Leçon N. 5 - 4 mars 2024

Alessandro MORBIDELLI

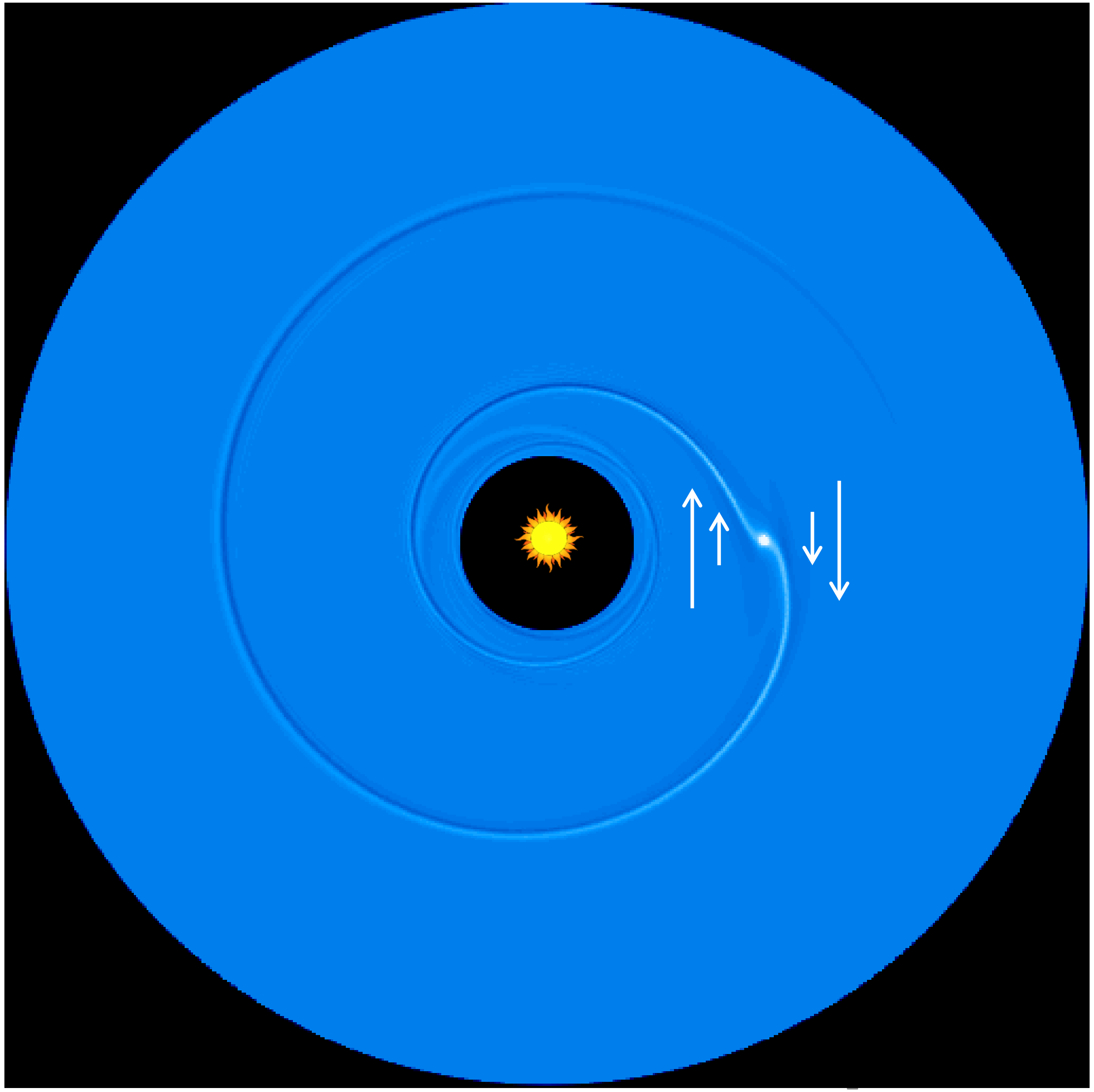
Chaire

Formation planétaire: de la Terre aux exoplanètes

La migration des planètes

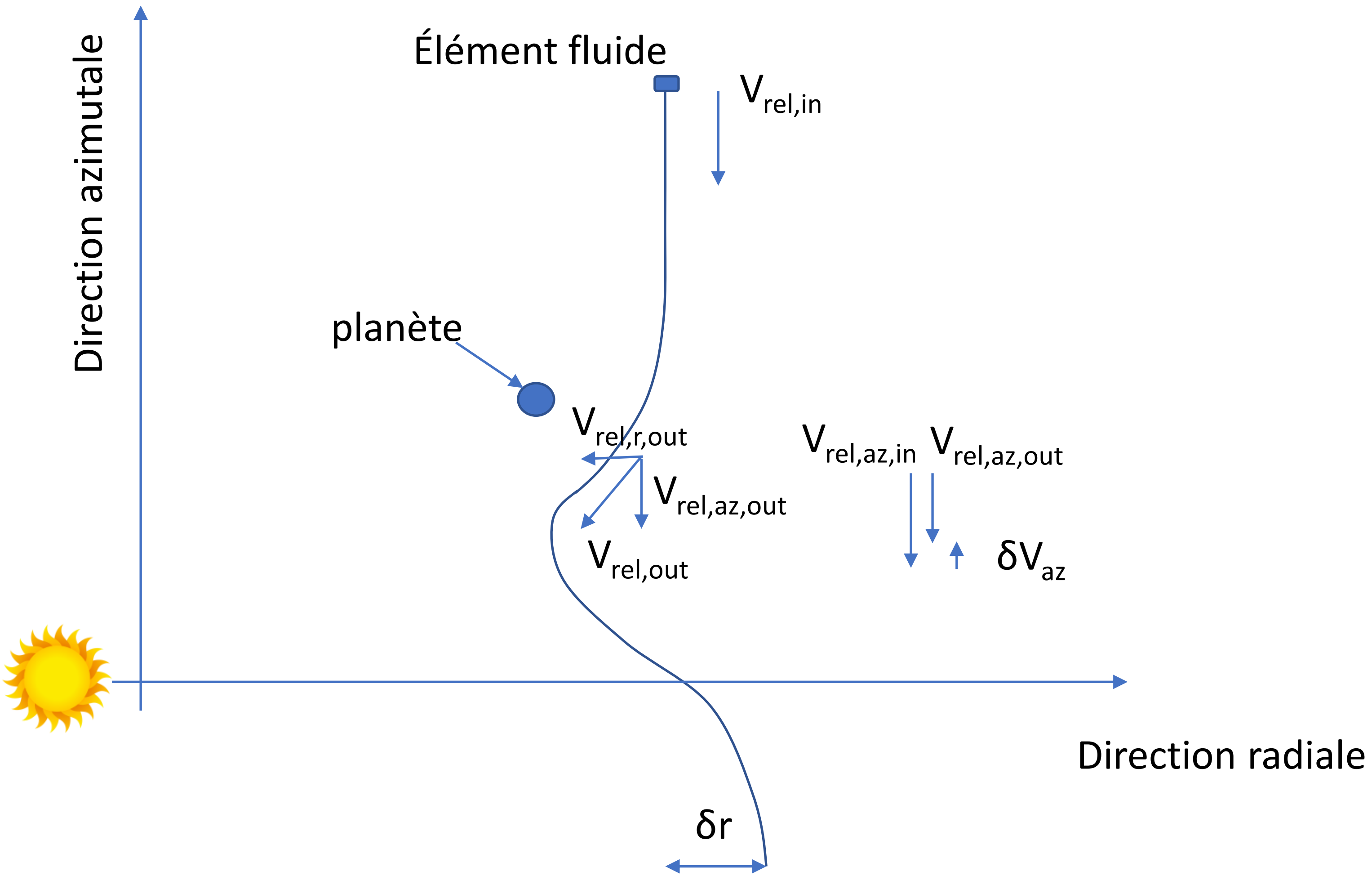
COLLÈGE DE FRANCE
1530

L’onde spirale de densité



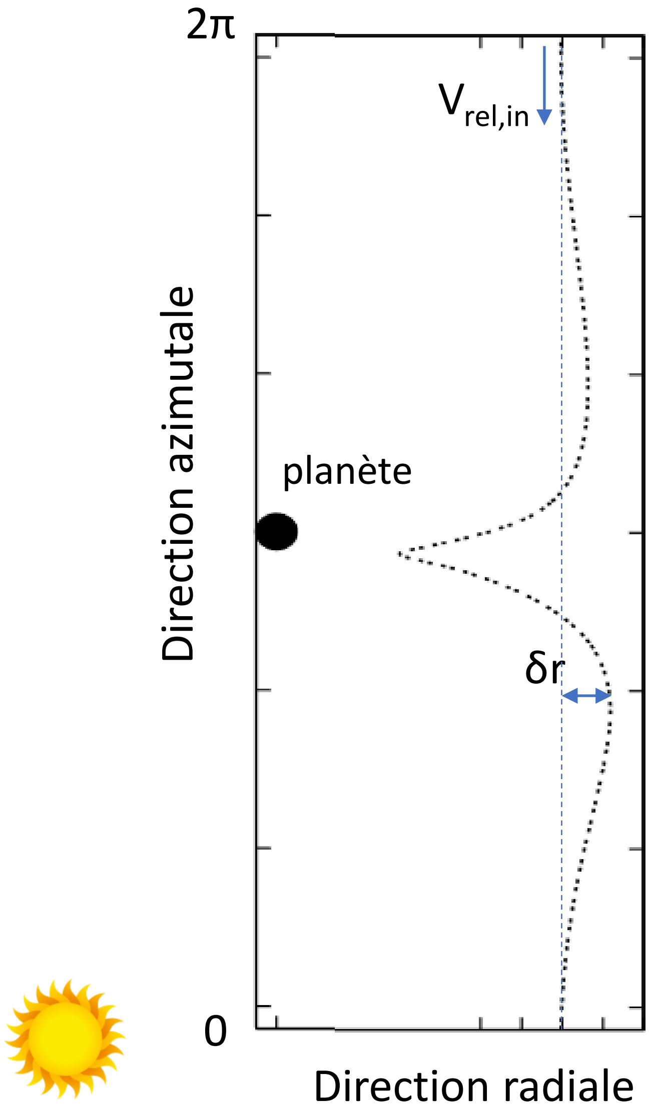
La planète génère une onde spirale de densité dans le disque. Pourquoi?

Formation de l'onde spirale



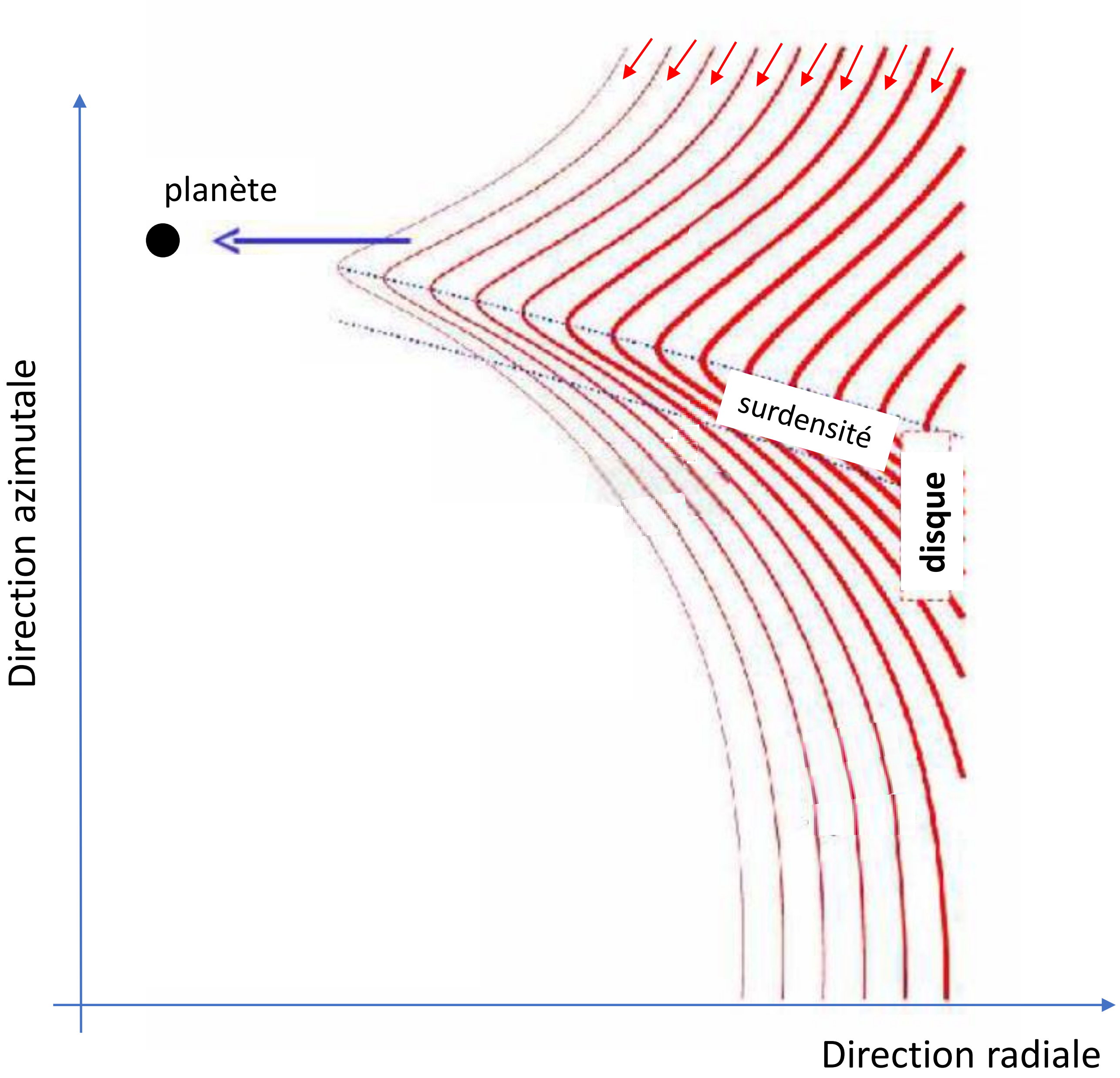
Formation de l’onde spirale

Simulation hydrodynamique d’une ligne de courant, dans le repère tournant avec la planète

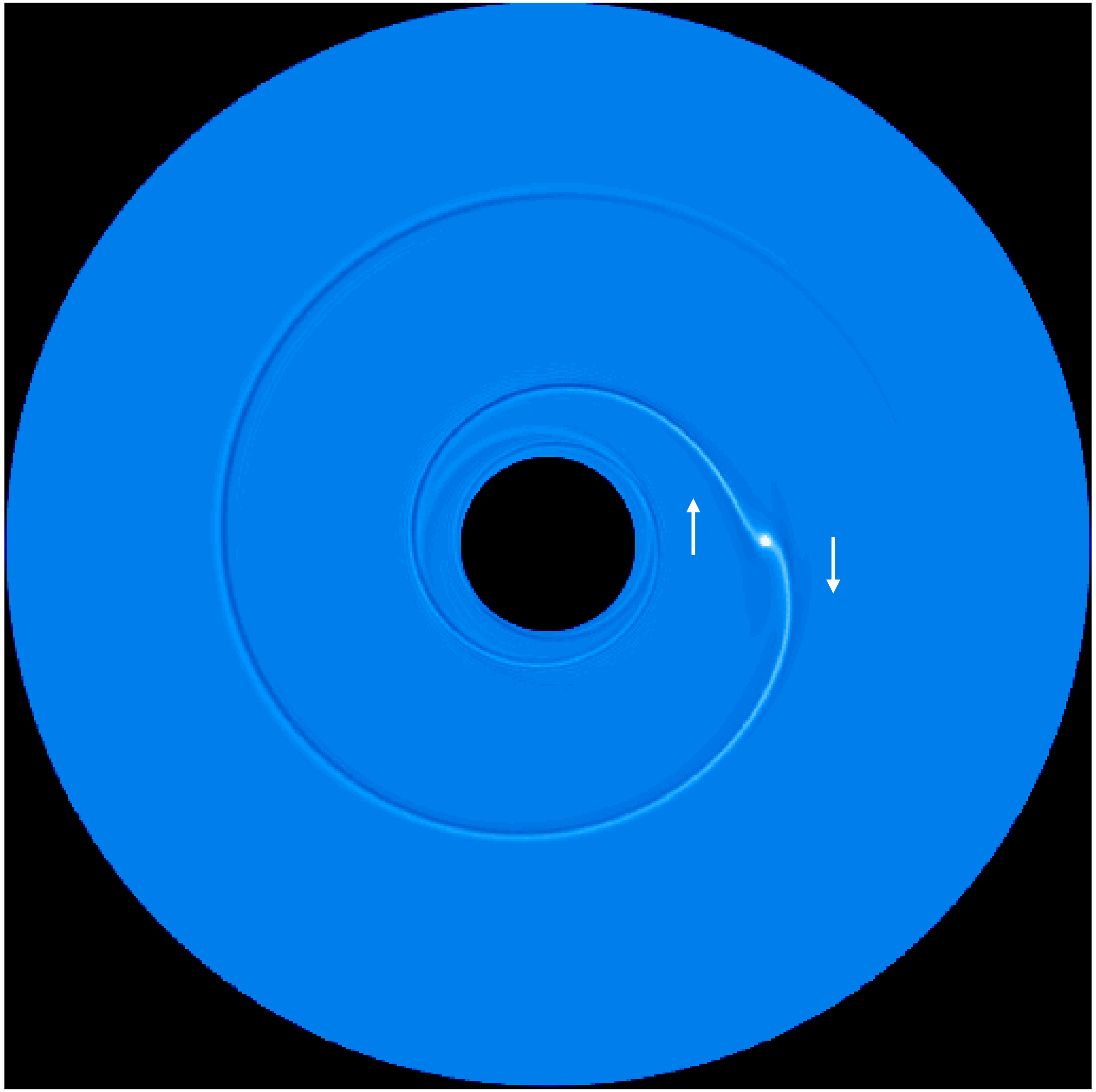


Formation de l'onde spirale

La déflection des lignes de courant lors de le rencontre proche avec la planète génère une perturbation de densité dans le disque, qui se propage radialement comme une onde de pression à la vitesse du son.
(Lin et Papaloizou, 1986)

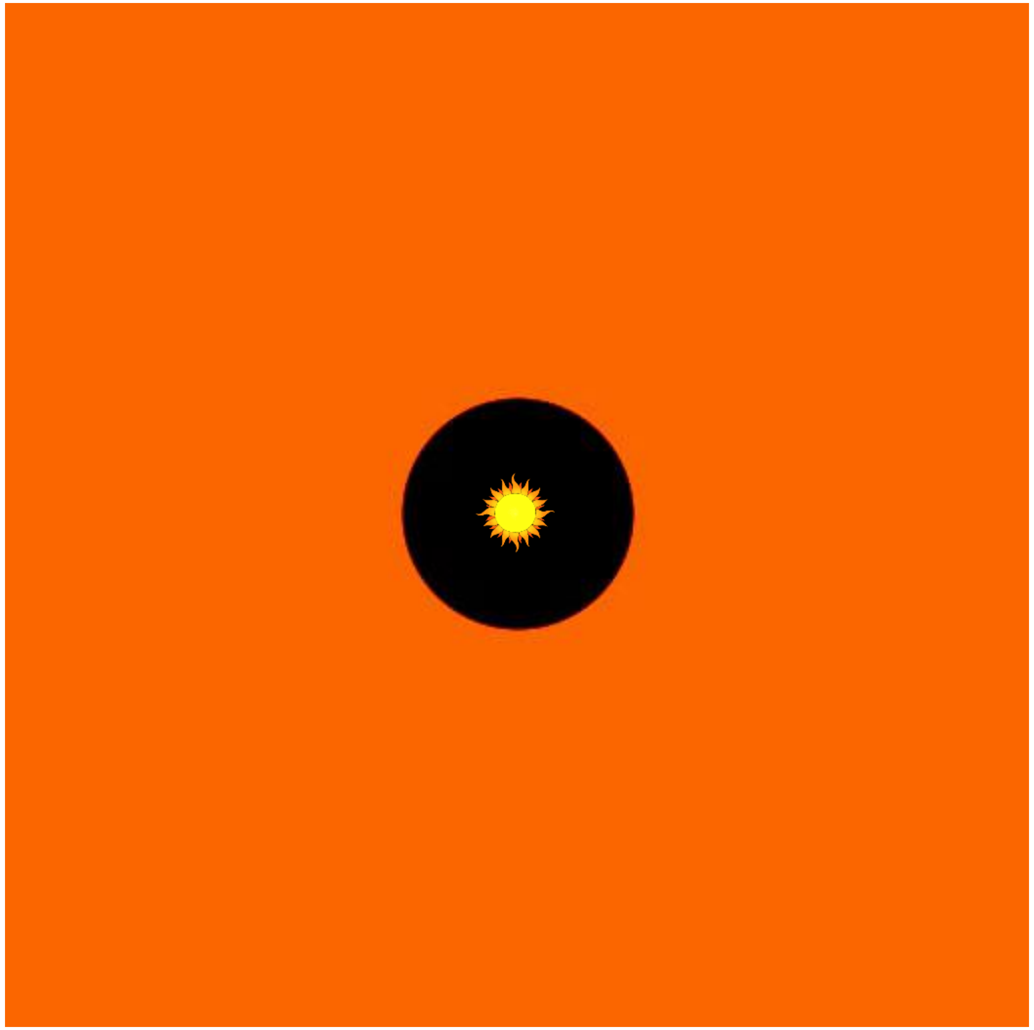


Formation de l'onde spirale



Pendant que l'onde se propage radialement, la rotation différentielle du disque la fait propager dans le sens azimutal, ainsi créant l'allure à spirale

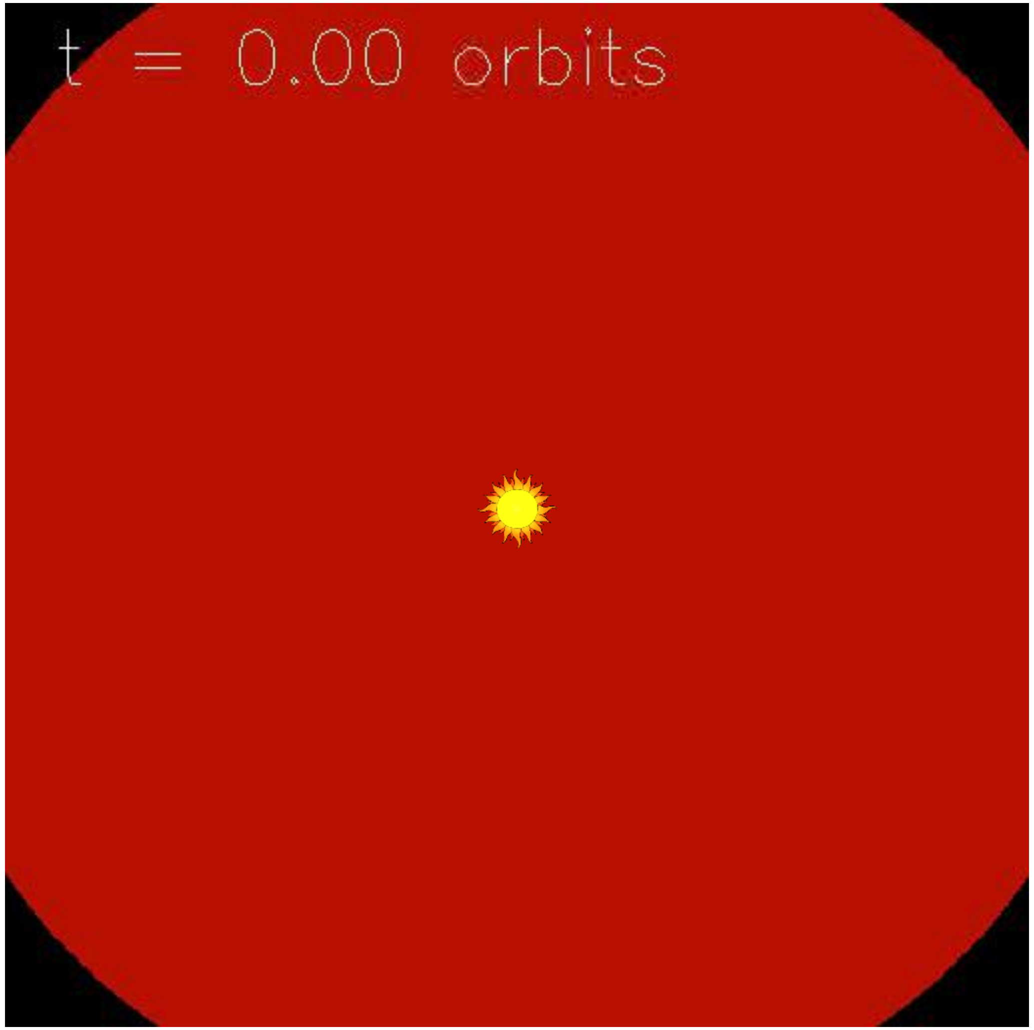
Propriétés de l'onde



Vidéo de F. Masset

L'onde est en corotation avec la planète autour de l'étoile ...

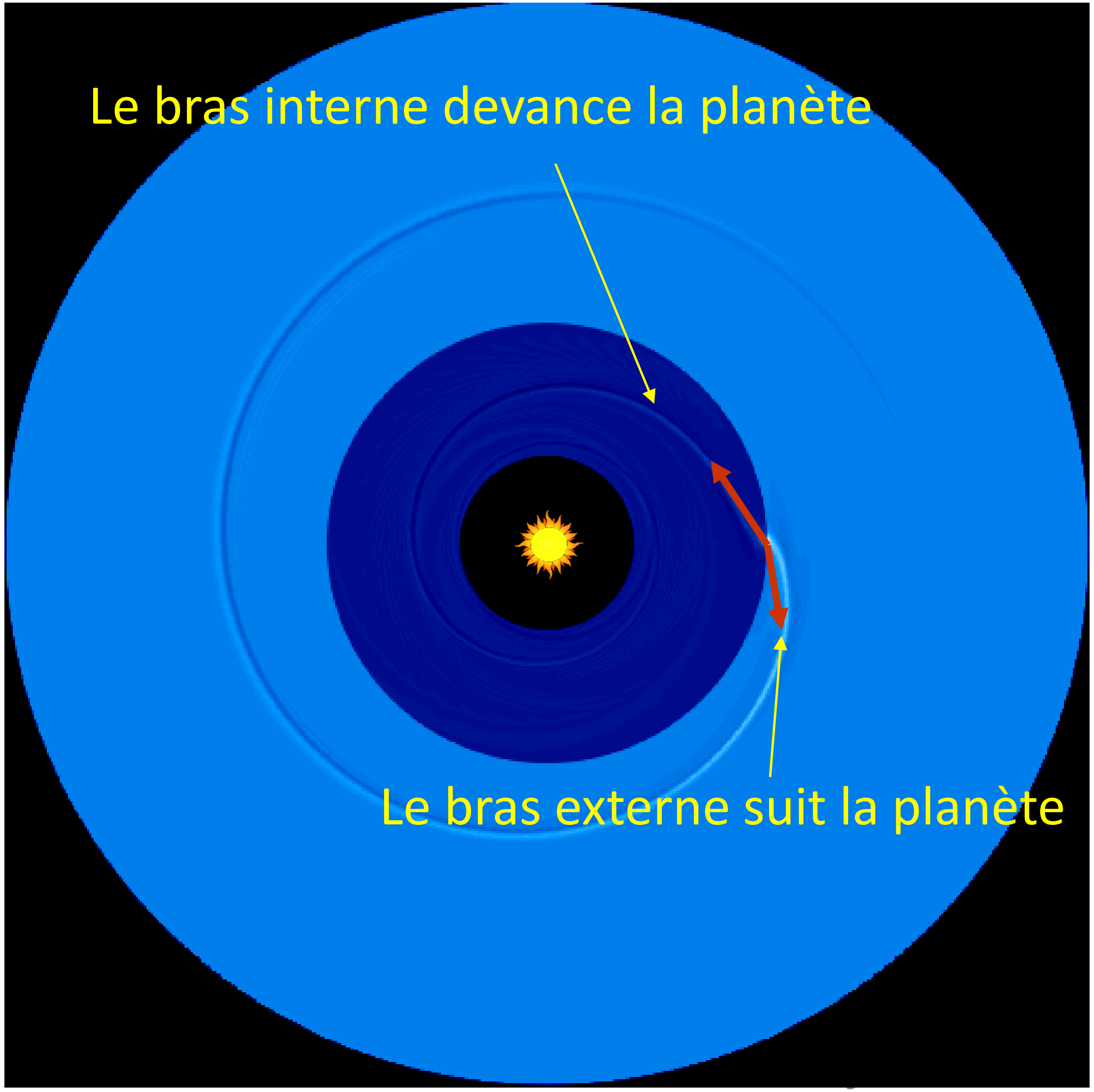
Propriétés de l'onde



Vidéo de F. Masset

... Elle est donc fixe dans un repère en rotation avec la planète

Effet de l'onde sur la planète



Le bras externe exerce un couple négatif sur la planète

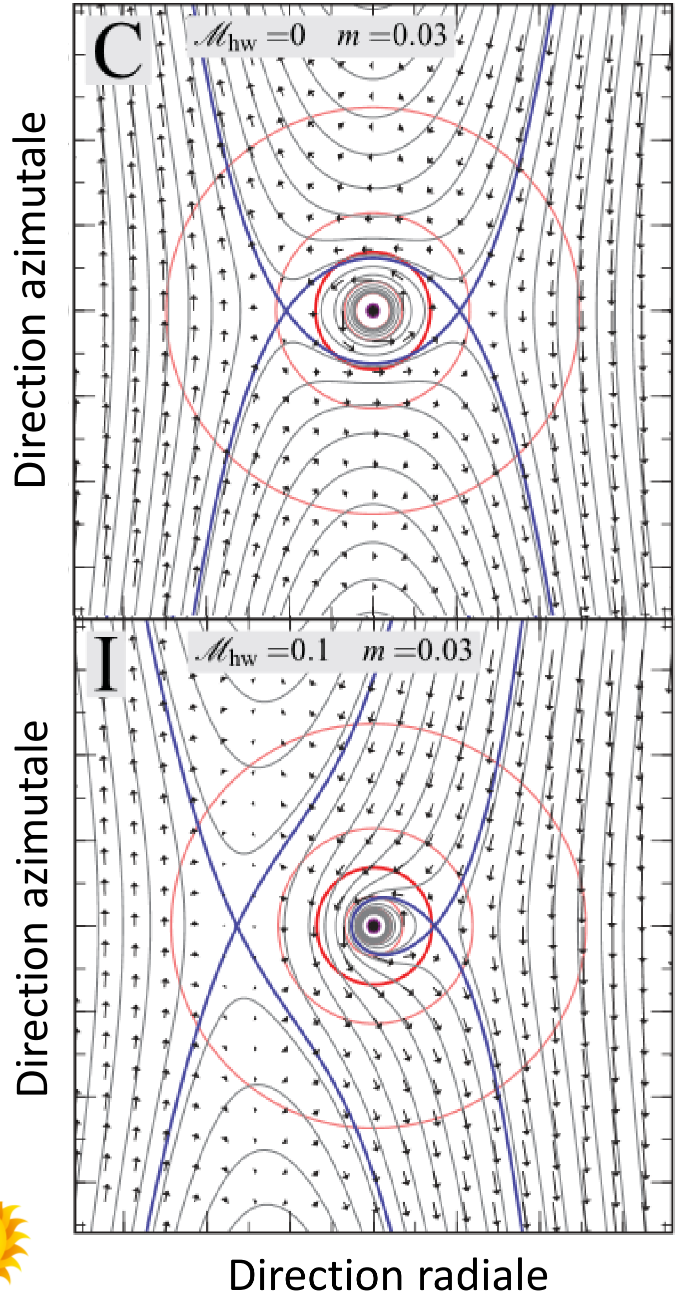
Qui gagne?

Le bras interne exerce un couple positif sur la planète

La migration de Type-I

Ormel , 2012

Cas où le disque n'aurait pas une rotation sous-Keplerienne



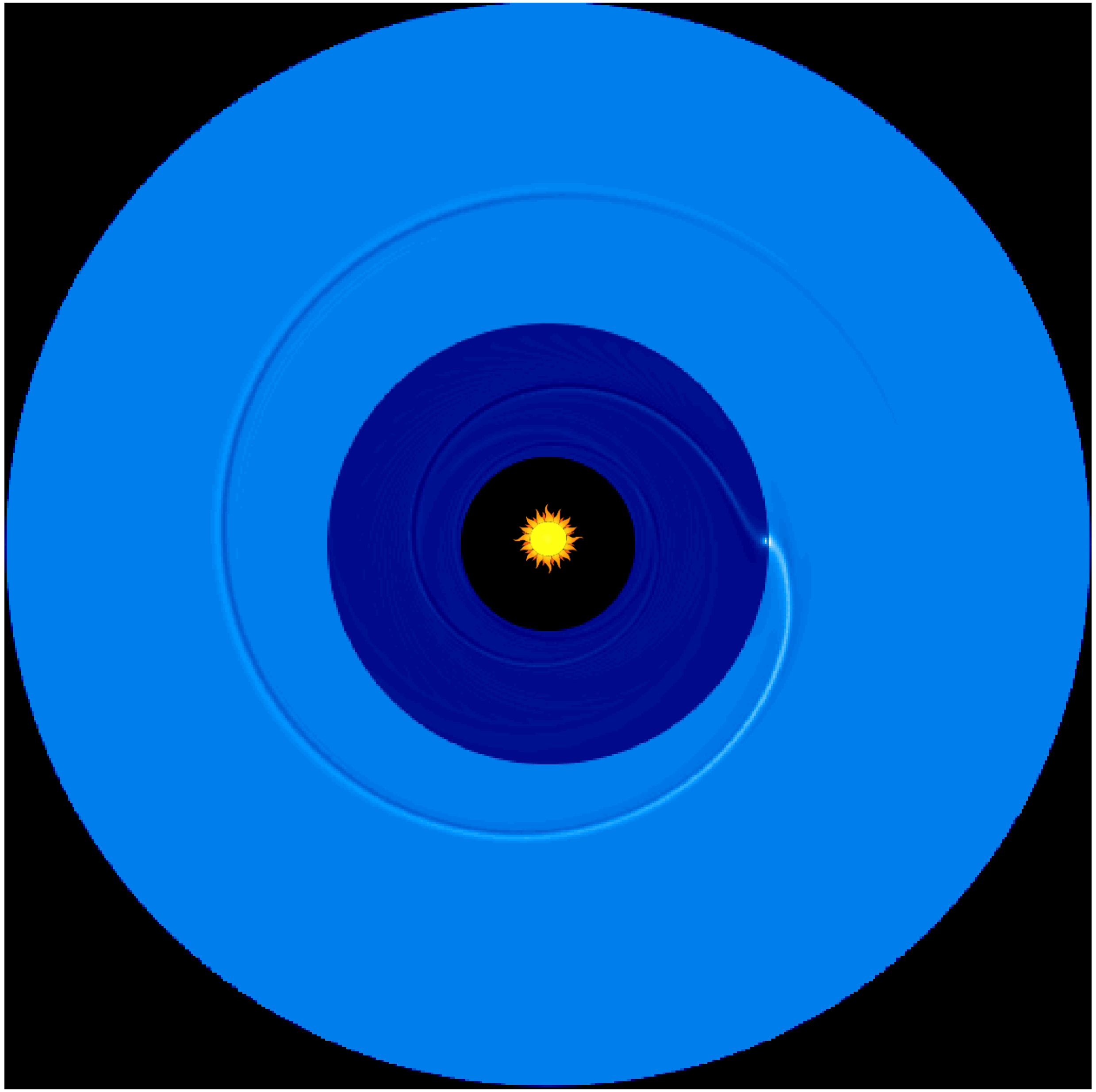
Cas du disque en rotation sous-Keplerienne

Dans un disque "plat" (∑ constant) le bras externe gagne

C'est parce que le disque est en rotation sous-Keplerienne à cause du gradient de pression
$P=c_s^2\rho=H^2\Omega^2\rho \sim \Sigma/r^2$

La région de corotation se déplace vers l'intérieur. Par conséquent, la perturbation exercée par la planète sur le disque est plus forte pour les lignes de courant du disque externe. Le bras spiral externe est plus prononcé.

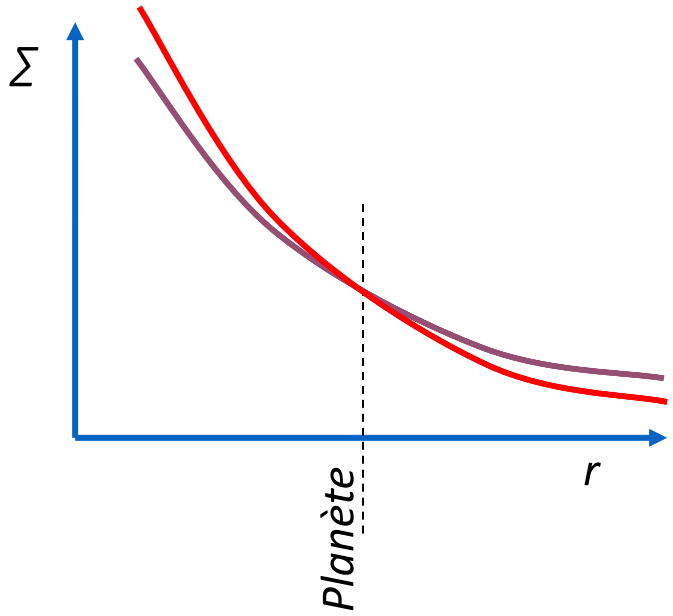
La migration de Type-I



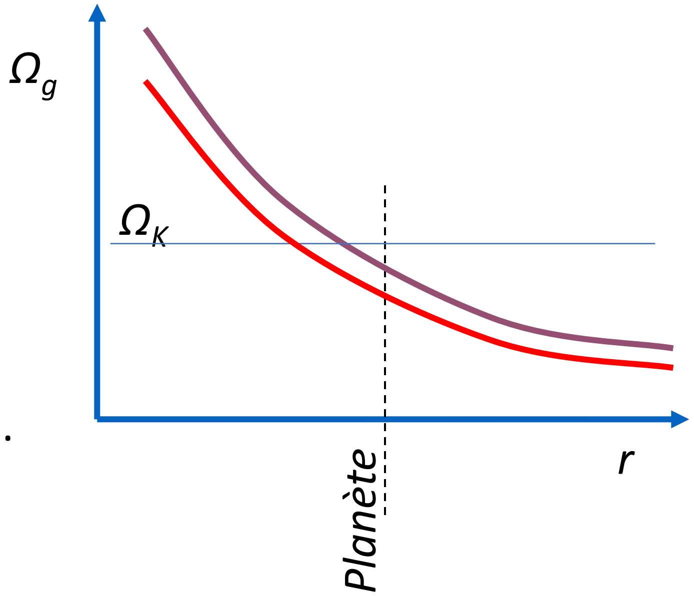
Puisque la surdensité dans l'onde est proportionnelle à M_p et $\sum$, la vitesse de migration de la planète sera proportionnelle à ces deux paramètres.

On pourrait penser que dans un disque où $\sum$ décroit avec r, le bras spiral interne domine et inverse la migration....

Le tampon de pression (*pressure buffer*)

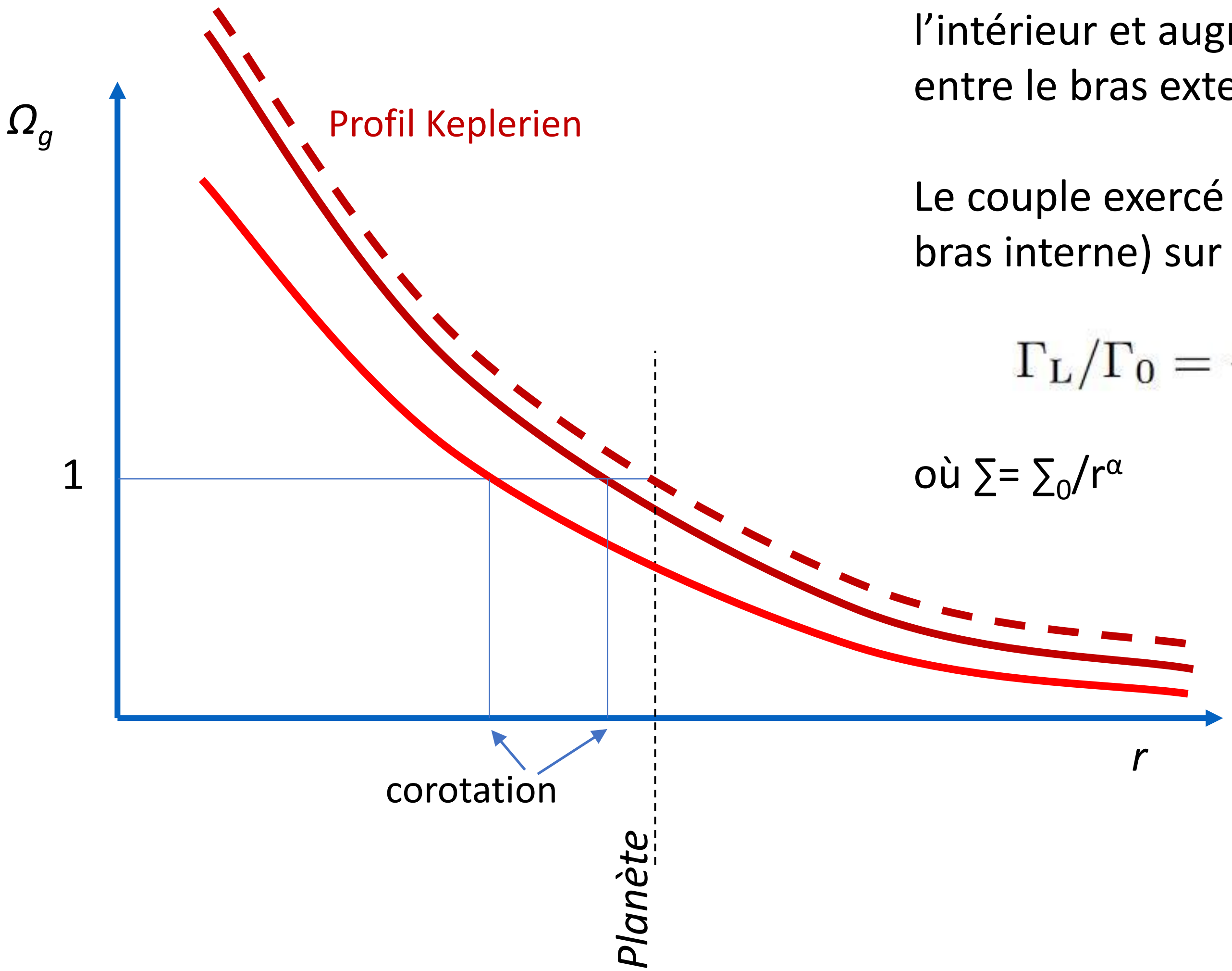


Si ∑ décroit avec r, le gradient radial de pression devient plus fort …..



…ce qui rend le disque encore plus sous-Keplerien…

Le tampon de pression (*pressure buffer*)



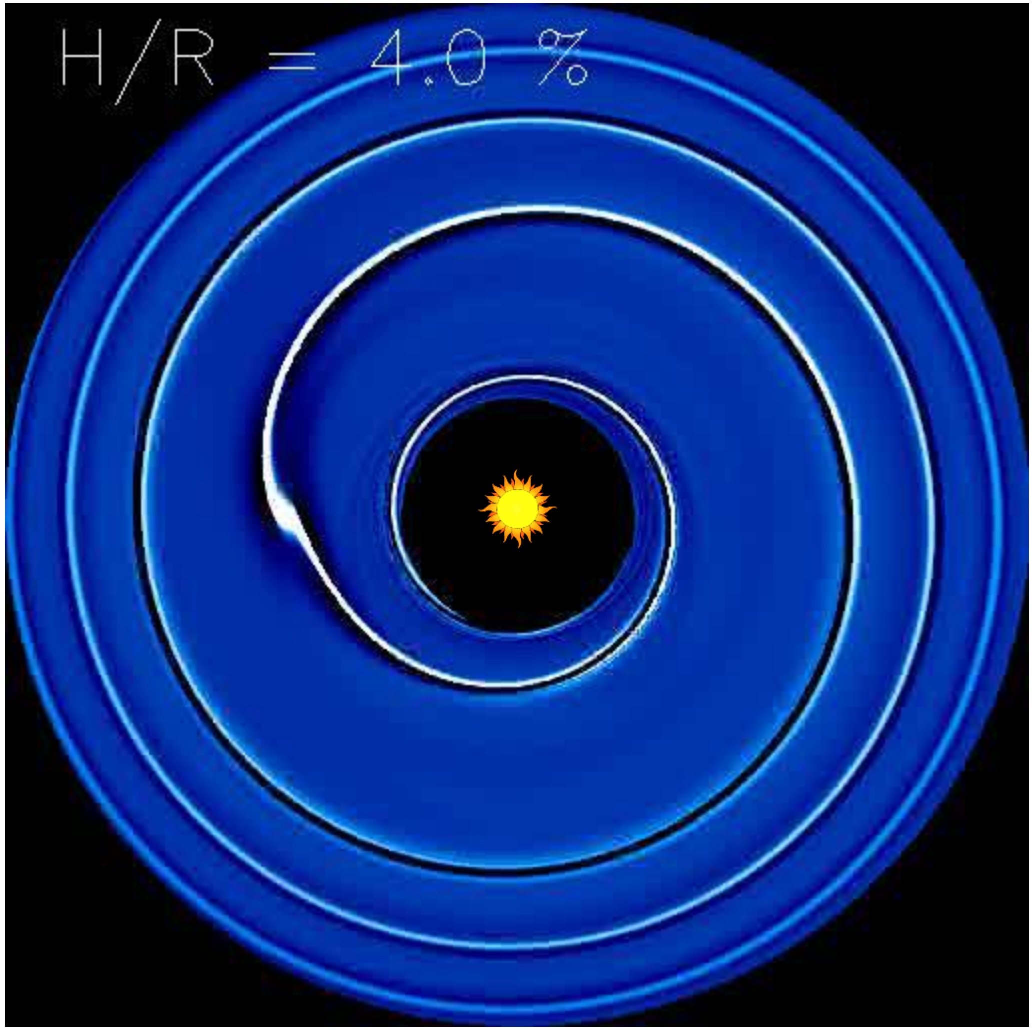
Ceci déplace le rayon de corotation vers l'intérieur et augmente l'asymétrie de densité entre le bras externe et celui interne.

Le couple exercé par le disque (bras externe + bras interne) sur la planète est:

$$\Gamma_{\mathrm{L}}/\Gamma_0 = -3.2 - 1.468\alpha$$

où $\Sigma = \Sigma_0 / r^{\alpha}$

Enroulement et intensité de l'onde spirale



Vidéo de F. Masset

Avec un rapport d'aspect du disque croissant, l'onde spirale devient moins prononcée (plus difficile de créer une surdensité contre la force de pression) et moins enroulée (propagation radiale plus rapide avec la vitesse du son

Par conséquent, le couple senti par la planète est aussi proportionnel à $(H/r)^{-2}$

Migration de Type-I: résumé

La vitesse de migration est proportionnelle à:

→ La masse de la planète M_p

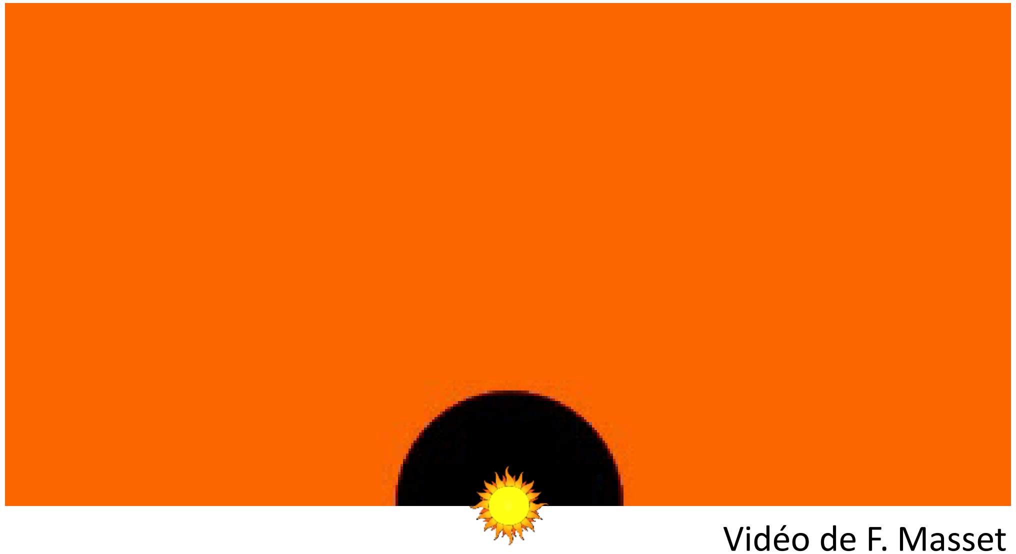
→ La densité de surface du disque Σ

→ L'inverse du carré du rapport d'aspect du disque: $(r/H)^2$

$dh_p/dt = -(3.2+1.468\alpha)\ (M_p/M_s^2)\ (r/H)^2\ \Sigma\ r_p^4\Omega_p^2$ ($h_p = r_p^{1/2}$ est le moment angulaire spécifique de la planète), où toutes les quantités sont évaluées à la position de la planète ($\Sigma = \Sigma_0/r^\alpha$)

- *Elle s'applique à des petites planètes qui ne changent pas globalement la structure du disque*
- *Elle ne dépend pas de la viscosité du disque*

Migration de Type-I: résumé



Vidéo de F. Masset

Pour une protoplanète de masse terrestre, à une unité astronomique d'un objet central de masse solaire, immergée dans un disque de :

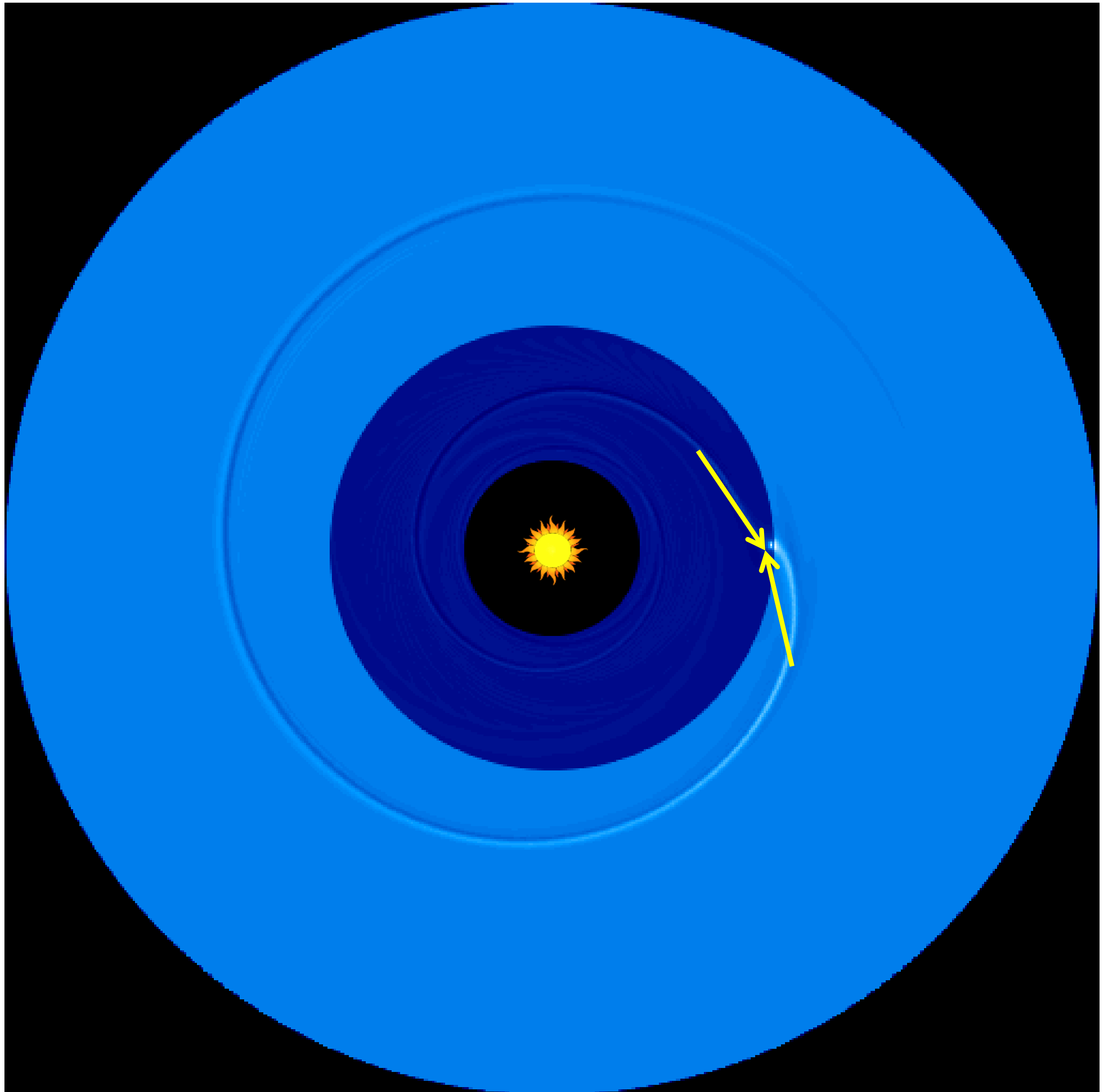
$\Sigma = 1700$ g.cm^{-2}
$H/R = 0.05$

➔ Temps de migration vers l'objet central : $2\text{x}10^5$ ans

Étant donné que:
$dh_p/dt = -(3.2+1.468\alpha)\ (M_p/M_s^2)\ (r/H)^2\ \sum r_p^4\Omega_p^2$
une protoplanète de 5 masses terrestres à 1 UA, dans un disque 3 fois plus massif et deux fois plus épais (*H/R = 0.1*) migrerait en :

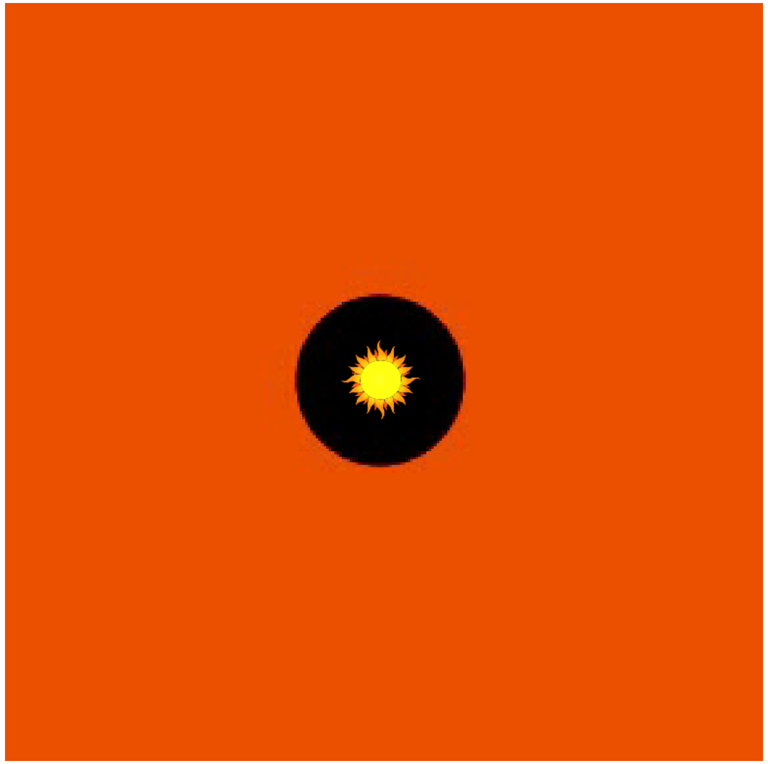
$200{,}000 / 5 / 3 * 2^2 \sim 53{,}000$ ans

Planètes géantes: ouverture d'un sillon



La planète accélère le disque externe et le pousse vers l'extérieur, et décélère le disque interne et le pousse vers l'intérieur. Si la force exercée par la planète est supérieure aux forces internes (visqueuses) du disque, un sillon s'ouvre

Planètes géantes: ouverture d'un sillon



La planète accélère le disque externe et le pousse vers l'extérieur, et décélère le disque interne et le pousse vers l'intérieur. Si la force exercée par la planète est supérieure aux forces internes (visqueuses) du disque, un sillon s'ouvre

Planètes géantes: ouverture d'un sillon

$$\delta T_g(r) \approx 0.4\, q^2 {r_p}^3 {\Omega_p}^2 r^{-1} \left(\frac{r_p}{\Delta}\right)^4 (2\pi r \Sigma)$$

Couple exercé par une planète de masse $q=M_p/M_s$ sur un anneau du disque à $r=r_p+\Delta$

$$\delta T_\nu(r) = -\frac{3}{2}\nu\Omega \left[\frac{r}{\Sigma}\frac{\mathrm{d}\Sigma}{\mathrm{d}r} + \frac{1}{2}\right](2\pi r \Sigma)$$

Couple visqueux agissant sur le même anneau

L'équilibre est atteint quand $\delta T_v=\delta T_g$

En principe, cette équation résolue pour chaque Δ permet de calculer le profil du sillon ∑(Δ) (Varnière et al., 2004)

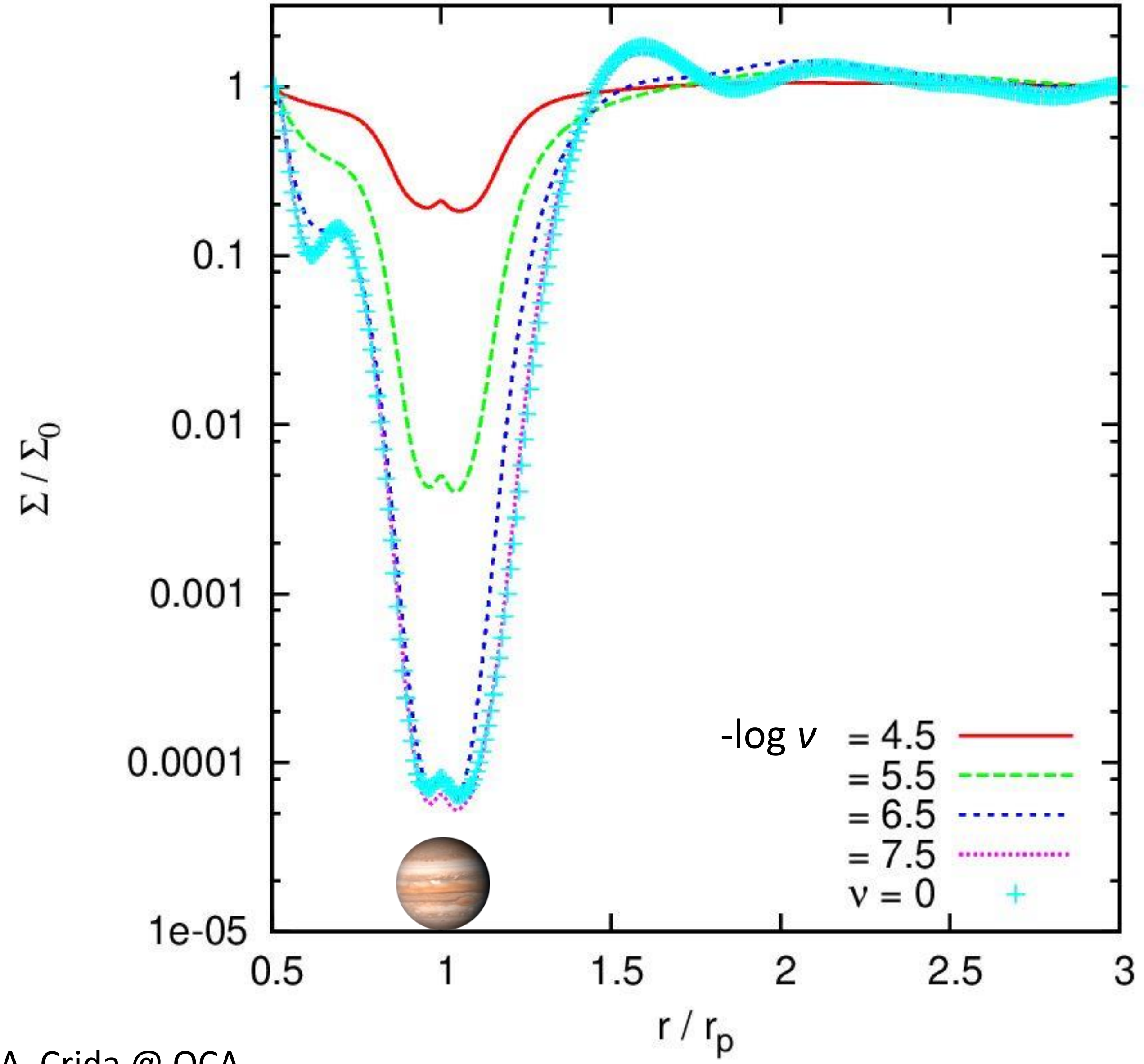
Mais, pour v -> 0 dlog(∑)/dr ->∞ (sillon de profondeur infinie). Ce n'est pas possible

Condition de Rayleigh: pour $\frac{\mathrm{d}j}{\mathrm{d}R} = \frac{1}{2} R_{\mathrm{p}} \Omega_{\mathrm{Kp}} \left(1 + h_{\mathrm{p}}^2 \frac{\mathrm{d}^2 \ln \Sigma}{\mathrm{d}R^2}\right)$ <0 le disque est instable. Il devient turbulent et v augmente.

Par conséquent, il y a une pente maximale que le sillon peut avoir: $h_{\mathrm{p}}^2 \frac{\mathrm{d}^2 \ln \Sigma}{\mathrm{d}R^2} = -1.$ (Kanagawa et al., 2015).

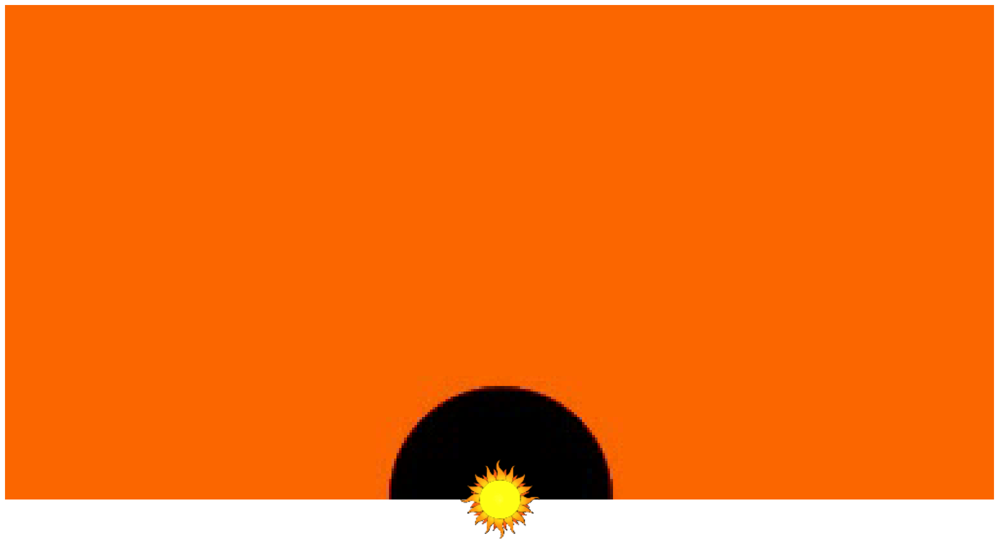
Planètes géantes: ouverture d'un sillon

Sillon "limite" pour *ν* -> 0



Crédit: A. Crida @ OCA

Effet de l'ouverture d'un sillon sur la migration



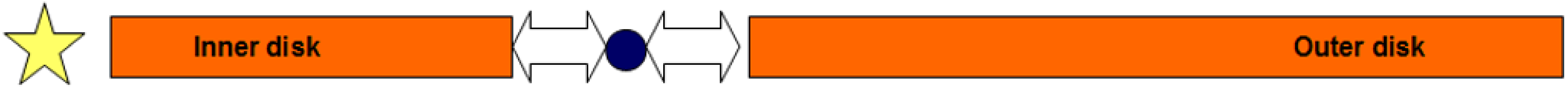
L'ouverture d'un sillon réduit significativement la vitesse de migration

Migration de Type-II

La planète est repulsée:

- Vers l'extérieur par le disque interne
- Vers l'intérieur par le disque interne

Par conséquent, la planète et coincée dans son sillon. Elle ne peut migrer que avec son sillon

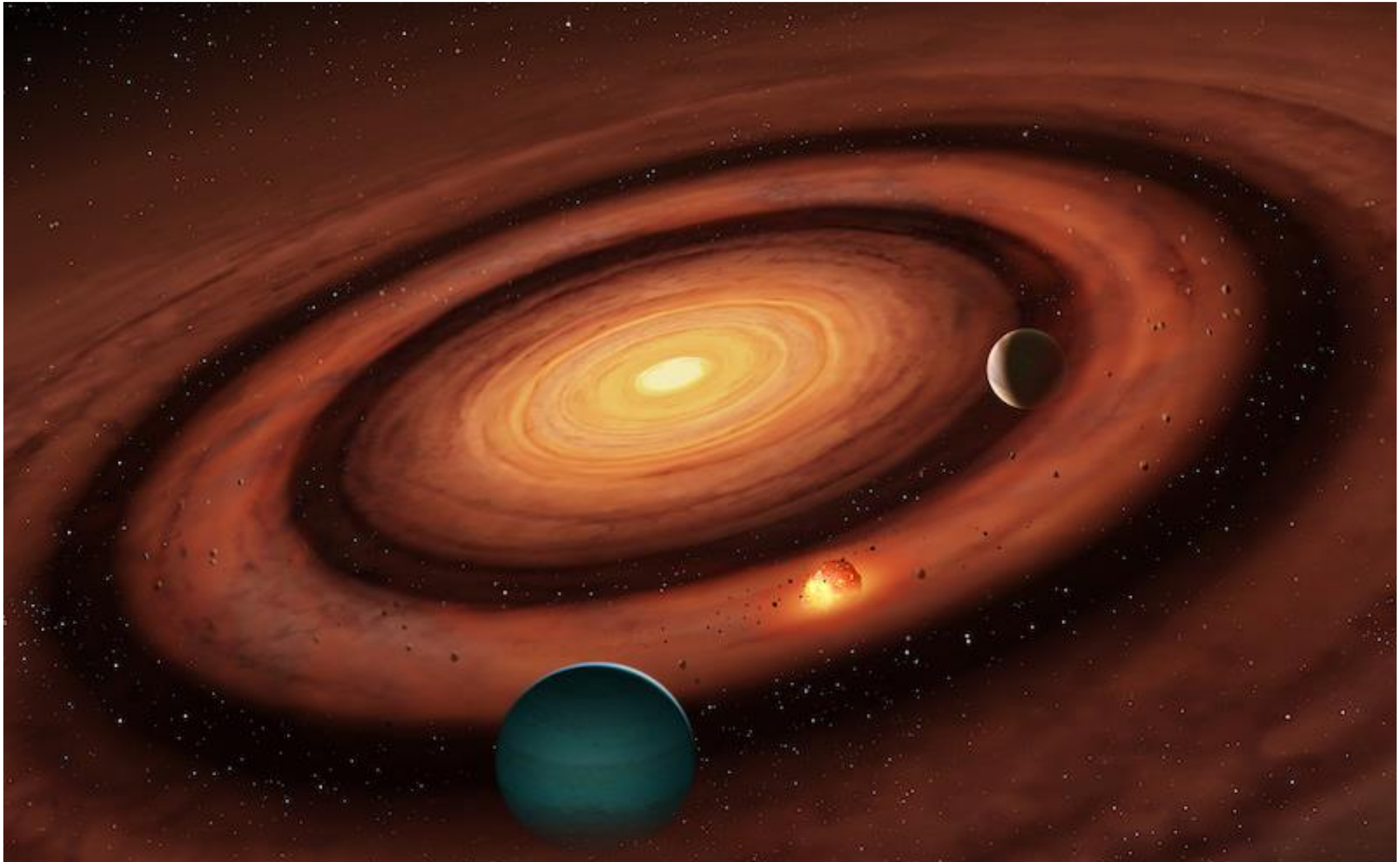


Le déplacement du gaz vers l'étoile (accrétion) se fait à la vitesse visqueuse v_r^{gas} =-3/2 ν/r

Par conséquent, la vitesse de migration de la planète sera aussi v_r^{pl} =-3/2 ν/r
(independemment des valeurs de Σ et M_p; Ward, *Icarus*, 1997)

COLLÈGE
DE FRANCE
1530

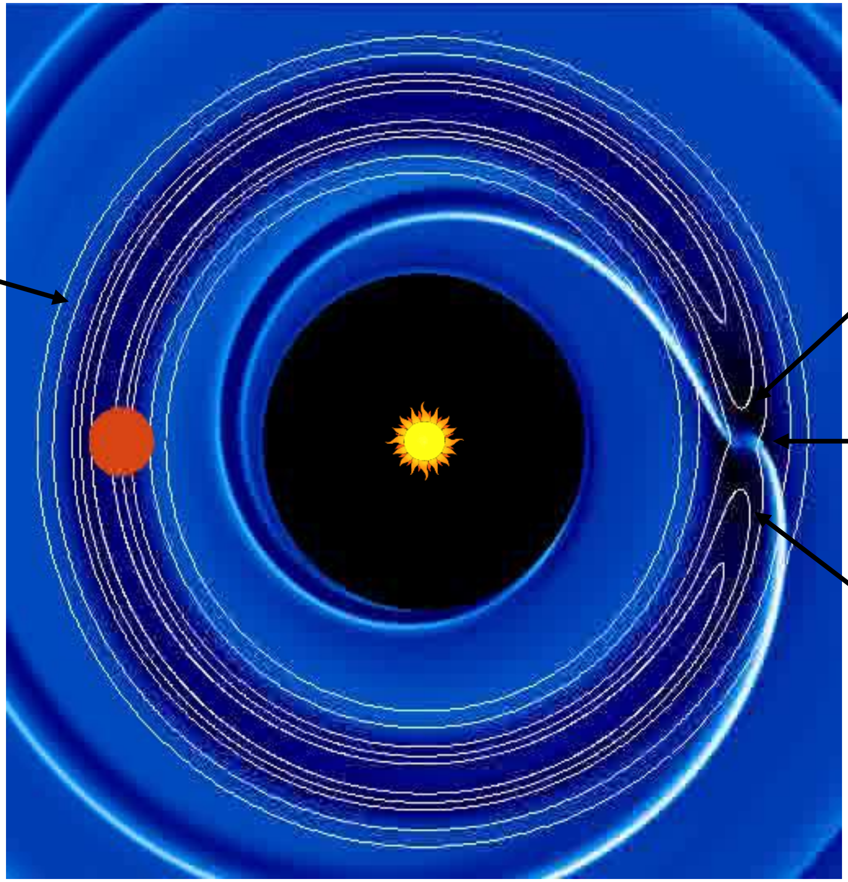
Plus compliqué .....



COLLÈGE
DE FRANCE
1530

Le couple de corotation

Region de corotation
(en forme de fer à chéval)



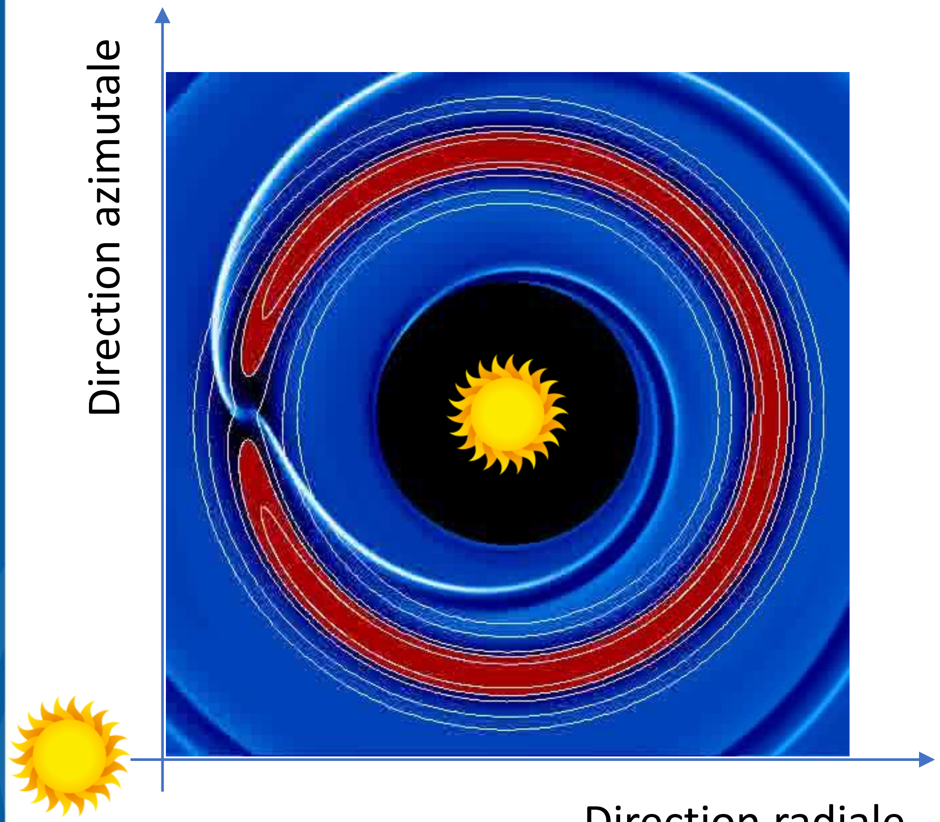
Vidéo de F. Masset

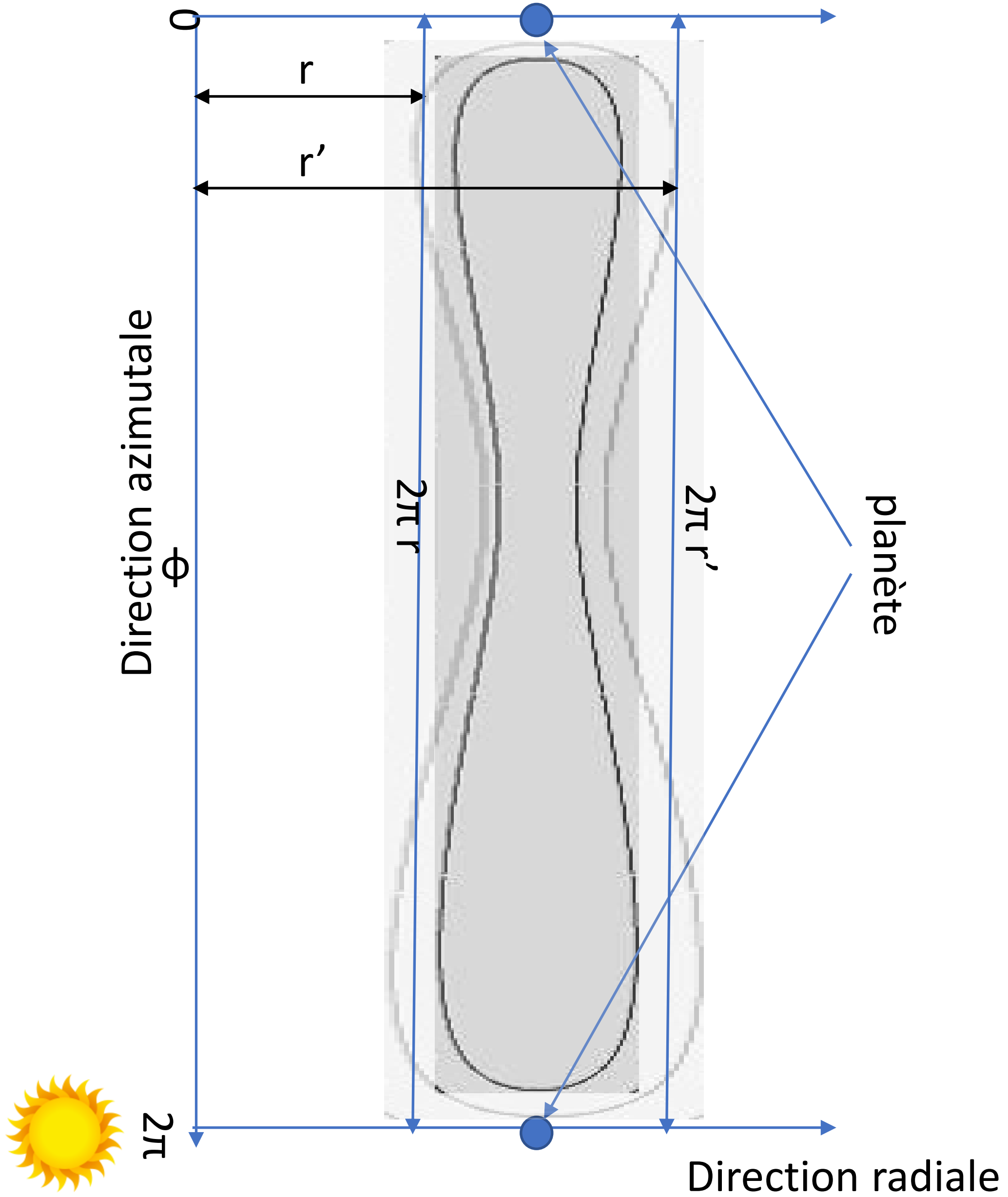
Quand l'élément fluide fait une inversion à U, de l'extérieur vers l'intérieur, il donne un couple positif à la planète

planète

Quand l'élément fluide fait une inversion à U, de l'intérieur vers l'extérieur, il donne un couple négatif à la planète

Le couple de corotation – composante liée au gradient de densité





Le couple de corotation – composante liée au gradient de densité

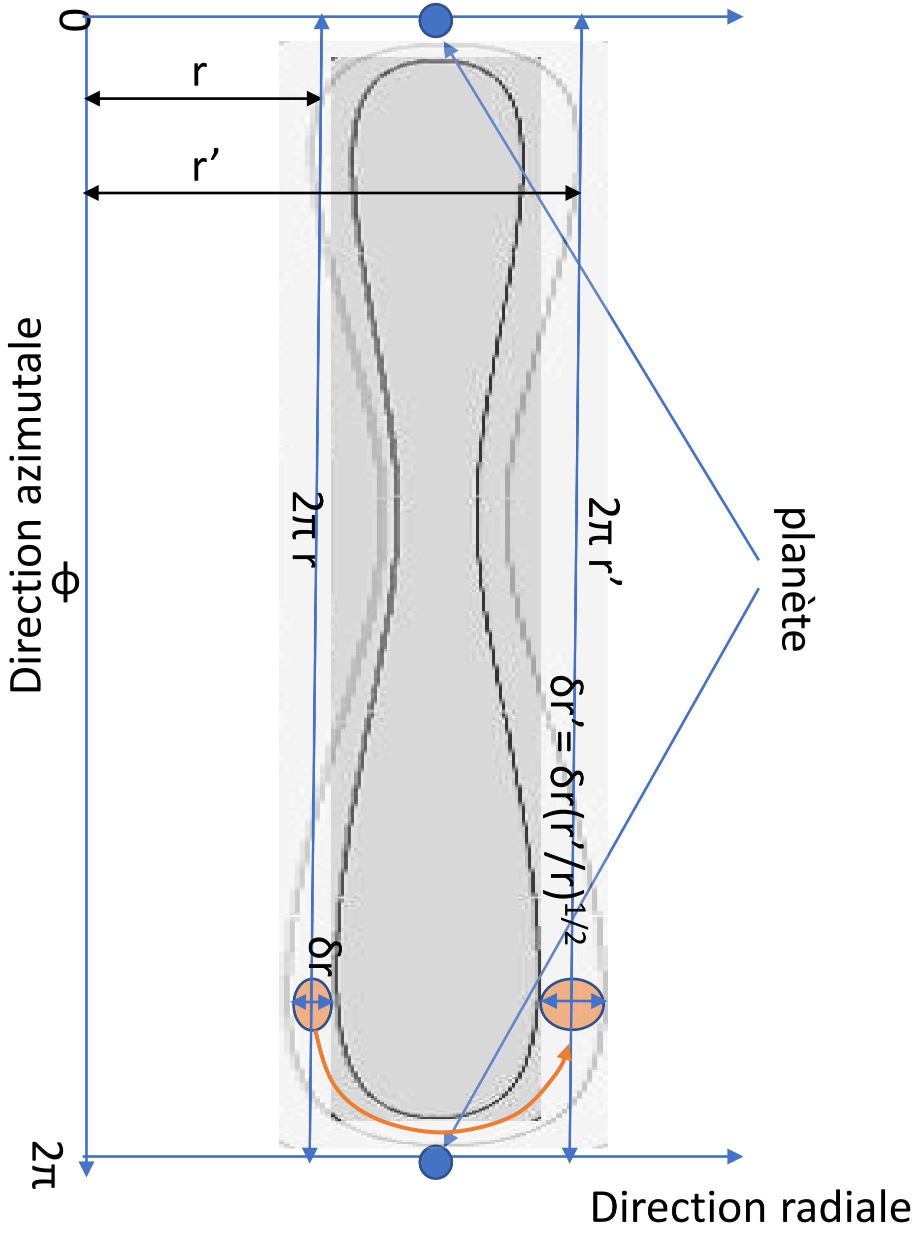
Le théorème de Liouville dit que le volume canonique dϕ d*J* (où *J* est le moment cinétique spécifique) est conservé par la dynamique. dϕ est conservé, donc d*J* est conservé aussi.

Puisque $J=\sqrt{r}$, $dr=2\sqrt{r}dJ$

Par conséquence, lors du transfert de r à r' l'élément de fluide se dilate radialement d'un facteur $\sqrt{r'/r}$
D'autre part, la longueur d'une circonférence dϕ=180° augmente comme r'/r.

Donc, la conservation de la masse implique un changement de densité de surface d'un facteur $(r'/r)^{-3/2}$

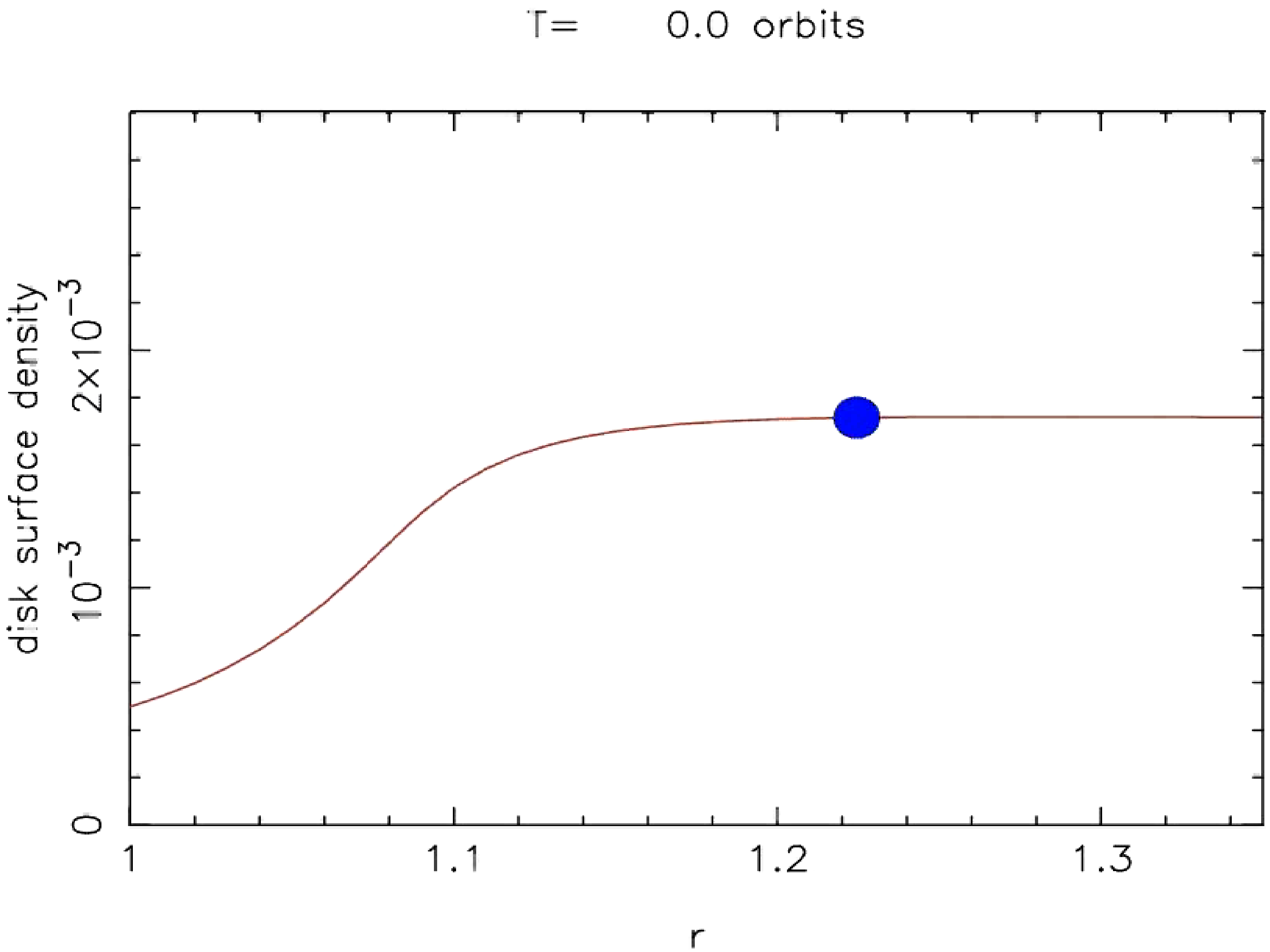
En d'autres termes, si la densité de surface du gaz varie comme $1/r^{3/2}$ à travers la région de corotation, la même masse par unité de temps effectue un virage à U vers l'intérieur et vers l'extérieur. Donc le couple est nul.



Piège à planètes

Si la densité de surface du disque a un gradient positif, le couple de corotation est fortement positif et peut dominer le couple négatif dû à l'onde spirale.

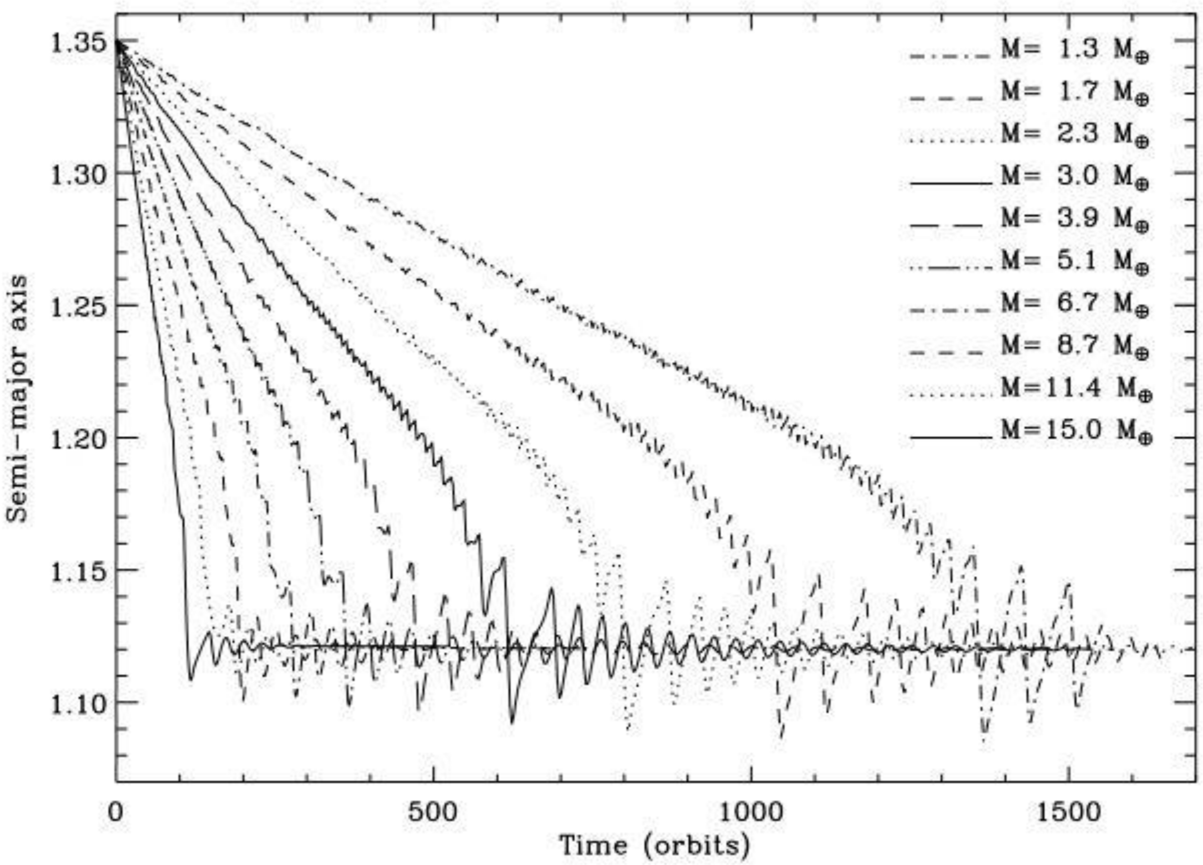
La migration de la planète s'arrête
(Masset et al., 2006)



Piège à planètes

Toutes les planètes s'arrêtent au même rayon, indépendamment de leur masse.

Les oscillations sont dues à la présence d'un vortex de Rossby

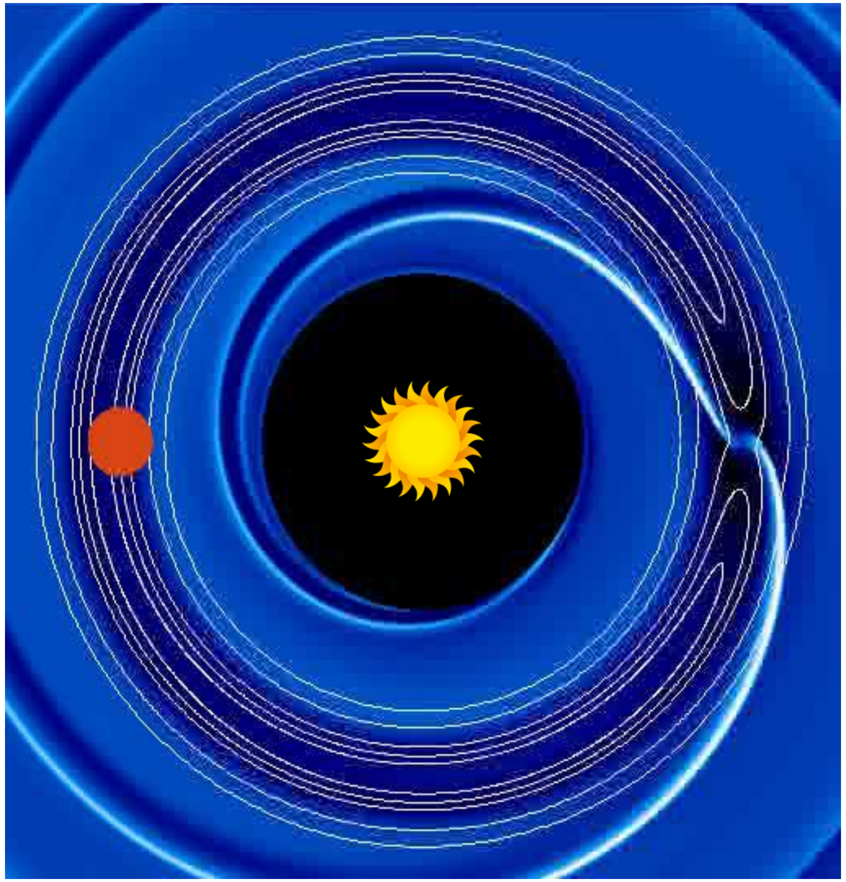


Masset et al., 2006

Saturation du couple de corotation lié au gradient de densité

La libration des éléments fluides tend à rendre la distribution de masse uniforme des deux côtés de la zone de corotation, i.e. à redistribuer le gaz de façon que $\Sigma \sim 1/r^{3/2}$

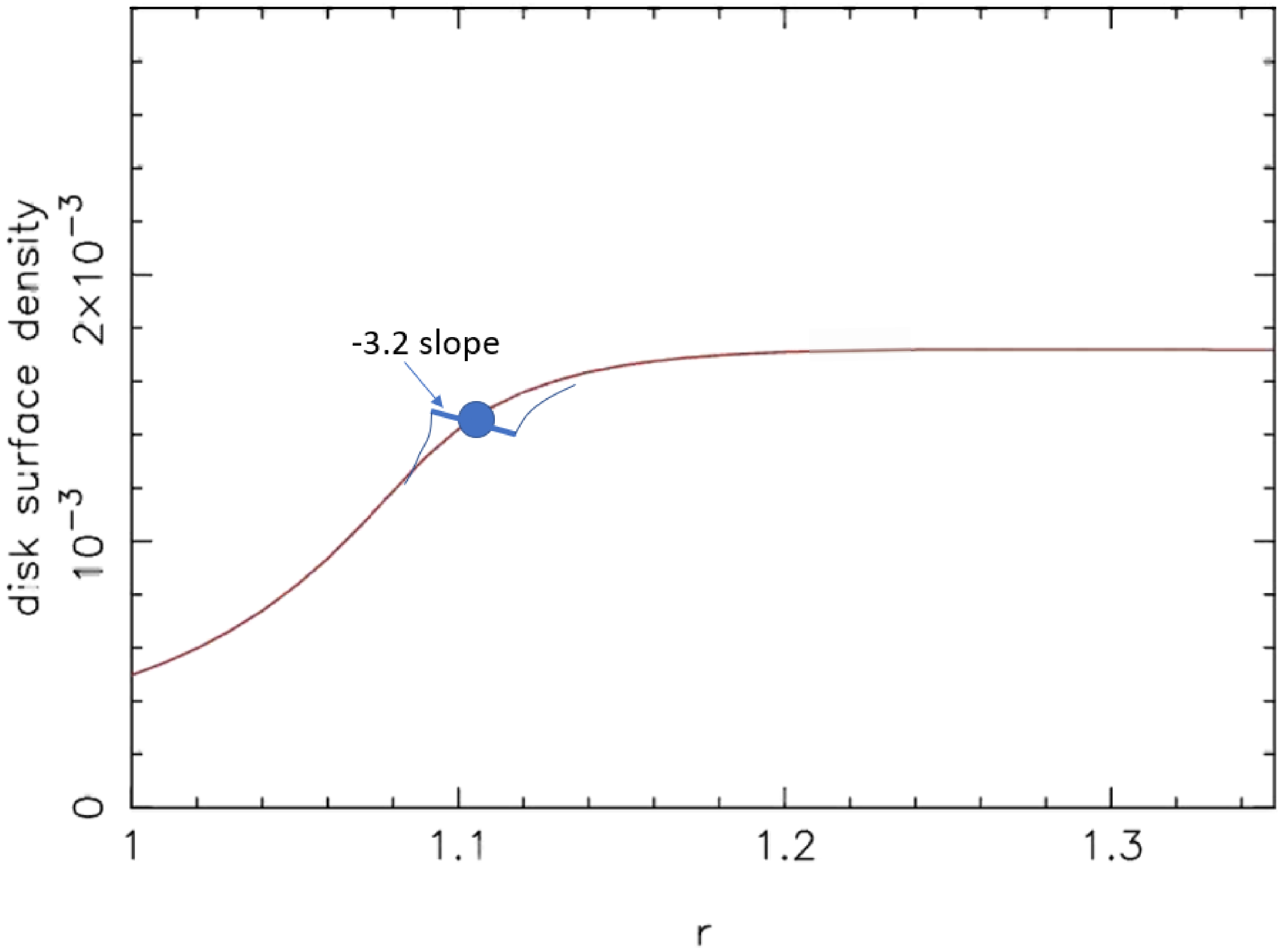
Ceci annule le couple de corotation. On dit que le couple de corotation est *saturé*.



Saturation du couple de corotation lié au gradient de densité

Le couple de corotation peut être maintenu seulement si le forces internes au disque (par exemple le couple visqueux) permettent de restaurer le gradient originel.

Le couple de corotation tend davantage à saturer pour des planètes plus massives et dans des disques moins visqueux.



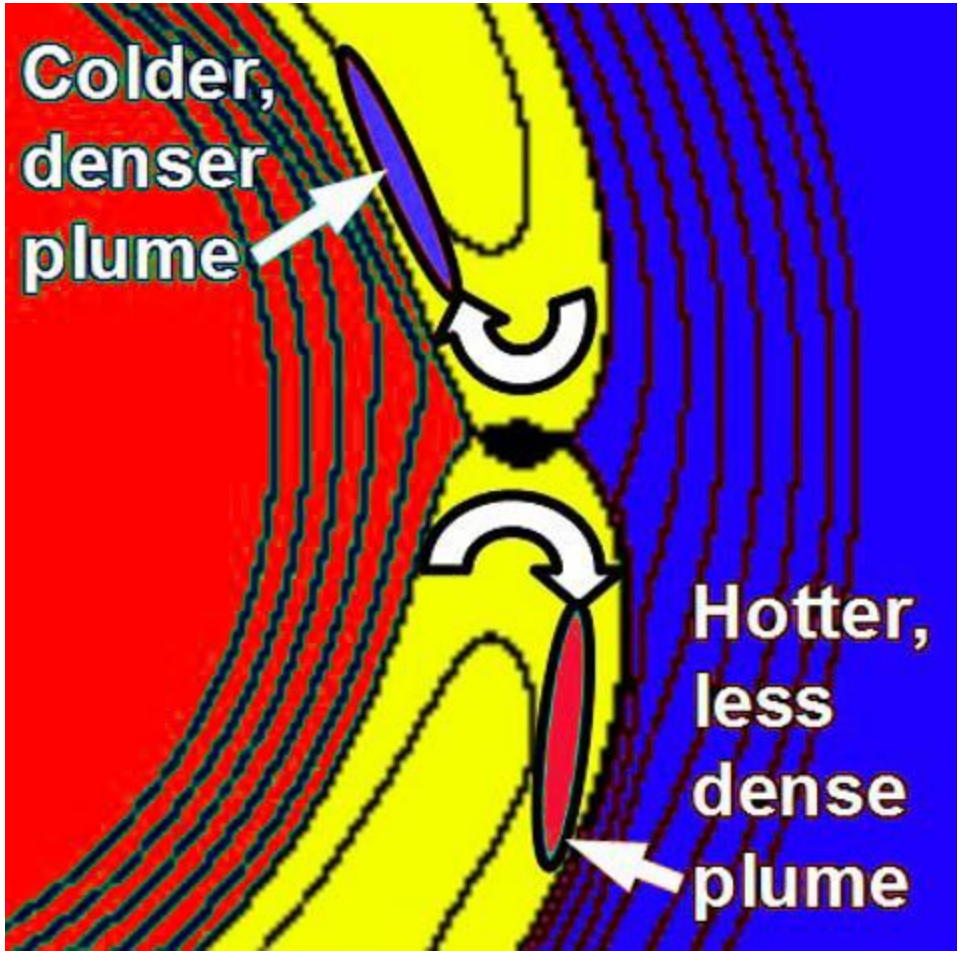
Le couple de corotation – composante liée au gradient d'entropie

Nous avons jusqu'ici considéré le cas isotherme, dans lequel l'élément fluide acquière instantanément la température du disque où il se déplace.

Dans le cas opposé, adiabatique (pas d'échange d'énergie), l'élément fluide conserve son entropie pendant le virage à U.

L'entropie du disque $S \sim \Sigma^{-0.4}T$ a en général un gradient radial négatif. L'élément fluide, après le virage à U, se trouve donc en contraste d'entropie avec le gaz ambiant. Si $\Sigma \sim 1/r^{3/2}$, ce qui annulerait le couple de corotation dans le cas isotherme, il n'y a pas de contraste de densité. Donc le contraste vient uniquement d'une différence de température. Ceci amène l'élément fluide à avoir une expansion ou contraction adiabatique et donc changer de densité.

L'anomalie de densité à son tour induit un couple positif sur la planète.

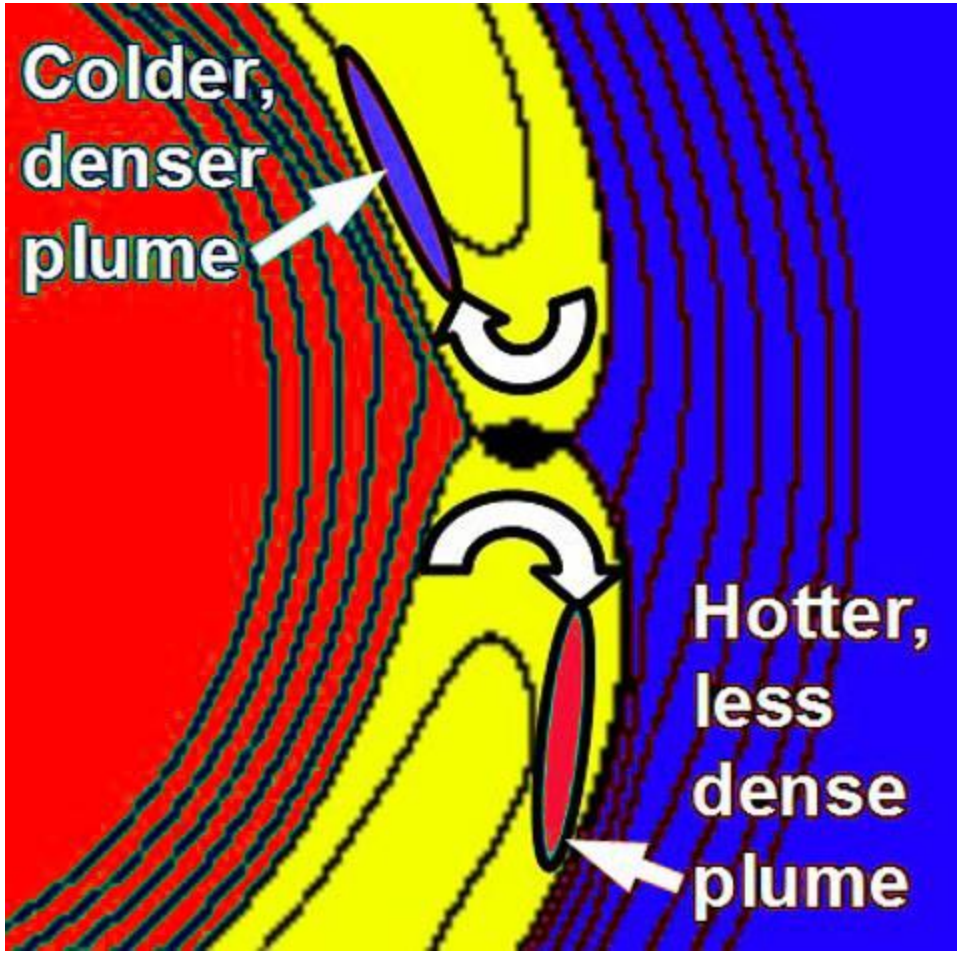


Références: Paardekooper & Mellema (2006), Baruteau & Masset (2008), Masset & Casoli (2009), Kley and Crida, 2008

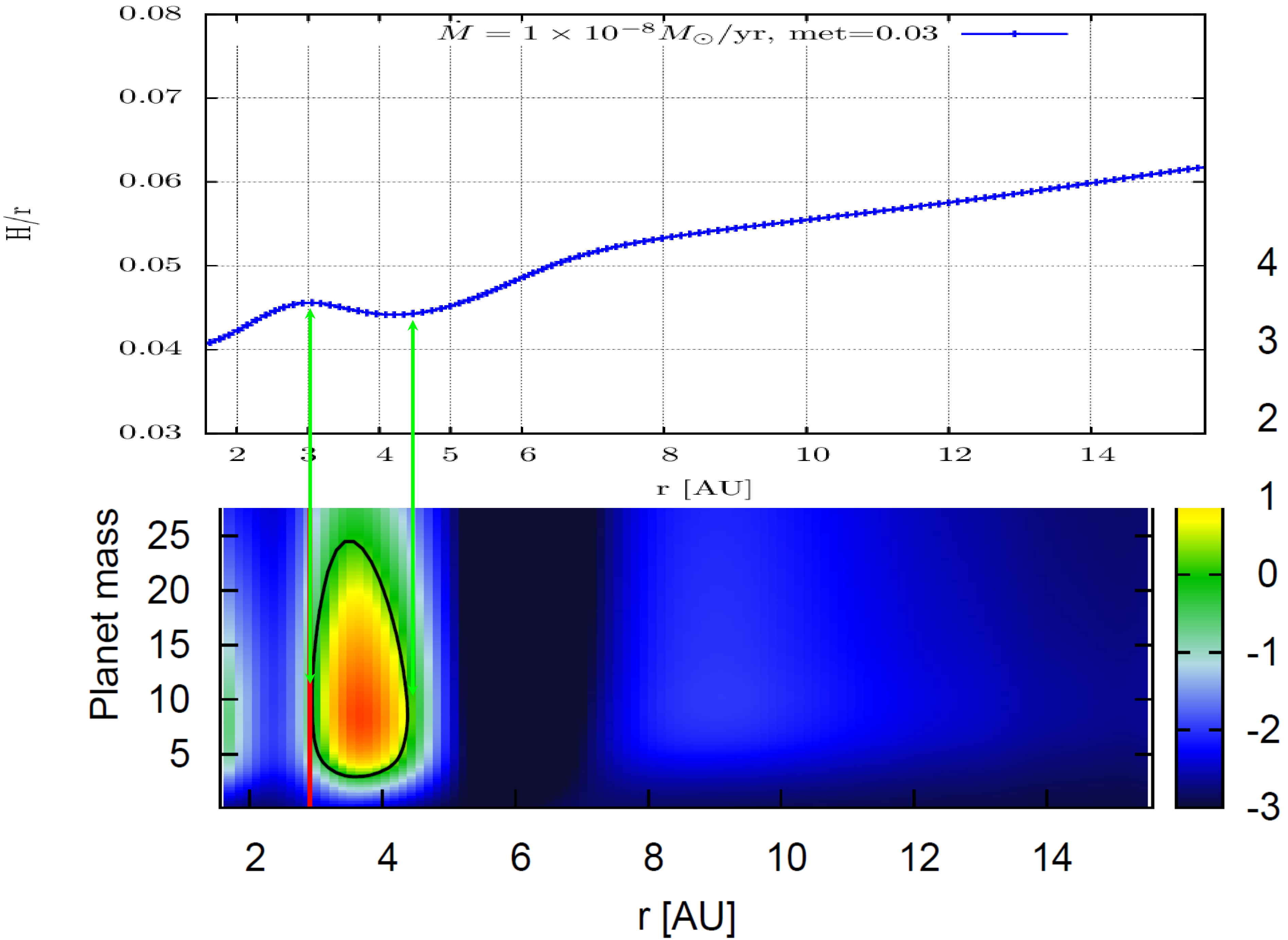
Le couple de corotation – composante liée au gradient d'entropie

Le couple s'annule si:

- Il n'y a pas de gradient radial d'entropie dans le disque (improbable)
- L'élément fluide acquière rapidement la température locale du disque par échange d'énergie (cas isotherme)
- L'élément fluide échange énergie sur un temps plus long que le temps de libration. Dans ce cas la libration annule le gradient radial d'entropie dans la région de corotation (saturation)

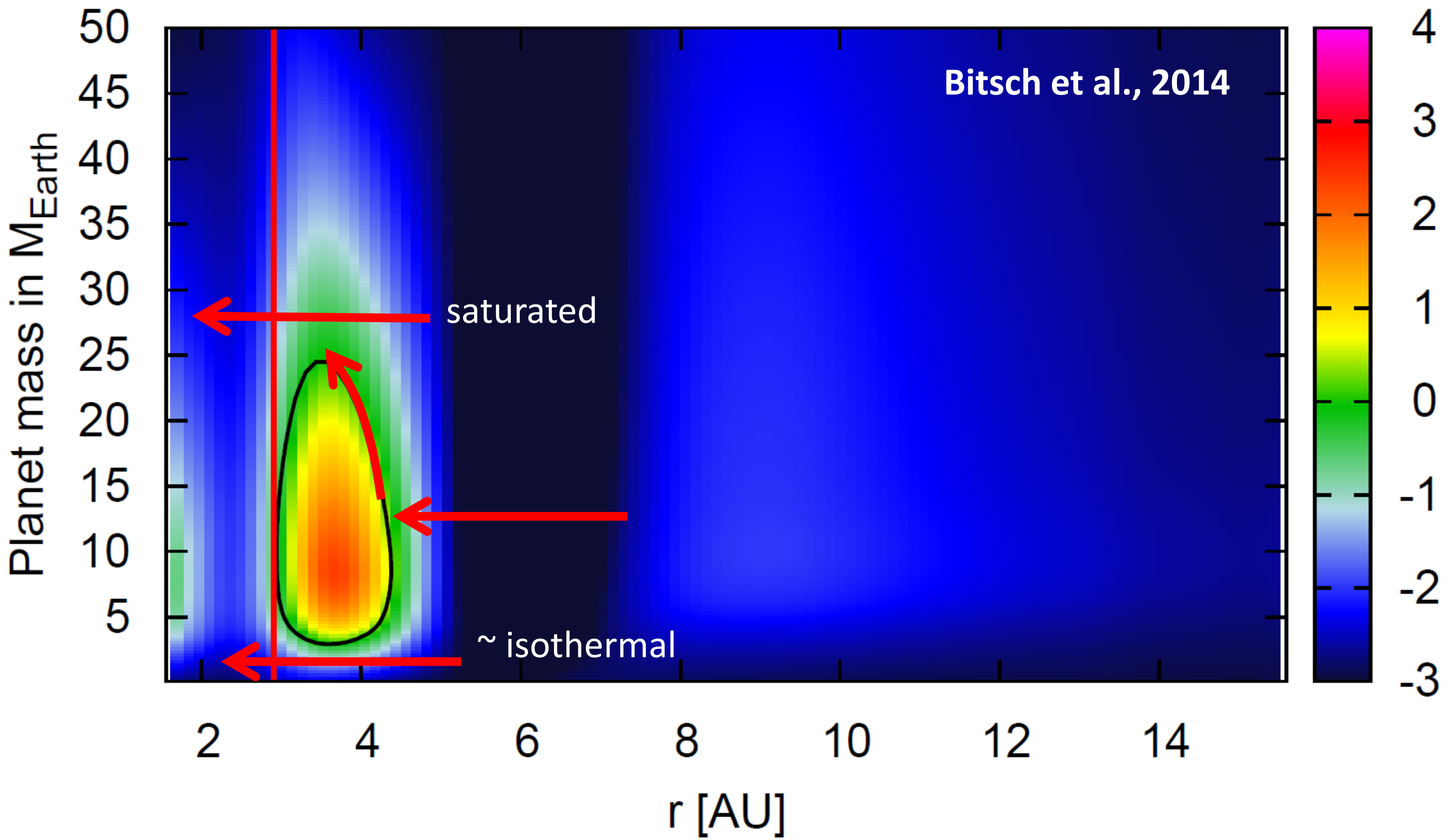


Références: Paardekooper & Mellema (2006), Baruteau & Masset (2008), Masset & Casoli (2009), Kley and Crida, 2008



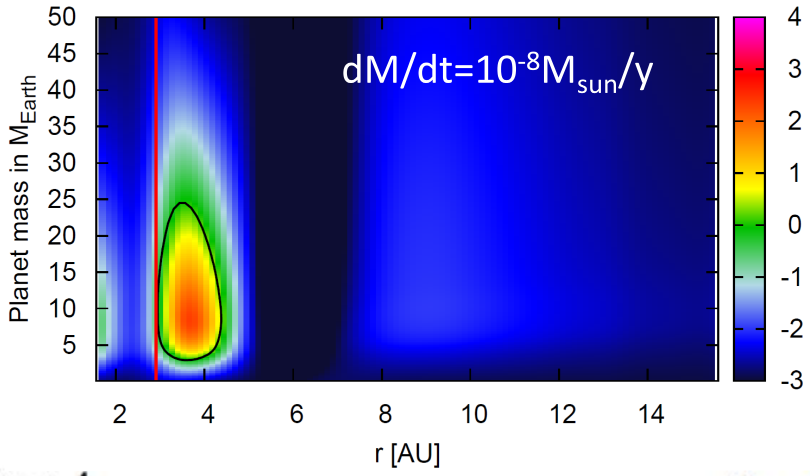
$\dot{M} = 1 \times 10^{-8} M_\odot/yr$, met=0.03
H/r
r [AU]
Planet mass
r [AU]

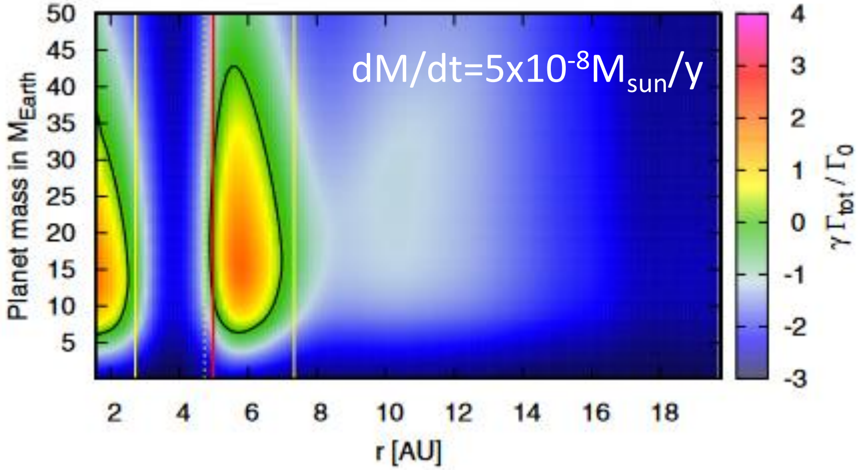
Couple de corotation et migration

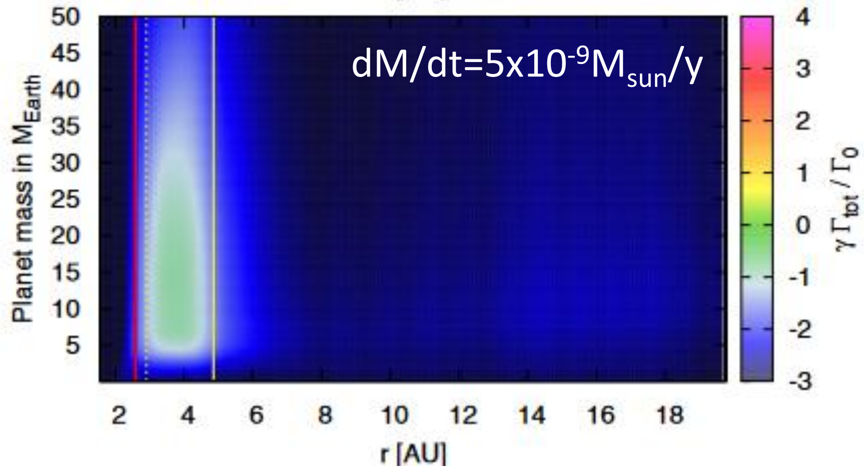


Couple de corotation et migration

L'existence de l'ilot de migration vers l'extérieur est éphémère. Il disparait avec la diminution du taux d'accrétion



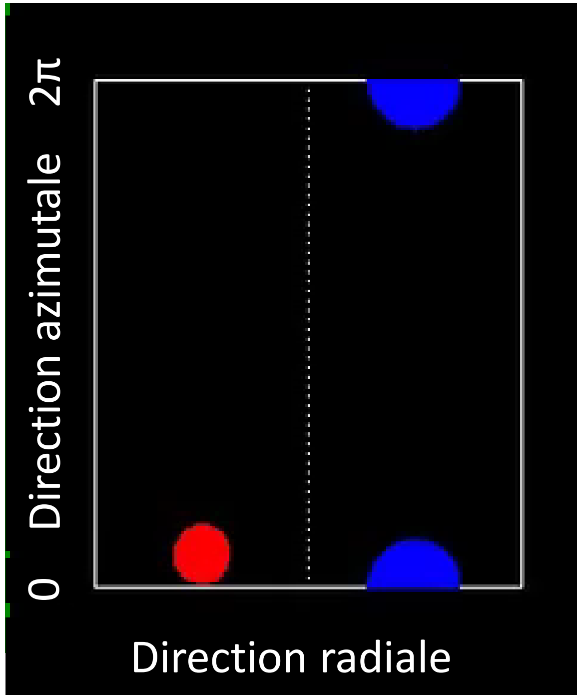


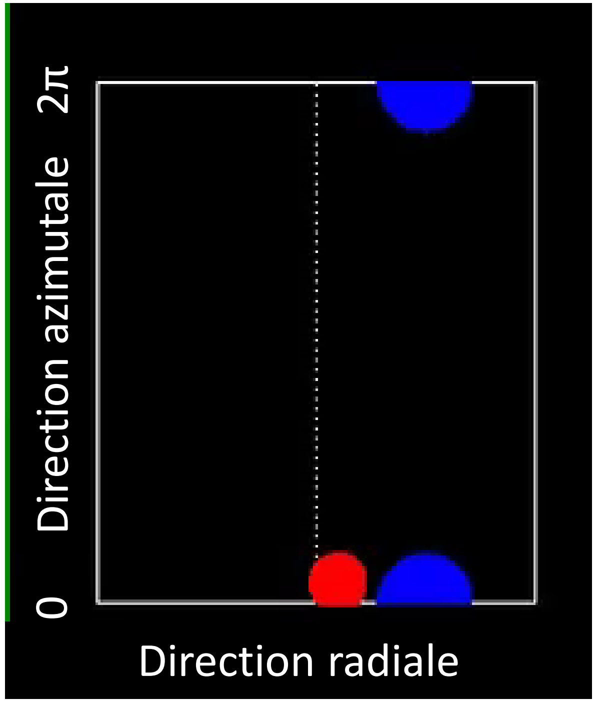


Bitsch et al., 2014

Le couple dynamique de corotation

Agit seulement (sous certaines conditions) sur les planètes en migration





Planète migrant vers l'intérieur:
Couple négatif exercé par les éléments fluides qui passent de l'intérieur à l'extérieur de l'orbite planétaire.
Rétroaction positive sur la migration de la planète

Couple positif exercé par les éléments fluides qui sont en région coorbitale.
Rétroaction négative sur la migration de la planète

Si la densité est uniforme les deux effets s'annulent.
Rétroaction positive/négative si la région coorbitale est moins/plus dense

Couple dynamique de corotation pour une petite planète sans sillon

Pendant la migration, le volume canonique $\delta\phi\ \delta J$ de la région de corotation: $2\pi\ \delta J = \frac{\pi}{\sqrt{r}} \delta r$ (avec $\delta r \sim$r), diminue comme $\sqrt{r}$ et donc la masse dans le région de corotation aussi.

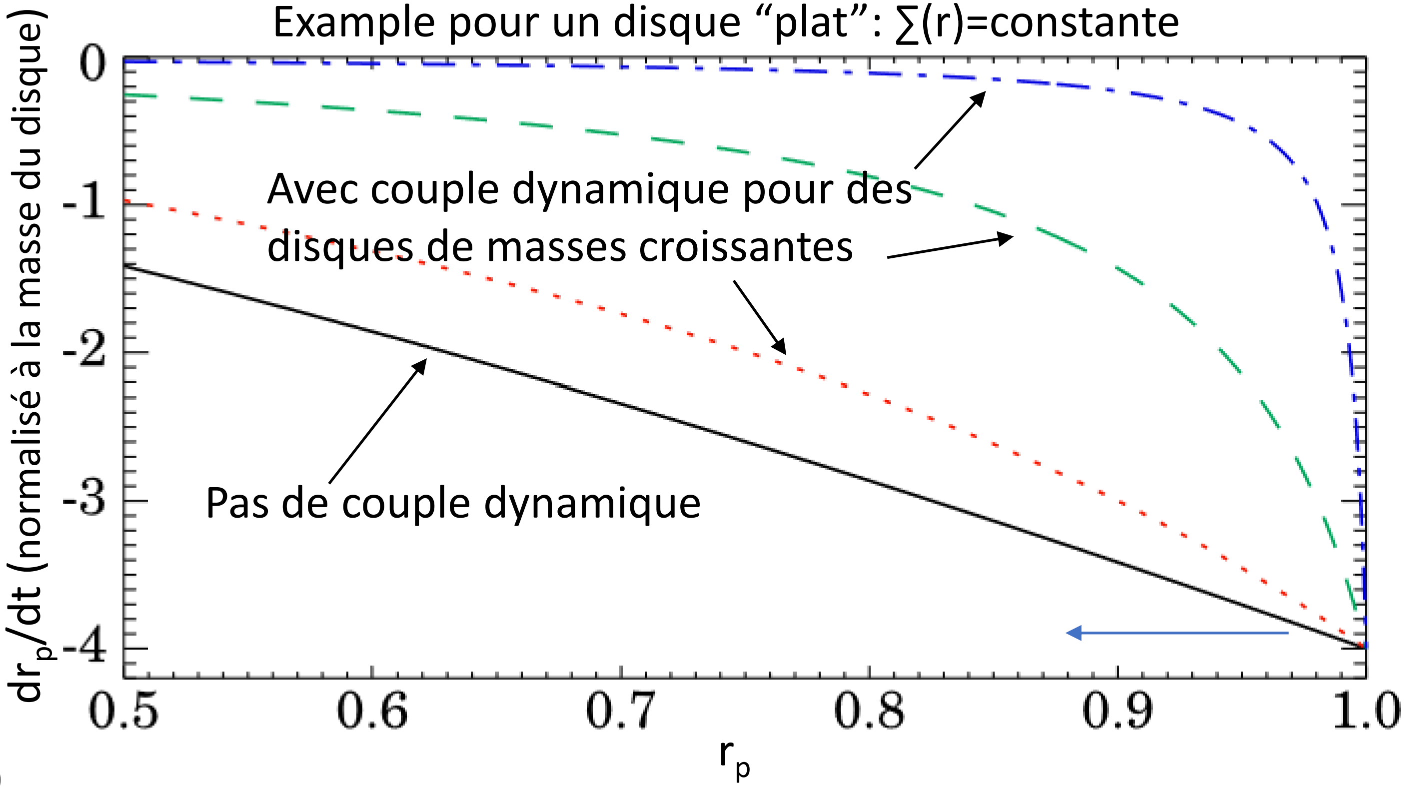
Mais la surface physique de la region de corotation (2πr δr) diminue comme r^2.
-> la densité du gaz dans sa région de corotation augmente comme $1/r^{3/2}$.

Par conséquent, si la densité du disque $\Sigma(r)$ a un profil radial moins raide de $1/r^{3/2}$ l'effet de rétroaction est négatif. La planète ralentie.

La viscosité du disque tend à s'opposer à ce contraste de densité. L'effet est important seulement dans les disques peu visqueux.

A l'inverse, si $\Sigma(r)$ est plus raide que $1/r^{3/2}$ la migration s'accelère

Example pour un disque "plat": ∑(r)=constante

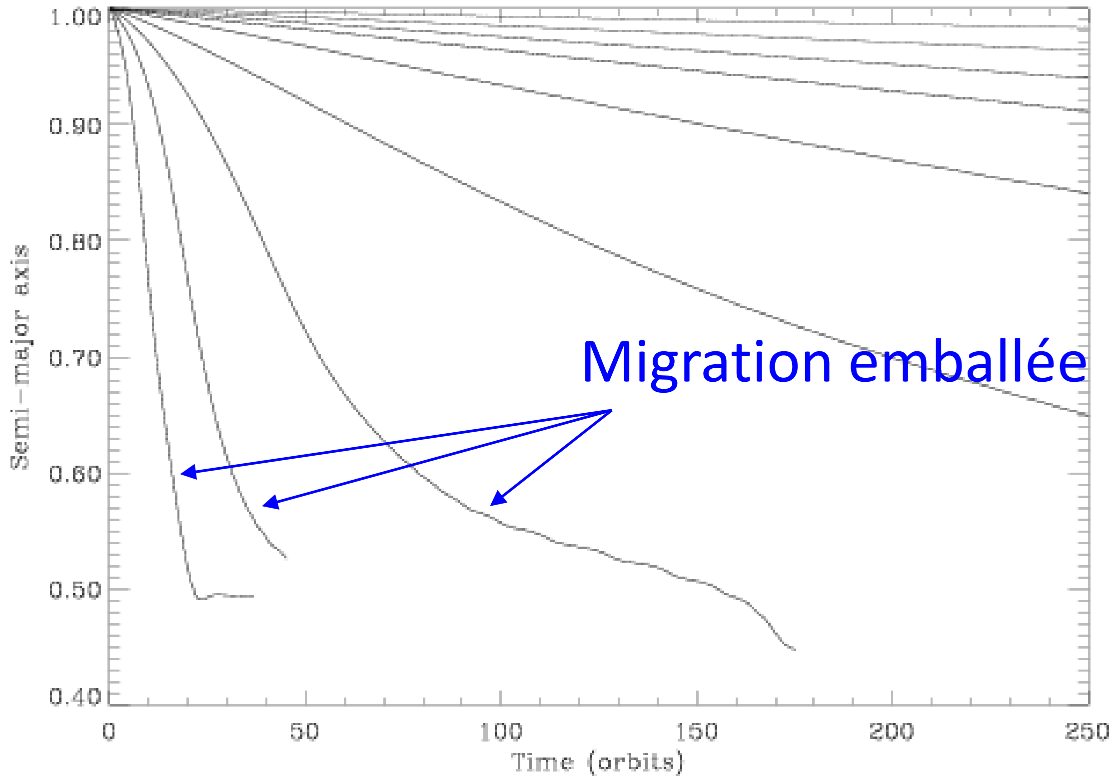


(Paardekooper, 2014)

Couple dynamique de corotation pour planètes avec sillon partiel

Dans ce cas, même si $\Sigma(r)=1/r^{3/2}$, la région de corotation est moins dense. La rétroaction est positive.
Si le déficit de masse dans la région de corotation est supérieur à la masse de la planète la migration s'emballe

Simulations de la migration de Saturne dans de disques de plus en plus denses

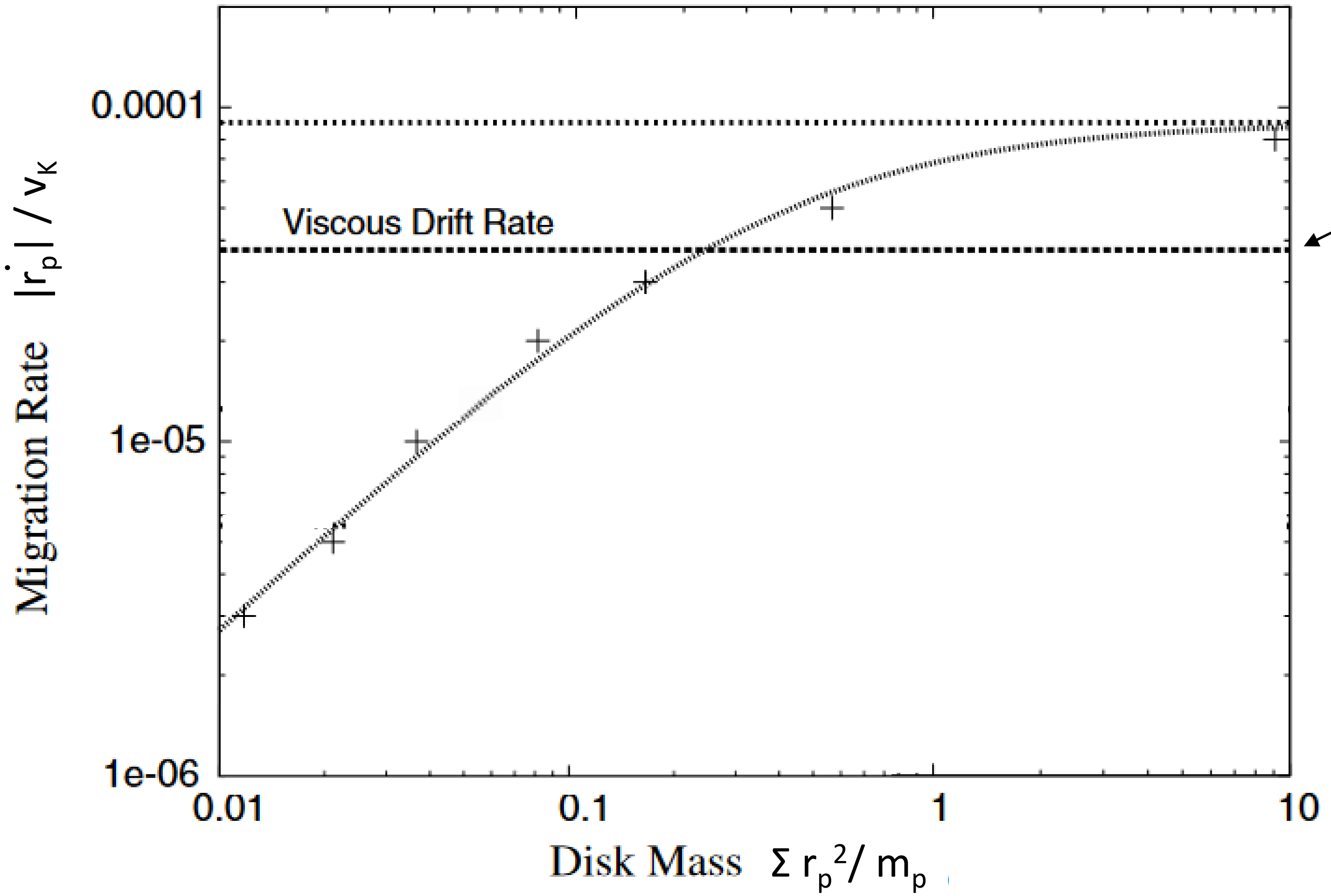


(Masset and Papaloizou 2003)

Variations sur la migration de Type-II

La vitesse de migration devrait être la même que le mouvement radial du gaz dû à la viscosité: -3/2 *ν/r*

Mais ce n’est pas ce qui est observé dans les simulations:



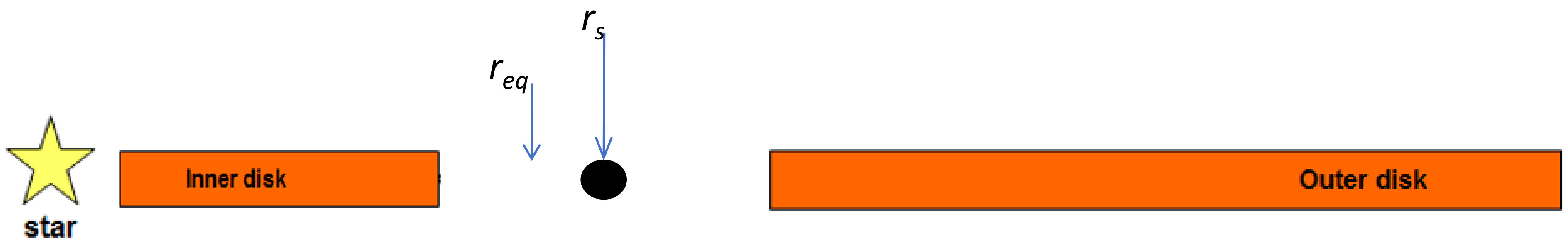
Prédiction pour migration de Type-II

Duffell et al., 2014

Variations sur la migration de Type-II

Explication théorique de ce résultat (Crida et al., 2019):

La clef est que quand le disque est à l'équilibre par rapport aux forces exercées par la planète, la planète n'est pas à l'équilibre par rapport au forces exercées par le disque (Dürmann et Kley, 2015)

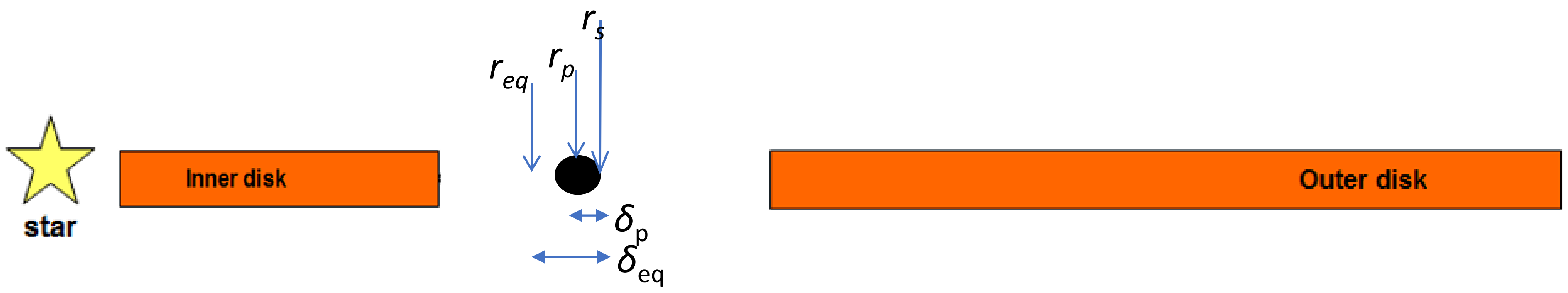


r_s: centre du sillon; position de la planète quand le profil du sillon est en équilibre
r_{eq}: position où la planète serait stable par rapport au disque.

Variations sur la migration de Type-II

Explication théorique de ce résultat (Crida et al., 2019):

La clef est que quand le disque est à l'équilibre par rapport aux forces exercées par la planète, la planète n'est pas à l'équilibre par rapport au forces exercées par le disque (Dürmann et Kley, 2015)



r_s: centre du sillon; position de la planète quand le profil du sillon est en équilibre
r_{eq}: position où la planète serait stable par rapport au disque.
r_p: position réelle de la planète

$\delta_p = r_s - r_p$
$\delta_{eq} = r_s - r_{eq}$

Variations sur la migration de Type-II

Explication théorique de ce résultat (Crida et al., 2019):

La clef est que quand le disque est à l'équilibre par rapport aux forces exercées par la planète, la planète n'est pas à l'équilibre par rapport au forces exercées par le disque (Dürmann et Kley, 2015)

Si δ_p n'est pas nul, les bords du sillon vont se déplacer sous l'effet de l'évolution visqueuse pour l'annuler:

$$\frac{\mathrm{d}r_s}{\mathrm{d}t} = -A\delta_p \nu$$

Si $\delta_{eq} - \delta_p$ n'est pas nul, la planète va migrer avec vitesse:

$$\frac{\mathrm{d}r_p}{\mathrm{d}t} = -B(\nu)\Sigma(\delta_{eq} - \delta_p)$$

$B(\nu)$ Fonction décroissante de ν, associée à la largeur du sillon

Variations sur la migration de Type-II

Explication théorique de ce résultat (Crida et al., 2019):

La clef est que quand le disque est à l'équilibre par rapport aux forces exercées par la planète, la planète n'est pas à l'équilibre par rapport au forces exercées par le disque (Dürmann et Kley, 2015)

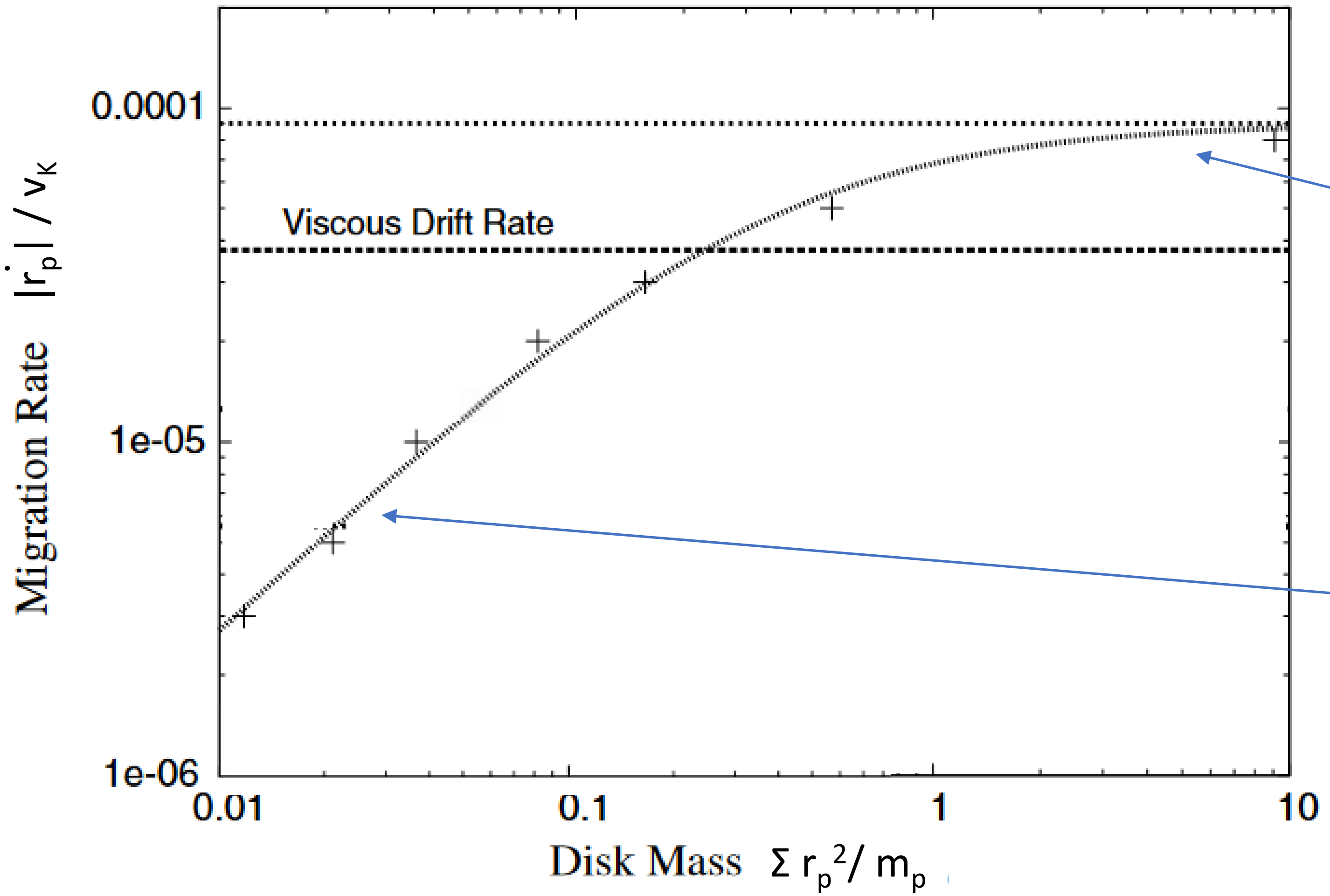
En migration (r_s-r_p)=constante, donc $\frac{\mathrm{d}r_s}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}r_p}{\mathrm{d}t}$

Par conséquent:

$$\delta_p = \frac{B(\nu)\Sigma\delta_{eq}}{B(\nu)\Sigma + A\nu} \qquad \frac{\mathrm{d}r_p}{\mathrm{d}t} = -\frac{B(\nu)\Sigma\delta_{eq}A\nu}{B(\nu)\Sigma + A\nu}$$

Variations sur la migration de Type-II

$$\frac{\mathrm{d}r_p}{\mathrm{d}t} = -\frac{B(\nu)\Sigma\delta_{eq}A\nu}{B(\nu)\Sigma + A\nu}$$



Comportements asymptotiques:

$$B(\nu)\Sigma >> A\nu$$

$$\frac{\mathrm{d}r_p}{\mathrm{d}t} = -\delta_{eq}A\nu$$

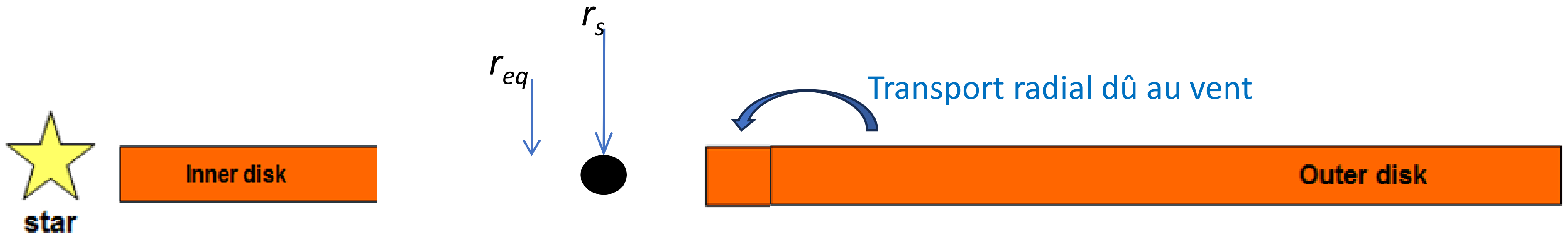
$$B(\nu)\Sigma << A\nu$$

$$\frac{\mathrm{d}r_p}{\mathrm{d}t} = B(\nu)\Sigma\delta_{eq}$$

Migration de Type-II dans disques dominés par le vent magnétique

On a vu qu'il est possible que la viscosité du disque soit très petite et le transport radial du gaz soit dû à l'évacuation du moment cinétique par le vent magnétique.

Dans ce cas, si le mouvement radial du gaz est bloqué par le couple exercé par la planète, les mêmes considérations s'appliquent. La planète peut avancer seulement au rythme auquel le disque peut suivre



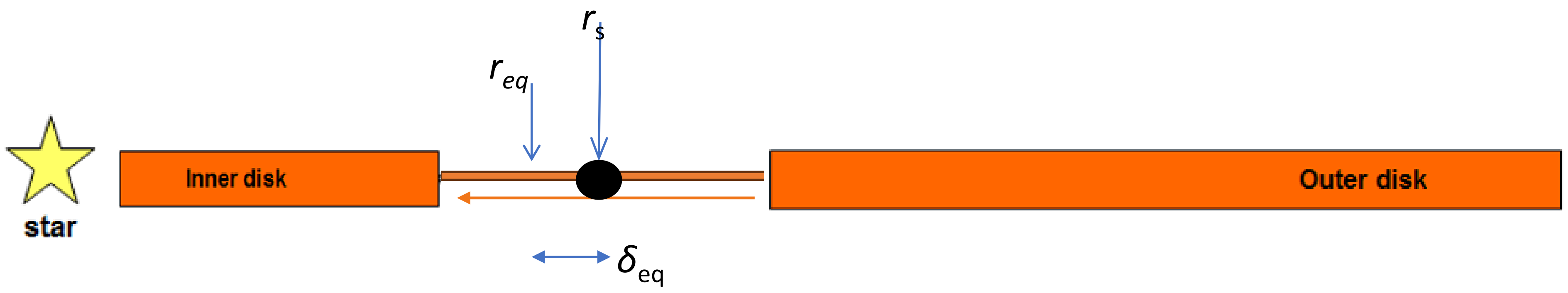
$$\frac{\mathrm{d}r_s}{\mathrm{d}t} = -A\delta_p \nu \quad \text{devient} \quad \frac{\mathrm{d}r_s}{\mathrm{d}t} = -A'\delta_p \frac{\dot{M}}{\Sigma}$$

$$\nu = \frac{\dot{M}}{2\pi\Sigma}$$

Migration de Type-II dans disques dominés par le vent magnétique

On a vu qu'il est possible que la viscosité du disque soit très petite et le transport radial du gaz soit dû à l'évacuation du moment cinétique par le vent magnétique.

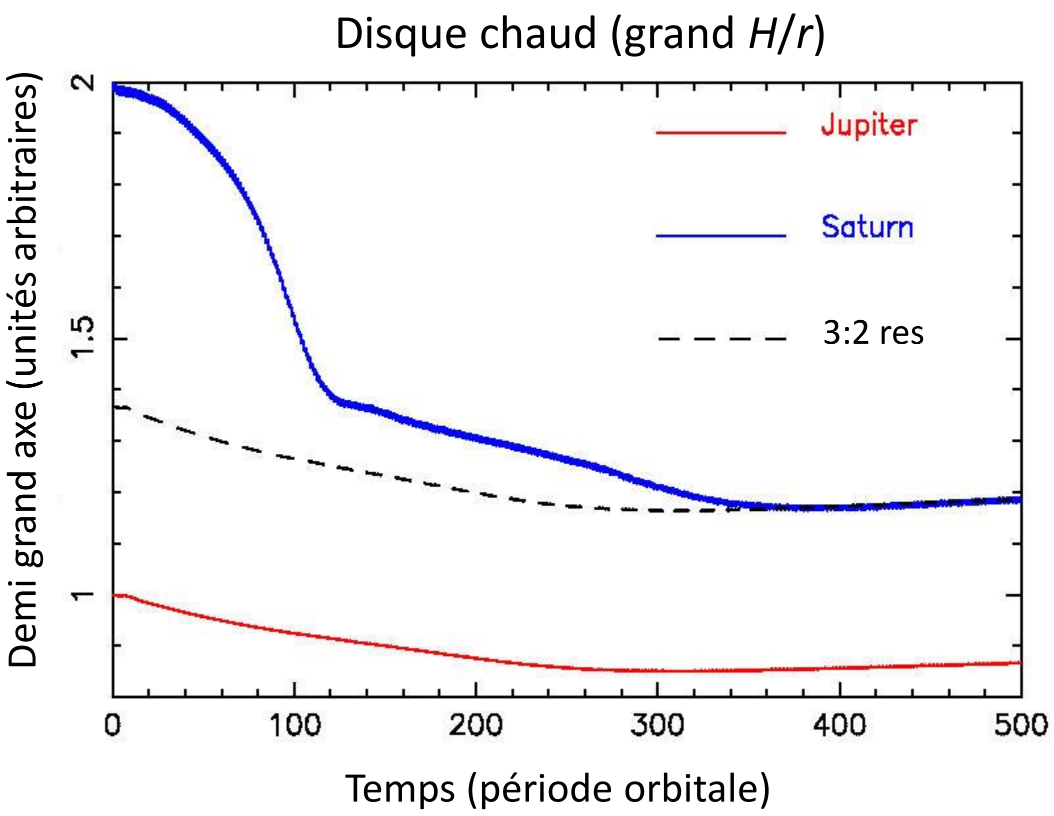
Si le mouvement radial du gaz a lieu à une vitesse que la planète ne peut pas bloquer, le sillon est partiellement rempli par le flux du gaz ionisé, qui est une fraction de la colonne de densité du disque

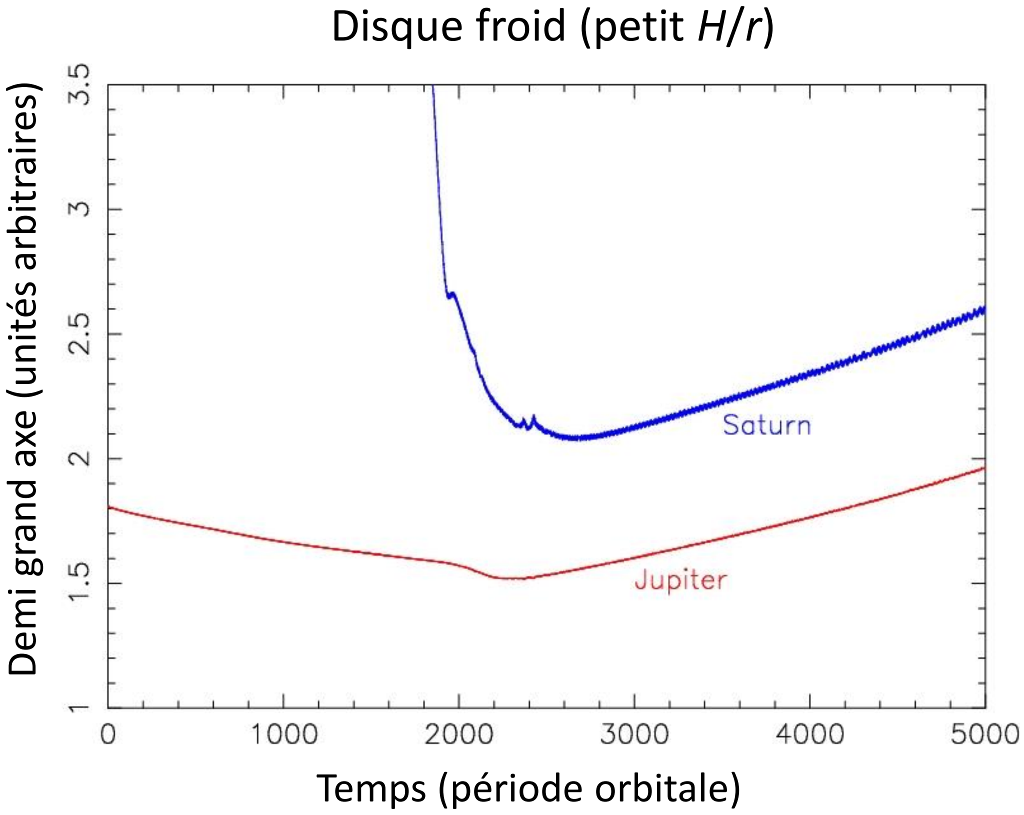


La planète ne peut se déplacer que à la vitesse à laquelle les bords du sillon peuvent se déplacer, et ceci est proportionnel à la viscosité, qui n'est plus liée au taux d'accrétion $\dot{M}$

Si la viscosité est très petite, la migration peut être très lente (Lega et al., 2022)

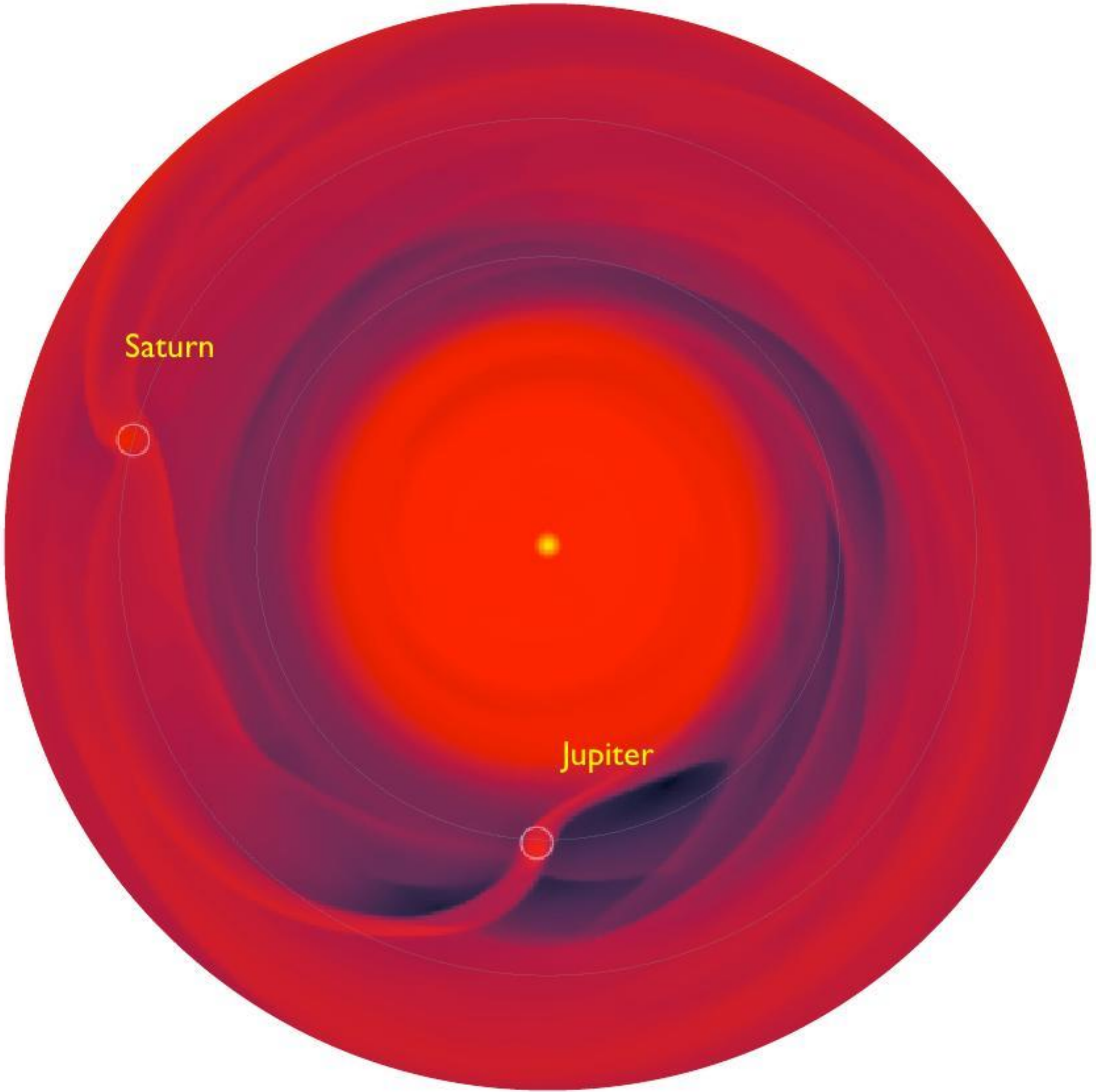
La migration conjointe de Jupiter et Saturne





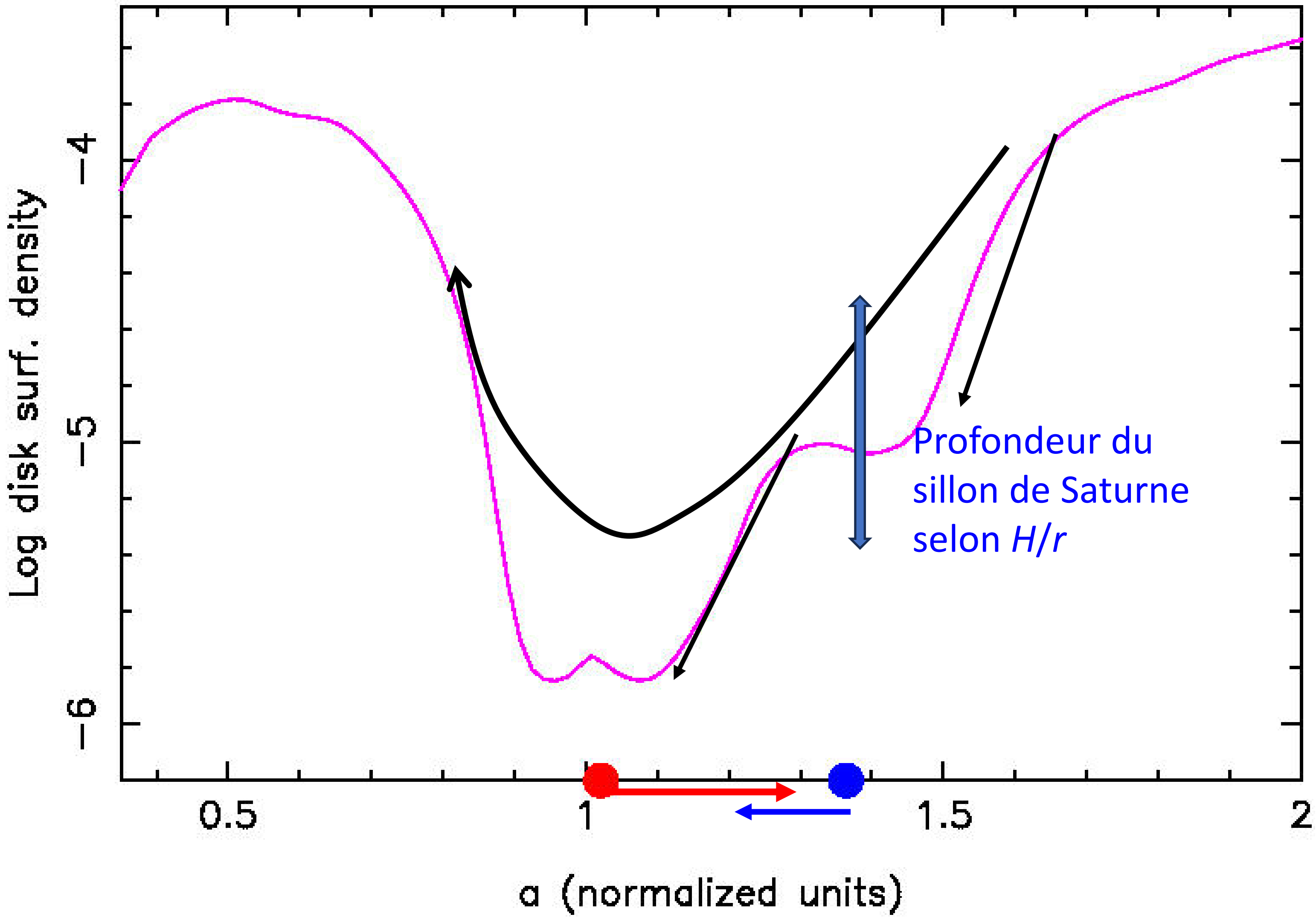
Masset and Snellgrove, 2001; Morbidelli and Crida, 2007; Pierens and Nelson 2008

La migration conjointe de Jupiter et Saturne



COLLÈGE
DE FRANCE
1530

La migration conjointe de Jupiter et Saturne



COLLÈGE DE FRANCE 1530

A retenir

- Les petites planètes ne changent pas la distribution radiale de gaz dans le disque, mais brisent sa symétrie axiale en lançant une onde spirale de densité
- Le couple exercé par l'onde sur la planète fait migrer la planète vers l'intérieur (migration Type-I)
- La migration de Type-I a une vitesse proportionnelle à la masse de la planète, la densité du disque et est inversement proportionnelle au carré du rapport d'aspect du disque.
- Le couple de corotation peut bloquer la migration de Type-I si le disque a (i) un fort gradient positif de densité ou (ii) un fort gradient négatif de température
- La migration de Type-I est ralentie par le couple de corotation dynamique si les disque (i) est peu visqueux et (ii) il a un gradient radial de densité plus faible que $1/r^{3/2}$.
- Les planètes géantes écartent le gaz de leurs orbites et créent donc un profond sillon dans la distribution de matière.
- Le déplacement radial d'une planète géante doit se faire de concert avec le déplacement de son sillon (migration de Type-II)
- Pour un disque visqueux, ce dernier ne dépend que de la viscosité. La migration de la planète aura donc une vitesse qui dépend linéairement de la viscosité, si la masse du disque est grande par rapport à celle de la planète. Dans le cas contraire, l'inertie de la planète fait si que la vitesse de migration est linéaire en Σ/M_p
- Si le disque a une faible viscosité et le transport radial du gaz a lieu par l'effet du champ magnétique, à haute vitesse et faible densité, la vitesse de migration de la planète est proportionnelle à la viscosité du disque et non pas à son taux d'accrétion vers l'étoile. Elle peut donc être très lente.
- Deux planètes géantes, avec un rapport de masses comparable à celui de Jupiter et Saturne, une fois en résonance peuvent arrêter, voir inverser, leur migration.