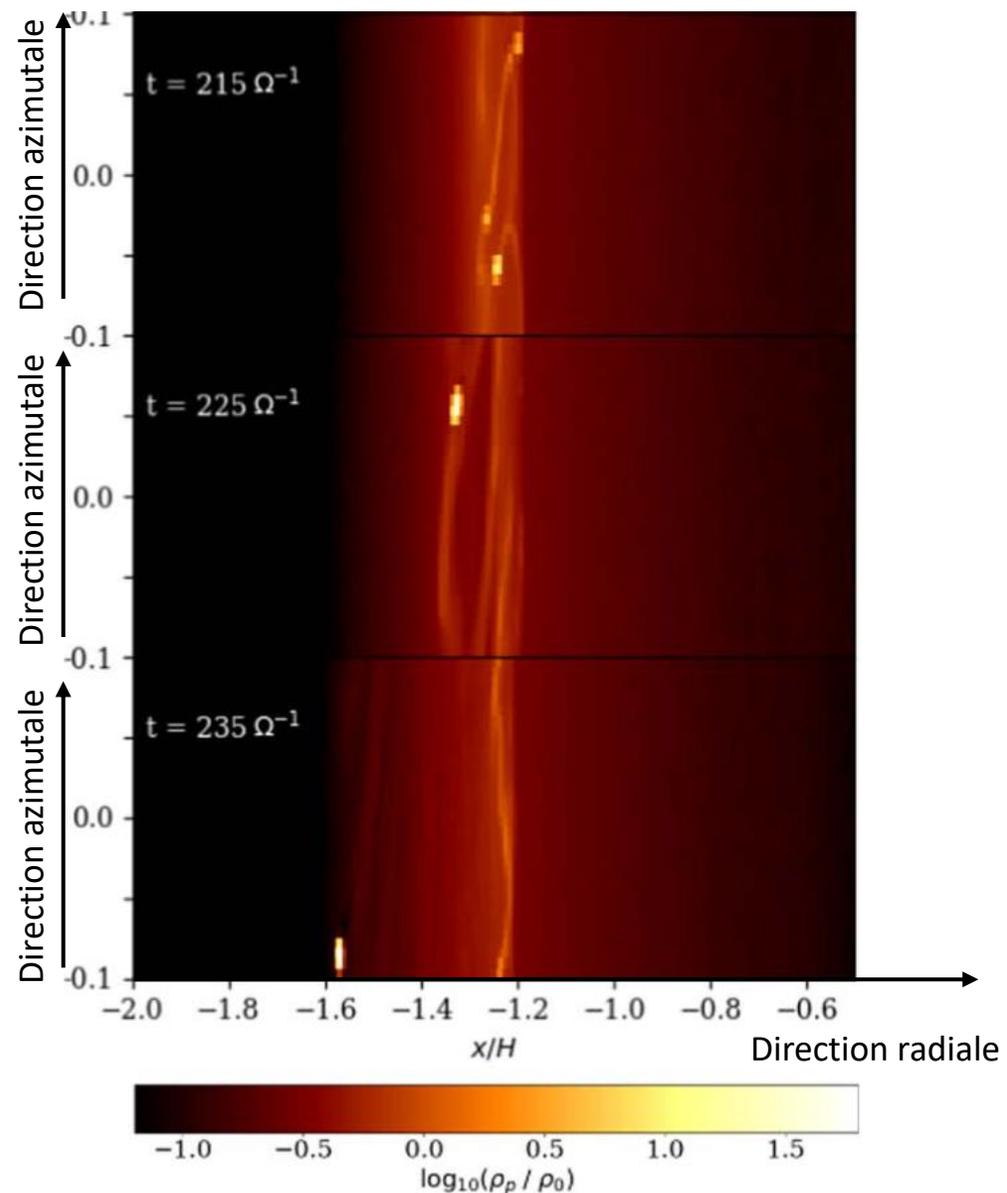




## Reduction du paramètre $\eta$ et instabilité de courant

En revanche, pour  $\tau_f \sim 0.1$  (poussière de  $\sim 1\text{mm}$ ), si  $\eta > 0$  l'instabilité de courant est faible et n'arrive pas à générer des amas de poussières autogravitants.

Seul le cas  $\eta \lesssim 0$  permet de former de tels amas, car la poussière s'accumule sans cesse. Dans ce cas la formation des planétésimaux a lieu par instabilité gravitationnelle (Carrera et al., ApJL, 2022)





## Instabilité gravitationnelle ou de courant ?

L'instabilité gravitationnelle a lieu si  $\eta \sim 0$   
(piège à poussières)

Dans ce cas, les poussières s'accumulent sans cesse, produisant un rapport poussières / gaz arbitrairement grand

Pas d'instabilité de Kelvin-Helmholtz car pas de cisaillement entre le plan riche en poussières, et les strates supérieures du disque, tous vitesses orbitales  $v_K$ .

Ne nécessite pas d'effet rétroactif des poussières sur le gaz

L'instabilité de courant a lieu si  $\eta > 0$

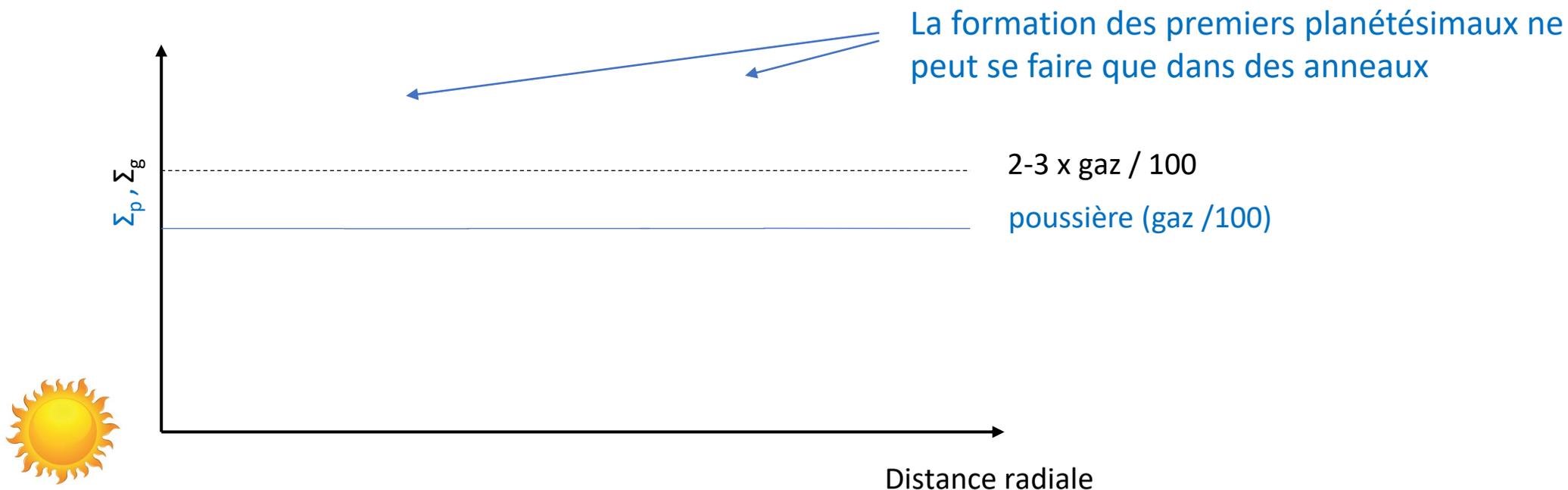
Nécessite un rapport poussières / gaz suffisamment grand (selon  $\tau_f$  et  $\alpha$ ), obtenu par un des mécanismes discutés auparavant

L'effet rétroactif des poussières sur le gaz est essentiel



## Conditions conduisant à la formation de planétésimaux

Aussi bien l'instabilité gravitationnelle que celle de courant requièrent que  $\Sigma_p > 2-3 \times \Sigma_g / 100$ ,  $\Sigma_g / 100$  étant la valeur typique dans un disque de composition solaire.



La formation de planétésimaux nécessite donc au préalable l'accumulation de poussières à des rayons donnés. Ceci ne peut que se faire qu'au détriment du rapport poussière/gaz ailleurs dans le disque.

Dans ces régions "défavorables", si les poussières sont préservées, piégées dans des maxima de pression, la formation des planétésimaux peut se faire par instabilité gravitationnelle à la déplétion du gaz

**Deux générations de planétésimaux: les précoces (dans les anneaux) et les tardifs (ailleurs)**



## Planétésimaux précoces et tardifs

Le disque proto-planétaire peut contenir des éléments radioactifs à courte période, comme  $^{26}\text{Al}$  ou  $^{60}\text{Fe}$ , issus d'étoiles évoluées et/ou supernovæ.

Le disque du Système solaire contenait une quantité importante de  $^{26}\text{Al}$  mais pas de  $^{60}\text{Fe}$ . On le sait par l'abondance du  $^{26}\text{Mg}$ , produit fils du  $^{26}\text{Al}$ , corrélée avec le rapport Al/Mg, et l'absence de corrélation entre l'abondance de  $^{60}\text{Co}$ , produit fils du  $^{60}\text{Fe}$ , et le rapport Fe/Co

Cependant, chaque disque protoplanétaire peut avoir des abondances d'éléments radioactifs différentes.

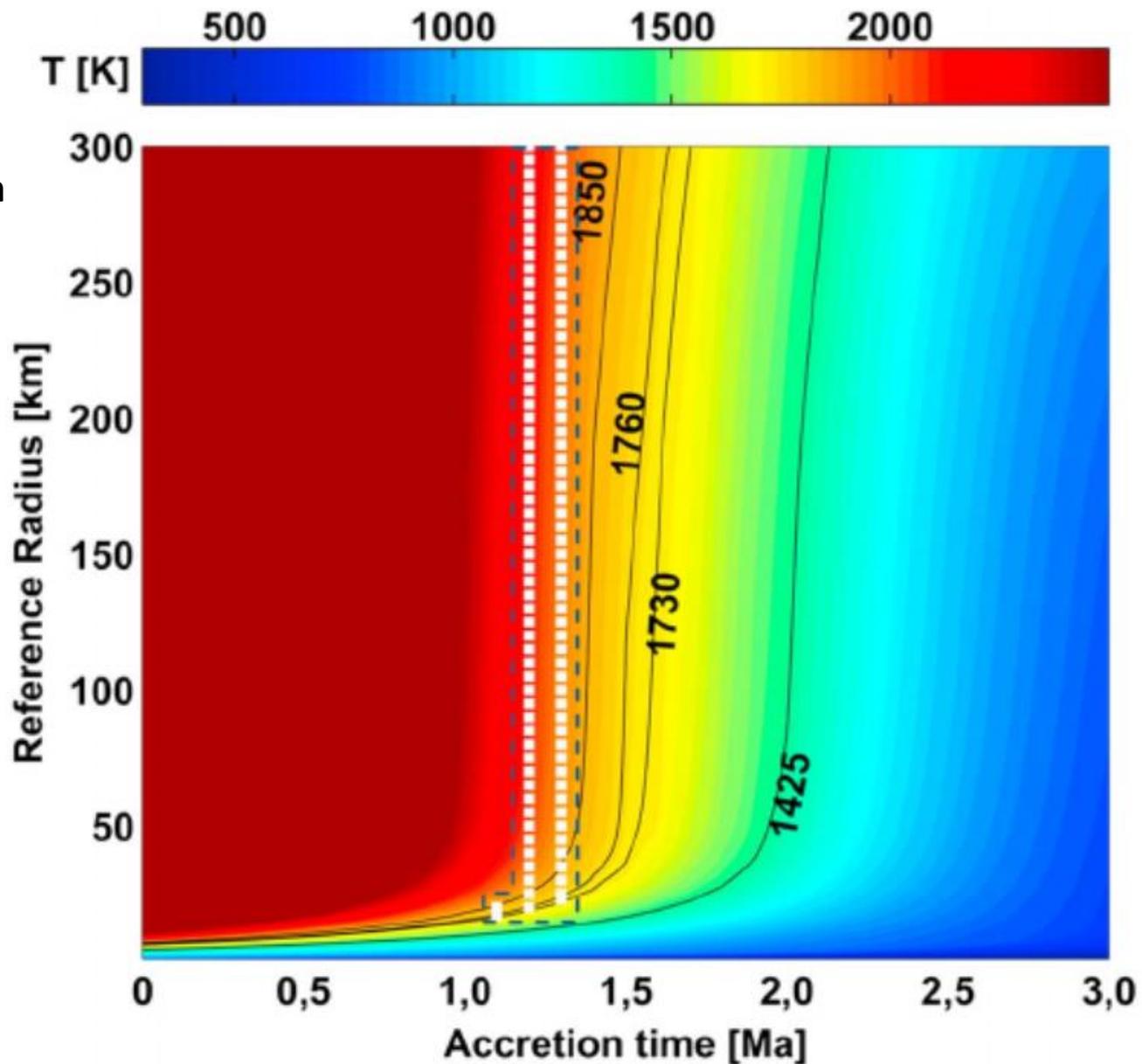
La décroissance des éléments radioactifs à courte période chauffe les planétésimaux de leur intérieur. Ce chauffage est d'autant plus fort que ces éléments sont abondants, et donc est plus important pour les planétésimaux qui se forment rapidement dans le disque.



## Planétésimaux précoces et tardifs

Température maximale d'un planétésimal en fonction de son âge de formation et sa taille (Neumann et al. *Journal of Geophysical Research: Planets*, 2018)

Les planétésimaux précoces devraient être fondus, les tardifs pas





## Planétésimaux précoces et tardifs



Météorite de fer, issue d'un planétésimal fondu



Météorite chondritique, issue d'un planétésimal non fondu

@MNHN, Paris



## A retenir

- Les planétésimaux sont les corps intermédiaires entre les poussières et les planètes (1-1.000 km)
- Vu les barrières à la croissance de poussières, la naissance des planétésimaux ne peut se faire que la formation d'amas autogravitants de poussières
- Pour être autogravitants, ces amas doivent avoir une densité supérieure à la densité de Hill
- Ces amas peuvent se former par le biais d'instabilités hydrodynamiques bi-fluide (gaz-poussière)
- L'instabilité gravitationnelle est liée à la sédimentation des poussières vers le plan médian du disque. L'instabilité de Kelvin-Helmoltz s'oppose à l'instabilité gravitationnelle
- L'instabilité de courant est liée à la dérive radiale des poussières vers l'étoile. Toute forme de diffusion turbulente s'oppose à cette instabilité.
- Pour réussir, aussi bien l'instabilité gravitationnelle que l'instabilité de courant nécessitent un rapport poussière/gaz plus grand que la valeur canonique (solaire: 1%)
- La formation des planétésimaux requière l'accumulation préalable des poussières à des distances spécifiques
- Cette accumulation peut avoir lieu dans la partie plus interne du disque, ou être due au processus de sublimation/recondensation, à la fragmentation des poussières, à la présence de maxima de pression.
- Les pièges à poussières sont les sites privilégiés pour l'instabilité gravitationnelle.
- De façon naturelle, on s'attend à deux phases de formation de planétésimaux: précoce, dans quelques sites privilégiés, et tardive, partout ailleurs pendant la disparition du gaz.
- Si le disque contient des éléments radioactifs à courte période, ces deux générations de planétésimaux pourrait être respectivement fondus et primitifs, comme dans le cas du Système solaire.