



Leçon N. 1 - 5 février 2024

**Alessandro
MORBIDELLI**

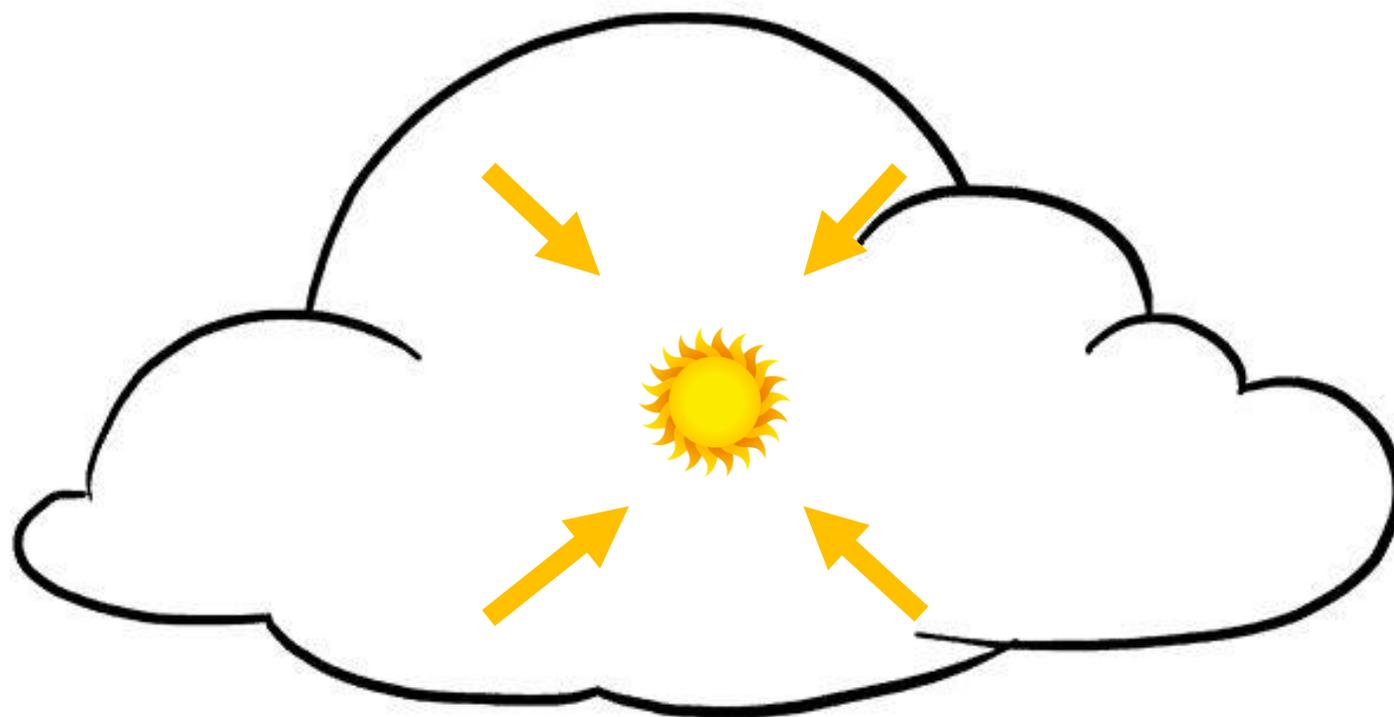
Chaire

Formation planétaire: de la Terre aux exoplanètes

Les disques protoplanétaires

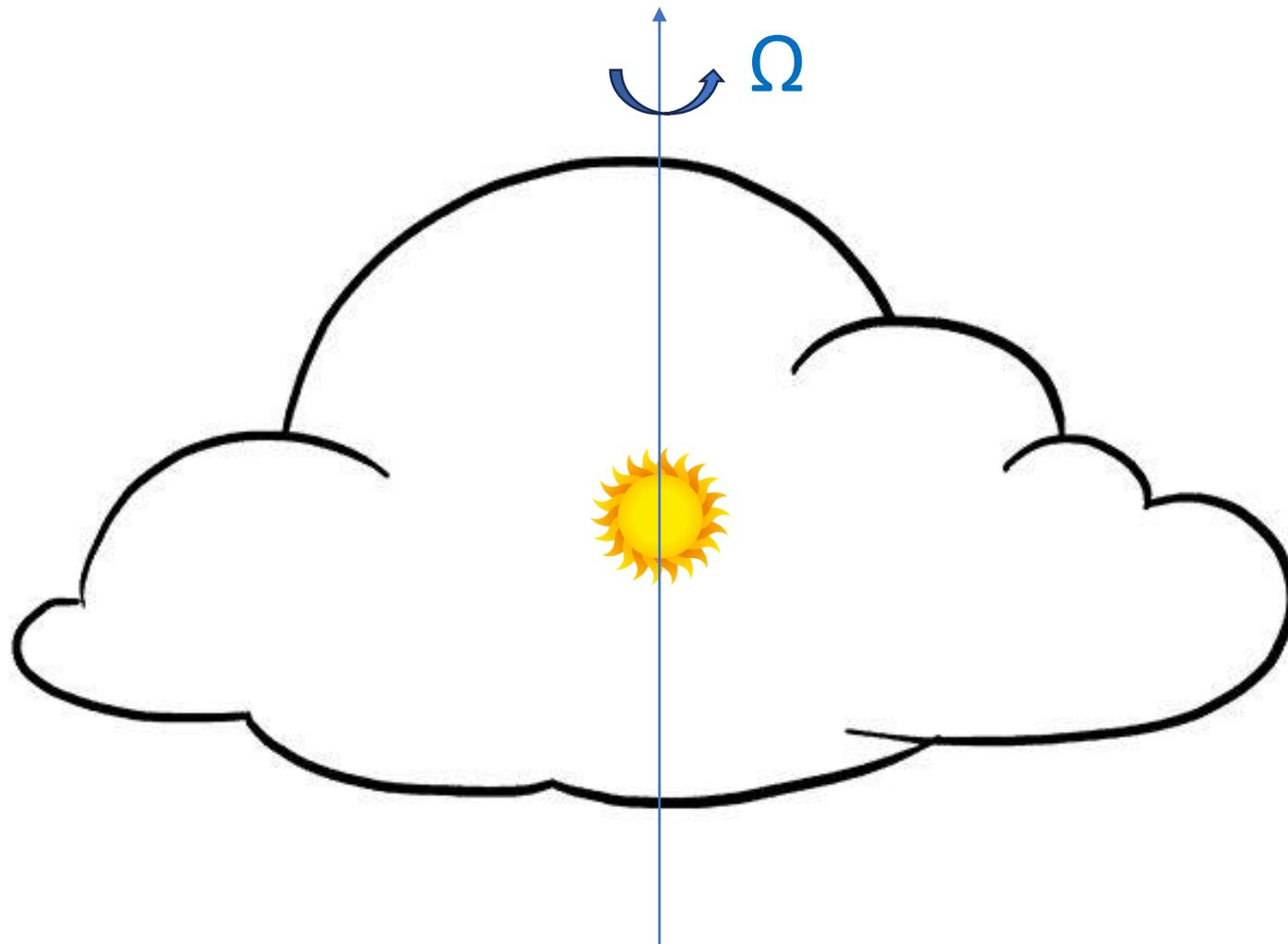


La formation du disque protoplanétaire a lieu au même temps que la formation de l'étoile



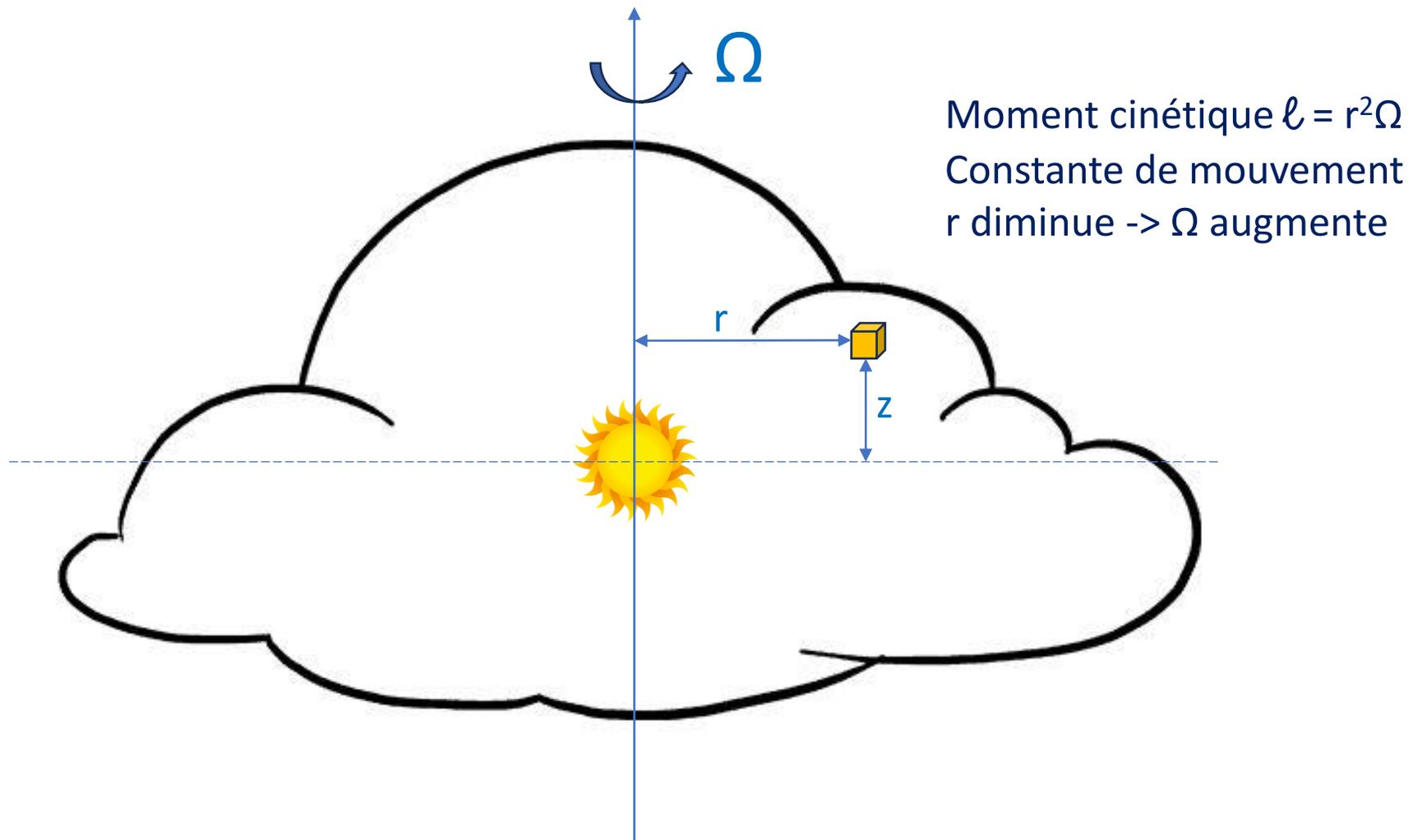


La formation du disque protoplanétaire a lieu au même temps que la formation de l'étoile





La formation du disque protoplanétaire a lieu au même temps que la formation de l'étoile



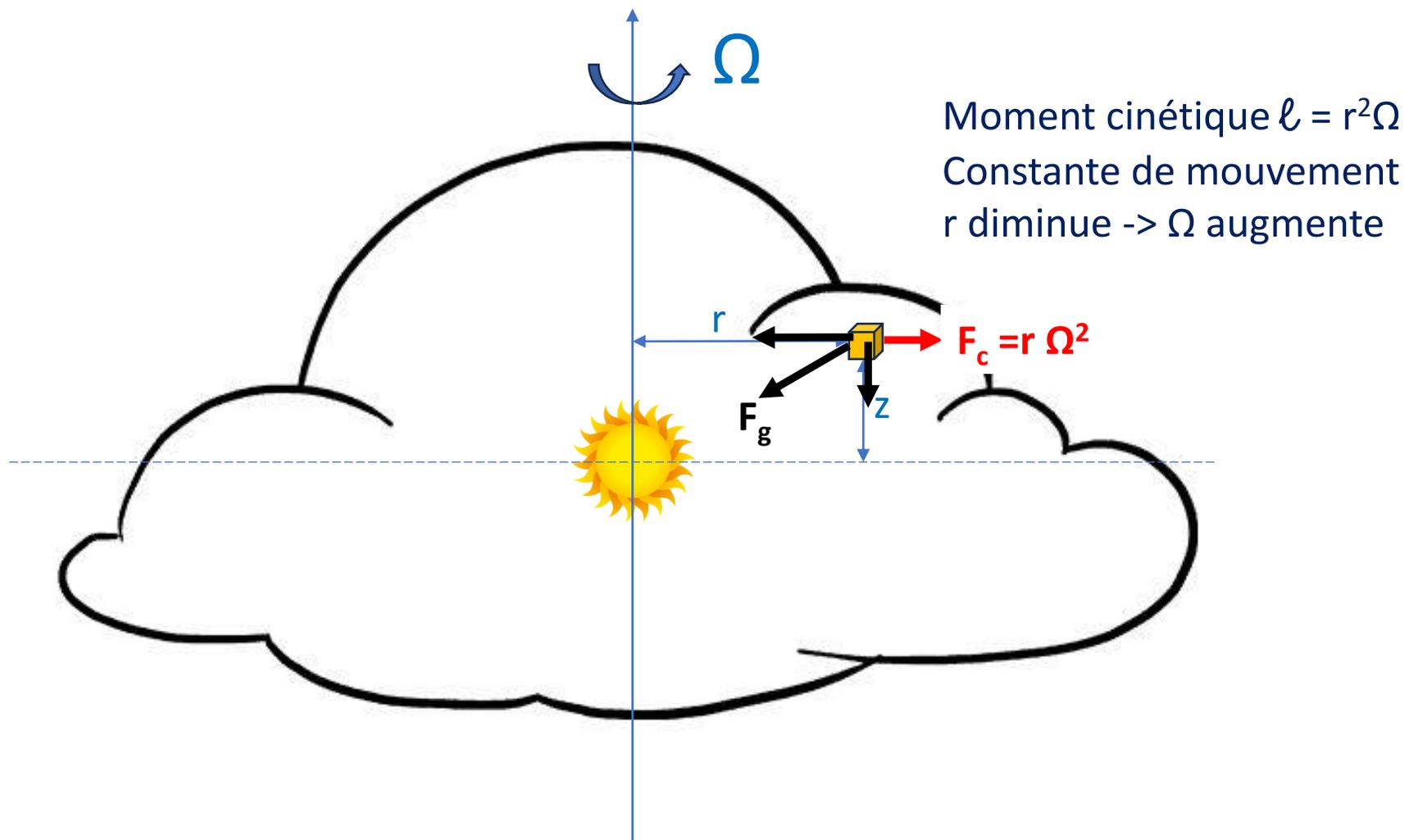


Démonstration de la conservation du moment cinétique



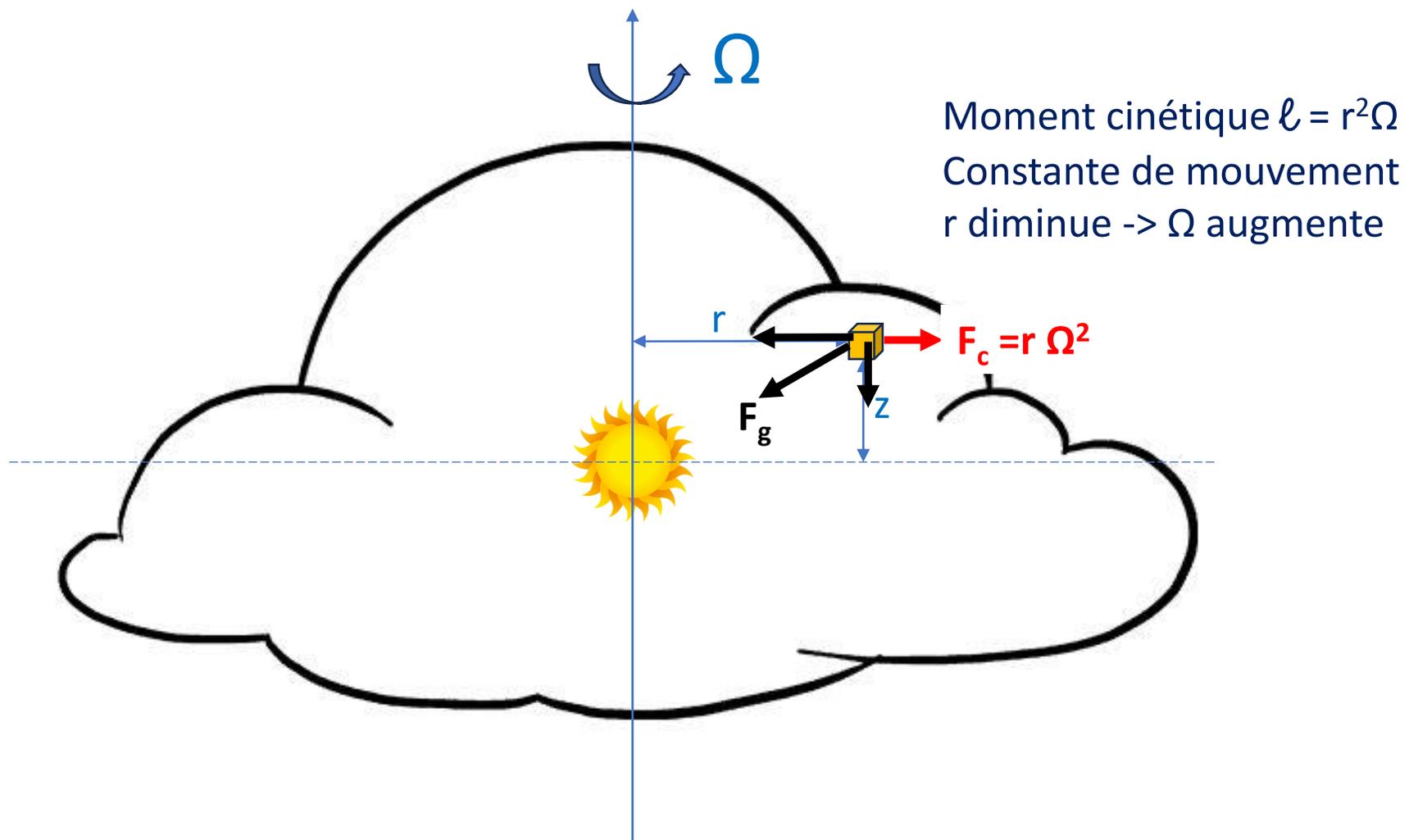


La formation du disque protoplanétaire a lieu au même temps que la formation de l'étoile





La formation du disque protoplanétaire a lieu au même temps que la formation de l'étoile

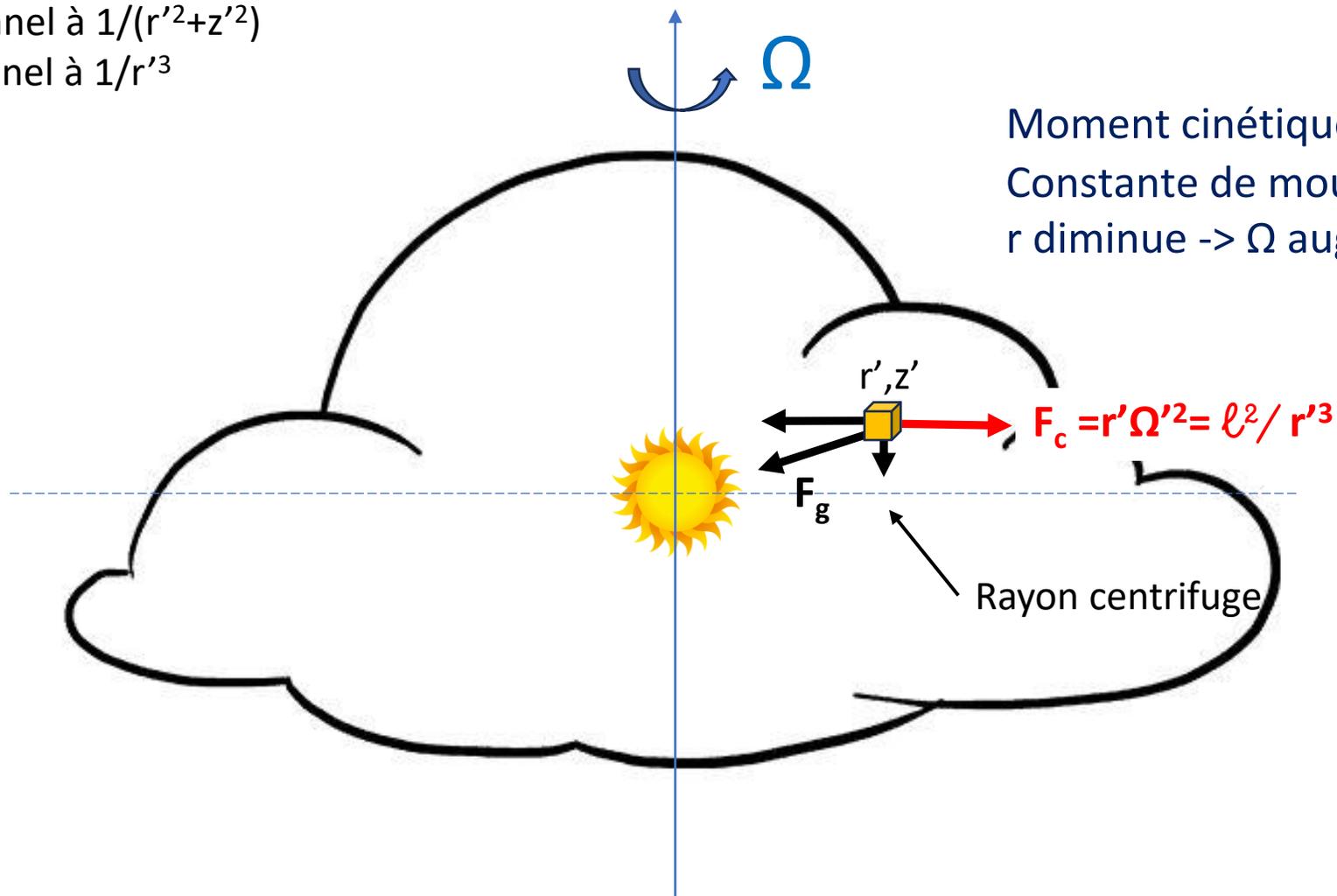


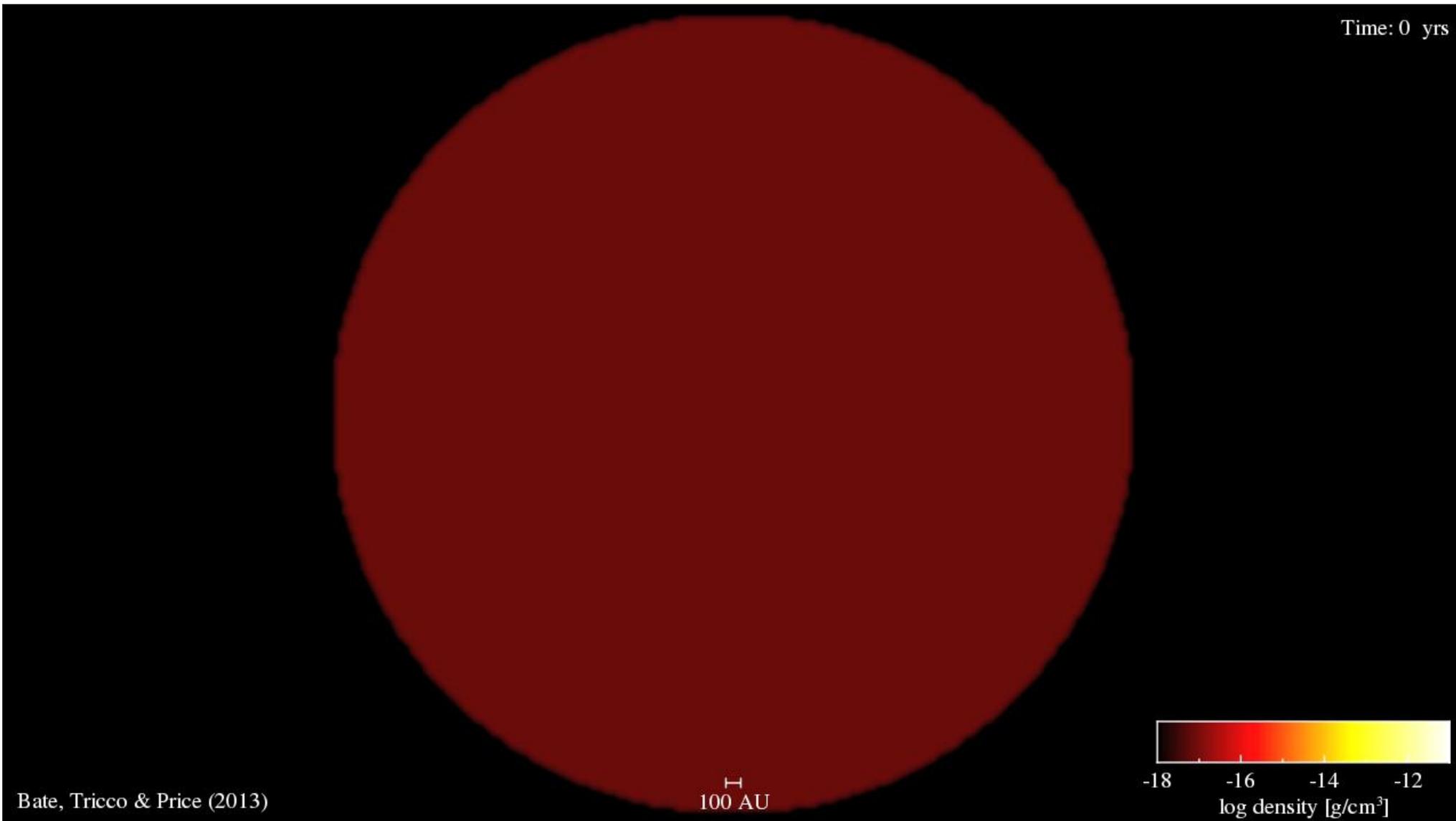


La formation du disque protoplanétaire a lieu au même temps que la formation de l'étoile

F_g proportionnel à $1/(r'^2+z'^2)$

F_c proportionnel à $1/r'^3$





Bate, Tricco & Price (2013)

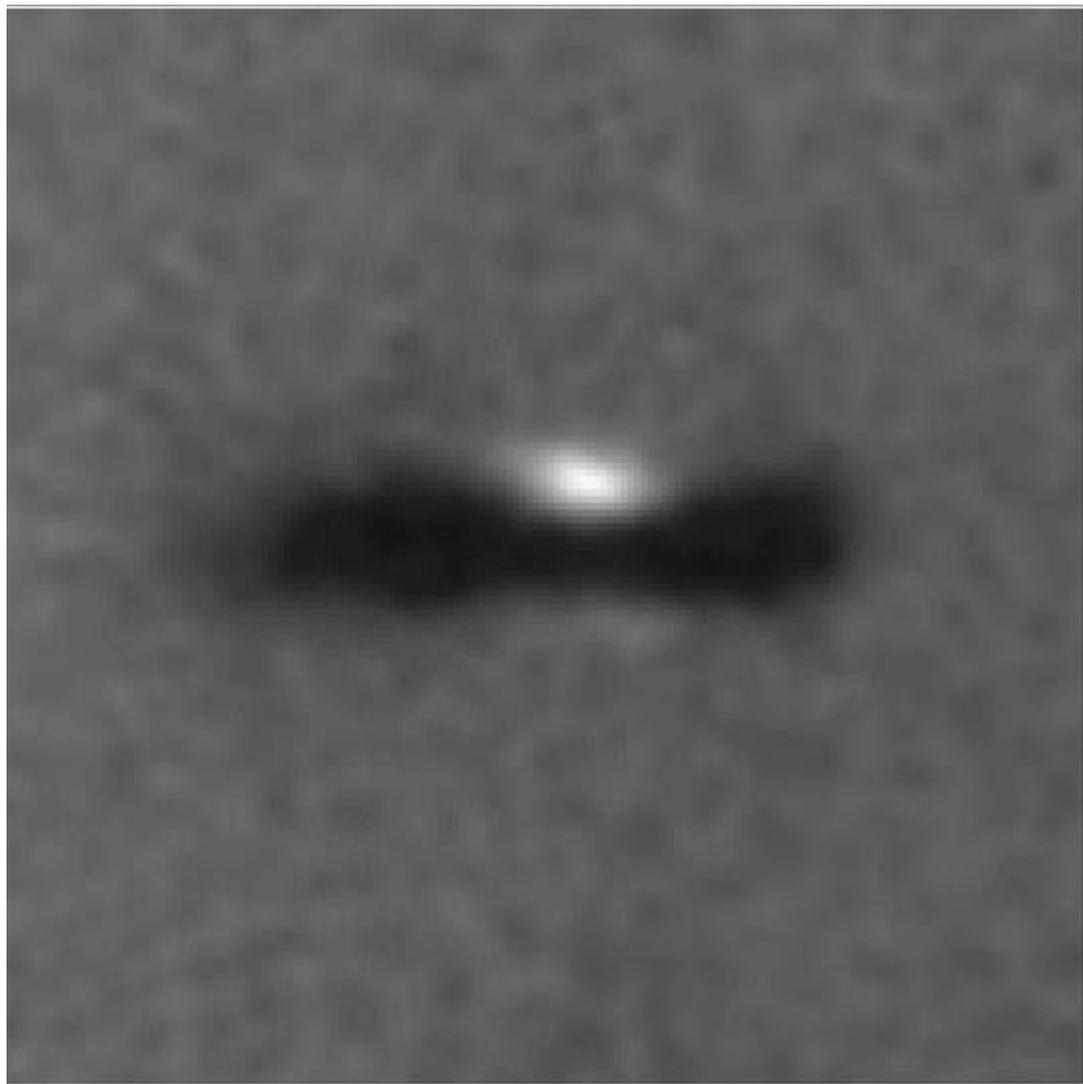


COLLÈGE
DE FRANCE
— 1530 —



COLLÈGE
DE FRANCE
— 1530 —







COLLÈGE
DE FRANCE
— 1530 —

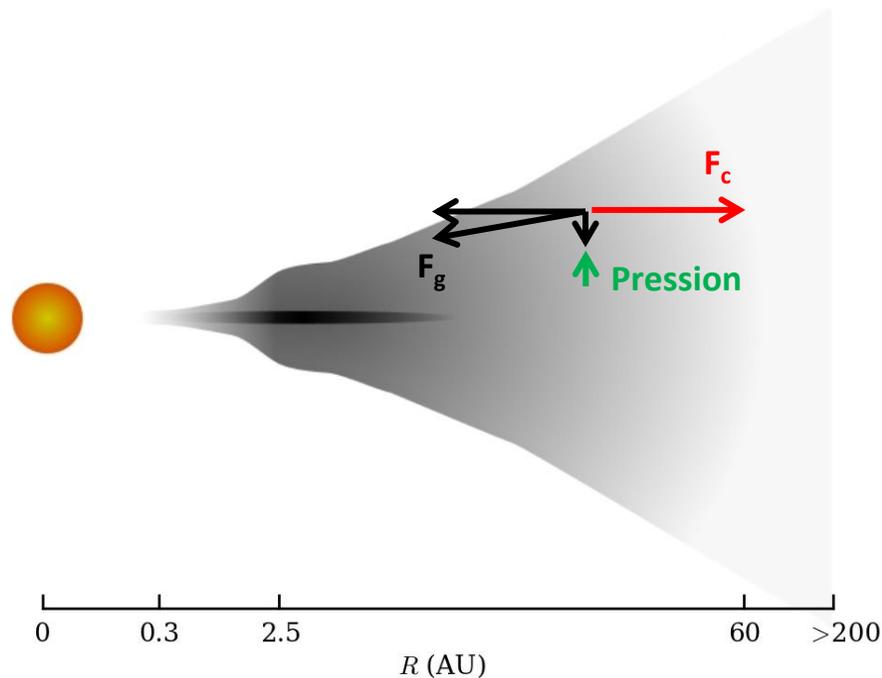




COLLÈGE
DE FRANCE
— 1530 —



Distribution verticale du gaz: équilibre hydrostatique



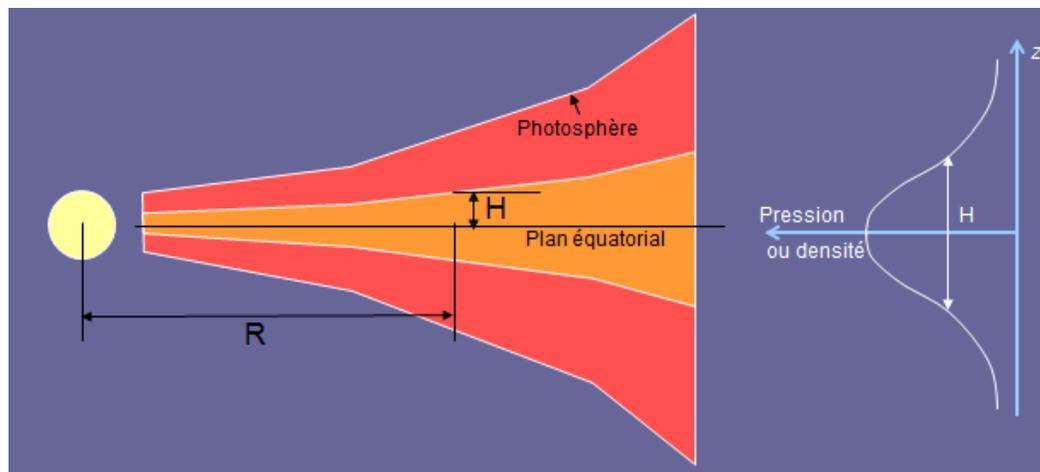
$$\frac{GM_*}{r^3} z = -\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz}$$

$$P = \frac{R}{\mu} \rho T \quad (\text{loi de gaz parfaits})$$

En supposant T indépendant de z :

$$\rho(z) = \rho_0 \exp\left(-\frac{z^2}{2H^2}\right)$$

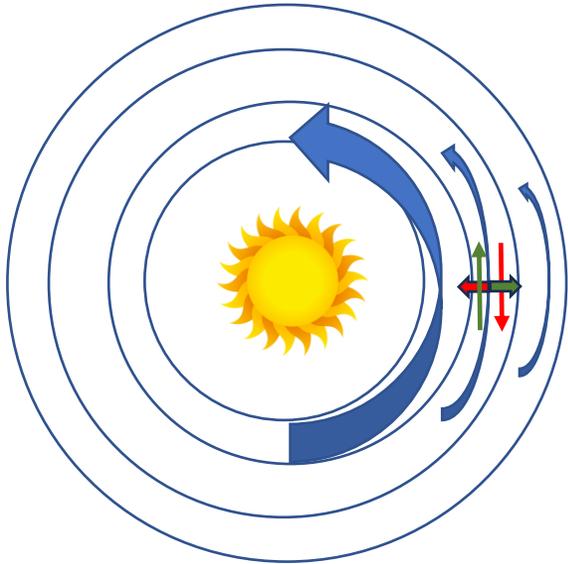
$$H = \sqrt{\frac{RT r^3}{\mu GM_*}} \quad \begin{array}{l} \text{Hauteur du disque} \\ \text{Echelle de hauteur de pression} \end{array}$$



L'échelle de hauteur de l'atmosphère terrestre est 4000m



Mouvement radial du gaz dans le disque protoplanétaire



Rotation Keplerienne (differentielle):

$$\Omega = \sqrt{\frac{GM_*}{r^3}}$$

$$v_\theta = r\Omega = \sqrt{\frac{GM_*}{r}}$$

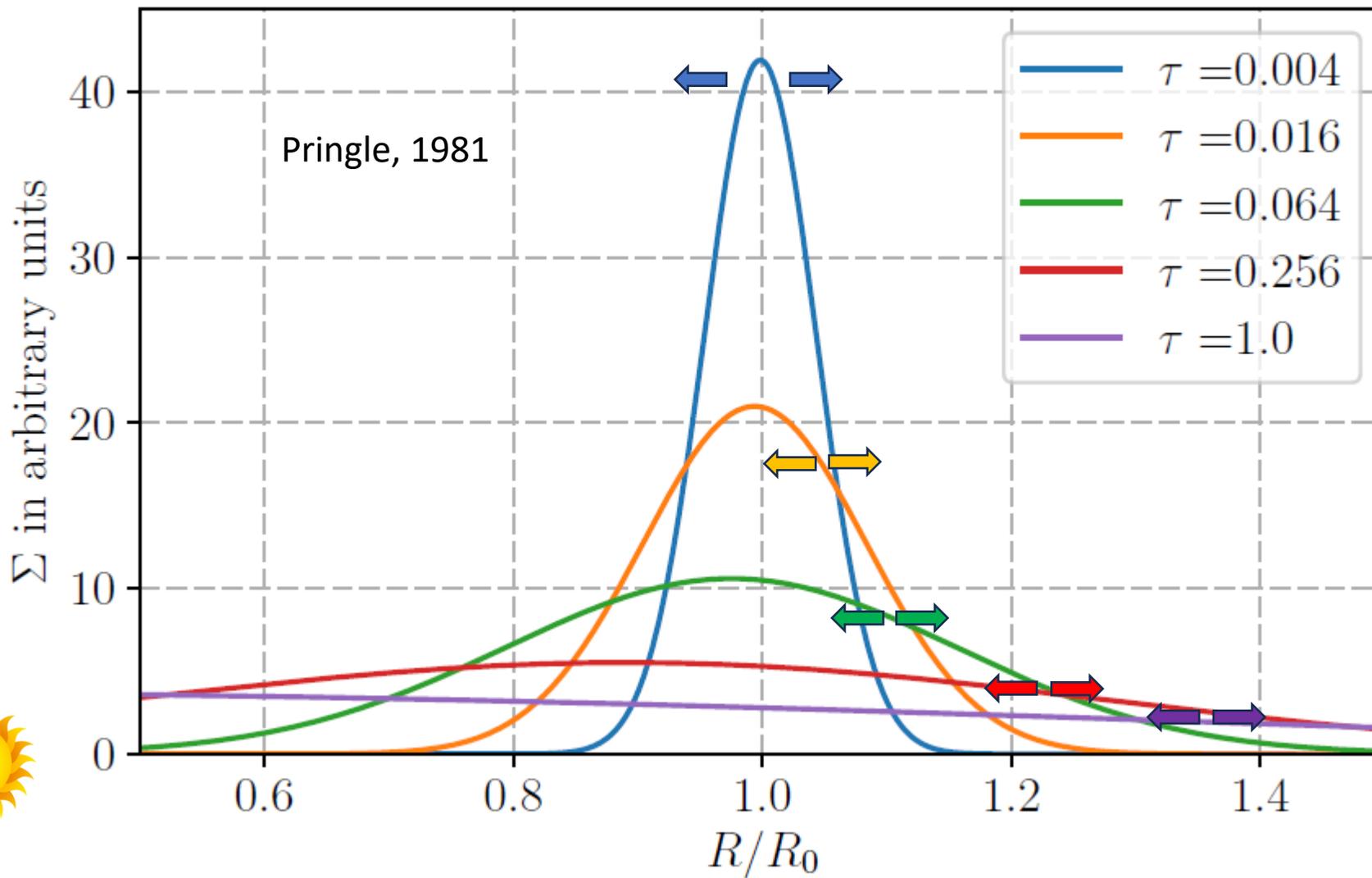
La friction due à la viscosité ν entre anneaux concentriques du disque crée un couple \mathcal{T} à leur interface

$$\mathcal{T} = 3\pi\Sigma\nu r^2\Omega$$

$$\text{où } \Sigma = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(z)dz = \rho(0)\sqrt{2\pi}H$$

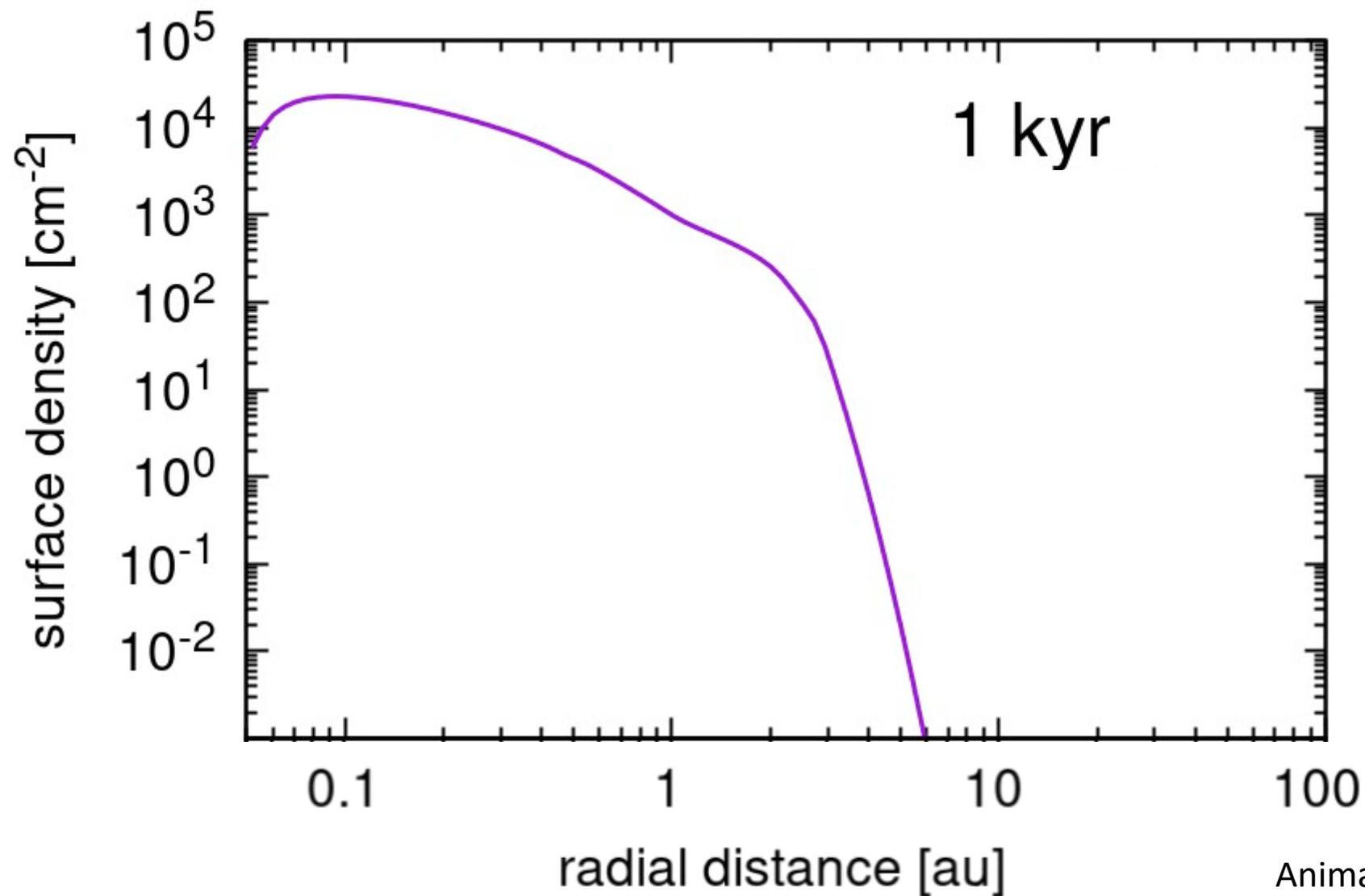


Étalement radial d'un disque initialement concentré autour du rayon centrifuge R_0



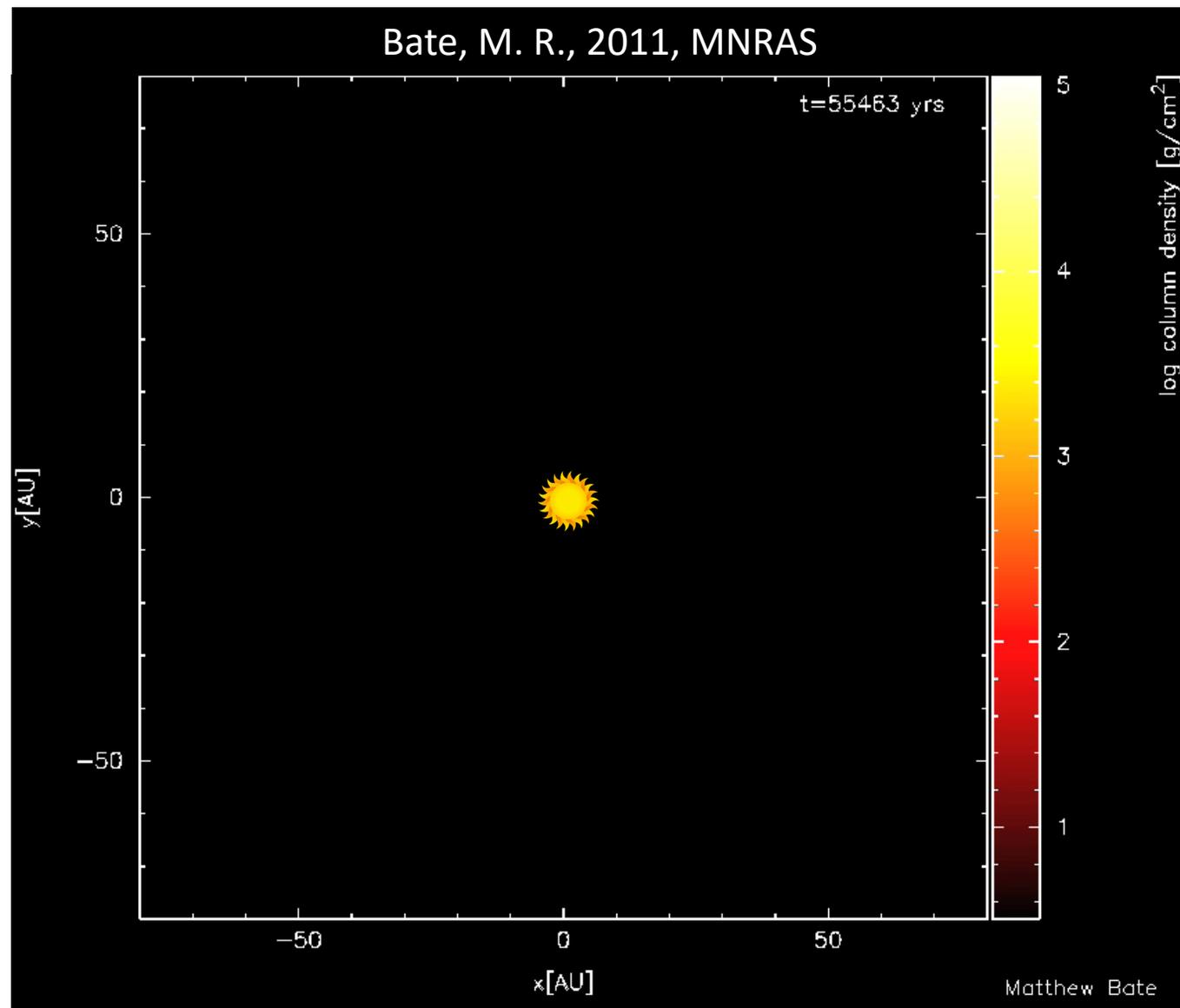


Simulation de la formation d'un disque et étalement radial



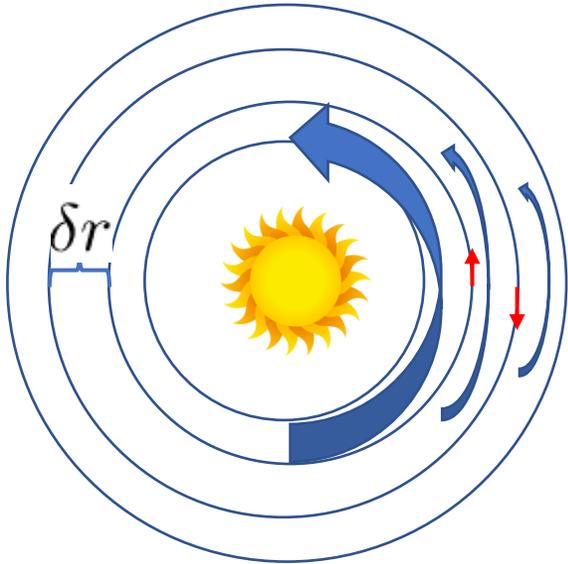


Simulation de la formation d'un disque et étalement radial





Transport du gaz dans le disque protoplanétaire: l'état stationnaire



Loi de Newton: $F = Ma = M \frac{d}{dt} v$

Pour un système en rotation: $\mathcal{T} = M \frac{d}{dt} \ell$

$$-\frac{d}{dr} (3\pi \Sigma \nu \sqrt{GM_* r}) \delta r = (2\pi r \Sigma \delta r) \frac{d}{dt} \sqrt{GM_* r}$$

$$-\frac{d}{dr} (3\Sigma \nu \sqrt{r}) = (2r \Sigma) \frac{v_r}{2\sqrt{r}}$$

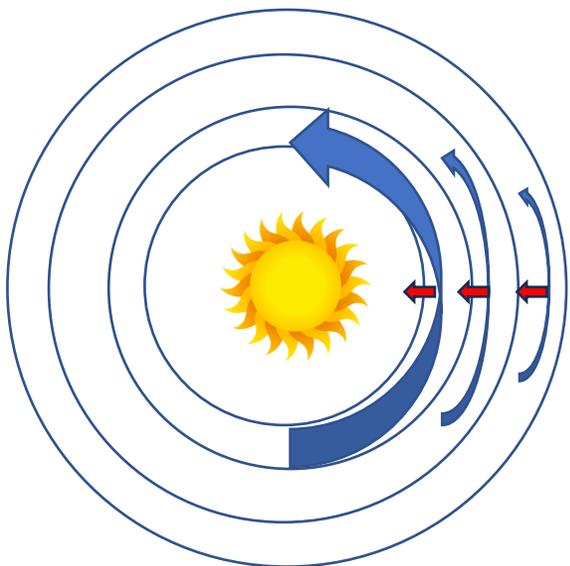
$$v_r = -\frac{3}{\Sigma \sqrt{r}} \frac{d}{dr} (\Sigma \nu \sqrt{r})$$

En état stationnaire: mass flux $\dot{M} = 2\pi r \Sigma v_r$ ne dépend pas de r .

$\longrightarrow \sqrt{r} \frac{d}{dr} (\Sigma \nu \sqrt{r})$ ne dépend pas de r
 $\longrightarrow \Sigma \nu$ ne dépend pas de r



Transport du gaz dans le disque protoplanétaire: l'état stationnaire



$\Sigma \nu$ ne dépend pas de r .

$$v_r = -\frac{3}{\Sigma \sqrt{r}} \frac{d}{dr} (\Sigma \nu \sqrt{r}) \quad \Rightarrow \quad v_r = -\frac{3}{2} \frac{\nu}{r}$$

$$\dot{M} = 2\pi r \Sigma v_r = -3\pi \Sigma \nu$$

Vers
l'étoile

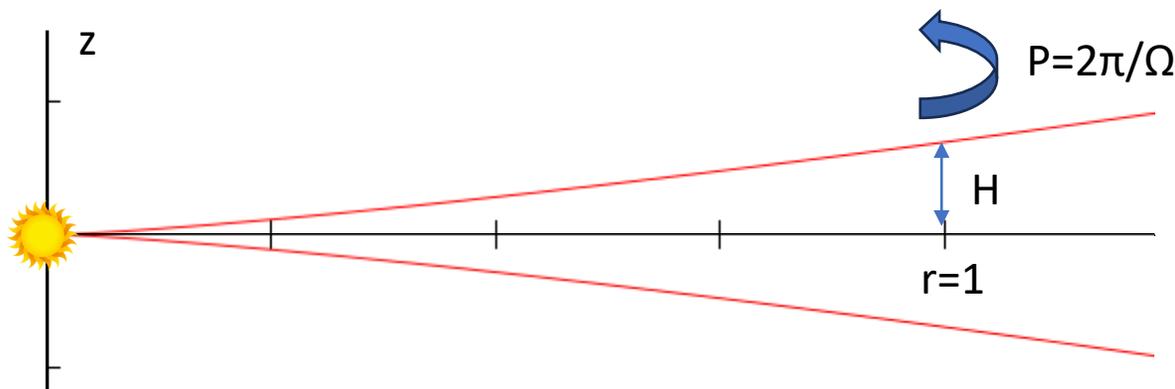


Prescription de la viscosité: les disques α

Comment la viscosité ν varie dans le disque?

Analyse dimensionnelle: $\nu = l^2/t$

Les échelles de longueur et du temps caractéristiques d'un disque à distance $r=1$ de l'étoile sont:



Il est donc naturel que la viscosité soit proportionnelle à H^2 et P

$$\nu = \alpha H^2 \Omega \quad \text{Shakura \& Sunyaev, (1973)}$$

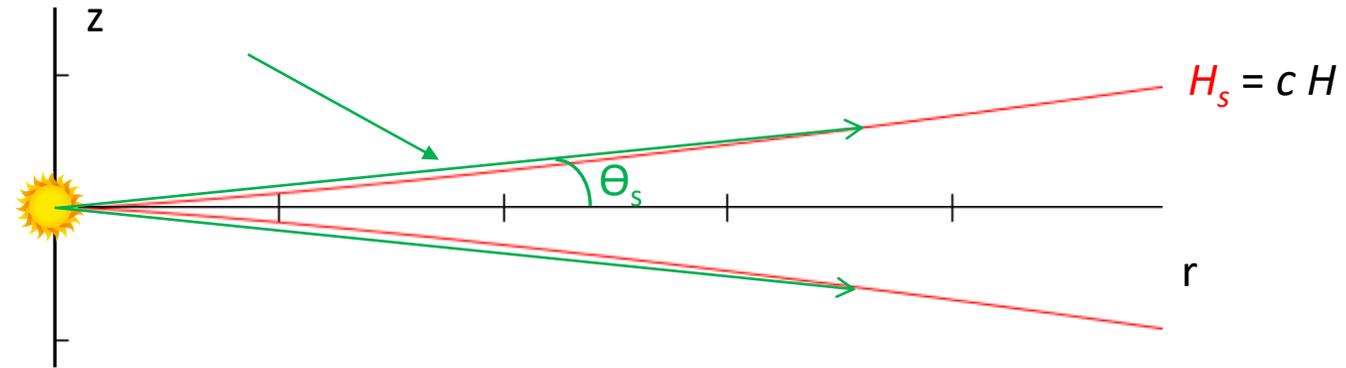
Hypothèse: α constant! -> Disques α



Température et échelle de hauteur du disque protoplanétaire

Irradiation stellaire

Le disque est opaque: l'irradiation peut se faire seulement sur la "surface"



L'irradiation reçue par un anneau de largeur δr à la distance r est:

$$Q_{irr}^+ = 2 \frac{L_*}{4\pi r^2} (2\pi r) r \delta\Theta_s \quad \text{où:} \quad \delta\Theta_s = \frac{d(H_s/r)}{dr} \delta r$$

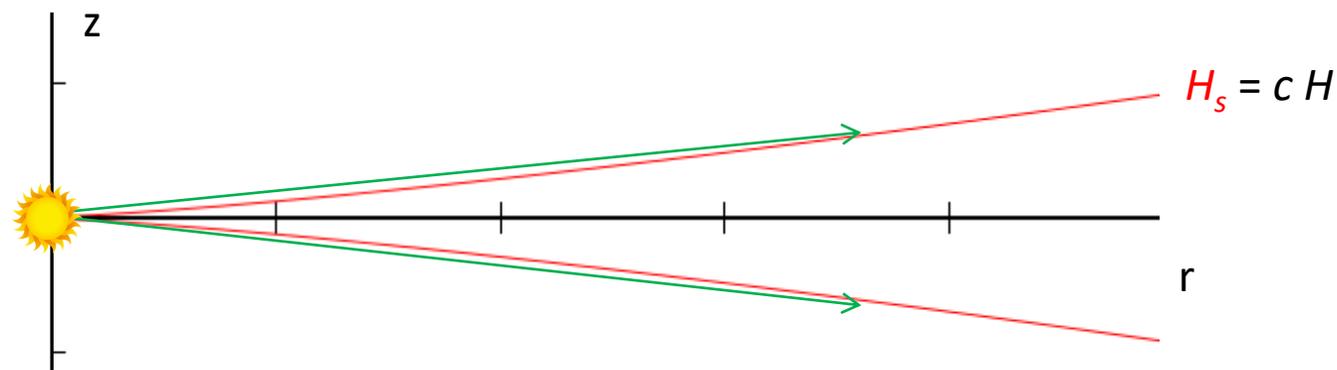
La surface du disque refroidit comme un corps noir:

$$Q^- = 2(2\pi r \delta r) \sigma_{SB} T^4$$



Température et échelle de hauteur du disque protoplanétaire

Irradiation stellaire



A l'équilibre: $Q_{irr}^+ = Q^-$

$$H_s/r \sim H/r \propto h_0 r^{2/7} \quad (\text{Disque évasé})$$

$$T \propto \frac{1}{r^{3/7}}$$

$$Q_{irr}^+ = 2 \frac{L_*}{4\pi r^2} (2\pi r) r \delta\Theta_s$$

$$\delta\Theta_s = \frac{d(H_s/r)}{dr} \delta r$$

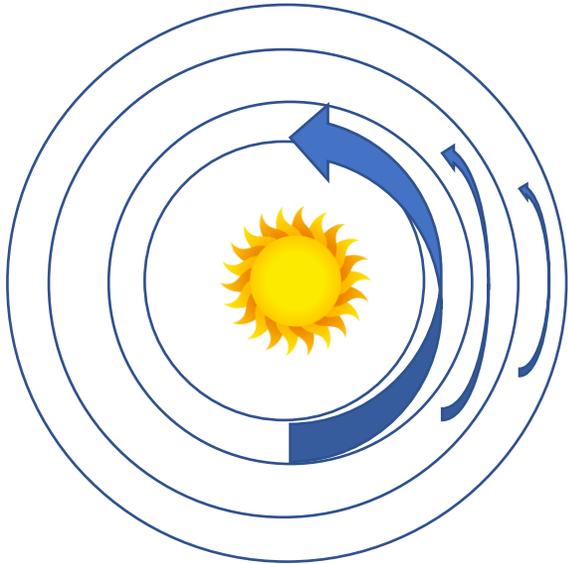
$$Q^- = 2(2\pi r \delta r) \sigma_{SB} T^4$$

$$H_s = c \sqrt{\frac{RT r^3}{\mu G M_*}}$$



Température et échelle de hauteur du disque protoplanétaire

Chauffage visqueux



$$Q_{visc}^+ = \frac{9}{4} \Sigma \nu \Omega^2 (2\pi r \delta r) = \frac{3}{2} \dot{M} \Omega^2 r \delta r$$

$$Q^- = 2(2\pi r \delta r) \sigma_{SB} T_s^4$$

Jusqu'à ici on a supposé que le disque soit verticalement isotherme (T indépendant de z). Mais ce n'est pas une bonne approximation si le chauffage est en fait à l'intérieur du disque

La température au plan médian du disque, T est liée à la température à la surface du disque T_s par:

$$T = T_s \left(\frac{3k\Sigma}{8} \right)^{1/4}$$

opacité du gaz

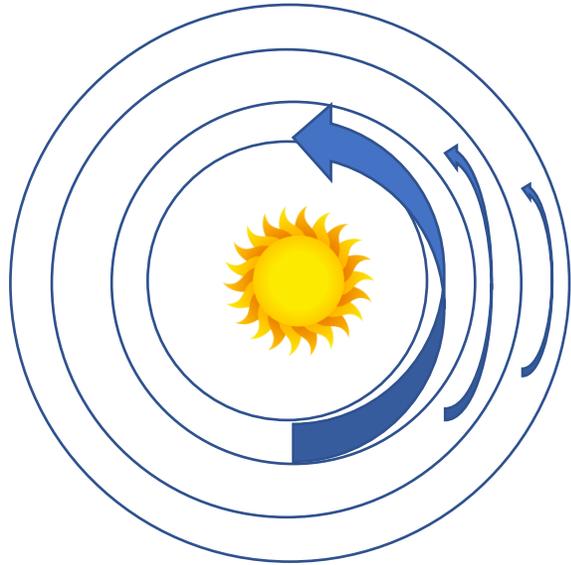
absorption

$$Q^- = \frac{16}{3} (2\pi r \delta r) \frac{\sigma_{SB} T^4}{k\Sigma}$$



Température et échelle de hauteur du disque protoplanétaire

Chauffage visqueux



A l'équilibre: $Q_{visc}^+ = Q^-$

$$Q_{visc}^+ = \frac{3}{2} \dot{M} \Omega^2 r \delta r \quad Q^- = \frac{16}{3} (2\pi r \delta r) \frac{\sigma_{SB} T^4}{k \Sigma}$$

$$\Sigma \propto \dot{M} / \nu$$

$$\nu = \alpha H^2 \Omega$$

$$H = \sqrt{\frac{RT r^3}{\mu G M_*}}$$

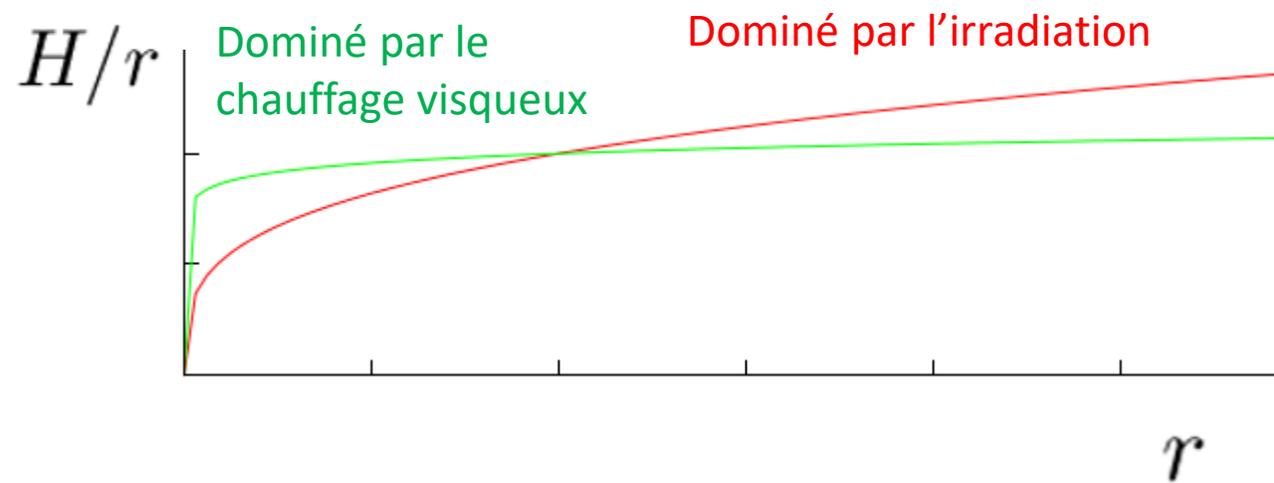
$$H/r \propto \dot{M}^{1/5} r^{1/20}$$

$$T \propto \frac{\dot{M}^{2/5}}{r^{9/10}}$$



Température et échelle de hauteur du disque protoplanétaire

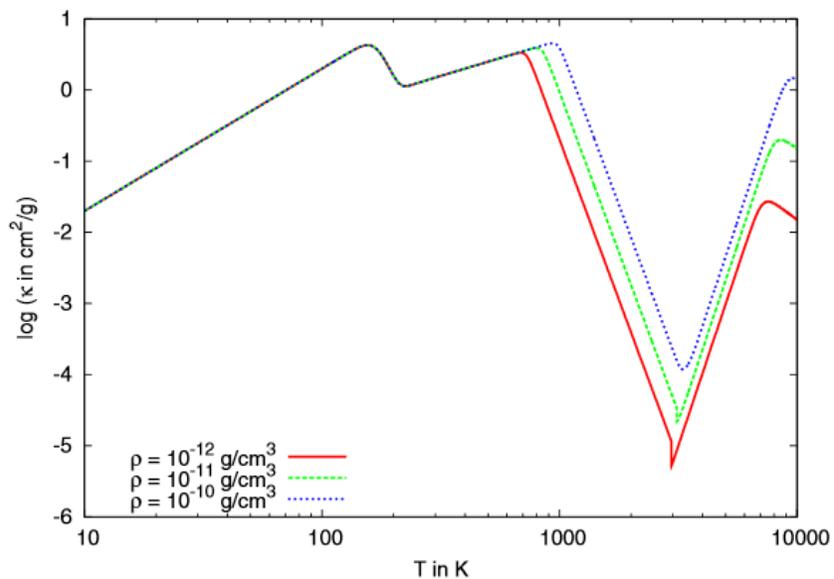
En combinant irradiation stellaire et chauffage visqueux





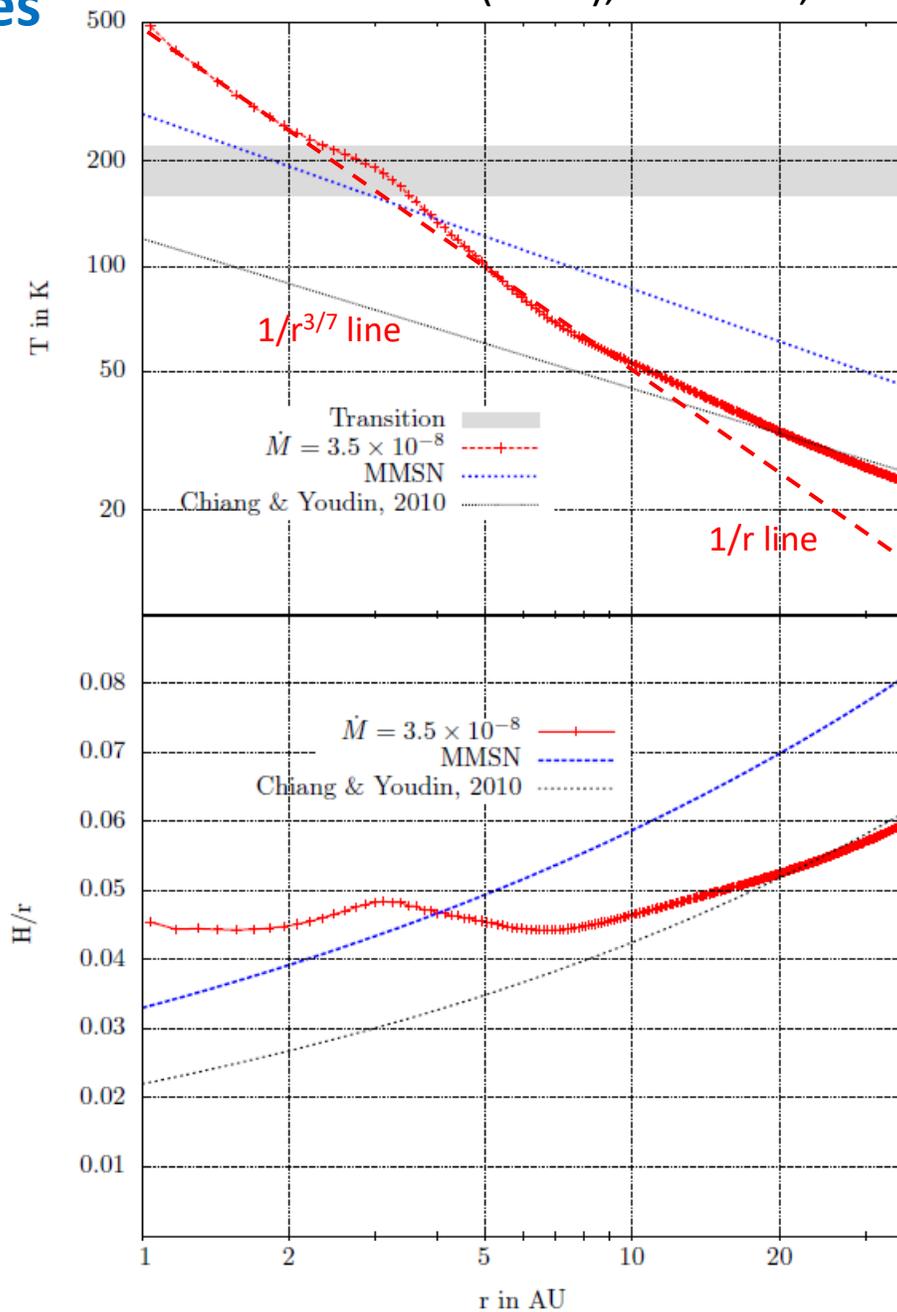
Comparaison avec les simulations numériques

L'opacité k n'est pas une constante



Bell and Lin (1994)

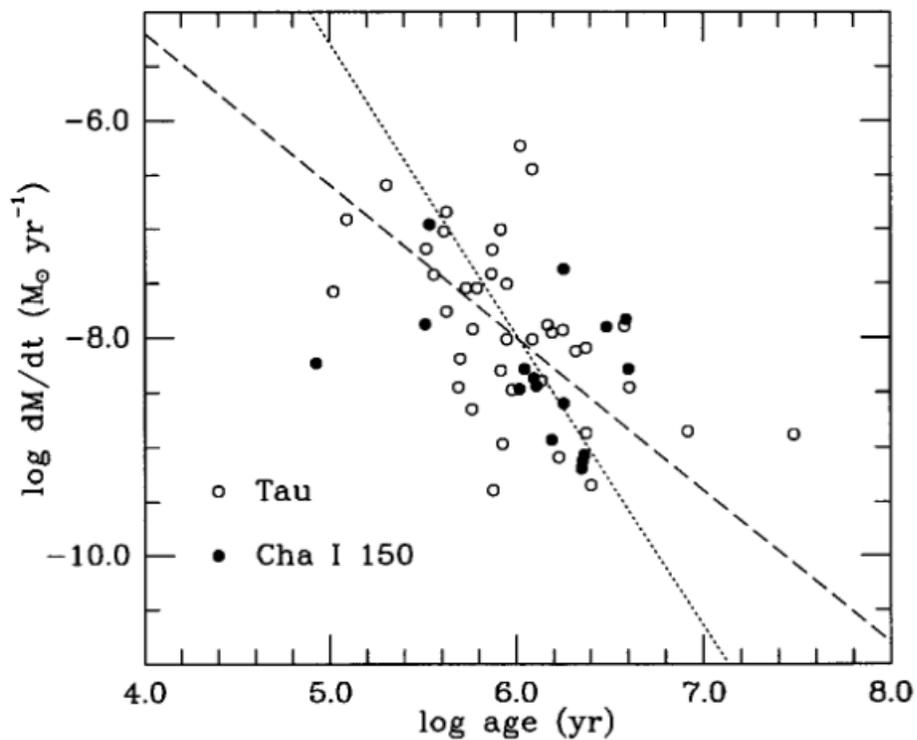
B. Bitsch et al. (2015), A&A 575, A28





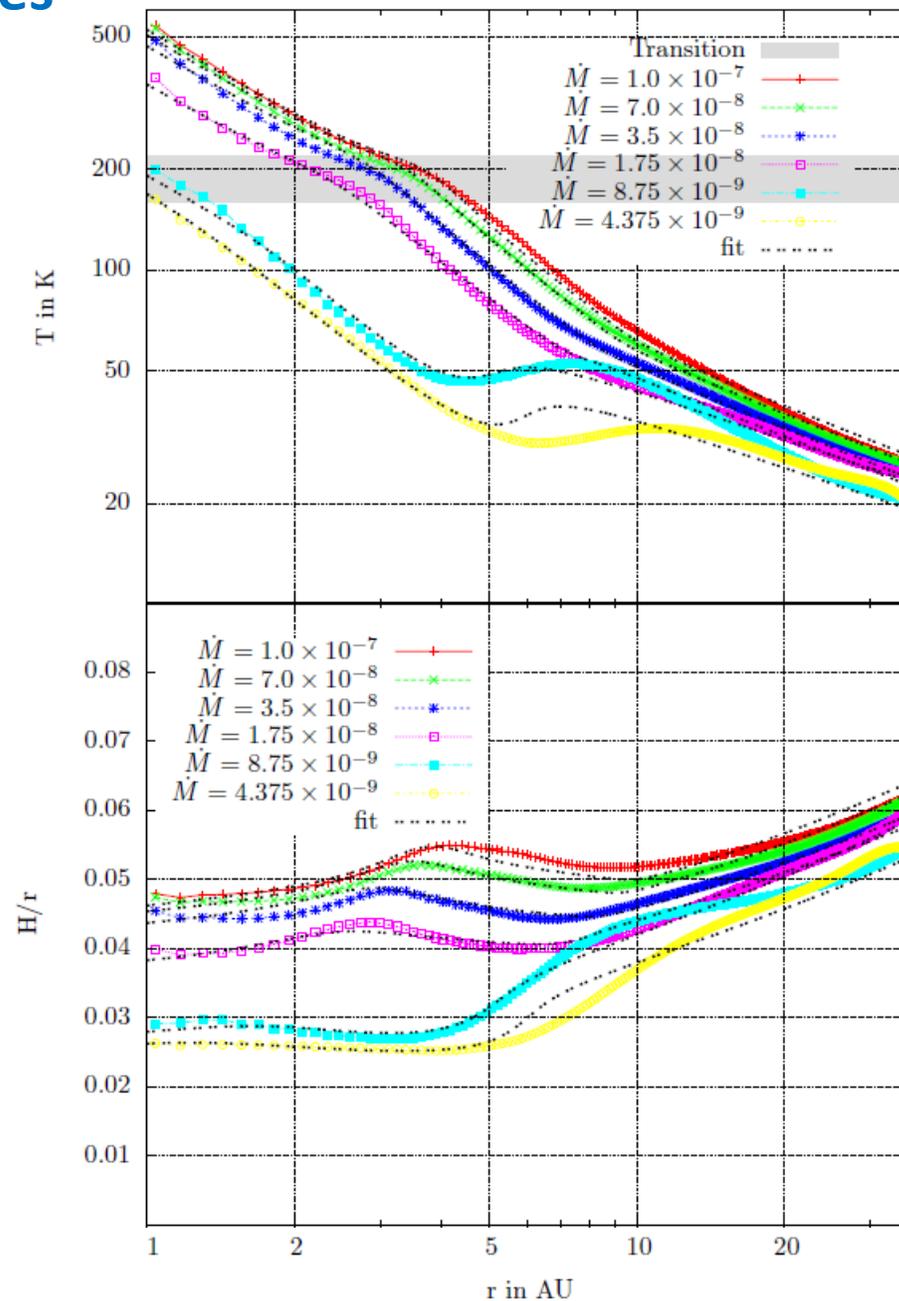
Comparaison avec les simulations numériques

Le taux d'accrétion est un proxy de l'âge du disque



Hartmann et al. (1994)

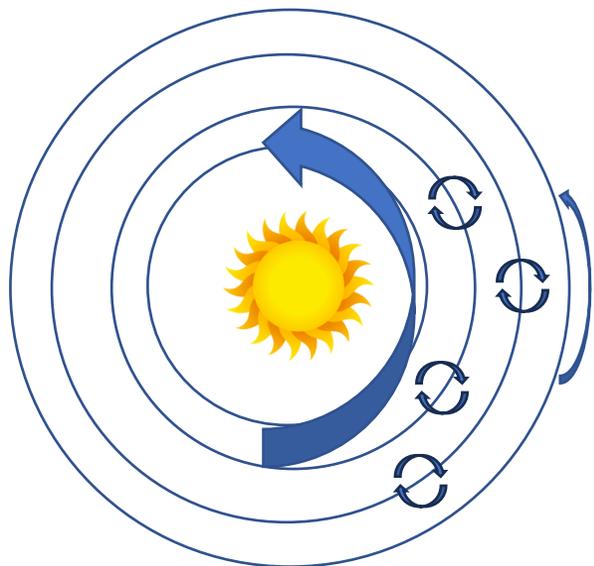
B. Bitsch et al. (2015), A&A 575, A28





L'origine de la viscosité

La viscosité moléculaire est négligeable



La turbulence, ou plus en général les mouvements radiaux incohérents du gaz sont une source plus efficace de viscosité effective

Reynolds stress:

$$T_{r\phi} = \frac{\int \rho \delta u_r \delta u_\phi dV}{\Delta V} = \langle \rho \delta u_r \delta u_\phi \rangle \quad \alpha = T_{r\phi} / P$$

La chute du gaz depuis le nuage moléculaire sur le disque est une source de stress de Reynolds

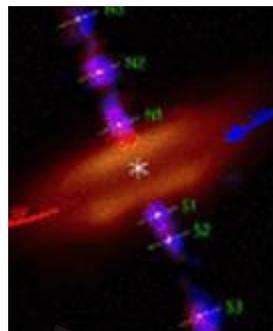
La grande densité initiale du disque peut aussi engendrer des ondes spirales qui sont source de stress.

Typiquement $\alpha = 0.01 - 0.1$



Les phases de vie d'un disque

Viscosité générée par l'accrétion de matière sur le disque



Classe-0

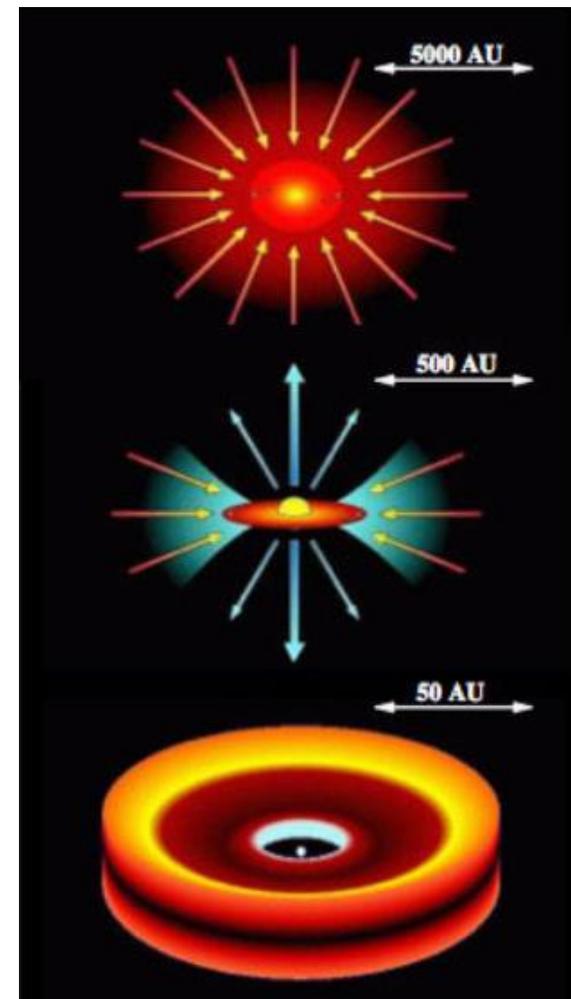


Classe-I

Origine de la viscosité ?

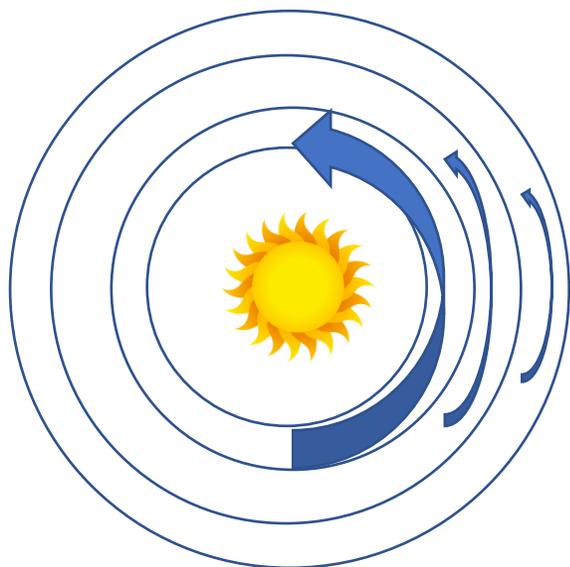


Classe-II





L'origine de la viscosité dans les disques de Classe-II



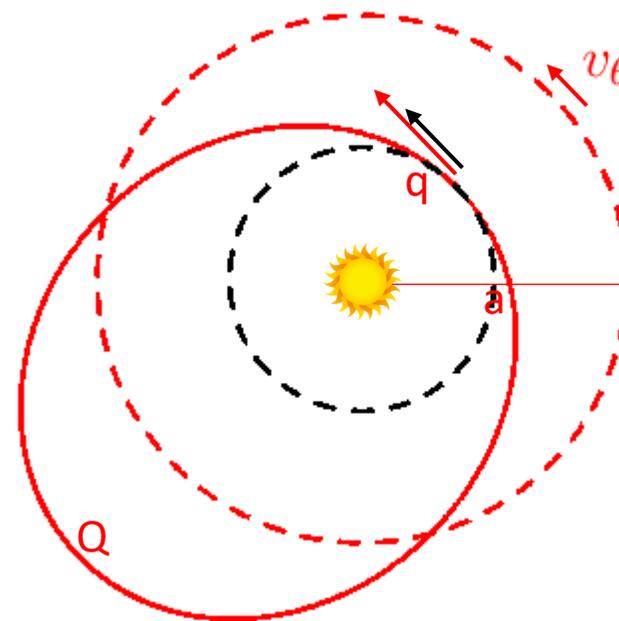
$$v_{\theta}(q) = v_{\theta}(a)a/q$$

$$> v_{\theta}(a' = q) = v_{\theta}(a)\sqrt{a/q}$$

$$v_{\theta}(Q') < v_{\theta}(a' = Q')$$

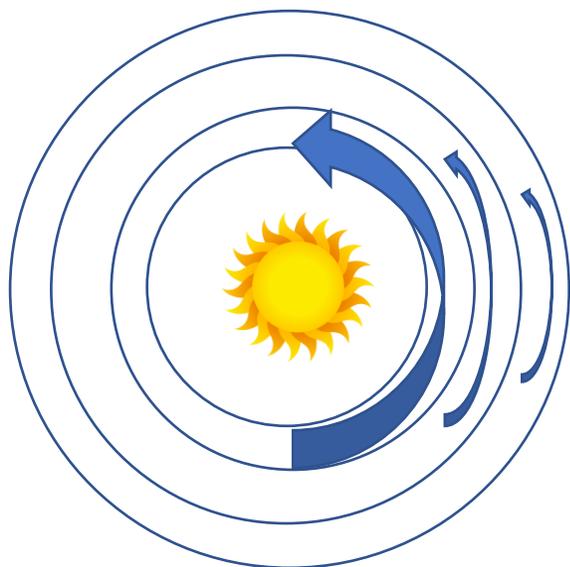
On pourrait penser que la rotation différentielle engendre des turbulences.

Non, car le disque satisfait au critère de stabilité de Rayleigh: $\frac{d(rv_{\theta})}{dr} > 0$





L'origine de la viscosité dans les disques de Classe-II



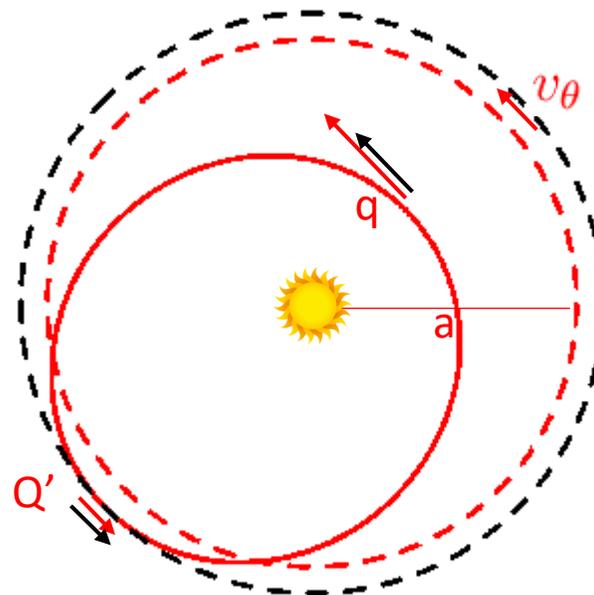
$$v_{\theta}(q) = v_{\theta}(a)a/q$$

$$> v_{\theta}(a' = q) = v_{\theta}(a)\sqrt{a/q}$$

$$v_{\theta}(Q') < v_{\theta}(a' = Q')$$

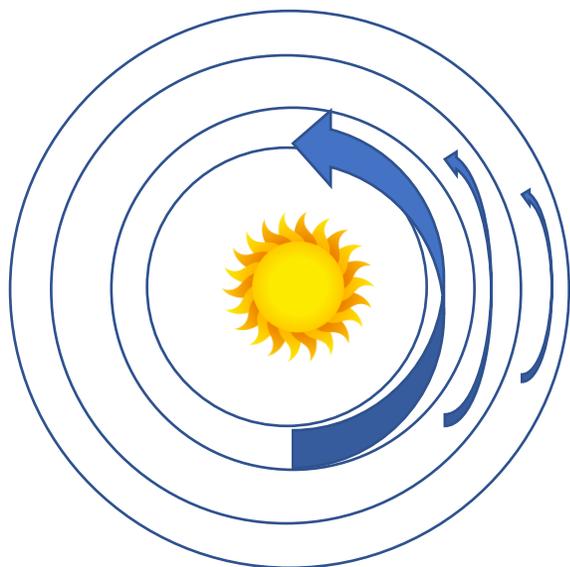
On pourrait penser que la rotation différentielle engendre des turbulences.

Non, car le disque satisfait au critère de stabilité de Rayleigh: $\frac{d(rv_{\theta})}{dr} > 0$





L'origine de la viscosité dans les disques de Classe-II



$$v_{\theta}(q) = v_{\theta}(a)a/q$$

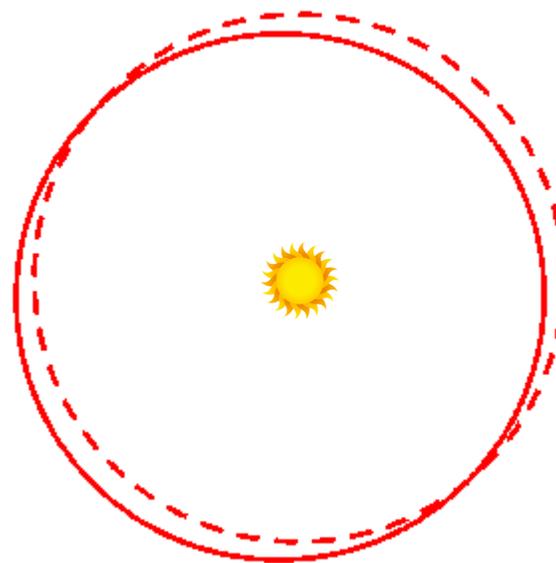
$$> v_{\theta}(a' = q) = v_{\theta}(a)\sqrt{a/q}$$

$$v_{\theta}(Q') < v_{\theta}(a' = Q')$$

On pourrait penser que la rotation différentielle engendre des turbulences.

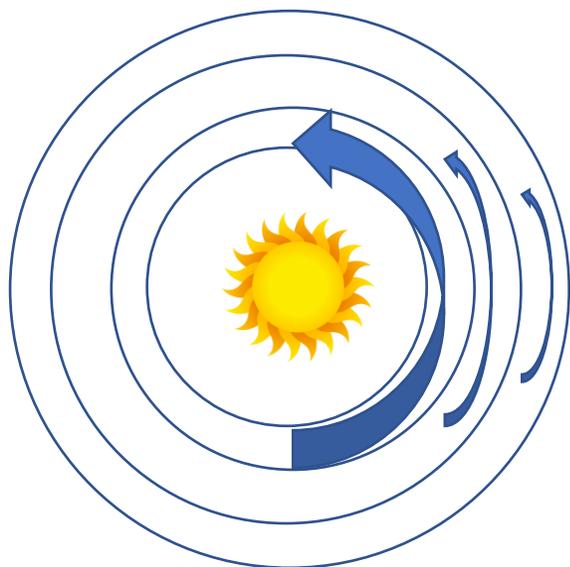
Non, car le disque satisfait au critère de stabilité de Rayleigh:

$$\frac{d(rv_{\theta})}{dr} > 0$$





L'origine de la viscosité dans les disques de Classe-II



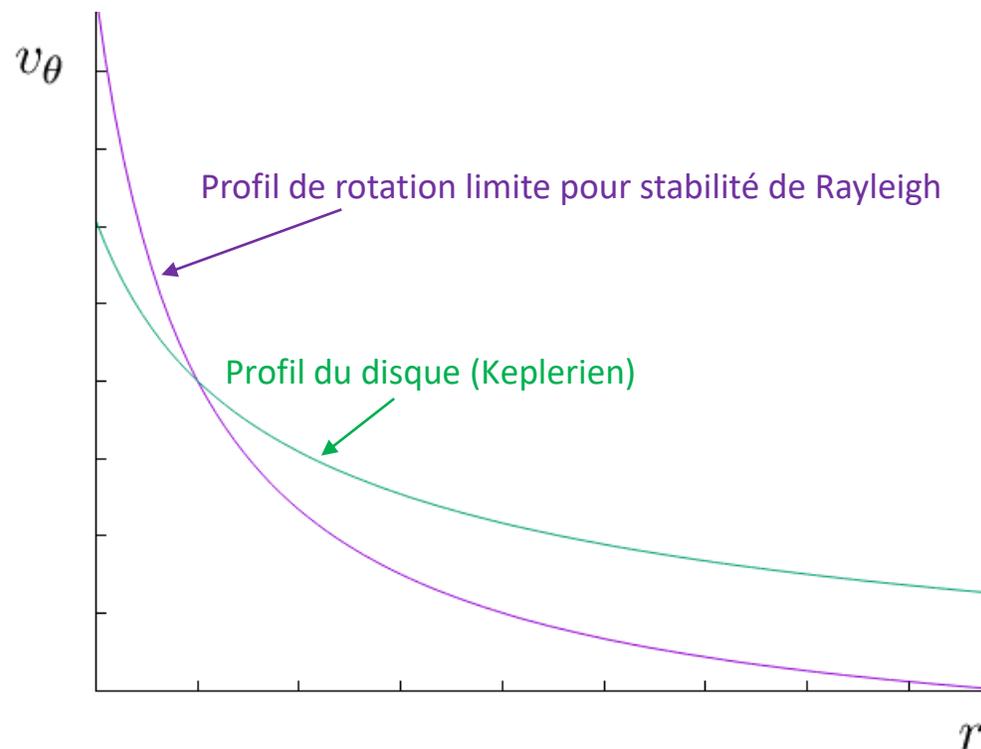
$$v_{\theta}(q) = v_{\theta}(a)a/q$$

$$> v_{\theta}(a' = q) = v_{\theta}(a)\sqrt{a/q}$$

$$v_{\theta}(Q') < v_{\theta}(a' = Q')$$

On pourrait penser que la rotation différentielle engendre des turbulences.

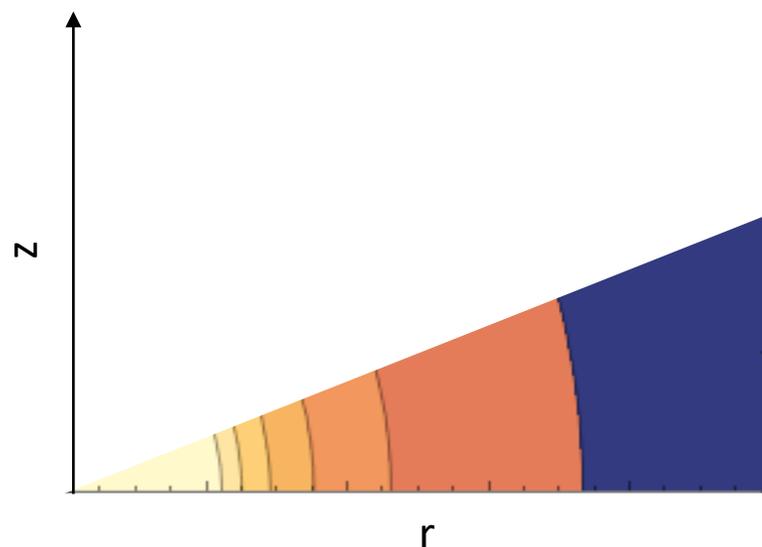
Non, car le disque satisfait au critère de stabilité de Rayleigh: $\frac{d(rv_{\theta})}{dr} > 0$





L'origine de la viscosité dans les disques de Classe-II

Vertical shear Instability (VSI): *instabilité due au cisaillement vertical*



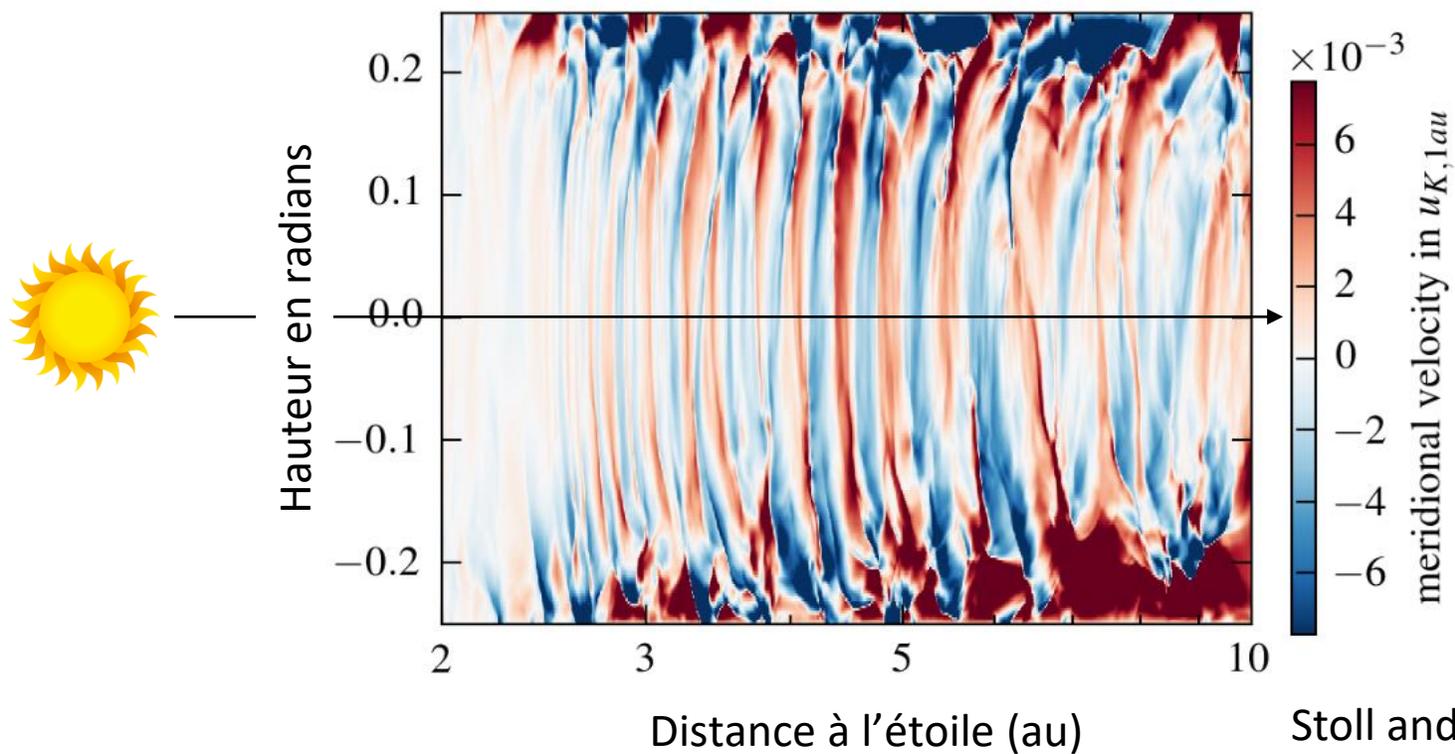
Courbes de niveau de Ω

Peut engendrer de la turbulence, pourvu que les éléments de fluide acquièrent rapidement la température locale (par ex. dans le disque externe)



L'origine de la viscosité dans les disques de Classe-II

Vertical shear Instability (VSI): *instabilité due au cisaillement vertical*



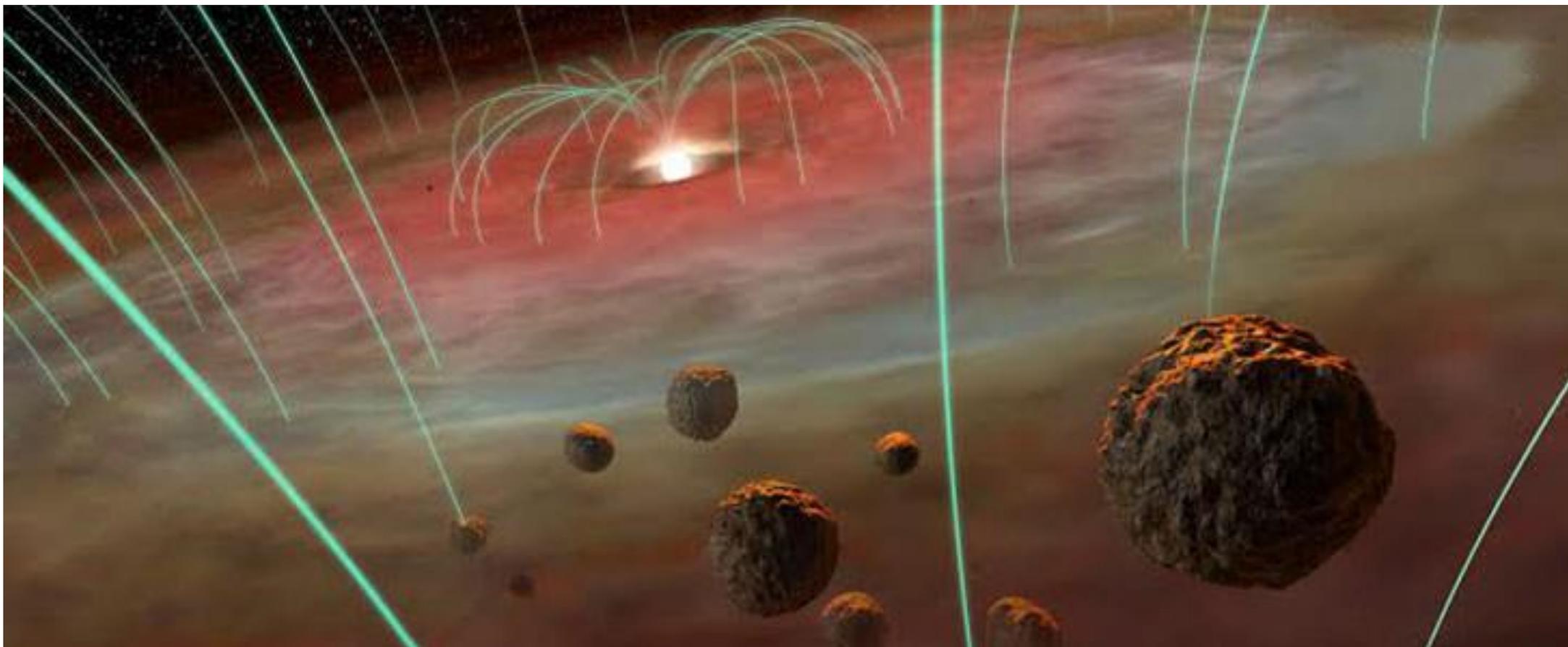
Stoll and Kley, A&A 594, A57 (2016)

La valeur de α produite par cette turbulence est faible: quelques 10^{-4} seulement



L'origine de la viscosité dans les disques de Classe-II

L'instabilité magnéto-rotationnelle (MRI)



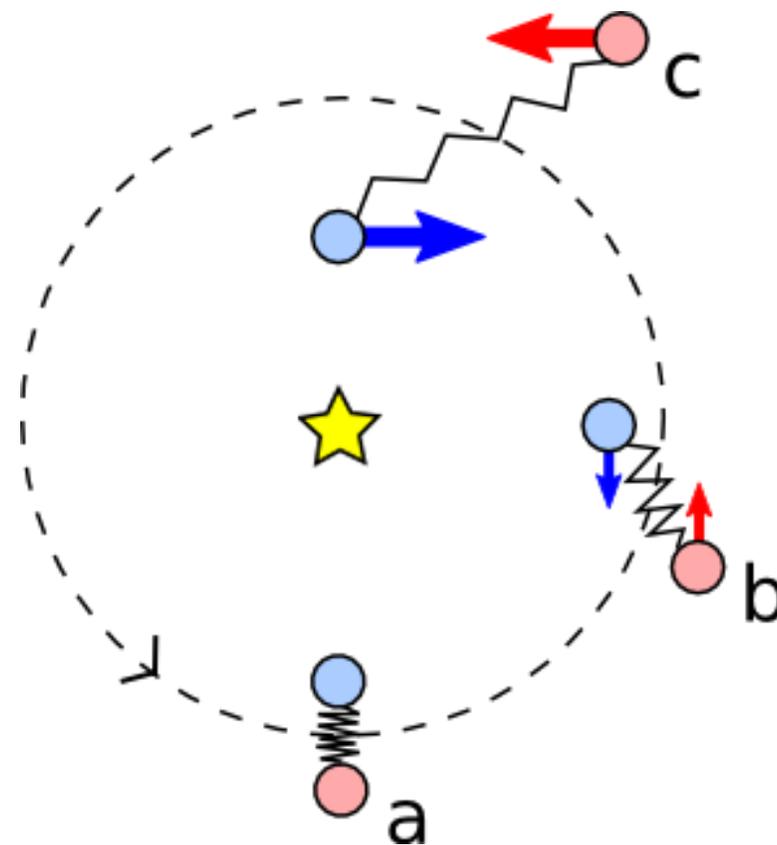
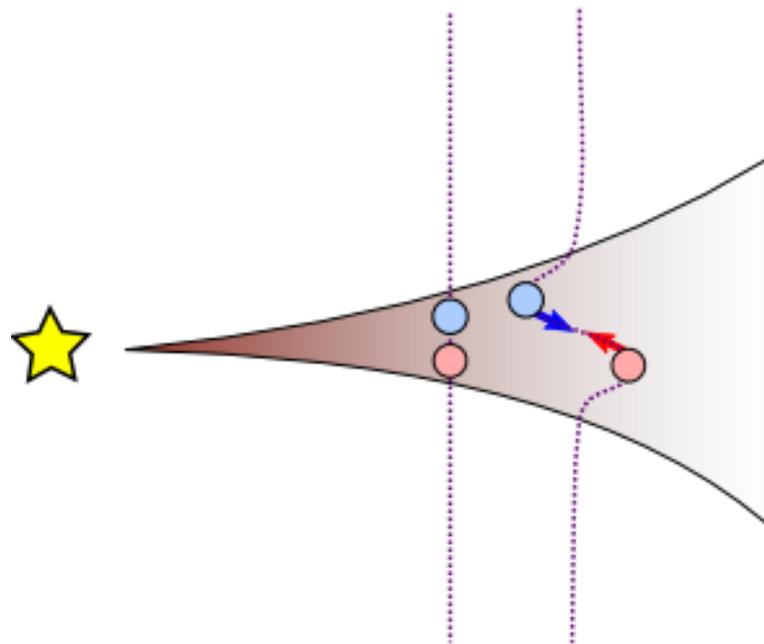
Un champ magnétique traverse le disque, dû à l'étoile et au champ ambiant du nuage moléculaire



L'origine de la viscosité dans les disques de Classe-II

L'instabilité magnéto-rotationnelle (MRI)

MRI

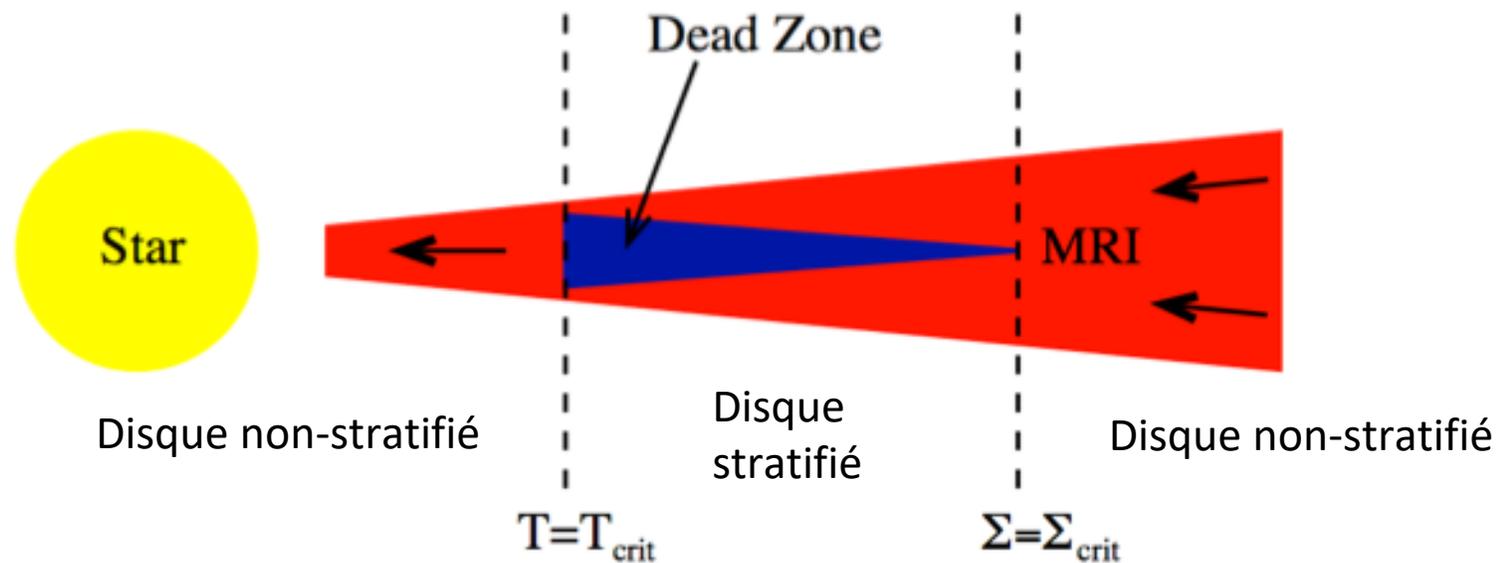


Typiquement $\alpha \approx 0.01$



L'origine de la viscosité dans les disques de Classe-II

L'instabilité magnéto-rotationnelle (MRI)



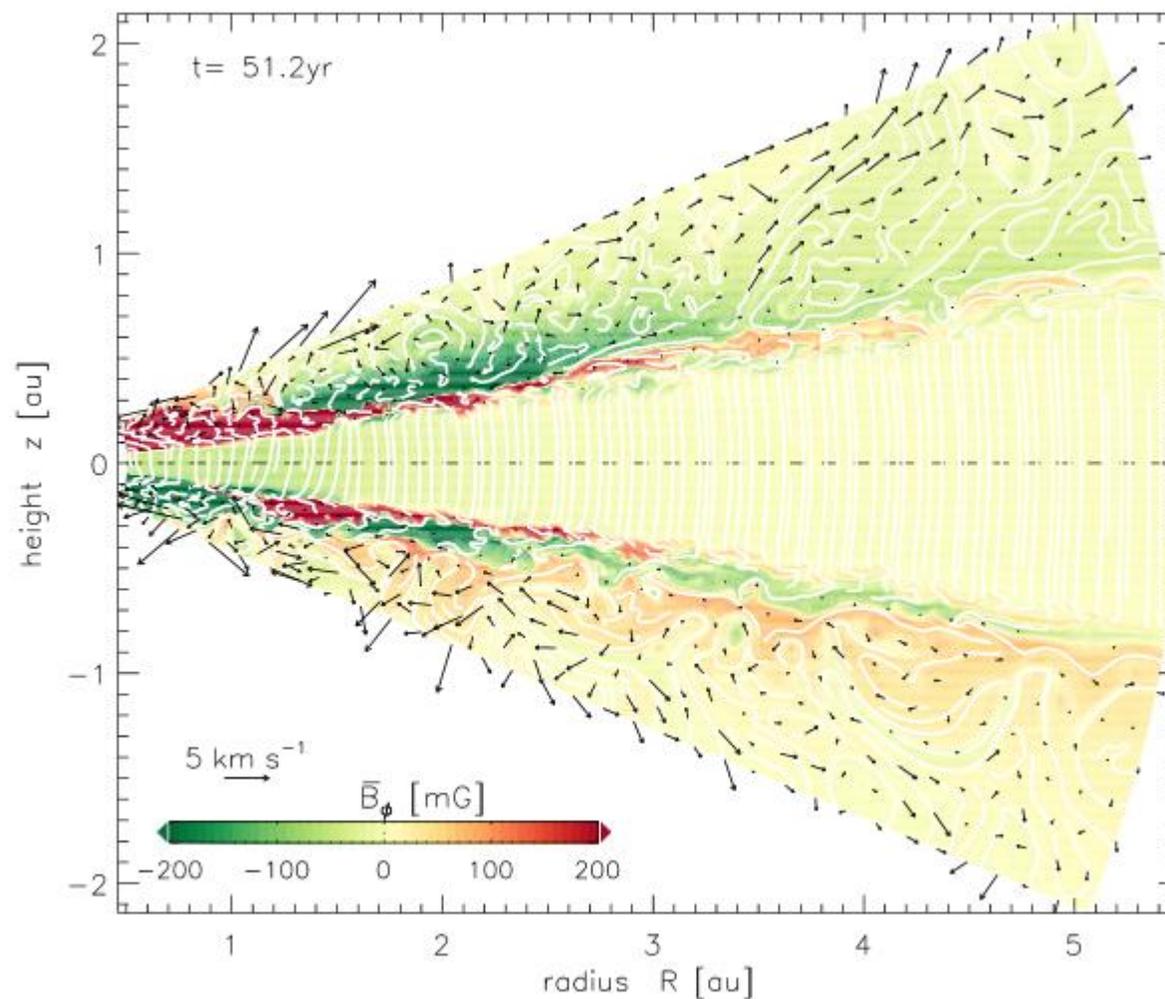
La MRI peut fonctionner seulement là où il y a une forte ionisation du disque.

- Température suffisamment élevée pour ioniser le gaz
- Densité suffisamment faible pour que la radiation stellaire et les rayons cosmiques puissent pénétrer et ioniser le gaz.



L'origine de la viscosité dans les disques de Classe-II

L'instabilité magnéto-rotationnelle (MRI)



Disque stratifié

Gressel et al., 2015



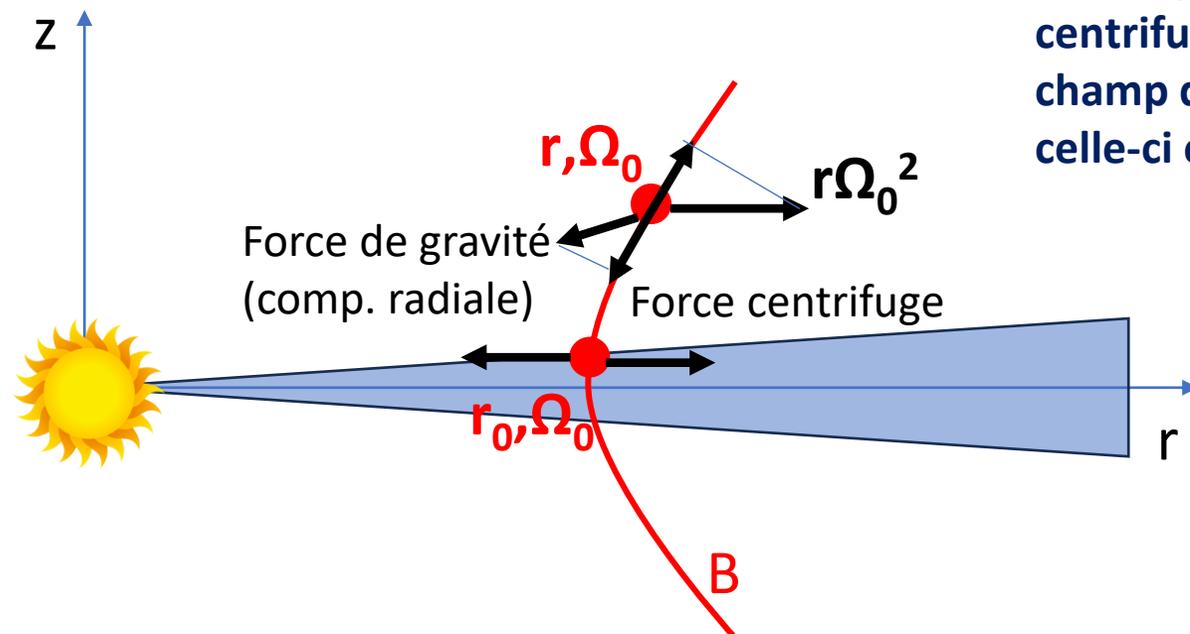
L'origine de la viscosité dans les disques de Classe-II

L'instabilité magnéto-rotationnelle (MRI)

Cette vision n'est pas correcte car elle oublie que, si la densité est faible, les ions et les électrons sont faiblement couplés avec la matière neutre et peuvent s'échapper (diffusion ambipolaire).

D'autres effets ont lieu:

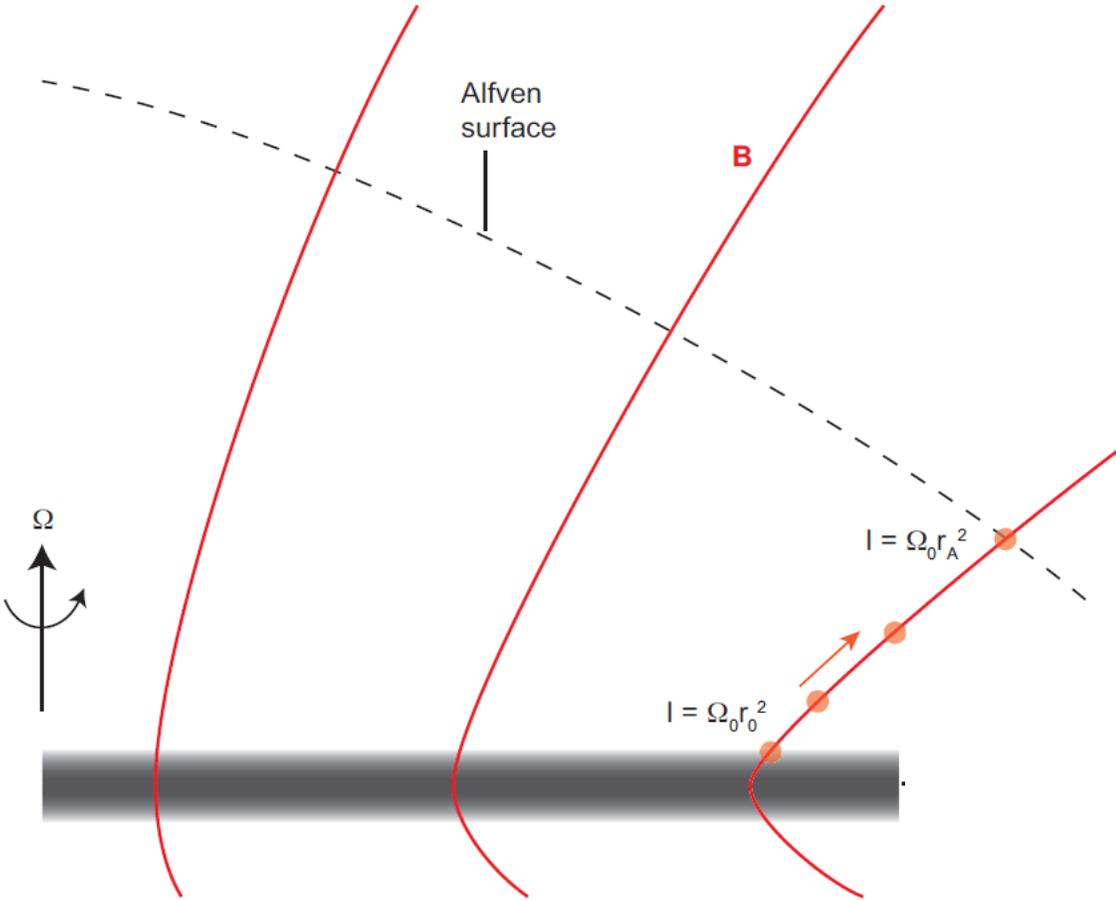
Le vent magnétisé



La composante de la force centrifuge parallèle à la ligne du champ domine si l'inclinaison de celle-ci est supérieure à 30 degrés



Le vent magnétisé

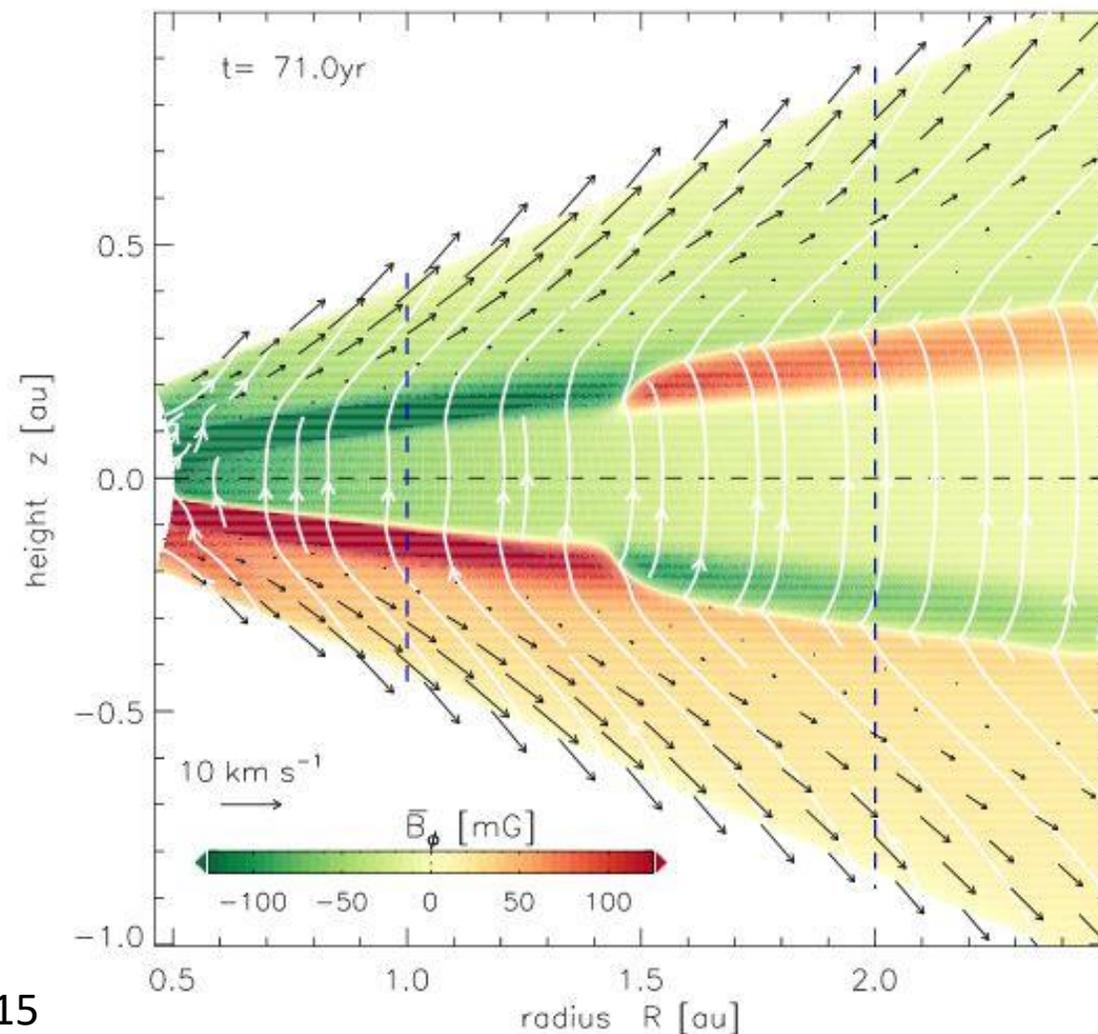


P. Armitage Astrophysics of planet formation, Cambridge U. Press.
Spruit, 1996



Le vent magnétisé

Les ions lancés dans le vent gagnent du moment cinétique $r^2\Omega_0$
Par conservation du moment cinétique le champ magnétique a tendance à ralentir sa rotation, en causant un freinage sur les autres ions du disque

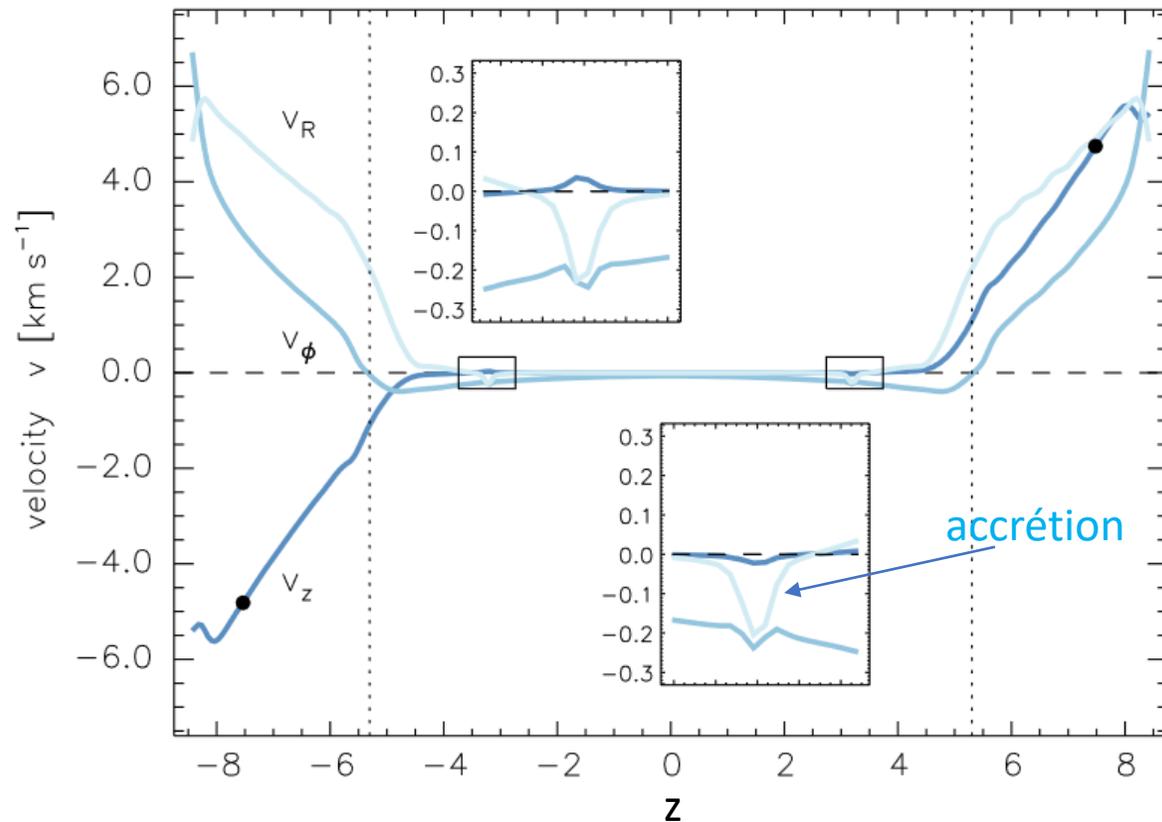


Gressel et al., 2015



Le vent magnétisé

Les ions lancés dans le vent gagnent du moment cinétique $r^2\Omega_0$
Par conservation du moment cinétique le champ magnétique a tendance à ralentir sa rotation, en causant un freinage sur les autres ions du disque



Gressel et al., 2015



Le vent magnétisé

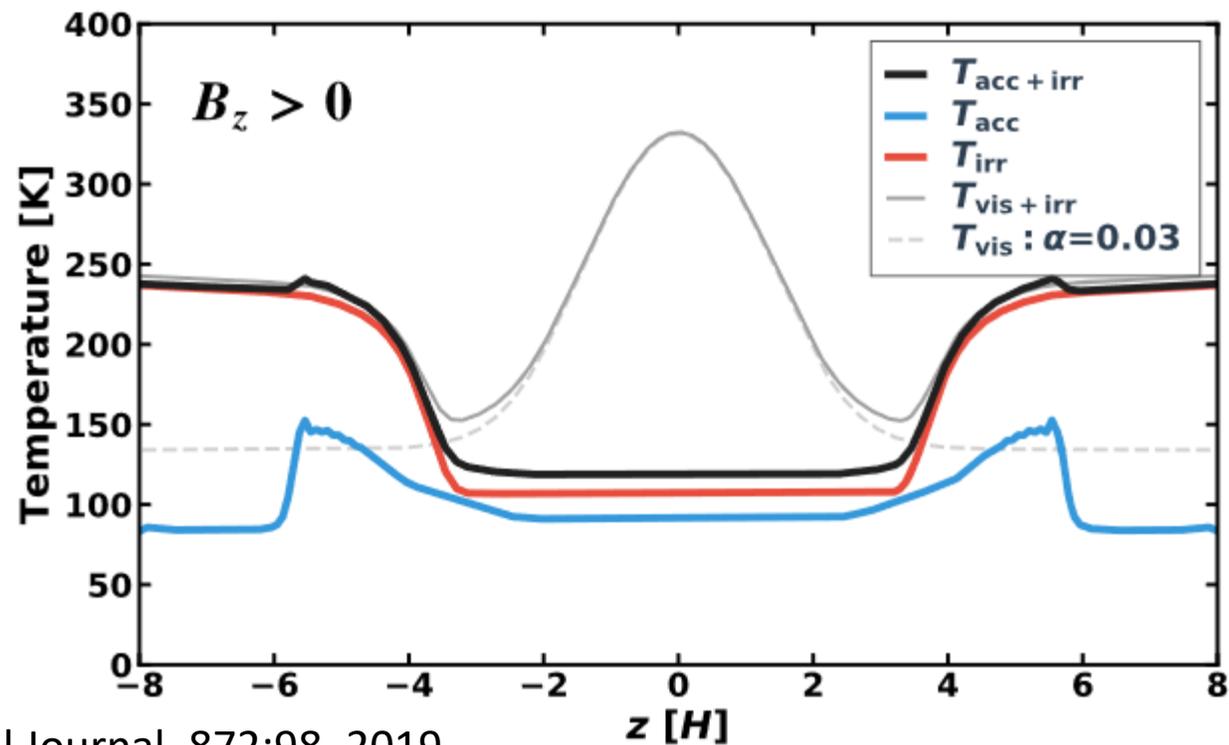
Le transport de gaz vers l'étoile se fait de façon laminaire

Pas de turbulence

Ca brise la relation $\Sigma \propto \dot{M}/\nu$

Pas de chauffage visqueux

Disque froid



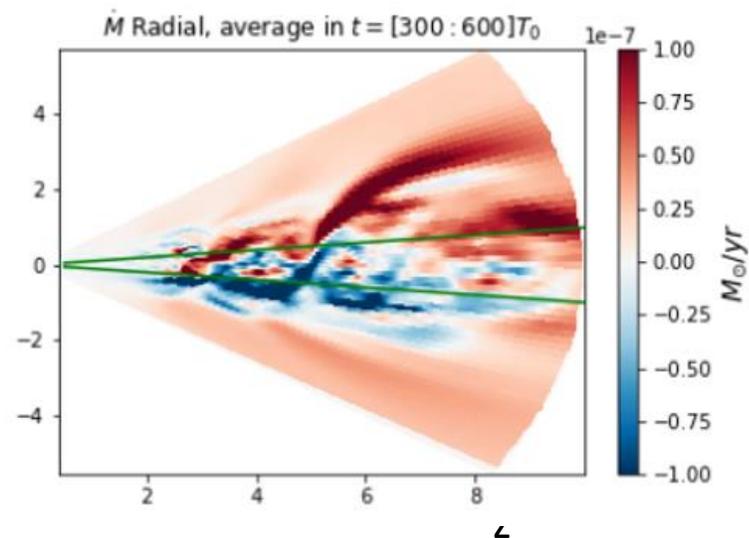
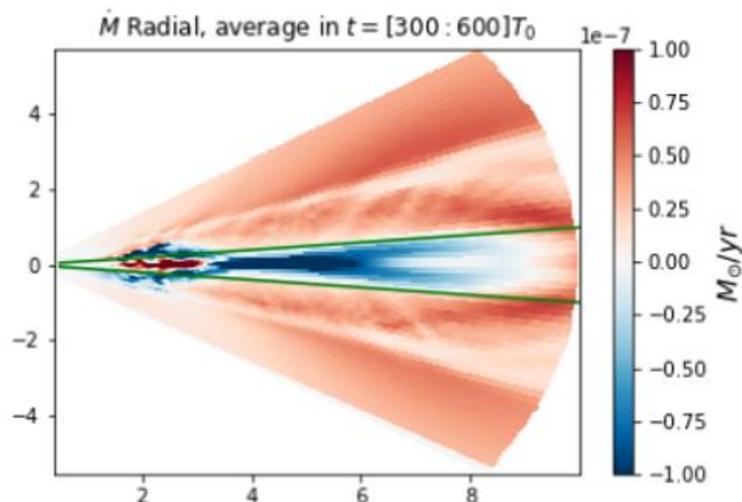


Transport radial dans les disques de Classe-II

Plus loin dans le disque, non-stratifié, là où la densité est faible et la ionisation importante jusqu'au plan médian, plusieurs comportements sont possibles – simulations numériques nécessaires.

$$\beta \equiv 2\mu_0 P/B^2 \gg 1$$

$$\beta = 10^5$$



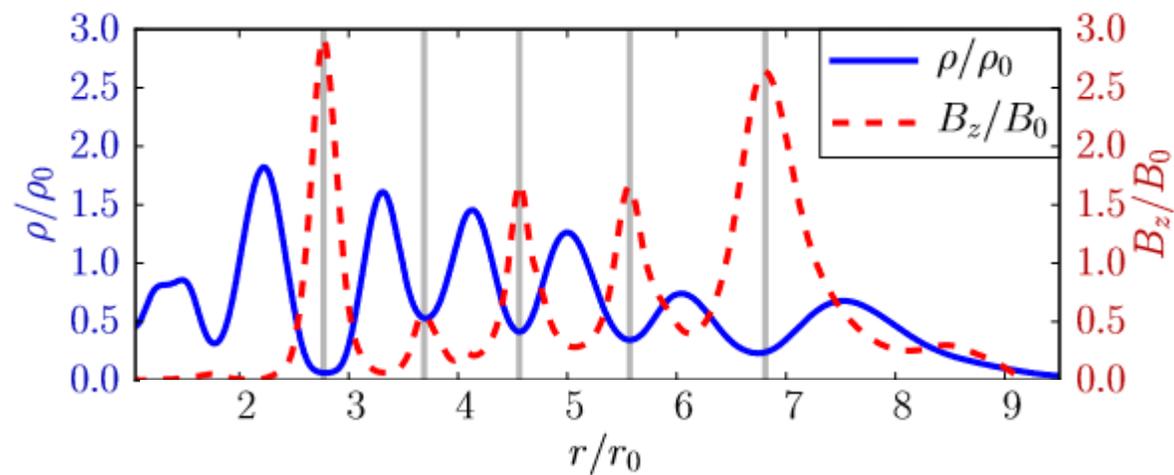
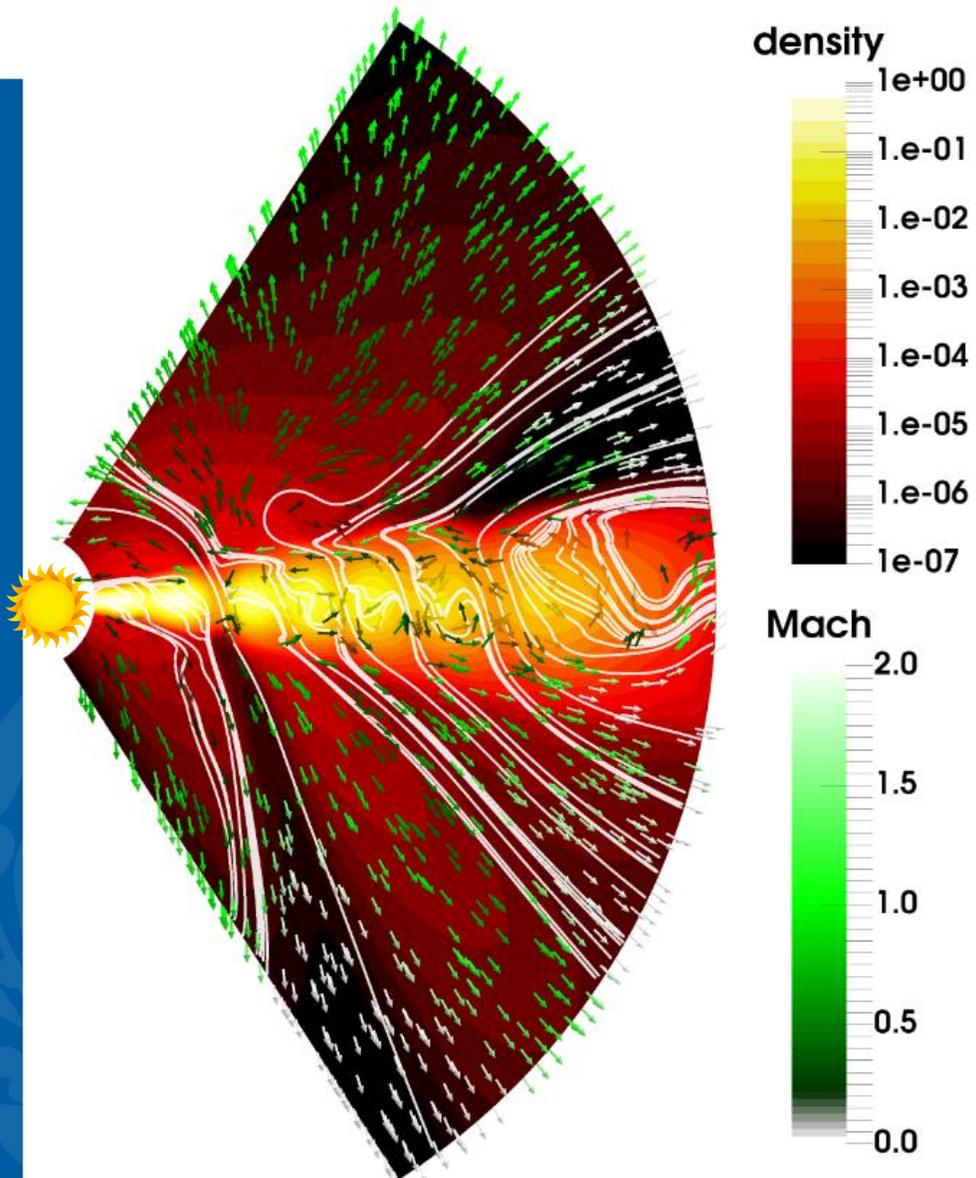
$$\beta = 5 \cdot 10^3$$



Simulations de E. Lega, Observatoire de la Côte d'Azur



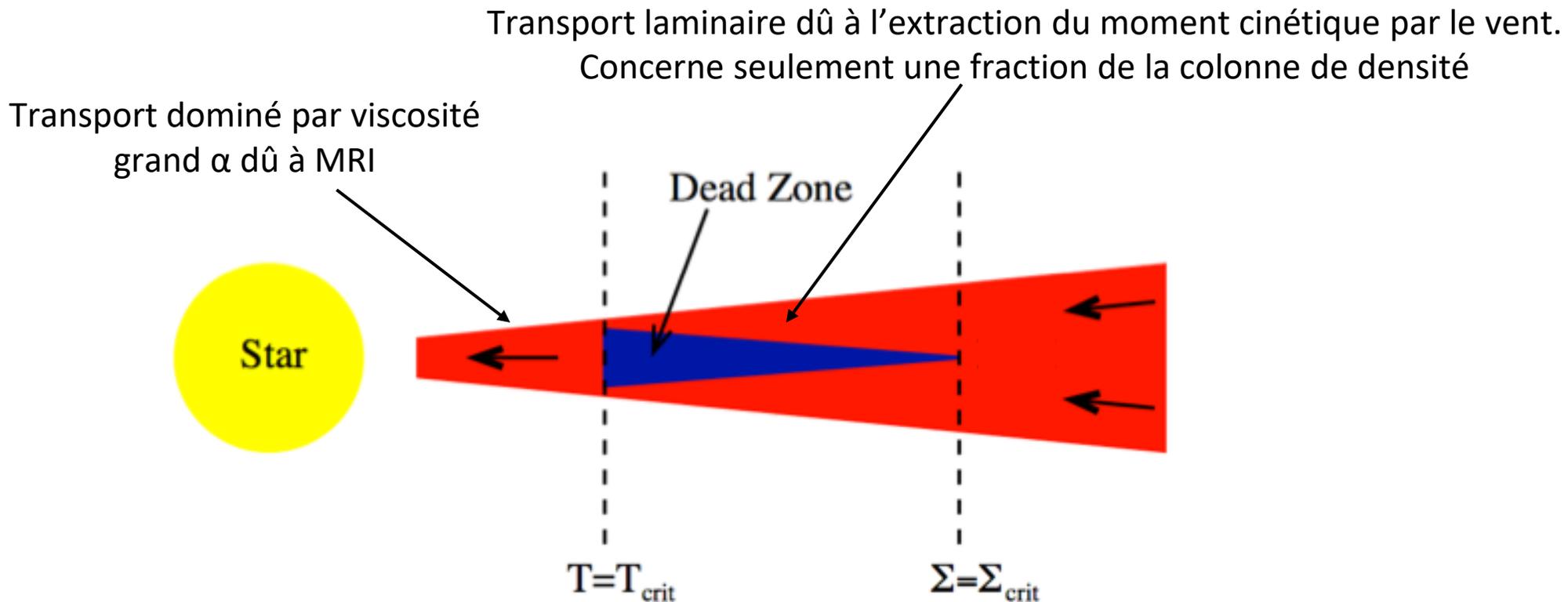
Formation d'anneaux de densité



Bethune et Lesur A&A 600, A75 (2017)



Le bord interne du disque

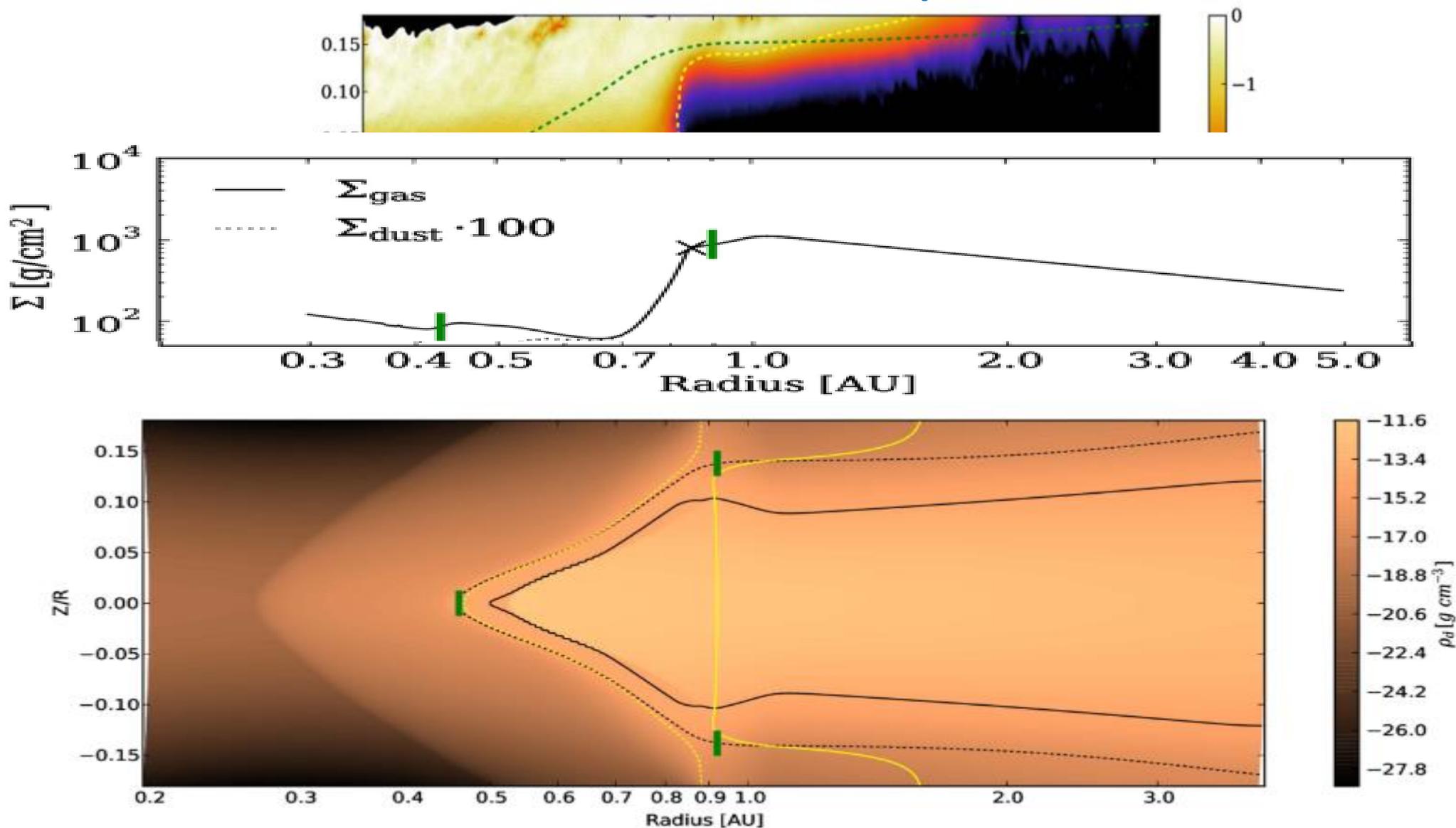


En état stationnaire le taux d'accrétion \dot{M} est constant dans le disque

Puisque dans la région MRI $\Sigma \propto \dot{M}/\nu$ la densité du disque Σ est généralement moindre

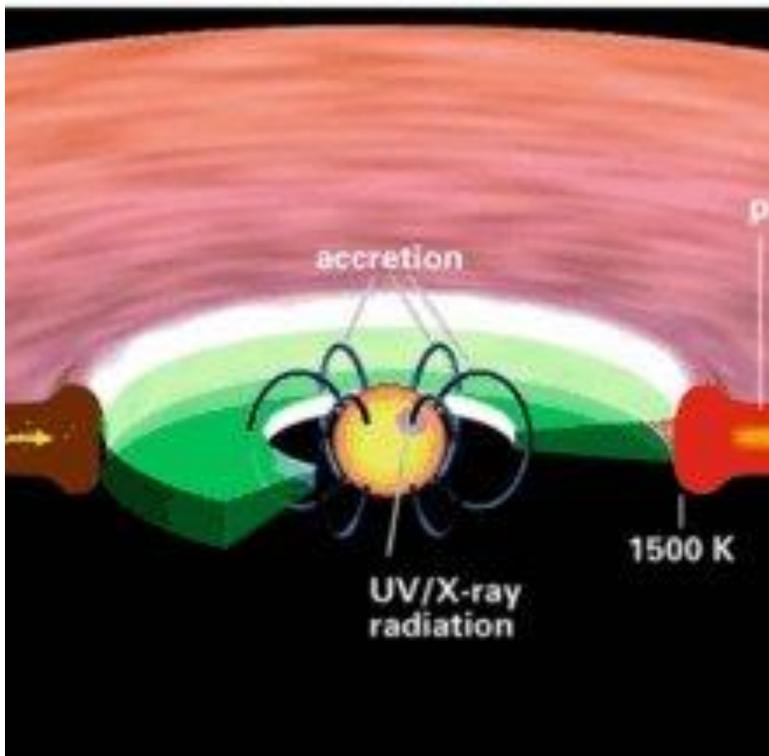


Le bord interne du disque





Le (vrai) bord interne du disque



A proximité de l'étoile le champ magnétique est en corotation avec l'étoile

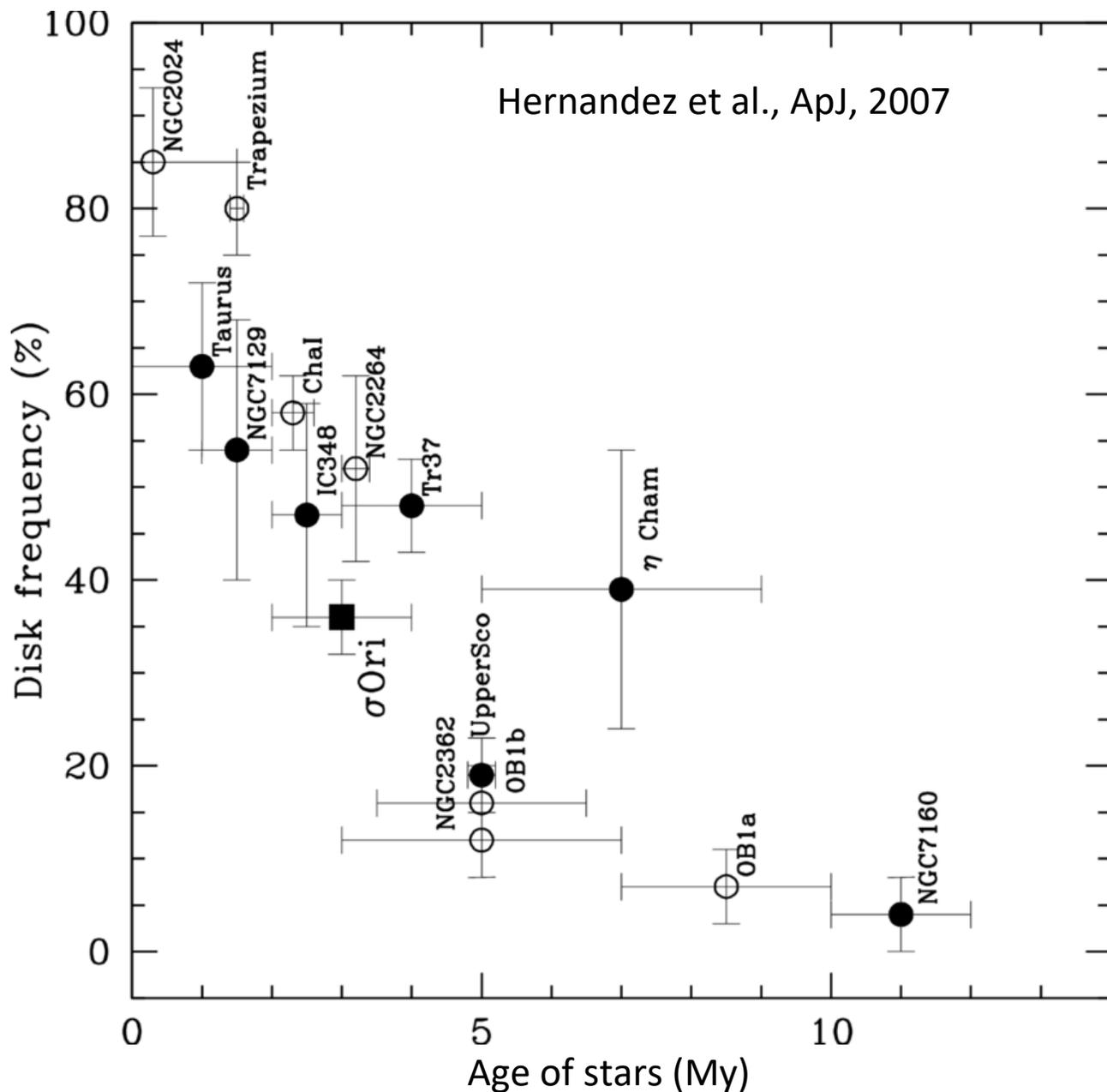
Il frêne donc le disque le plus proche, en rotation plus rapide

Il accélère le disque plus loin, en rotation plus lente.

Ceci cause une troncation du disque au rayon de corotation



La fin du disque



Les observations montrent que la durée de vie typique des disques est de quelques millions d'années seulement.

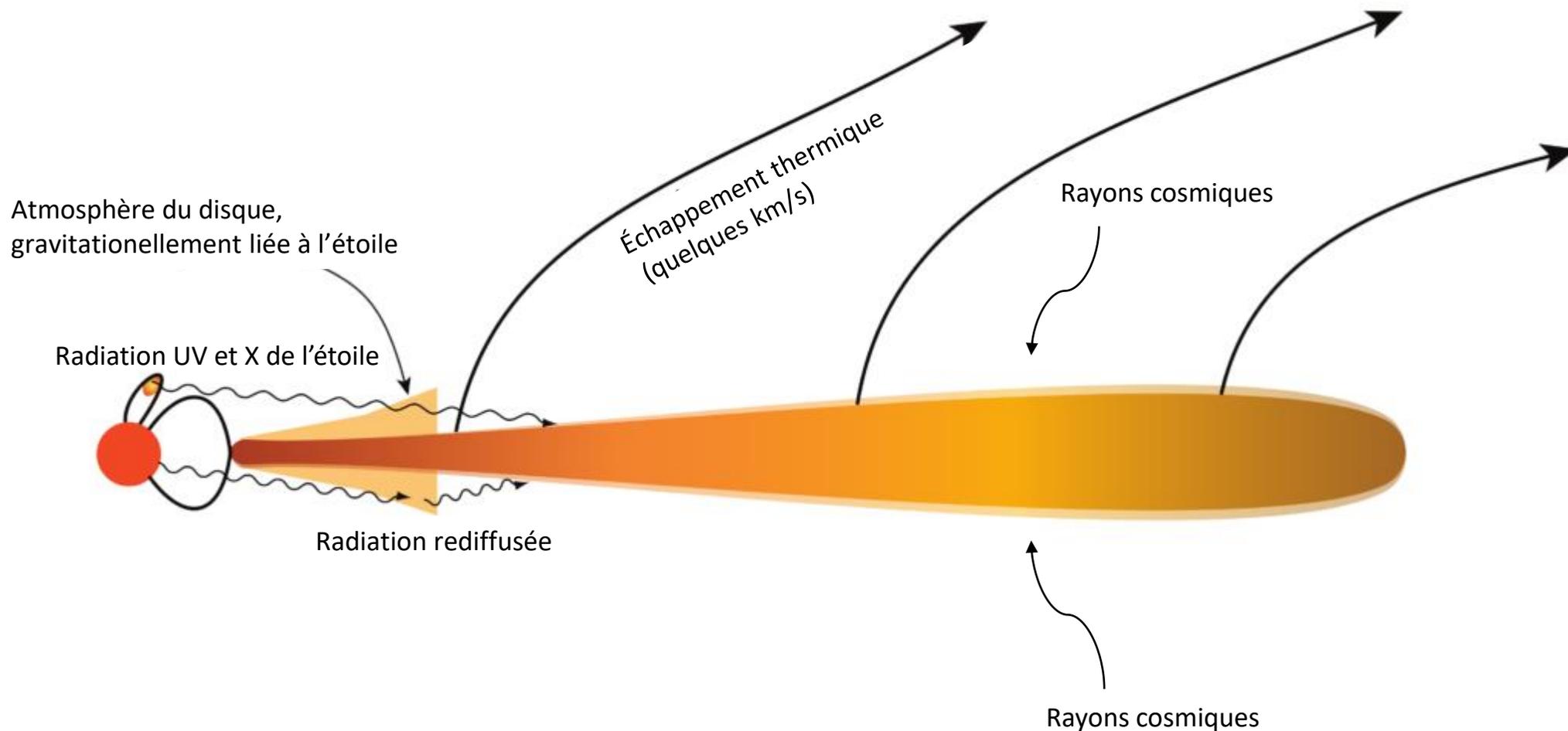
Comment disparaît un disque?

L'accrétion sur l'étoile de tout le gaz prendrait bien trop de temps



Photo-évaporation

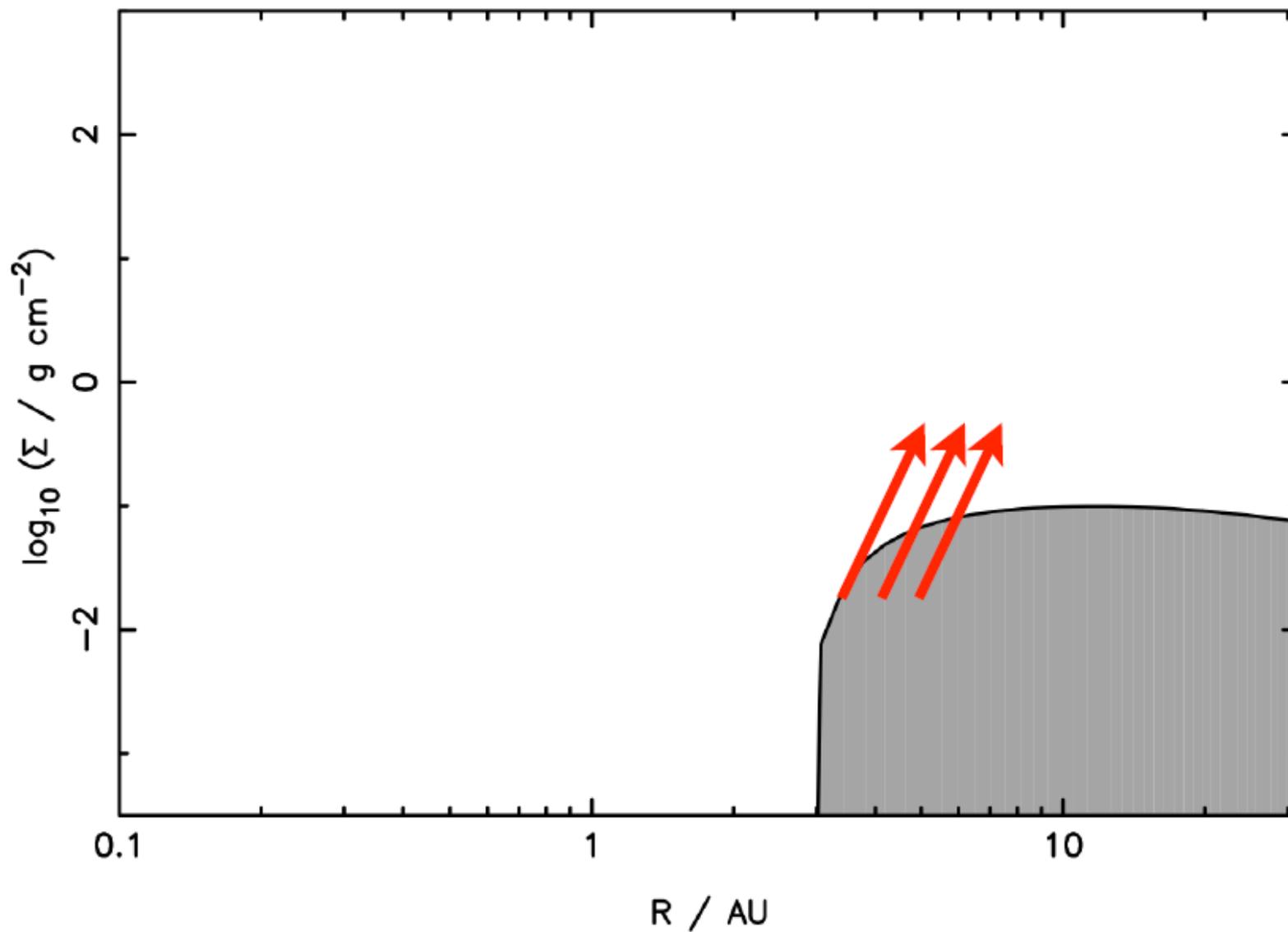
L'irradiation chauffe la surface du disque et donne aux molécules une agitation thermique
Les molécules dont la vitesse thermique dépasse la vitesse de libération de la gravité stellaire s'échappent



L'échappement a lieu au-delà d'une distance limite r_g , typiquement de quelques unités astronomiques



Disparition du disque par photo-évaporation



Alexander & Pascucci (MNRAS, 2012)



A retenir

- Les disques protoplanétaires se forment avec la proto-étoile par conservation du moment cinétique
- Ils sont en équilibre hydrostatique dans la direction verticale
- Si visqueux, ils s'étalent radialement, tout en transportant du gaz vers l'étoile dans la partie interne
- Leur température est dictée par l'irradiation stellaire dans la partie externe et par la dissipation visqueuse dans la partie interne. Dans cette partie, les disques refroidissent donc avec le temps.
- Les disques sont vraisemblablement très visqueux en Classe-0 et Classe-I, quand ils sont très denses et accrètent beaucoup de gaz depuis le nuage moléculaire.
- En Classe-II, l'interaction avec le champ magnétique génère de la turbulence seulement très près de l'étoile, là où $T \geq 1500 \text{ K}$
- La formation de vents magnétisés extrait du moment cinétique, en engendrant un mouvement radial du gaz vers l'étoile. Ce processus est différent de celui d'accrétion par dissipation visqueuse, par exemple il ne chauffe pas significativement le disque.
- La formation d'anneaux peut avoir lieu dans le disque externe sous l'effet de la diffusion ambipolaire
- La disparition du disque a lieu principalement par photo-évaporation. Une fois enclenchée, elle est très rapide.