

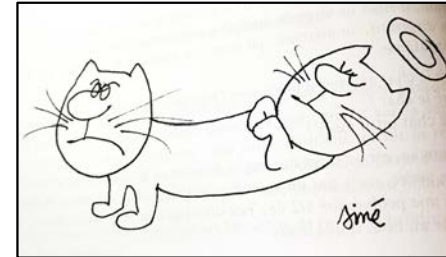
Technologies quantiques émergentes

Pascale Senellart

20 Janvier 2026

Introduction à la décohérence

Un qubit : **une superposition quantique**

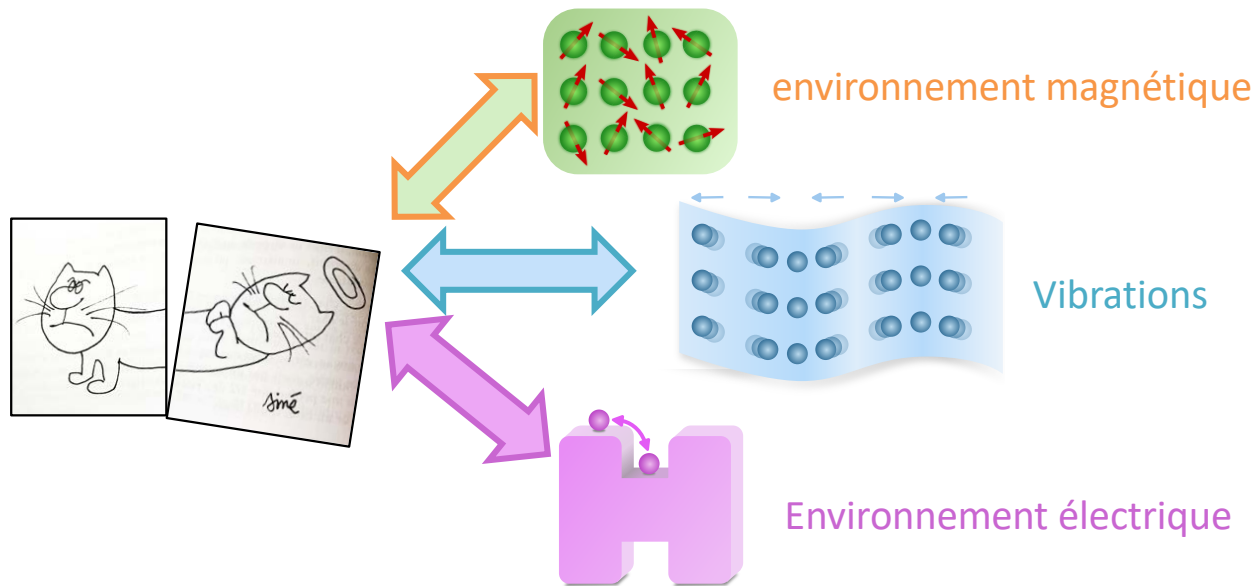


$$|\psi\rangle = \alpha|+\rangle_z + \beta|-\rangle_z = \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle_z + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |-\rangle_z,$$

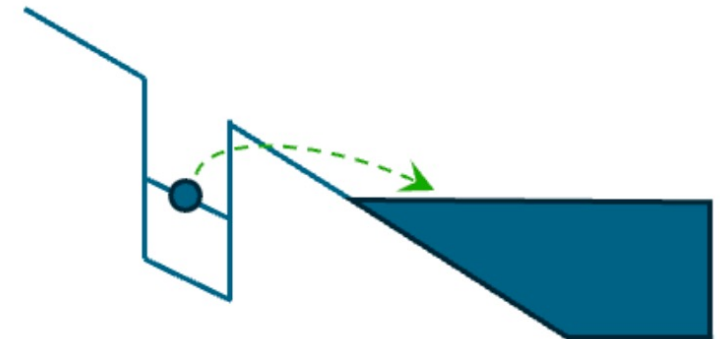
un bit quantique est porté par une
superposition quantique
 \Leftrightarrow Superposition **cohérente**
 \Leftrightarrow Etat quantique **pur**

Une superposition fragile : **décohérence**

Couplage à un environnement “classique”



Perte du support de l'information



Encoder l'information sur la lumière

Evolution cohérente d'un qubit - Contrôle cohérent d'un qubit

Décohérence par perte

Décohérence par couplage à un
environnement classique

Equations de Bloch (optiques)

Réduire la décohérence

Séminaire Pr. Mete Atature

Evolution cohérente

Rappel : représentation d'un qubit

Etat quantique pur

$$|\psi\rangle = \alpha|+\rangle_z + \beta|-\rangle_z = \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle_z + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |-\rangle_z, \quad \theta \in [0, \pi], \quad \phi \in [0, 2\pi].$$

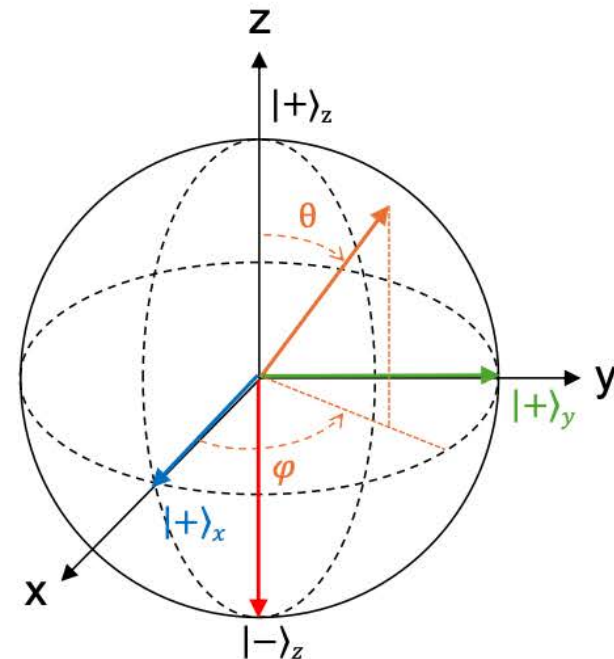
Vecteur de Bloch

Vecteur de Bloch :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix}$$

On montre que:

$$\langle \vec{S} \rangle = \langle \psi | \vec{S} | \psi \rangle = \frac{\hbar}{2} \vec{r}$$



Pour un état pur on a $\|\vec{r}\| = 1$

Rappel : représentation d'un qubit

Etat quantique pur

$$|\psi\rangle = \alpha|+\rangle_z + \beta|-\rangle_z = \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle_z + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |-\rangle_z, \quad \theta \in [0, \pi], \quad \phi \in [0, 2\pi].$$

Vecteur de Bloch

Vecteur de Bloch :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix}$$

On montre que:

$$\langle \vec{S} \rangle = \langle \psi | \vec{S} | \psi \rangle = \frac{\hbar}{2} \vec{r}$$

Matrice de densité

Définition :

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \begin{pmatrix} \rho_{++} & \rho_{+-} \\ \rho_{-+} & \rho_{--} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \alpha^*\beta & |\beta|^2 \end{pmatrix}$$

On appelle :

ρ_{++} et ρ_{--} les **populations**

$\rho_{-+} = \rho_{--}^*$ les **cohérences**

avec $\text{Tr}(\rho) = 1$

et pour un **état pur** $|\rho_{-+}| = \sqrt{\rho_{--}\rho_{++}}$

Vecteur de Bloch

Vecteur de Bloch :

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \theta \end{pmatrix}$$

On montre que:

$$\langle \vec{S} \rangle = \langle \psi | \vec{S} | \psi \rangle = \frac{\hbar}{2} \vec{r}$$

Matrice de densité

Définition :

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| = \begin{pmatrix} \rho_{++} & \rho_{+-} \\ \rho_{-+} & \rho_{--} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \alpha^*\beta & |\beta|^2 \end{pmatrix}$$

On appelle :

ρ_{++} et ρ_{--} les **populations**

$\rho_{-+} = \rho_{--}^*$ les **cohérences**

avec $\text{Tr}(\rho) = 1$

et pour un **état pur** $|\rho_{-+}| = \sqrt{\rho_{--}\rho_{++}}$

Vecteur de Bloch \leftrightarrow Matrice densité

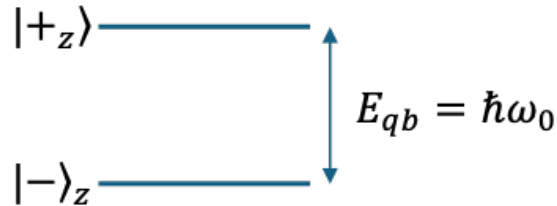
$$\rho = \frac{1}{2}(I + \vec{r} \cdot \hat{\vec{\sigma}})$$

avec $\hat{\vec{\sigma}} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$ matrices de Pauli.

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\text{Re}(\rho_{+-} + \rho_{-+}) \\ 2\text{Im}(\rho_{+-} + \rho_{-+}) \\ \rho_{++} - \rho_{--} \end{pmatrix}$$

Evolution **cohérente** d'un qubit



Champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$
Pulsation Larmor $\omega_0 = -\gamma B_0$

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z, \quad \hat{H}_0 |\pm\rangle_z = \pm \frac{\hbar\omega_0}{2} |\pm\rangle_z$$

Evolution cohérente d'un qubit

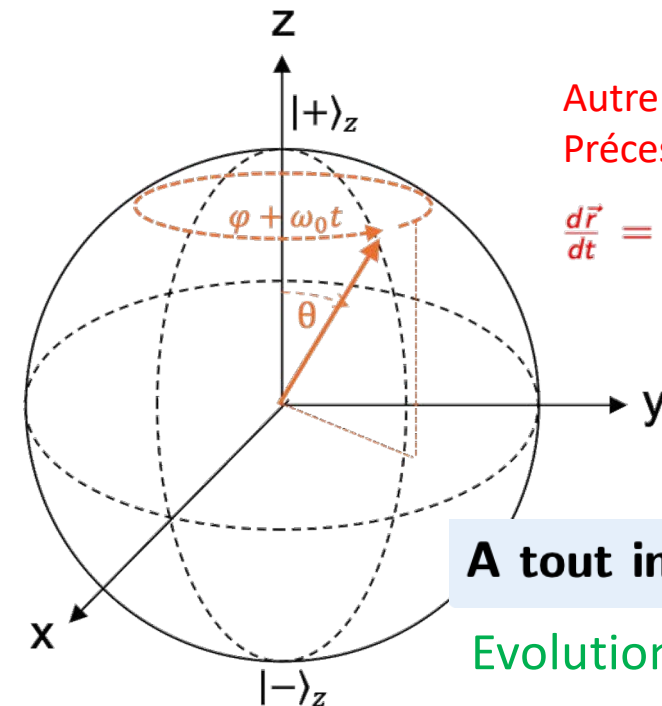
à $t=0$

$$|\psi(t=0)\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle_z + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |-\rangle_z$$

à t quelconque :

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\frac{\omega_0}{2}t} \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle_z + e^{+i\frac{\omega_0}{2}t} e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |-\rangle_z$$

$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos(\phi + \omega_0 t) \\ \sin \theta \sin(\phi + \omega_0 t) \\ \cos \theta \end{pmatrix}$$



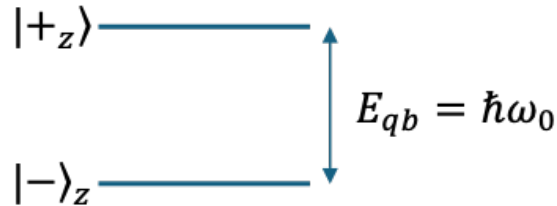
Autre façon de voir :
Précession de Larmor

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\omega}_0 \times \vec{r} \text{ avec } \vec{\omega}_0 = \omega_0 \vec{e}_z.$$

A tout instant, $\|\vec{r}(t)\| = 1$

Evolution “hamiltonienne”

Evolution **cohérente** d'un qubit



Champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$
Pulsation Larmor $\omega_0 = -\gamma B_0$

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z, \quad \hat{H}_0 |\pm\rangle_z = \pm \frac{\hbar\omega_0}{2} |\pm\rangle_z$$

Evolution temporelle matrice densité

Hamiltonien \hat{H}

Cas d'un état pur : $\hat{\rho} = |\psi\rangle \langle\psi|$
Equation de Shrödinger

$$i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = \hat{H} |\psi\rangle$$

Matrice densité

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\rho}]$$

Matrice densité $\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_0, \rho]$

$$\frac{d\rho_{++}}{dt} = 0$$

$$\frac{d\rho_{--}}{dt} = 0$$

$$\frac{d\rho_{+-}}{dt} = -i\omega_0 \rho_{+-}$$

Populations constantes :

$$\rho_{++}(t) = \rho_{++}(t=0) \quad \rho_{--}(t) = \rho_{--}(t=0)$$

Cohérences de module constant :

$$\rho_{+-}(t) = \rho_{+-}(0) e^{-i\omega_0 t}$$

Contrôle cohérent d'un qubit

Manipulation cohérente d'un qubit : **rappel RMN**

Rappel :

Champ magnétique stationnaire définit les états du qubit

$$\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z, \quad \hat{H}_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2} \hat{\sigma}_z, \text{ avec } \omega_0 = -\gamma B_0$$

Champ magnétique tournant dans le plan xy pour manipuler le qubit.

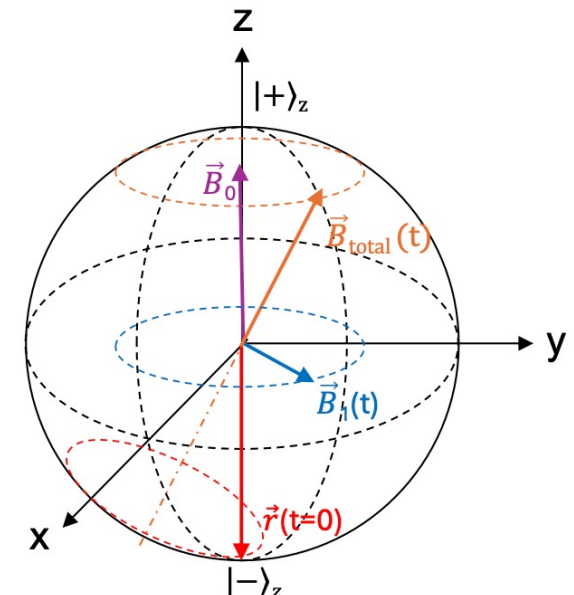
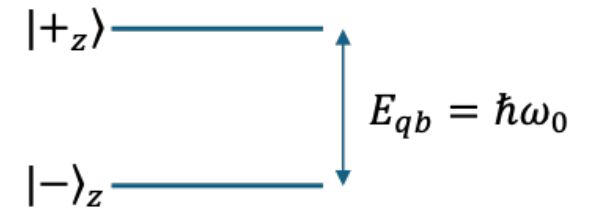
$$\vec{B}_1 = B_1 (\cos(\omega t) \vec{e}_x + \sin(\omega t) \vec{e}_y)$$

$$\hat{H}_1 = \frac{\hbar\omega_1}{2} (\cos(\omega t) \hat{\sigma}_x + \sin(\omega t) \hat{\sigma}_y), \text{ avec } \omega_1 = -\gamma B_1$$

Hamiltonien total $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_1$

$$\text{On montre : } \frac{d\vec{r}}{dt} = (\vec{\omega}_1(t) + \vec{\omega}_0) \times \vec{r}$$

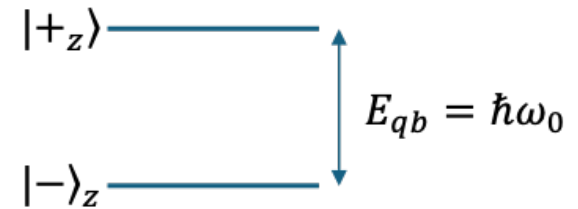
$$\text{avec } \vec{\omega}_0 = \omega_0 \vec{e}_z \quad \text{et } \vec{\omega}_1(t) = \omega_1 (\cos(\omega t) \vec{e}_x + \sin(\omega t) \vec{e}_y)$$



A tout instant, $\|\vec{r}(t)\| = 1$

Contrôle cohérent

Manipulation cohérente d'un qubit : **rappel RMN**



RMN - Formalisme matrice densité

Hamiltonien

$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z + \frac{\hbar\omega_1}{2}(\cos(\omega t)\hat{\sigma}_x + \sin(\omega t)\hat{\sigma}_y)$$

Evolution matrice densité

$$\dot{\rho} = -(i/\hbar)[H(t), \rho]$$

$$\dot{\rho}_{++} = \frac{i\omega_1}{2} \left(e^{-i\omega t} \rho_{-+} - e^{+i\omega t} \rho_{+-} \right)$$

$$\dot{\rho}_{+-} = -i\omega_0 \rho_{+-} + \frac{i\omega_1}{2} e^{-i\omega t} (\rho_{--} - \rho_{++})$$

$$\dot{\rho}_{--} = -\dot{\rho}_{++}$$

Dans le référentiel tournant

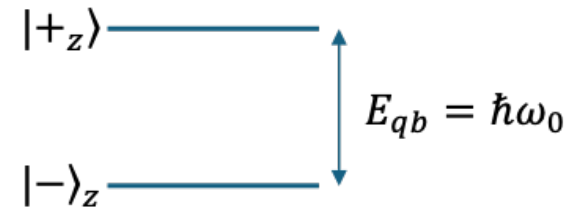
Rotation des états :

$$|\tilde{\psi}\rangle = U_r |\psi\rangle, \text{ avec } U_r(t) = e^{+i\omega t \sigma_z/2}$$

Matrice densité dans le référentiel tournant :

$$\tilde{\rho} = U_r \rho U_r^\dagger = \begin{pmatrix} \rho_{++} & e^{+i\omega t} \rho_{+-} \\ e^{-i\omega t} \rho_{-+} & \rho_{--} \end{pmatrix}$$

Manipulation cohérente d'un qubit : **rappel RMN**



RMN - Formalisme matrice densité

Hamiltonien

$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z + \frac{\hbar\omega_1}{2}(\cos(\omega t)\hat{\sigma}_x + \sin(\omega t)\hat{\sigma}_y)$$

Evolution matrice densité

$$\dot{\rho} = -(i/\hbar)[H(t), \rho]$$

$$\dot{\rho}_{++} = \frac{i\omega_1}{2} \left(e^{-i\omega t} \rho_{-+} - e^{+i\omega t} \rho_{+-} \right)$$

$$\dot{\rho}_{+-} = -i\omega_0 \rho_{+-} + \frac{i\omega_1}{2} e^{-i\omega t} (\rho_{--} - \rho_{++})$$

$$\dot{\rho}_{--} = -\dot{\rho}_{++}$$

Equations de Bloch cohérentes

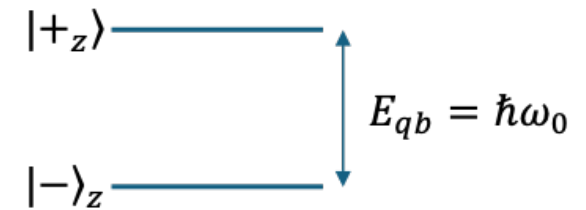
$$\frac{d\tilde{\rho}}{dt} = -\frac{i}{\hbar}[\tilde{H}, \tilde{\rho}]$$

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{\rho}_{++}}{dt} &= i\frac{\omega_1}{2}(\tilde{\rho}_{-+} - \tilde{\rho}_{+-}), \\ \frac{d\tilde{\rho}_{--}}{dt} &= -i\frac{\omega_1}{2}(\tilde{\rho}_{-+} - \tilde{\rho}_{+-}), \\ \frac{d\tilde{\rho}_{+-}}{dt} &= -i\Delta \tilde{\rho}_{+-} + i\frac{\omega_1}{2}(\tilde{\rho}_{--} - \tilde{\rho}_{++}) \end{aligned}$$

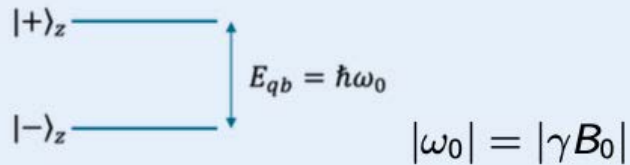
Hamiltonien effectif : $\hat{\tilde{H}} = \frac{\hbar\Delta}{2}\hat{\sigma}_z + \frac{\hbar\omega_1}{2}\hat{\sigma}_x$

Pulsation résultante : $\Omega_R = \sqrt{\Delta^2 + \omega_1^2}$ avec $\Delta = \omega_0 - \omega$

Manipulation cohérente d'un qubit : **rappel RMN**



Oscillations de Rabi - influence de Δ

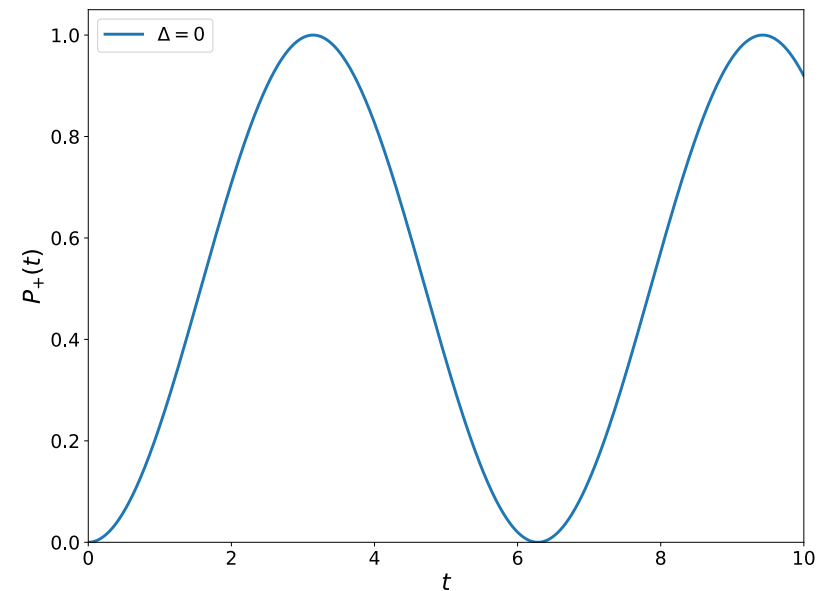


$$\vec{B} = B_0 \vec{e}_z + B_1 (\cos(\omega t) \vec{e}_x + \sin(\omega t) \vec{e}_y)$$

$$\text{Désaccord } \Delta = \omega_0 - \omega$$

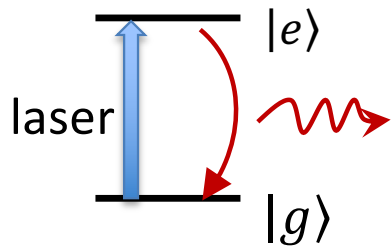
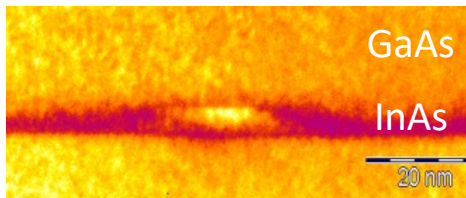
$$P_+(\delta t, \omega_1) = \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2 + \Delta^2} \sin^2 \left(\frac{\sqrt{\omega_1^2 + \Delta^2}}{2} \delta t \right).$$

À $t=0$ $|\psi\rangle = |+\rangle_z$
Excitation resonante $\omega = \omega_0$

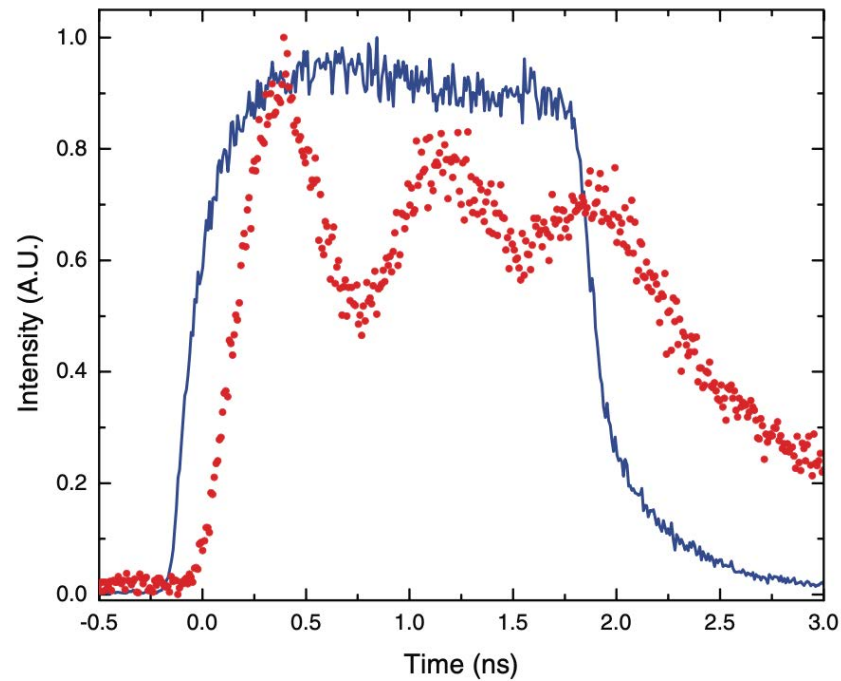


Exemple d'oscillations de Rabi réelles

Boîte quantique

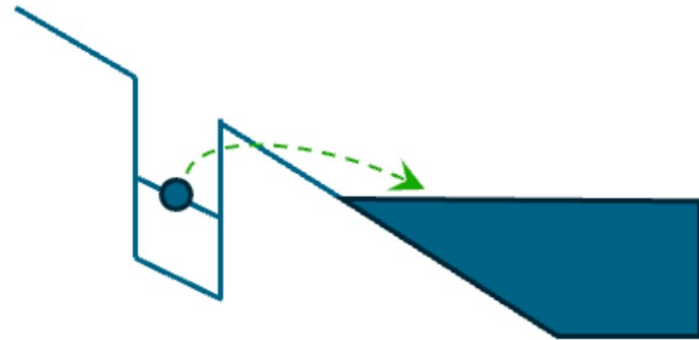
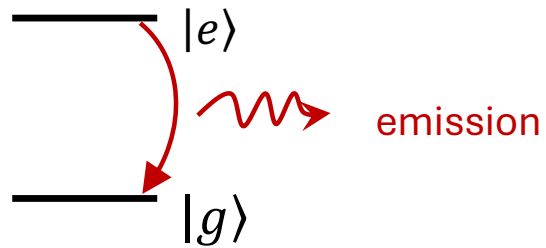


$$\Delta = 0$$

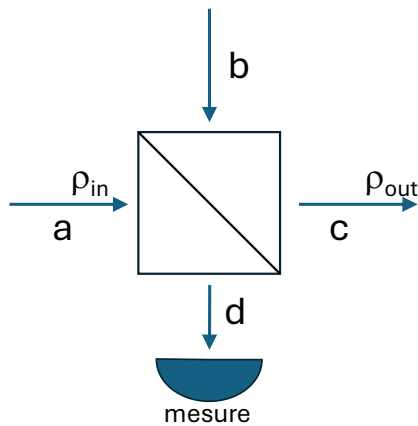


Phys. Rev. B **87**, 115311 (2013)

Décohérence par perte



Décohérence liée aux pertes : modèle de la lame transparente



On code le qubit sur la présence d'une particule par $|1\rangle$ et l'absence par $|0\rangle$.

Qubit : $|\psi\rangle = \alpha |0_a\rangle + \beta |1_a\rangle$ avec $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$

On modélise les pertes en introduisant une lame séparatrice, dont les coefficient de transmission et réflexion sur un temps Δt sont donné par $\theta = \sqrt{\Gamma \Delta t} \ll 1$ où Γ est le taux de perte par unité de temps.

A l'entrée de la lame, l'état est donné par : $|\psi_{in}\rangle = (\alpha |0_a\rangle + \beta |1_a\rangle) \otimes |0_b\rangle$,

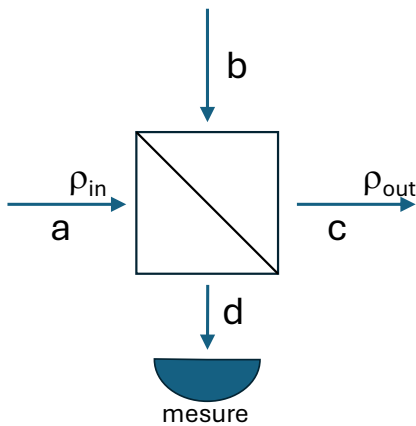
Transformation par la lame séparatrice :

$$|0_a 0_b\rangle \rightarrow |0_c 0_d\rangle, \quad |1_a 0_b\rangle \rightarrow \cos \theta |1_c 0_d\rangle + \sin \theta |0_c 1_d\rangle$$

D'où à la sortie :

$$|\psi_{out}\rangle = \alpha |0_c 0_d\rangle + \beta \cos \theta |1_c 0_d\rangle + \beta \sin \theta |0_c 1_d\rangle.$$

Décohérence liée aux pertes : modèle de la lame transparente



Modélisation de la perte irréversible par une mesure en d

- ▶ **"Clic" en d** (perte) avec probabilité $p_d = |\beta \sin \theta|^2$: l'état du mode c devient $|0_c\rangle$.
- ▶ **Pas de "clic" en d** avec probabilité $1 - p_d$: l'état du mode c est

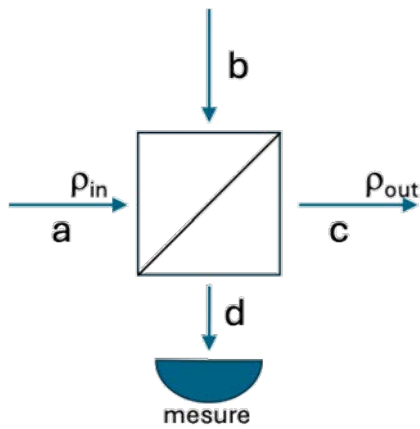
$$|\psi_1\rangle = \frac{\alpha |0_c\rangle + \beta \cos \theta |1_c\rangle}{\sqrt{|\alpha|^2 + |\beta|^2 \cos^2 \theta}}.$$

État de sortie après la perte :

$$\rho_{out} = p_d |0_c\rangle\langle 0_c| + (1 - p_d) |\psi_1\rangle\langle \psi_1|.$$

$$\rho_{out} = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 + |\beta|^2 \sin^2 \theta & \alpha \beta^* \cos \theta \\ \alpha^* \beta \cos \theta & |\beta|^2 \cos^2 \theta \end{pmatrix}$$

Décohérence liée aux pertes : modèle de la lame transparente



Evolution de la matrice densité

$$\rho_{\text{in}} = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \alpha^*\beta & |\beta|^2 \end{pmatrix} \quad \rho_{\text{out}} = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 + |\beta|^2 \sin^2 \theta & \alpha\beta^* \cos \theta \\ \alpha^*\beta \cos \theta & |\beta|^2 \cos^2 \theta \end{pmatrix}.$$

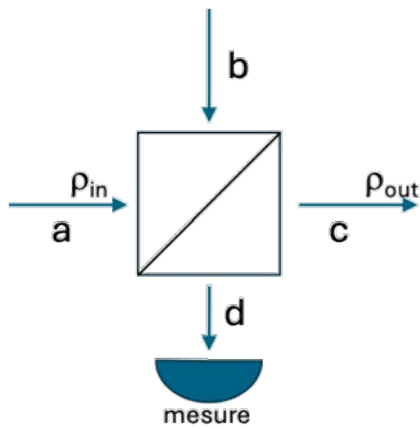


Au premier ordre en $\theta = \sqrt{\Gamma \Delta t}$:

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta t} = \Gamma \begin{pmatrix} |\beta|^2 & -\frac{1}{2}\alpha\beta^* \\ -\frac{1}{2}\alpha^*\beta & -|\beta|^2 \end{pmatrix}.$$

Décohérence liée aux pertes : modèle de la lame transparente

Evolution de la matrice densité



$$\rho_{\text{in}} = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \\ \alpha^*\beta & |\beta|^2 \end{pmatrix}$$

$$\rho_{\text{out}} = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 + |\beta|^2 \sin^2 \theta & \alpha\beta^* \cos \theta \\ \alpha^*\beta \cos \theta & |\beta|^2 \cos^2 \theta \end{pmatrix}.$$

Au premier ordre en $\theta = \sqrt{\Gamma \Delta t}$:

$$\frac{\Delta \rho}{\Delta t} = \Gamma \begin{pmatrix} |\beta|^2 & -\frac{1}{2}\alpha\beta^* \\ -\frac{1}{2}\alpha^*\beta & -|\beta|^2 \end{pmatrix}.$$



Décohérence par perte (T_1)

$$\frac{d\rho_{00}}{dt} = \Gamma \rho_{11}$$

$$\frac{d\rho_{11}}{dt} = -\Gamma \rho_{11},$$

$$\frac{d\rho_{01}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2} \rho_{01} + i\omega_0 \rho_{01}$$

Décohérence liée aux pertes : Equation de Bloch optique avec pertes

Décohérence par perte (T_1)

Dans un référentiel tournant à ω

$$\frac{d\tilde{\rho}_{00}}{dt} = \Gamma \tilde{\rho}_{11}$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{11}}{dt} = -\Gamma \tilde{\rho}_{11},$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{01}}{dt} = -\frac{\Gamma}{2} \tilde{\rho}_{01} + i\Delta \tilde{\rho}_{01}$$

avec $\Delta = \omega_0 - \omega$

Population:

- Déclin de ρ_{11} en Γ
- **ici** croissance de ρ_{00} en Γ

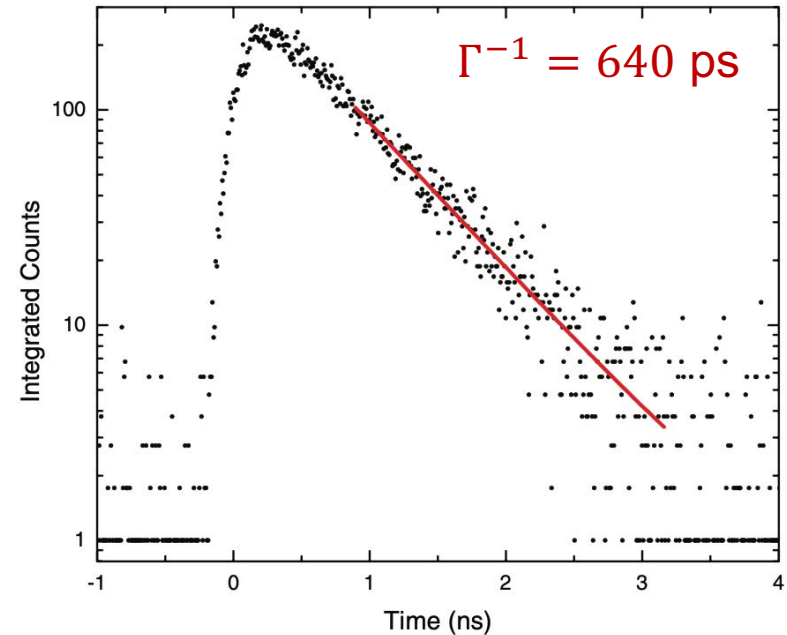
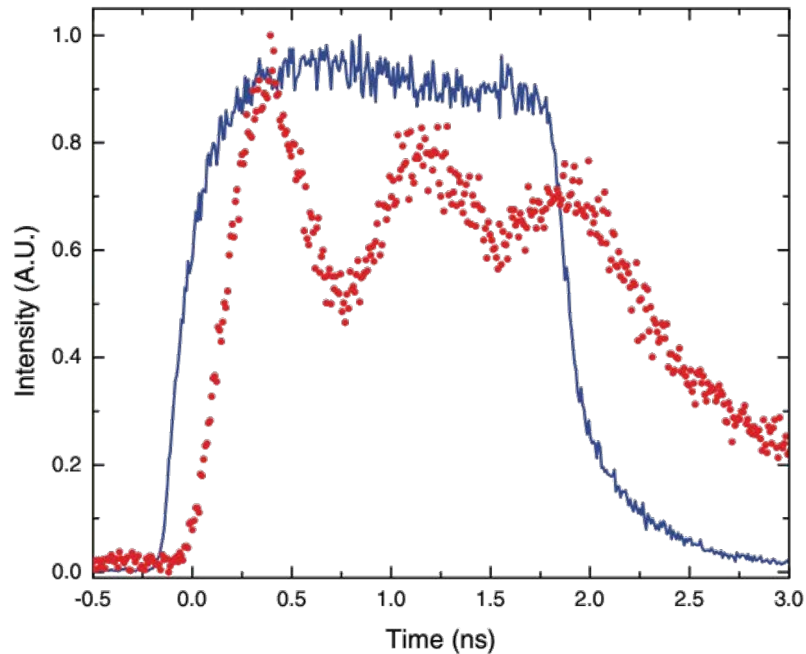
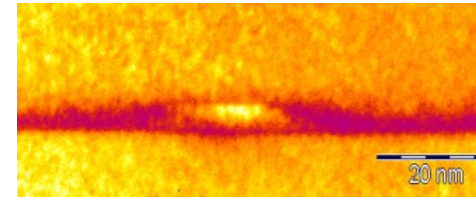
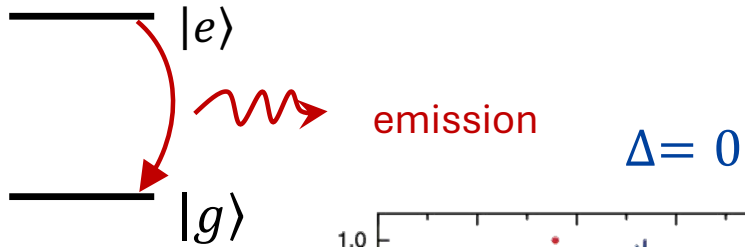
1 photon \rightarrow 0 photon

Cohérence :

- Déclin en $\frac{\Gamma}{2}$
- Vecteur de Bloch: $\|\vec{r}(t)\| < 1$

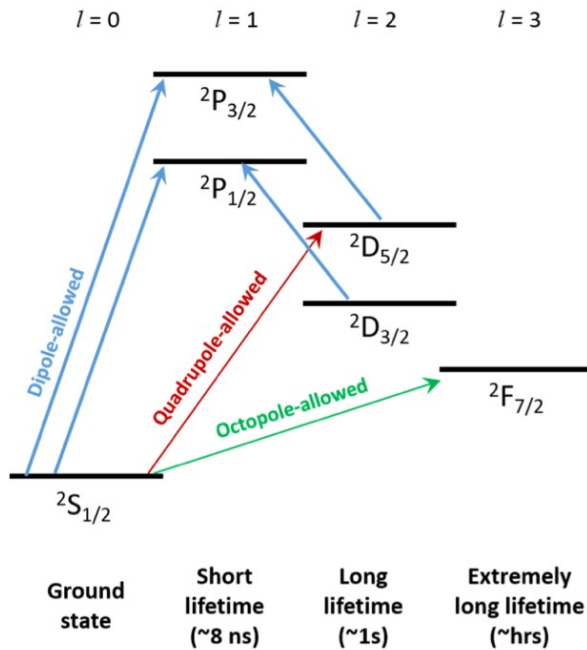
$$\vec{r} = \begin{pmatrix} r_x \\ r_y \\ r_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\text{Re}(\rho_{+-} + \rho_{-+}) \\ 2\text{Im}(\rho_{+-} + \rho_{-+}) \\ \rho_{++} - \rho_{--} \end{pmatrix}$$

Décohérence par pertes : exemples



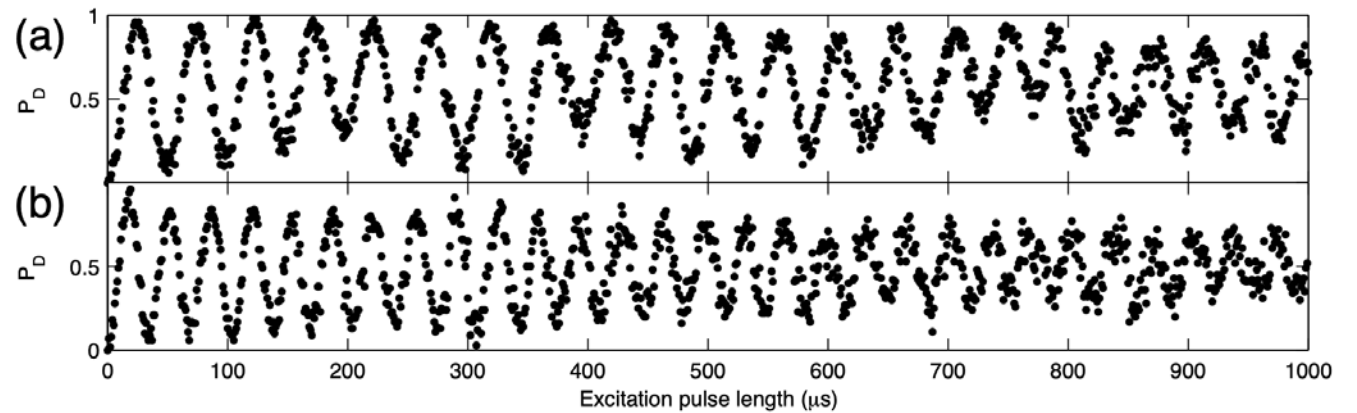
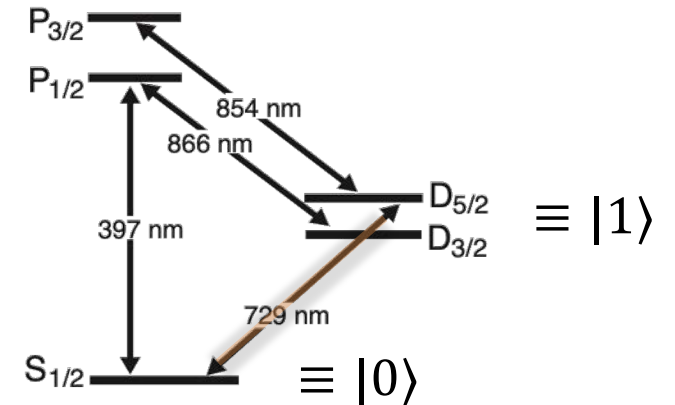
Phys. Rev. B **87**, 115311 (2013)

Choix des transitions pour encoder l'information



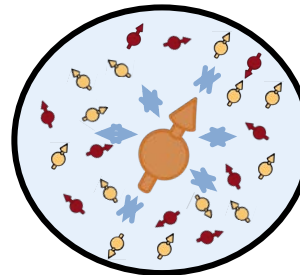
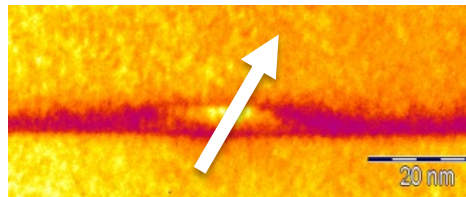
Applied Physics Reviews 6, 021314 (2019)

Atome de calcium Ca+

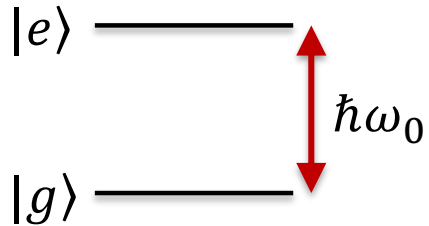


Phys. Rev. Lett. **83**, 4713 1999

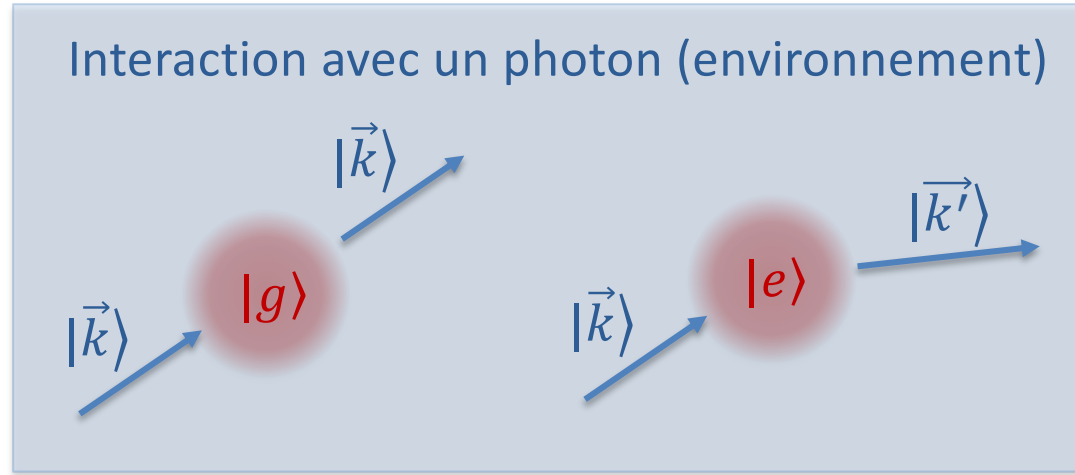
Décohérence par couplage à un environnement



Décohérence par intrication : **image simple**



$$|\Psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle + |e\rangle)$$



Intrication avec un environnement (à deux états)

$$|\Psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|g\rangle|k\rangle + |e\rangle|k'\rangle)$$

Perte de coherence, perte d'information

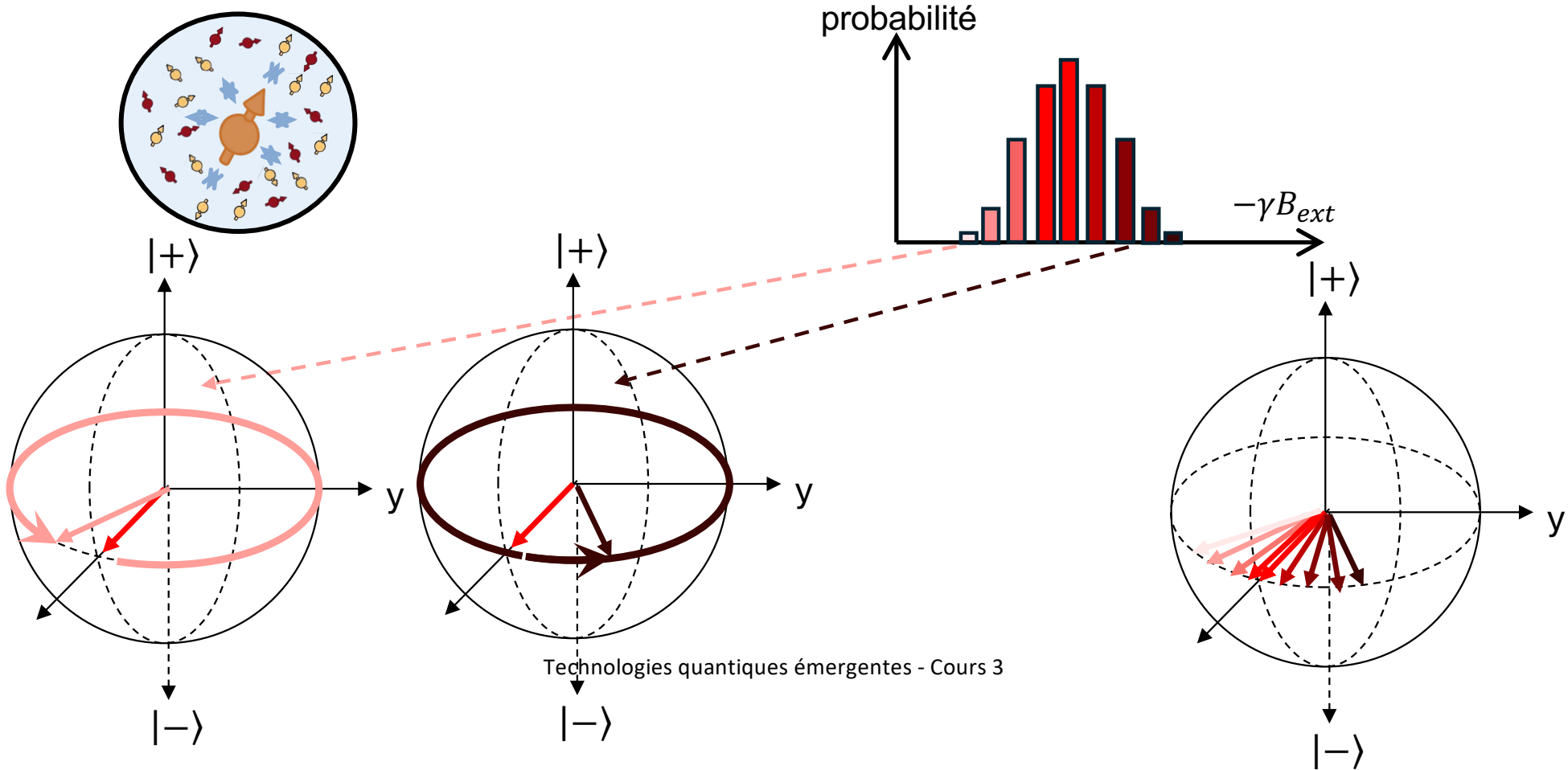
$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{+i\omega_0 t/2} |g\rangle|k\rangle + e^{-i\omega_0 t/2} |e\rangle|k'\rangle)$$

$$P_+(t) = \frac{1}{2} (1 + \text{Re}[r e^{i\omega_0 t}]) \quad \text{avec} \quad r = \langle k' | k \rangle$$

$r=1$ information préservée
 $r<1$ partie de l'information portée par
 l'environnement

Décohérence par intrication : environnement fluctuant

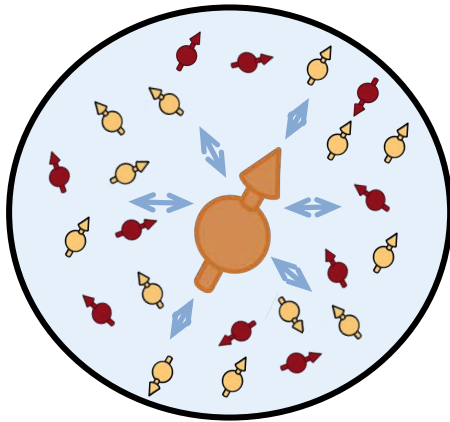
Spin $\frac{1}{2}$ dans un champ magnétique $B_0 + \delta B$ fluctuant



Technologies quantiques émergentes - Cours 3

Décohérence par intrication : environnement fluctuant

Spin ½ dans un champ magnétique $B_0 + \delta B$ fluctuant



qbit

$$\hat{H}_0 = \frac{\hbar\omega_0}{2} \sigma_z, \quad H_0 |1\rangle = +\frac{\hbar\omega_0}{2} |1\rangle \quad H_0 |0\rangle = -\frac{\hbar\omega_0}{2} |0\rangle$$

Description de l'environnement

Espace de Hilbert $\mathcal{E}_\mathcal{E}$, base propre $\{|\epsilon_n\rangle \epsilon_n\}$

Hamiltonien $\hat{H}_\mathcal{E} = \sum_{n=0}^N \epsilon_n |\epsilon_n\rangle \langle \epsilon_n|$.

Etat initial $|\mathcal{E}(t=0)\rangle = \sum_{n=0}^N c_n |\epsilon_n\rangle$.

Evolution temporelle : $|\mathcal{E}(t)\rangle = \sum_{n=0}^N c_n e^{-i\epsilon_n t/\hbar} |\epsilon_n\rangle$.

Un modèle de couplage entre le qbit et son environnement

$$\hat{H}_{int} = - \sum_{n=0}^N \frac{\delta_n}{2} (|0\rangle \langle 0| - |1\rangle \langle 1|) \otimes |\epsilon_n\rangle \langle \epsilon_n|$$

L'environnement modifie les énergies du qbit de $\pm\delta_n/2$ pour l'état $|\pm\rangle$

Décohérence par intrication : environnement fluctuant

Spin $\frac{1}{2}$ dans un champ magnétique $B_0 + \delta B$ fluctuant

Hamiltonien total et états propres

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{\mathcal{E}} + \hat{H}_{int}$$

Hamiltonien d'interaction est diagonal dans la base $\{|0\rangle, |1\rangle\} \otimes \{|\epsilon_n\rangle\}$:

$$\hat{H}|0\rangle \otimes |\epsilon_n\rangle = \left(\epsilon_n - \frac{\delta_n}{2} - \frac{\hbar\omega_0}{2}\right)|0\rangle \otimes |\epsilon_n\rangle \quad \text{et} \quad \hat{H}|1\rangle \otimes |\epsilon_n\rangle = \left(\epsilon_n + \frac{\delta_n}{2} + \frac{\hbar\omega_0}{2}\right)|1\rangle \otimes |\epsilon_n\rangle.$$

À $t = 0$ le système est dans l'état $|\Psi\rangle = |\psi\rangle \otimes |\mathcal{E}\rangle$.

On montre $|\Psi(t)\rangle = (|0\rangle \otimes |\mathcal{E}_0(t)\rangle + |1\rangle \otimes |\mathcal{E}_1(t)\rangle)/\sqrt{2}$ avec

$$|\mathcal{E}_0(t)\rangle = e^{i\frac{\omega_0 t}{2}} \sum_{n=0}^N c_n e^{-\frac{i}{\hbar}(\epsilon_n - \frac{\delta_n}{2})t} |\epsilon_n\rangle \quad \text{et} \quad |\mathcal{E}_1(t)\rangle = e^{-i\frac{\omega_0 t}{2}} \sum_{n=0}^N c_n e^{-\frac{i}{\hbar}(\epsilon_n + \frac{\delta_n}{2})t} |\epsilon_n\rangle$$

Décohérence par intrication : environnement fluctuant

Spin $\frac{1}{2}$ dans un champ magnétique $B_0 + \delta B$ fluctuant

Evolution temporelle

Etat initial du qubit $|\psi(t=0)\rangle = \frac{|+\rangle + |-\rangle}{\sqrt{2}}$
 \rightarrow système total : $|\psi(t=0)\rangle \otimes |\mathcal{E}(t=0)\rangle$

Probabilité $\mathcal{P}_{|\psi\rangle}(t)$ de mesurer le qubit dans un état $|\psi(t=0)\rangle$

$$\mathcal{P}_{|\psi\rangle}(t) = \frac{1 + \text{Re}[r(t)]}{2}.$$

avec $r(t) = \langle \mathcal{E}_0(t) | \mathcal{E}_1(t) \rangle$.

$N \gg 1$, décalages d'énergie δ_n distribués selon une Lorentzienne :

$$p(\delta) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma}{\delta^2 + \gamma^2}, \quad \int d\delta p(\delta) = 1.$$

$$\begin{aligned} r(t) &= e^{-i\omega_0 t} e^{-|t|/T_2^*}, & \frac{1}{T_2^*} &= \frac{\gamma}{\hbar} \\ \mathcal{P}_{|\psi\rangle}(t) &= \frac{1 + \cos(\omega_0 t) e^{-|t|/T_2^*}}{2} \end{aligned}$$

Décohérence par intrication : environnement fluctuant

Spin ½ dans un champ magnétique $B_0 + \delta B$ fluctuant

Equation de Bloch sans champ appliqué

Déphasage pur

! Modèle de perte !

$|+\rangle \longrightarrow |-\rangle$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{++}}{dt} = -\Gamma \tilde{\rho}_{++}$$

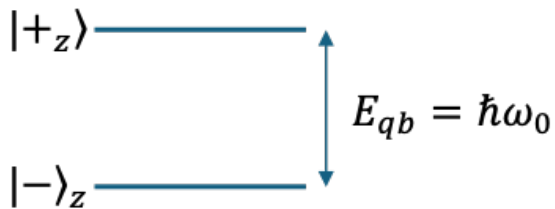
$$\frac{d\tilde{\rho}_{--}}{dt} = \Gamma \tilde{\rho}_{++}$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{+-}}{dt} = -i\Delta \tilde{\rho}_{+-} - \left(\frac{\Gamma}{2} + \Gamma_\phi\right) \tilde{\rho}_{+-}$$

$$\Gamma = \frac{1}{T_1}, \quad \Gamma_\phi = \frac{1}{T_2^*}, \quad \frac{1}{T_2} = \frac{\Gamma}{2} + \Gamma_\phi$$

Décohérence par intrication : environnement fluctuant

Spin ½ dans un champ magnétique $B_0 + \delta B$ fluctuant + pertes + champ appliqué



$$\hat{H} = -\hat{\vec{\mu}} \cdot \vec{B}$$

$$\vec{B}(t) = B_0 \vec{z} + B_1 \cos(\omega t) \vec{x} + B_1 \sin(\omega t) \vec{y}$$

$$\omega_0 = -\gamma B_0, \quad \Omega_1 = -\gamma B_1$$

$$\Delta = \omega_0 - \omega$$

Equations de Bloch avec champ appliqué

$$\frac{d\tilde{\rho}_{++}}{dt} = -\Gamma \tilde{\rho}_{++} + i\frac{\Omega_1}{2}(\tilde{\rho}_{-+} - \tilde{\rho}_{+-}),$$

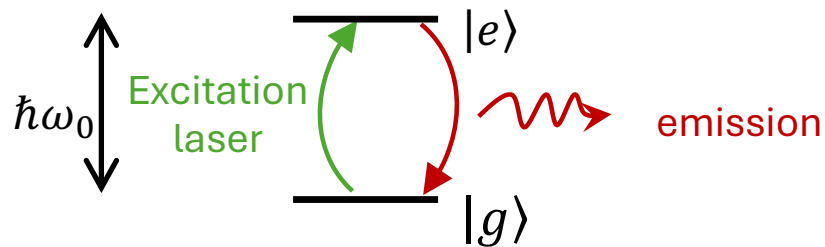
$$\frac{d\tilde{\rho}_{--}}{dt} = \Gamma \tilde{\rho}_{++} - i\frac{\Omega_1}{2}(\tilde{\rho}_{-+} - \tilde{\rho}_{+-}),$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{+-}}{dt} = -i\Delta \tilde{\rho}_{+-} - \left(\frac{\Gamma}{2} + \Gamma_\phi\right) \tilde{\rho}_{+-} + i\frac{\Omega_1}{2}(\tilde{\rho}_{--} - \tilde{\rho}_{++})$$

$$\Gamma = \frac{1}{T_1}, \quad \Gamma_\phi = \frac{1}{T_2^*}, \quad \frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_2^*}$$

Décohérence par intrication : environnement fluctuant

Atome à deux niveaux dans un champ électrique δE fluctuant + pertes + champ appliqué



$$\hat{H} = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}$$

$$\vec{E}(t) = E_1 \cos(\omega t)$$

$$\omega_0 = -E_e - E_g, \quad \omega_1 = dE_1/\hbar$$

$$\Delta = \omega_0 - \omega$$

Equations de Bloch optiques

$$\frac{d\tilde{\rho}_{ee}}{dt} = -\Gamma \tilde{\rho}_{ee} + i\frac{\omega_1}{2}(\tilde{\rho}_{ge} - \tilde{\rho}_{eg}),$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{gg}}{dt} = \Gamma \tilde{\rho}_{ee} + -i\frac{\omega_1}{2}(\tilde{\rho}_{ge} - \tilde{\rho}_{eg}),$$

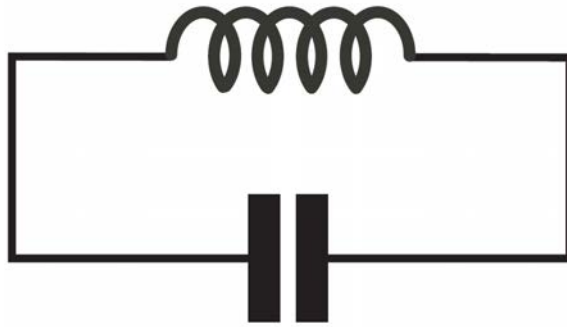
$$\frac{d\tilde{\rho}_{eg}}{dt} = -i\Delta \tilde{\rho}_{eg} - \left(\frac{\Gamma}{2} + \Gamma_\phi\right) \tilde{\rho}_{eg} + i\frac{\omega_1}{2}(\tilde{\rho}_{gg} - \tilde{\rho}_{ee})$$

$$\Gamma = \frac{1}{T_1}, \quad \Gamma_\phi = \frac{1}{T_2^*}, \quad \frac{1}{T_2} = \frac{1}{2T_1} + \frac{1}{T_2^*}$$

Réduire la décohérence

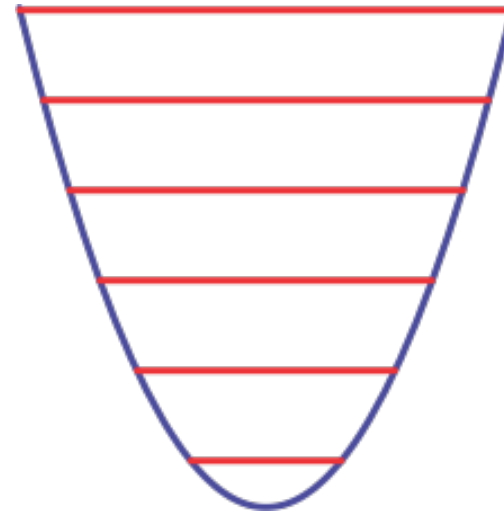
Décohérence : qubits supra-conducteurs

circuit LC



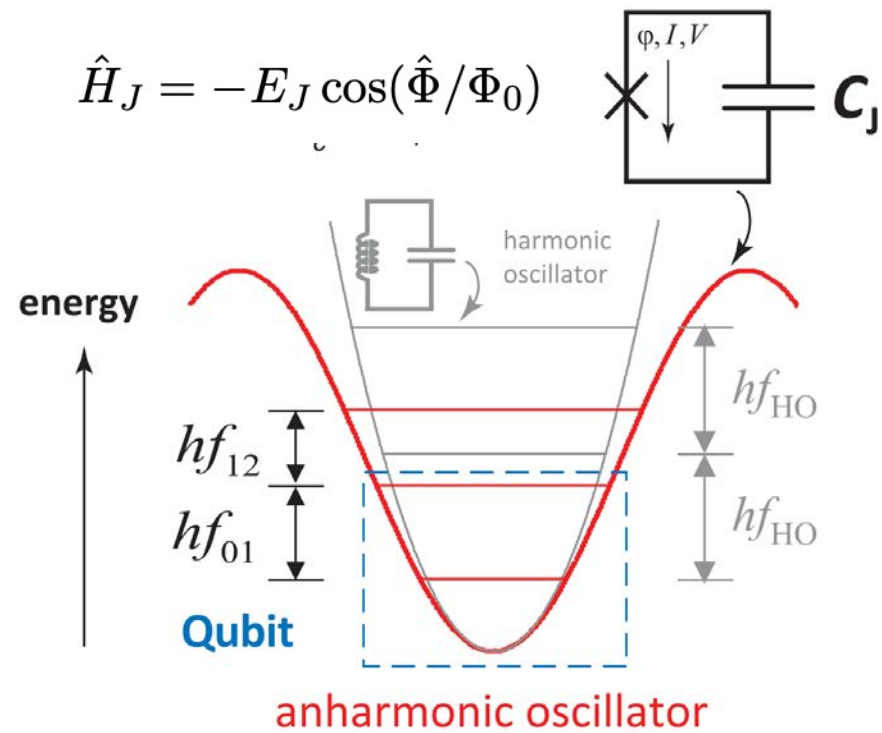
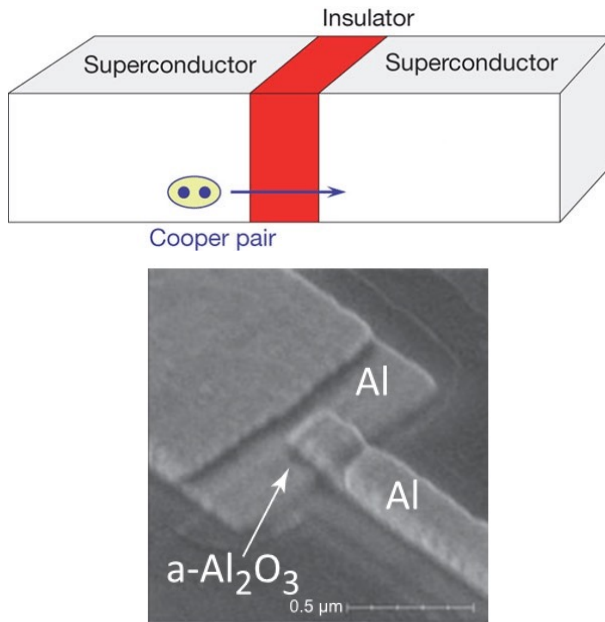
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sim \text{GHz}$$

Oscillateur harmonique

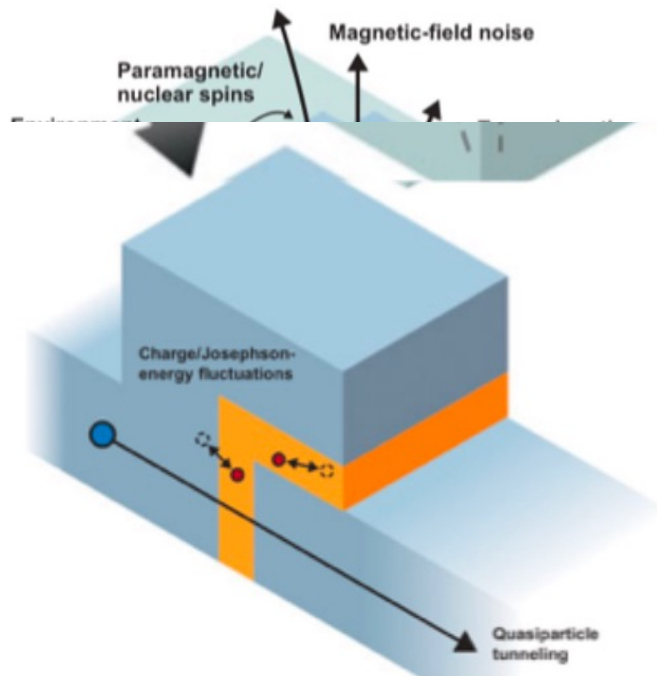


$$T = 50 \text{ mK} < \hbar\omega_0/k_B \approx 250 \text{ mK}$$

Décohérence : qubits supra-conducteurs



Décohérence : qubits supra-conducteurs



- ▶ Pertes par émission de photons ou de phonons
- ▶ Bruit des spins nucléaires environnant
- ▶ Flux de champ magnétique localisés
- ▶ Fluctuations de charges
- ▶ Pièges (états quantiques localisés) dans la jonction

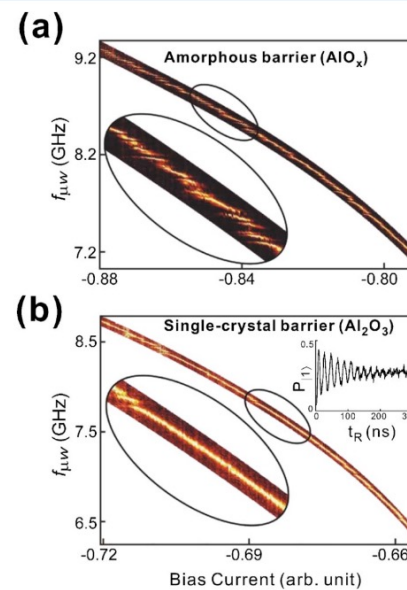
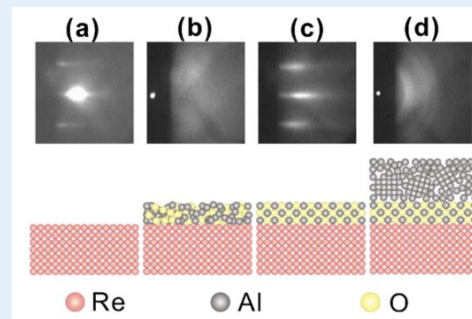
William D. Oliver et Paul B. Weland, "Materials in superconducting quantum bits," MRS Bulletin, vol. 38, no. 10, pp. 816–825 (octobre 2013)

Qbit supraconducteurs : influence des matériaux sur la cohérence

William D. Oliver et Paul B. Welander, "Materials in superconducting quantum bits," MRS Bulletin, vol. 38, no. 10, pp. 816–825 (octobre 2013)

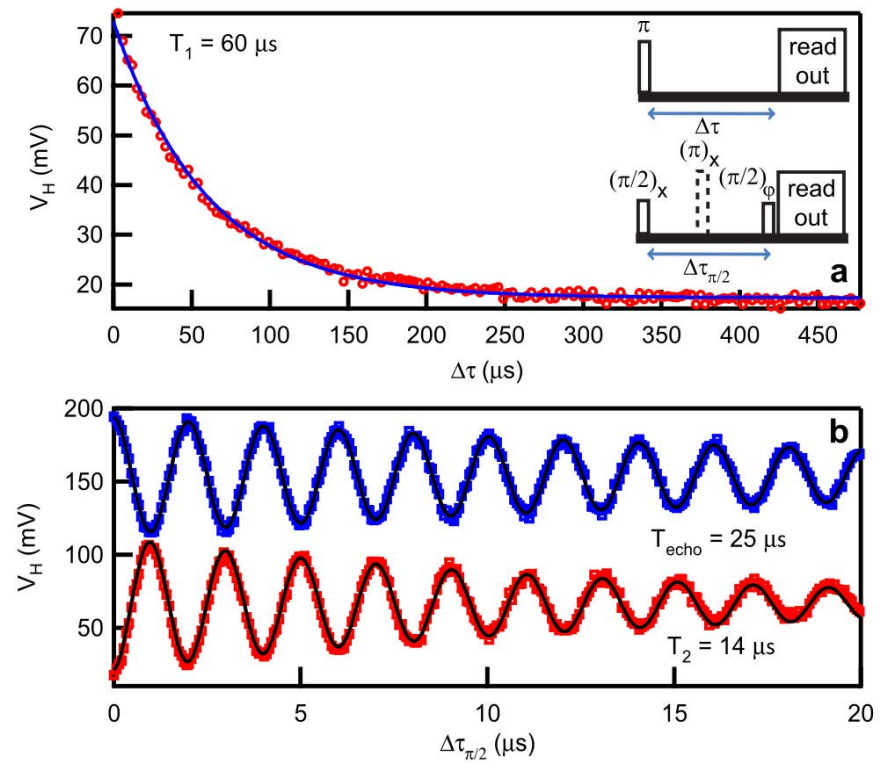
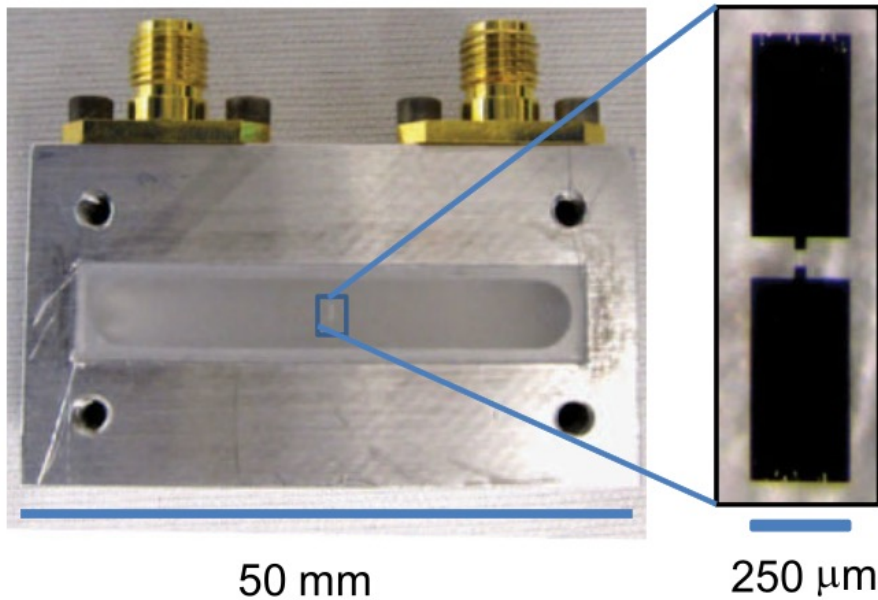
Matériau de la jonction

Physical Review B 74, 100502 R 2006



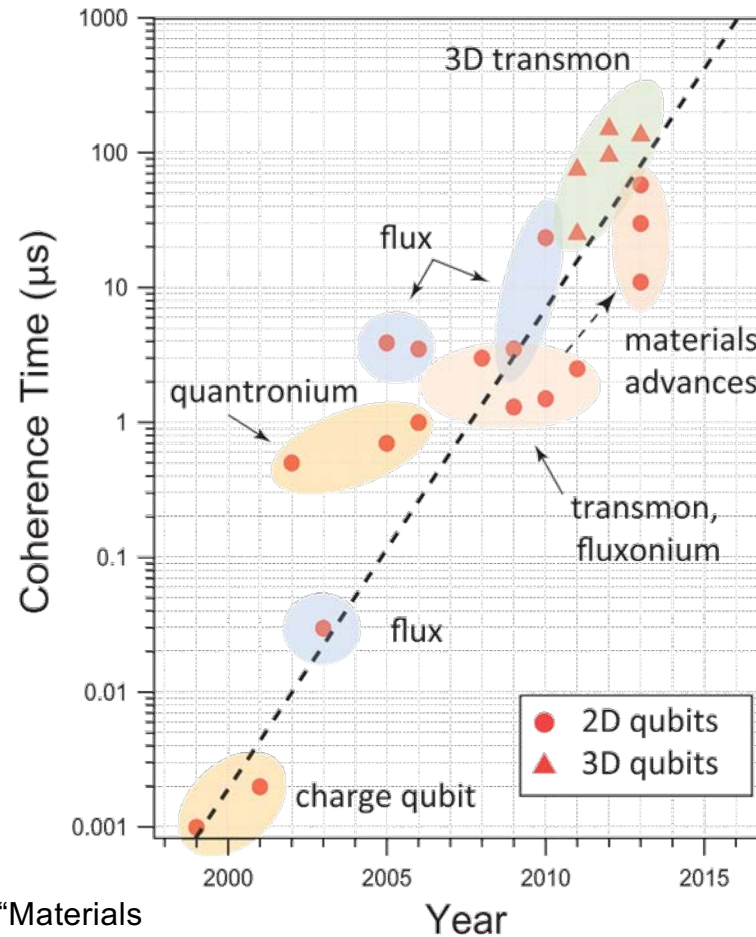
Réduction de nombre d'états quatique dans la barrière de la jonction, en utilisant un oxyde cristallin.

Qbit supraconducteurs : Réduction des pertes micro-ondes



Phys. Rev. Lett. 107, 240501 (2011)

Qbit supraconducteurs : **coherence** au fil des années

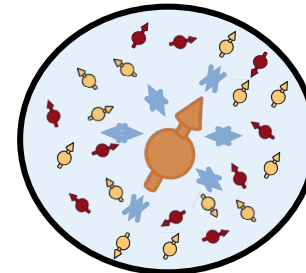
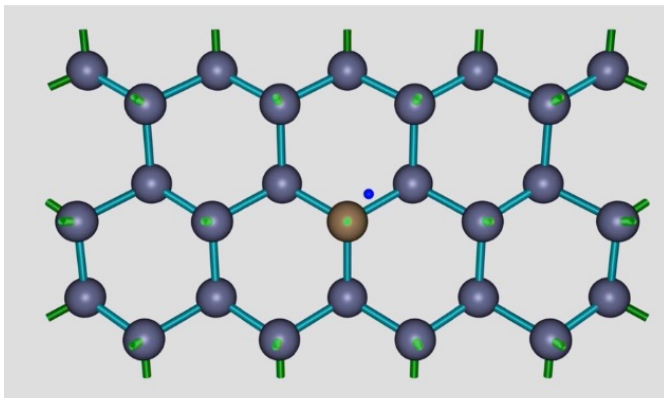


William D. Oliver et Paul B. Weland, "Materials in superconducting quantum bits," MRS Bulletin, vol. 38, no. 10, pp. 816–825 (octobre 2013)

Technologies quantiques émergentes - Cours 3

Qubits de spin dans le silicium : purification des isotopes

Isotope	Abondance naturelle	Spin nucléaire
^{28}Si	$\approx 92.2 \%$	$I = 0$
^{29}Si	$\approx 4.7 \%$	$I = 1/2$
^{30}Si	$\approx 3.1 \%$	$I = 0$



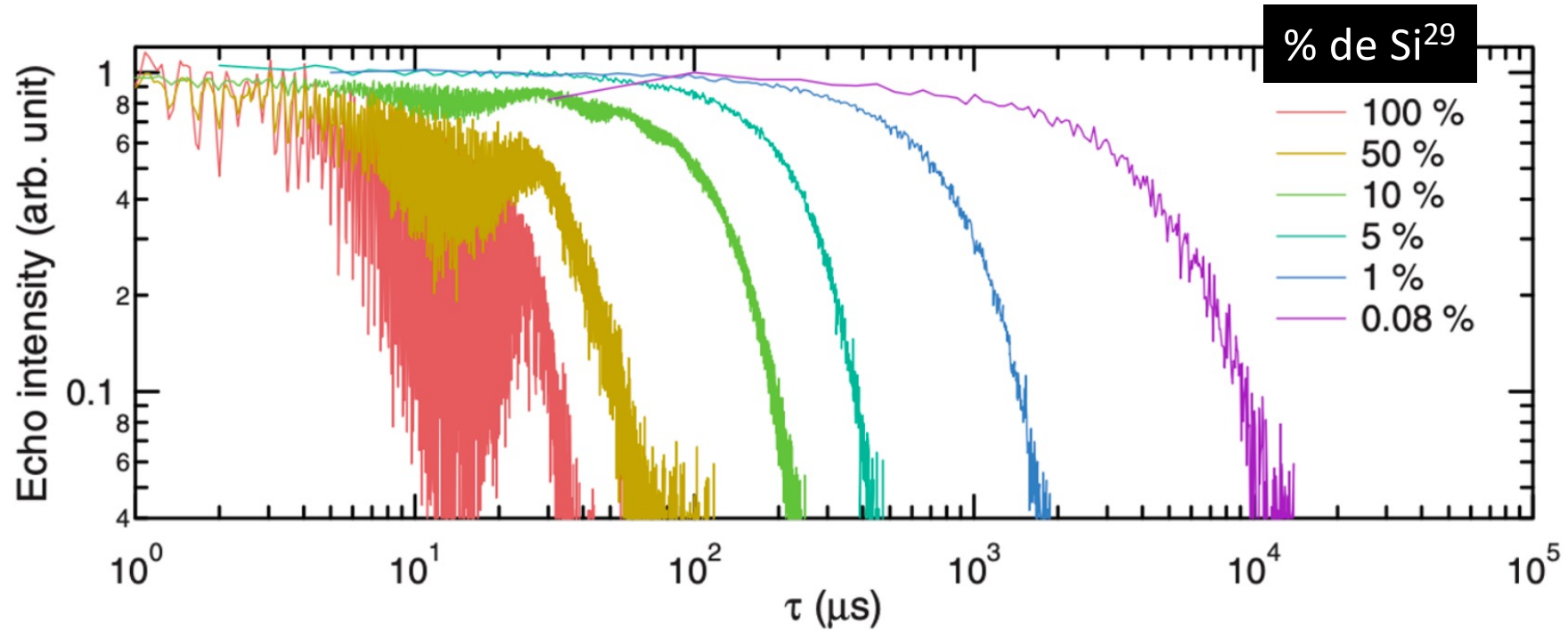
Purification Silicium “Avogadro project”

$N = 6,022\,140\,76 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$



Phys. Status Solidi A 207, No. 1, 49–66 (2010)

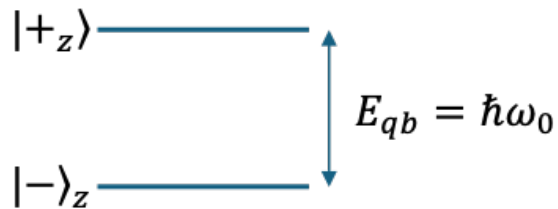
Qubits de spin dans le silicium : purification des isotopes



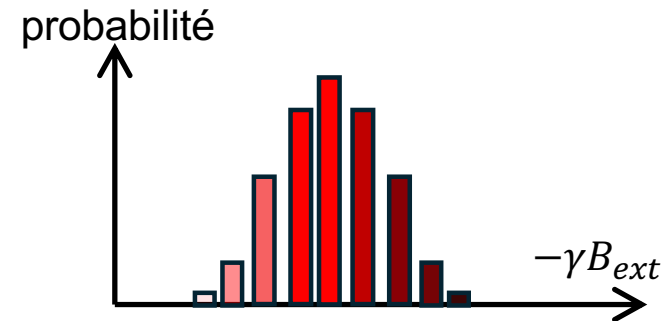
Physical Review B 82, 121201 (2010)

Décohérence par intrication : environnement fluctuant

Spin ½ dans un champ magnétique $B_0 + \delta B$ fluctuant



$$\vec{B}(t) = B_0 \vec{z} + B_1 \cos(\omega t) \vec{x} + B_1 \sin(\omega t) \vec{y}$$

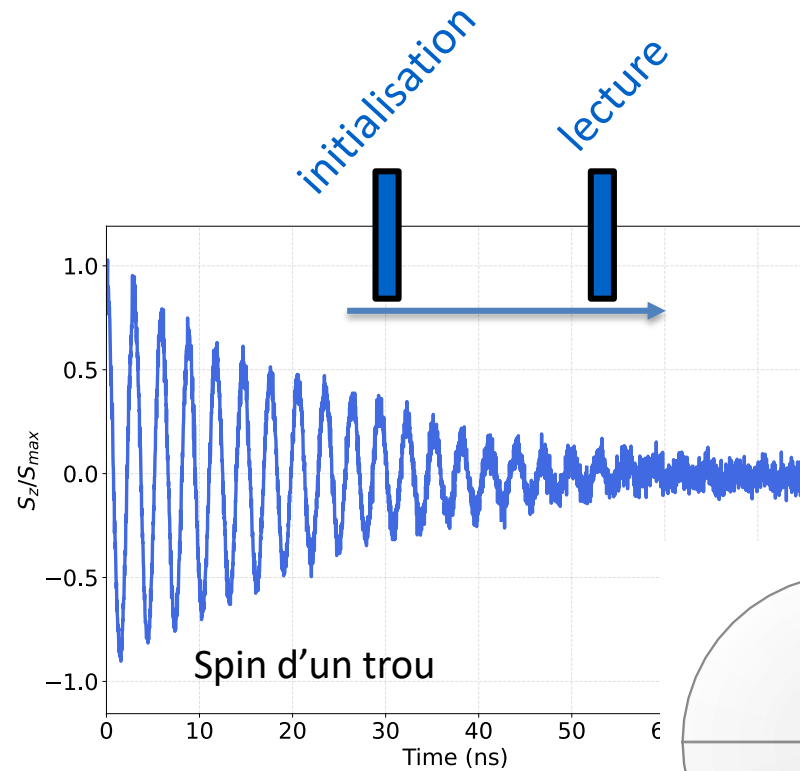
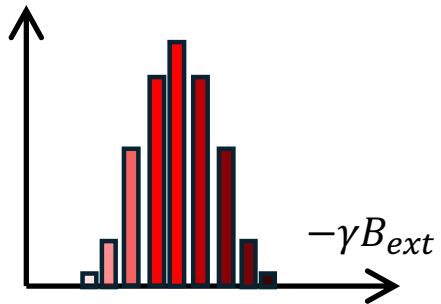
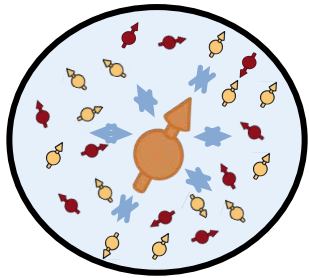
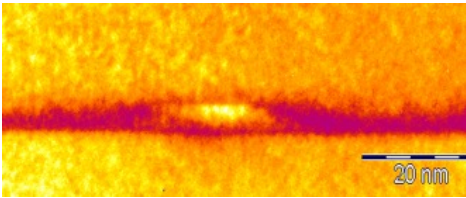


τ : Temps caractéristique des fluctuations

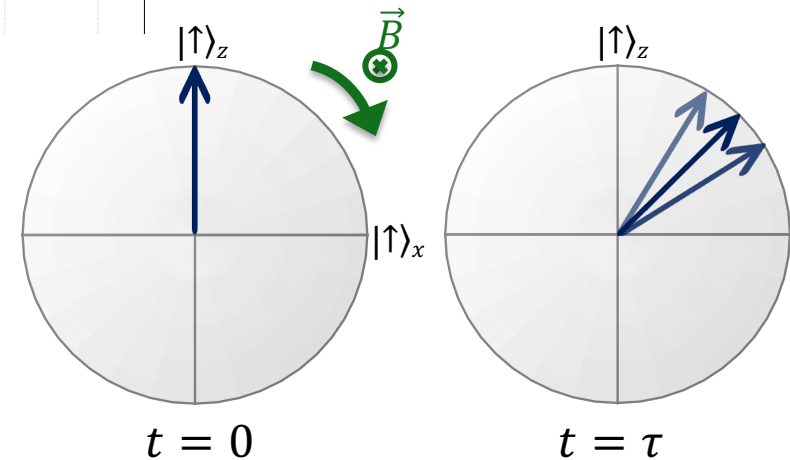
- ▶ $\tau \ll T_1$, \rightarrow déphasage pur T_2^* .
- ▶ $\tau \gg T_1$, \rightarrow bruit inhomogène T_2^{inh}

Techniques de mitigations différentes

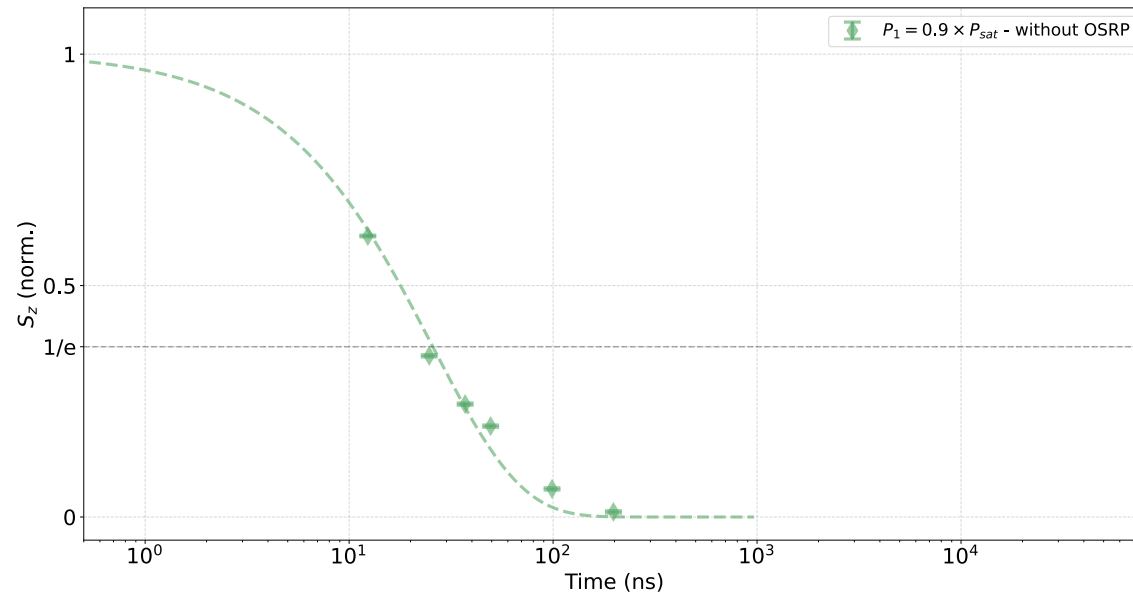
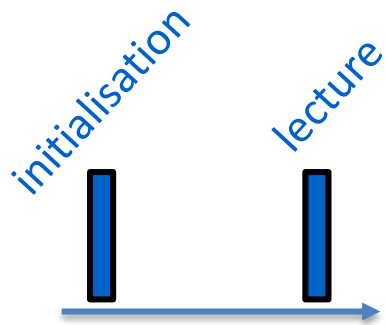
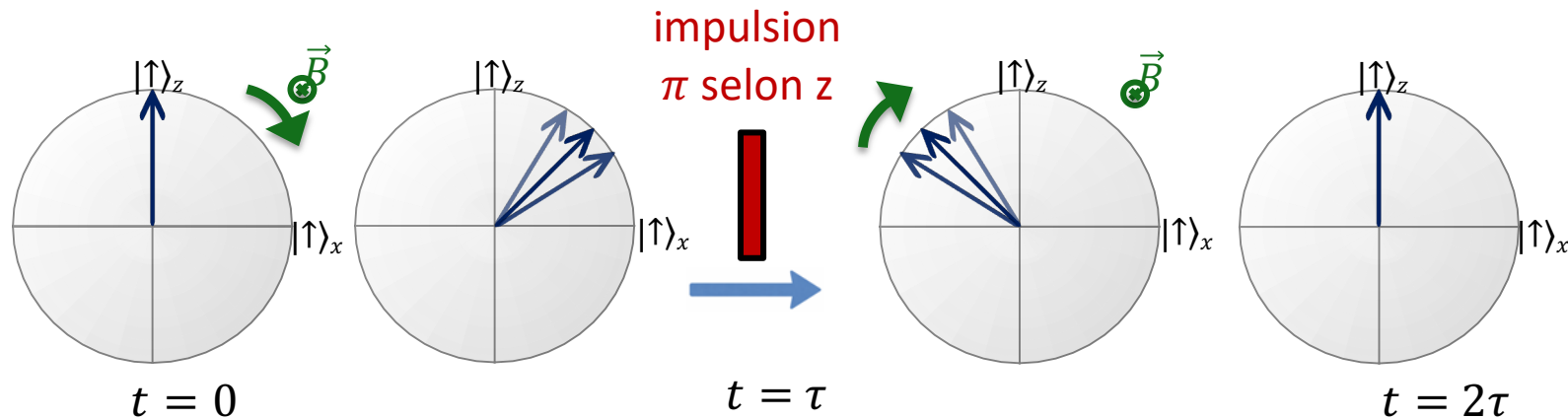
Réduire l'impact des fluctuations lentes : **écho de spin**



These H. Huet 2026

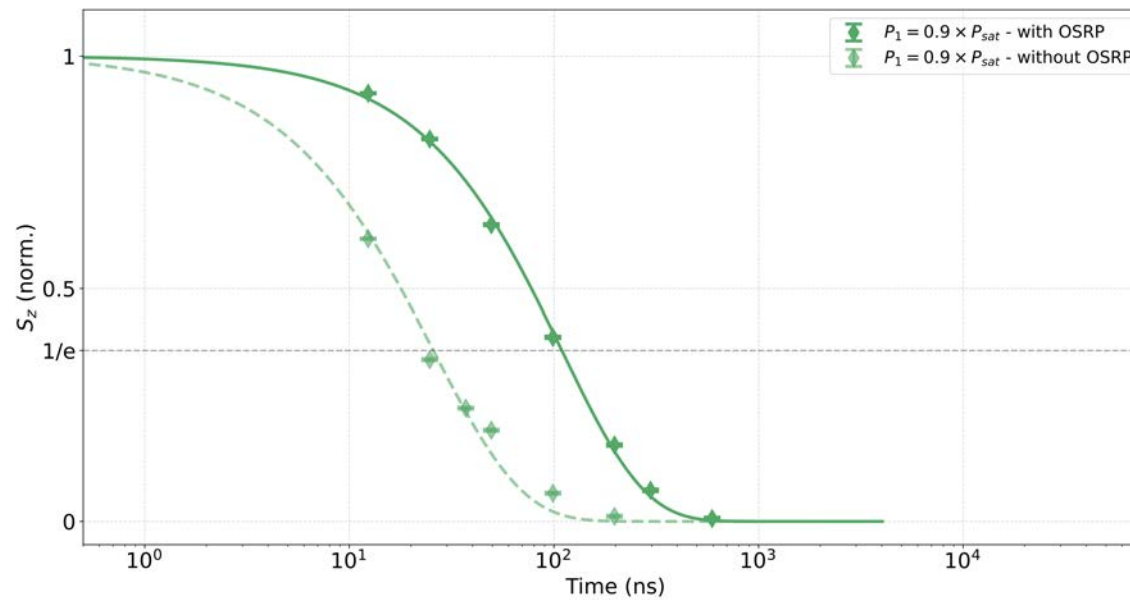
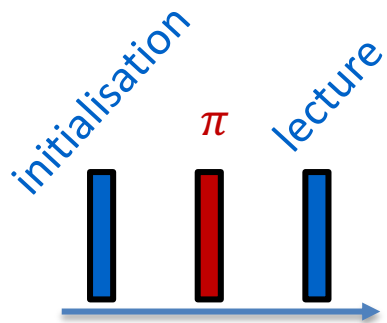
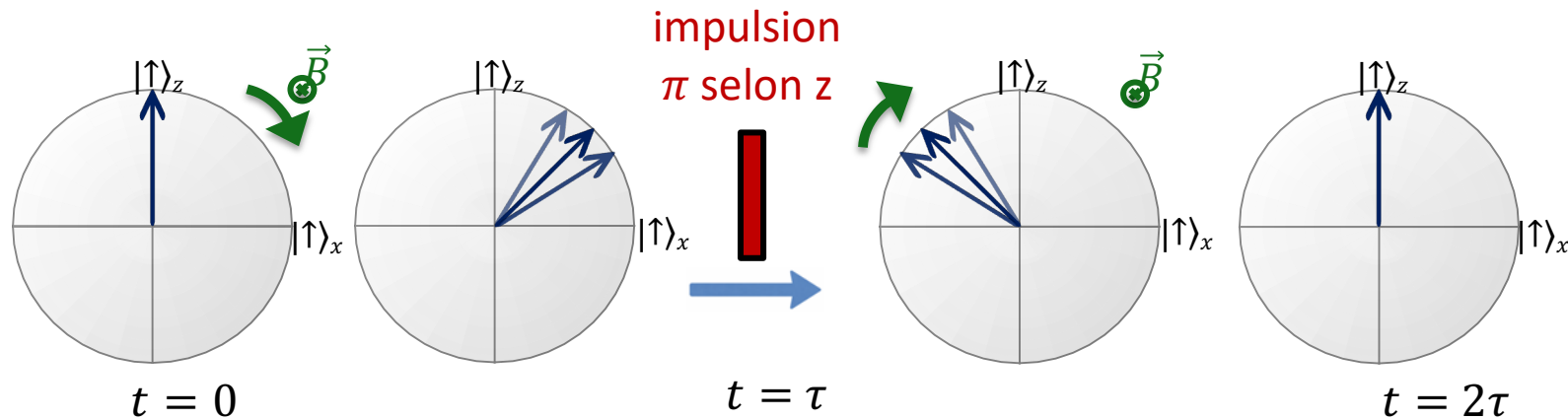


Réduire l'impact des fluctuations lentes : **écho de spin**



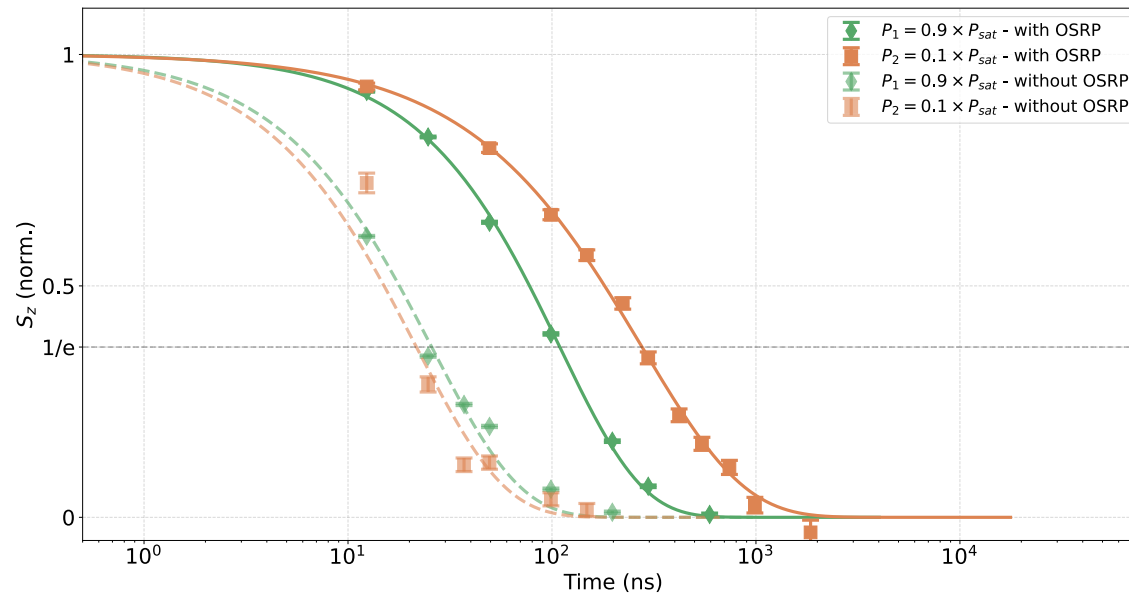
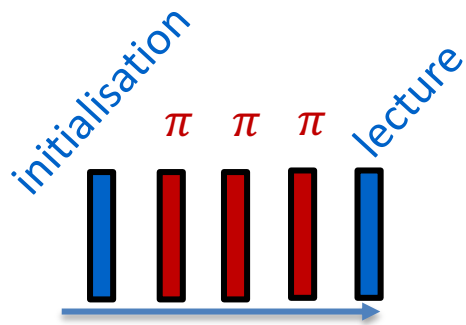
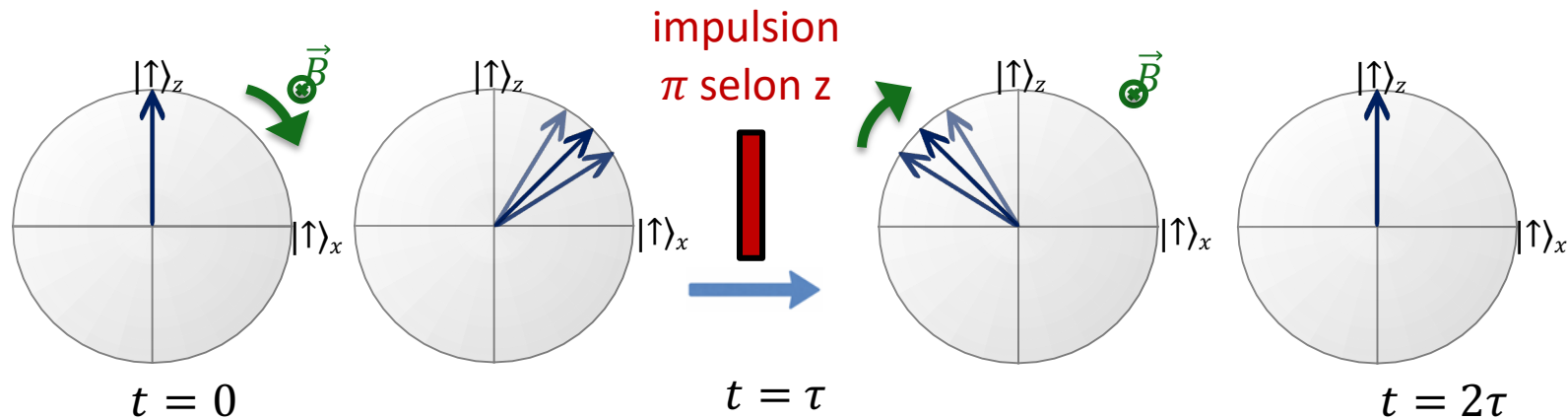
These H. Huet 2026

Réduire l'impact des fluctuations lentes : **écho de spin**



These H. Huet 2026

Réduire l'impact des fluctuations lentes : **écho de spin**



These H. Huet 2026

Critères de Di Vincenzo

DiVincenzo, David P. (2000-04-13). "The Physical Implementation of Quantum Computation". Fortschritte der Physik. 48 (9–11): 771–783.

Ingrédient d'un processeur quantique : Critères de Di Vincenzo

DiVincenzo, David P. (2000-04-13). "The Physical Implementation of Quantum Computation". Fortschritte der Physik. 48 (9–11): 771–783.

5 critères pour le calcul

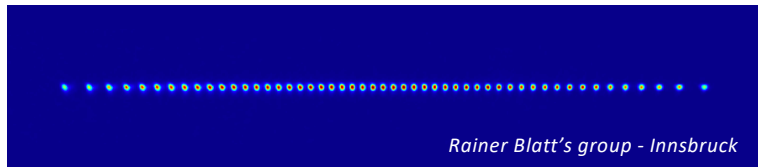
- ▶ Un système physique évolutif avec des qubits bien caractérisés
- ▶ Une capacité de mesure spécifique aux qubits
- ▶ La capacité d'initialiser l'état des qubits
- ▶ De longs temps de décohérence
- ▶ Un ensemble « universel » de portes quantiques

2 critères pour les interconnexions

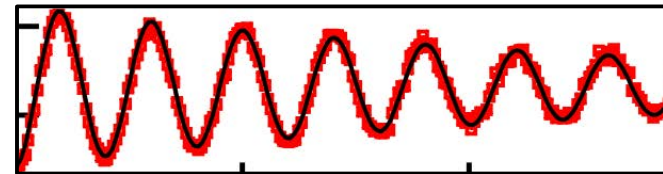
- ▶ La capacité d'interconvertir des qubits stationnaires et volants
- ▶ La capacité de transmettre fidèlement des qubits volants entre des emplacements spécifiés

Figures de mérite d'un processeur quantique

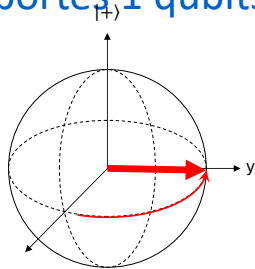
Nombres de qubits



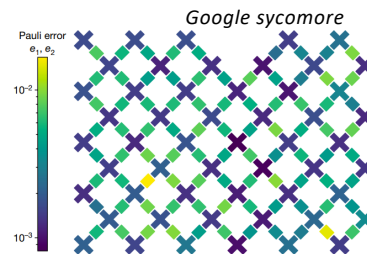
Temps de cohérence / temps de manipulation



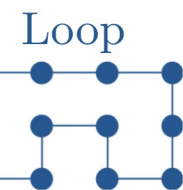
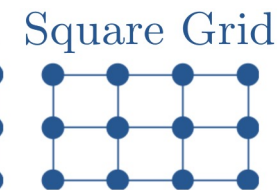
Erreurs portes 1 qubits



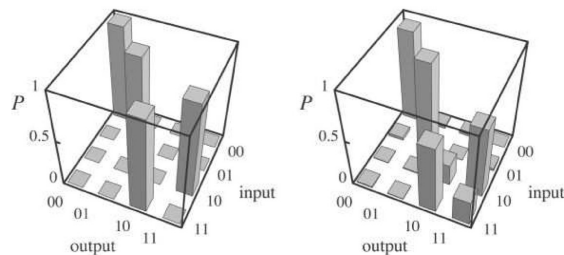
Parallélisme



Connectivité



Erreurs portes à plusieurs qubits



Nature 426, 264 (2003)

Fréquence d'horloge du processeur

