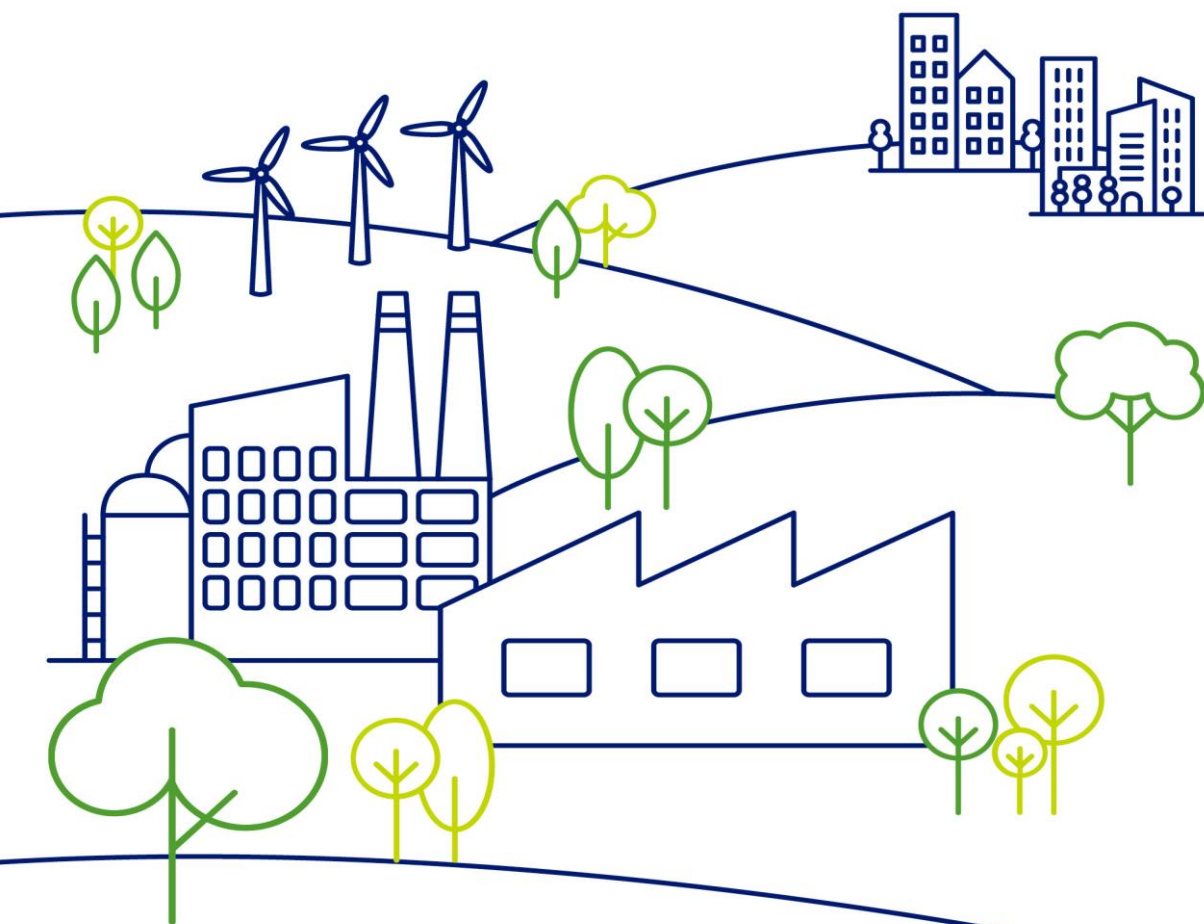




Maîtriser la complexité par la sobriété des simulations numériques de la production d'énergie

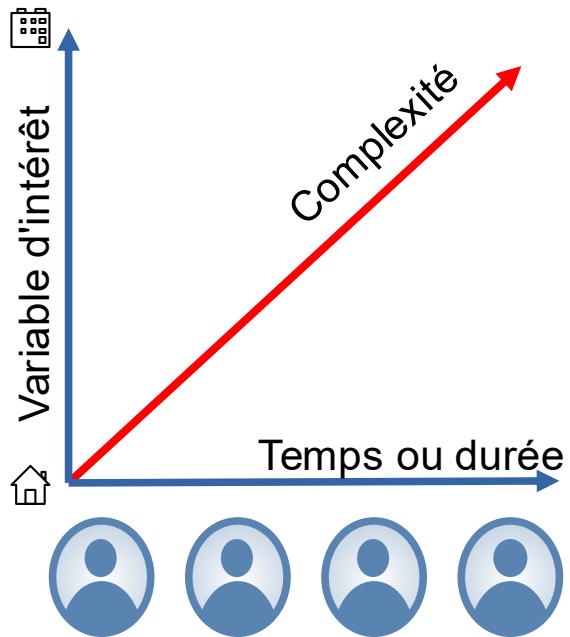
Mickaël ABBAS, Jean-Philippe ARGAUD
Ingénieurs Chercheurs Experts à EDF R&D

Mars 2026

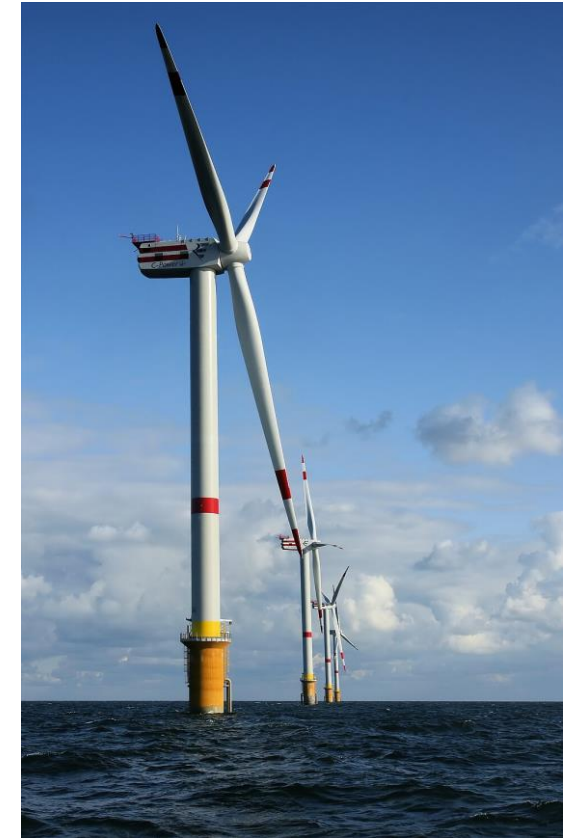
Collège de France
Séminaire Maths-4-Innov-Action



COMPLEXITÉ DES SYSTÈMES ÉNERGÉTIQUES



Source : [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Barrage_d%27%C3%89guzon_\(36\)__-_Vue_a%C3%A9rienne.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Barrage_d%27%C3%89guzon_(36)__-_Vue_a%C3%A9rienne.jpg)



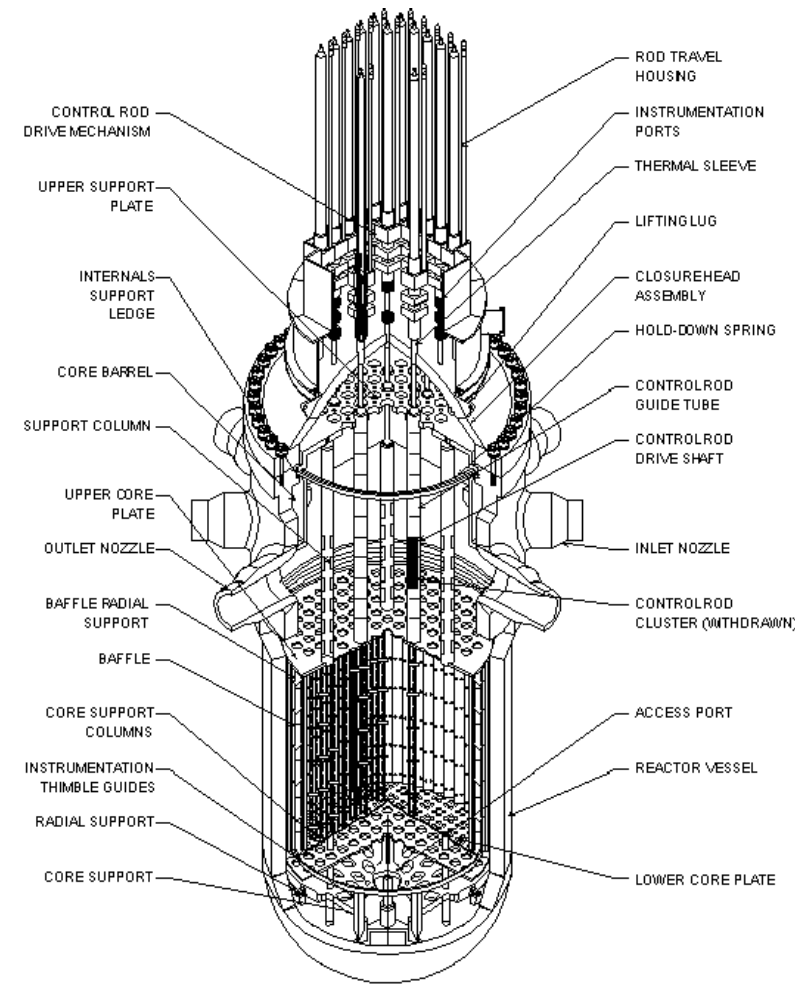
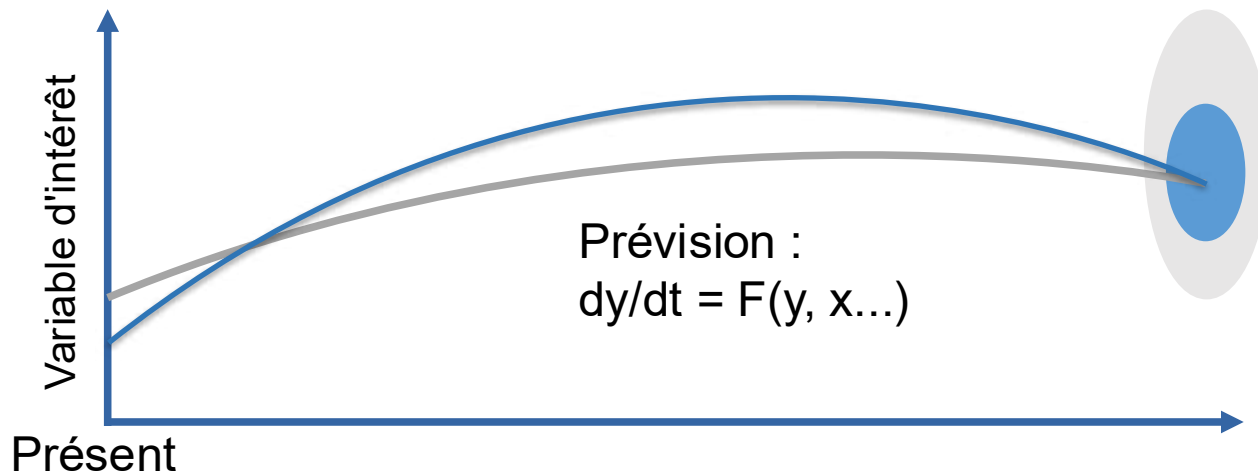
Source : [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Windmills_D1-D4_\(Thornton_Bank\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Windmills_D1-D4_(Thornton_Bank).jpg)

- Questions : comment surveiller une production fiable d'électricité par ces systèmes énergétiques complexes, et comment s'assurer de leur **durée de vie** prévue ?

=> Prévoir leur comportement par la simulation numérique

DES CONTRAINTES INDUSTRIELLES – POURQUOI RÉDUIRE ?

- Impératifs d'analyse :
 - **Représentations** physique, géométrique et numérique d'objets très **complexes**, en fonctionnement
 - Simuler les éléments de décision dans une durée compatible avec la **durée** des études
 - Disposer de la **précision** adaptée à la prise de décision
- Pourquoi réduire ? **Pour simuler plus vite, pour simuler mieux**



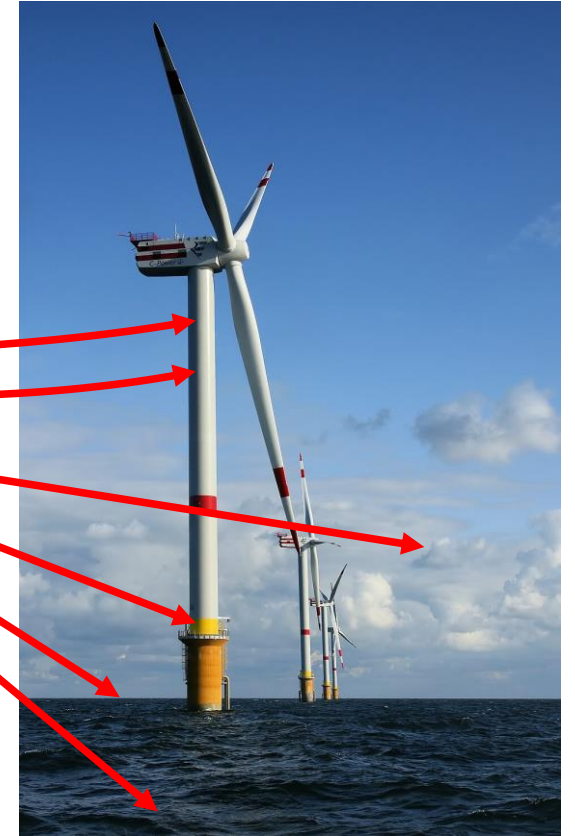
Source : <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Reactorvessel.gif>

DES BESOINS ACTUELS EN RÉDUCTION DE COMPLEXITÉ

- Réduire la partie « **offline** »
- Contrôle des **bruits et erreurs**
- Caractéristiques **non paramétriques** de la simulation
- **Émergence** de complexités à partir de simulations couplées

==> Défis industriels de mise en œuvre :

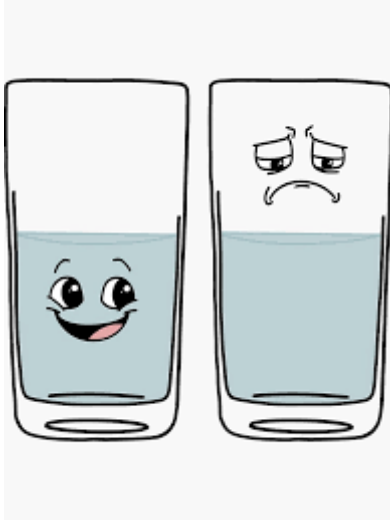
- Mathématiques
- Expérimentaux
- Opérationnels



Source : [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Windmills_D1-D4_\(Thornton_Bank\).jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Windmills_D1-D4_(Thornton_Bank).jpg)

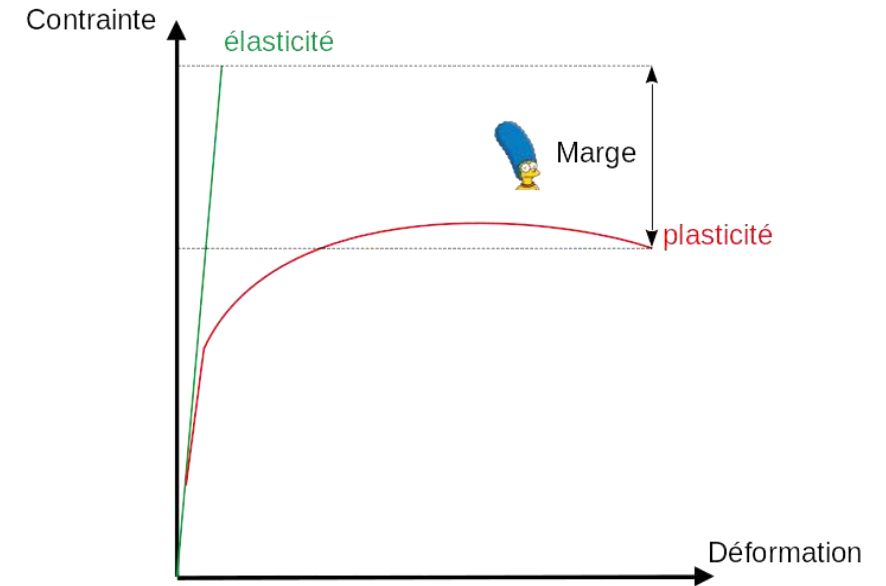
DES EXEMPLES DE RÉDUCTION EN MÉCANIQUE

RÉDUCTION DE COMPLEXITÉ EN MÉCANIQUE

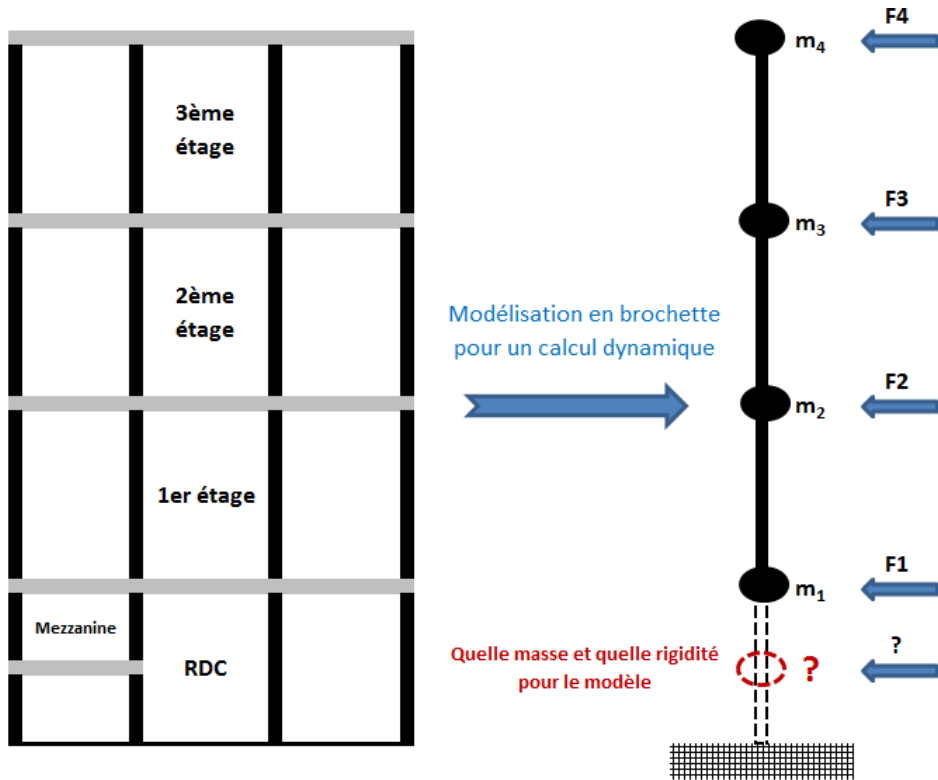


- La notion de **conservatisme** :
 - On peut être faux, mais "dans le bon sens"
 - On garde la possibilité de progresser en étant moins faux
 - Réduire la complexité est une nécessité pratique

Gagner sur la marge implique (en général) un modèle plus complexe (et donc plus coûteux avec plus de paramètres)



RÉDUCTION DE COMPLEXITÉ EN MÉCANIQUE



La **réduction modale dynamique** est la méthode de réduction de complexité de référence en dynamique transitoire :

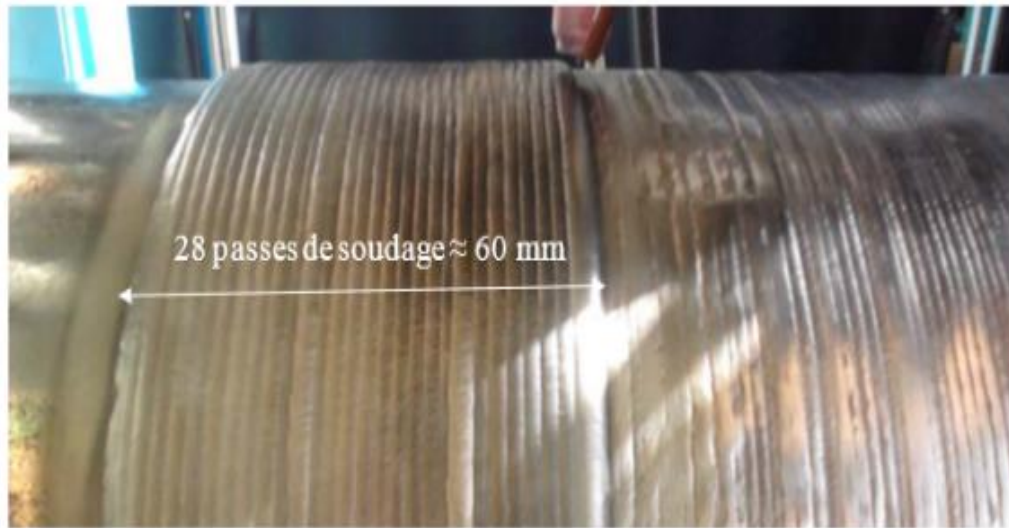
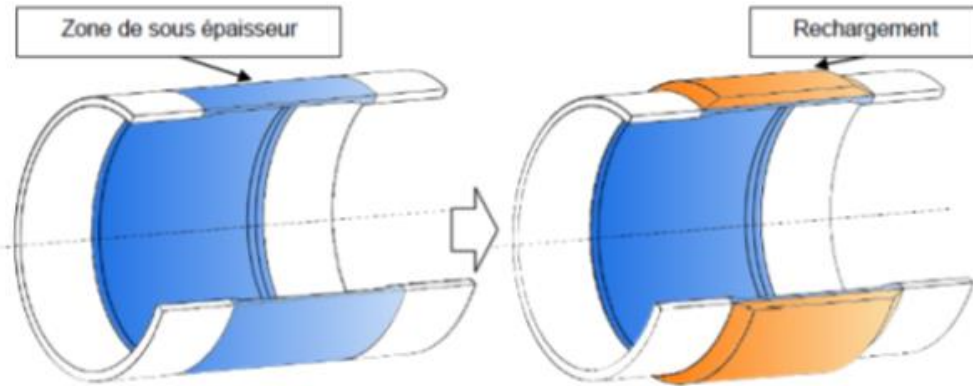
- Extraction des modes et des valeurs par un problème aux valeurs propres
- Sélection des modes "représentatifs" de la structure (énergie et direction)
- Projection des opérateurs discrets (EF) sur la base obtenue

Il est courant de passer de modèles à **plusieurs centaines de milliers de degrés** de liberté éléments finis vers des modèles à **quelque dizaines** de modes propres.

Réduction de complexité: le modèle "brochette"

Avec les modèles de mécanique de structure (poutre, plaque, coque), la **dynamique modale** est une **méthodologie de réduction de complexité de référence** au niveau industriel

RÉDUCTION DE COMPLEXITÉ EN MÉCANIQUE (THESE T. DINH TRONG)



Réparation par méthode "overlay"

Réduction de modèle pour la **réparation** et le **soudage** :

- Thermique non-linéaire (torche de soudage)
- Mécanique non-linéaire (plasticité)
- Dépendance des paramètres matériaux à la température (plage 20°C-1400°C)

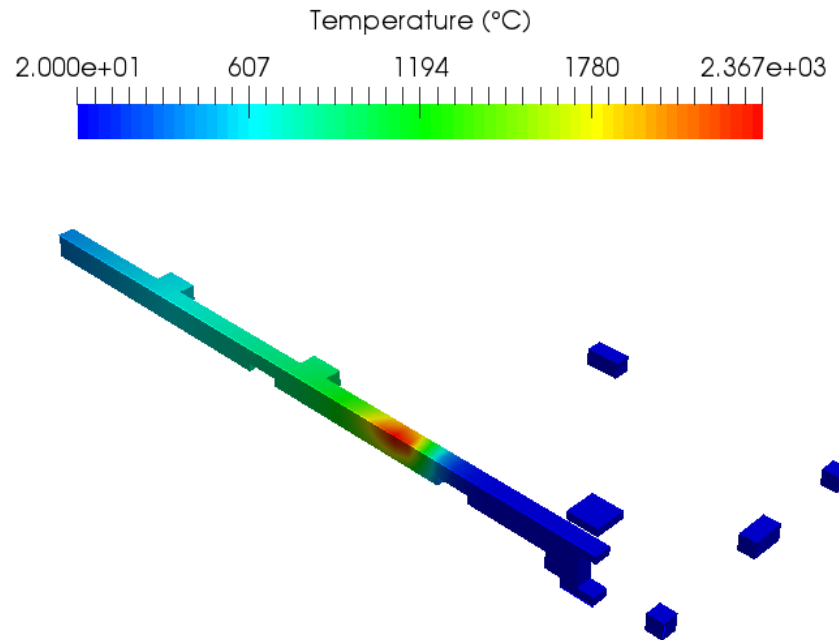
Objectifs :

- Accélérer les calculs (similitude des résultats d'un cordon à l'autre)
- Accéder au calcul paramétrique
- Apprendre la ROM et l'implémenter dans notre code de calcul industriel EDF (code_aster)

Méthodologie retenue :

- **Décomposition SVD** sur une matrice des snapshots en thermique et en mécanique (bases différentes)
- Méthode **EIM** de sélection des éléments finis les plus représentatifs

RÉDUCTION DE COMPLEXITÉ EN MÉCANIQUE



Sélection des mailles par méthode EIM

Principaux résultats :

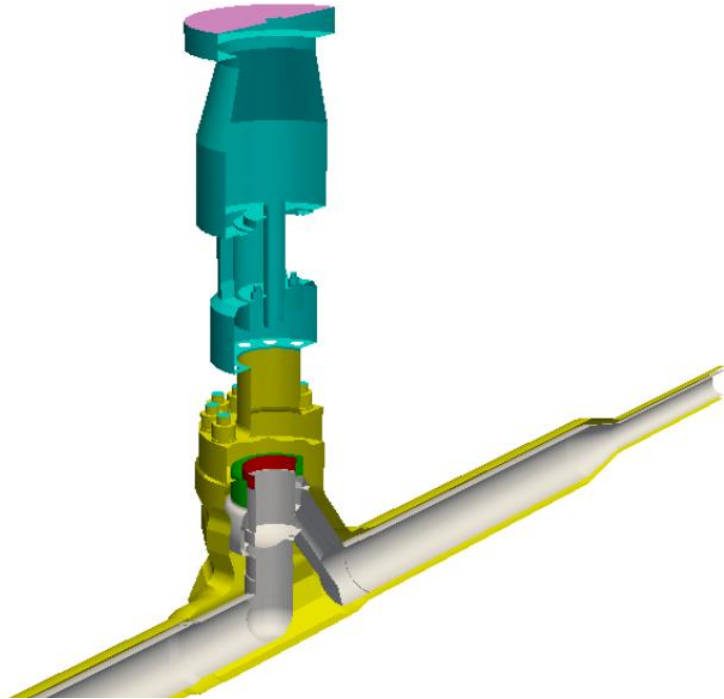
- Accélération des calculs assez modeste
- Domaine de variation des paramètres plutôt restreint
- Développement des outils dans le code de calcul
- Utilisations possibles sur d'autres applications en mécanique non-linéaire sans modification

Commandes développées dans un code **industriel** et adaptées pour la ROM :

- DEFI_BASE_REDUITE
- DEFI_DOMAINE_REDUIT
- ...

CODE aster
● — ● ● ● — ●

RÉDUCTION DE COMPLEXITÉ EN MÉCANIQUE (THESE A. BENACEUR)



Clapet sur tuyauterie de centrale nucléaire

Réduction de modèle pour la **thermique** :

- Thermique non-linéaire
- Dépendance des paramètres à la température
- Variabilité des coefficients d'échange et de la température (fluide chaud issu d'un calcul CFD)

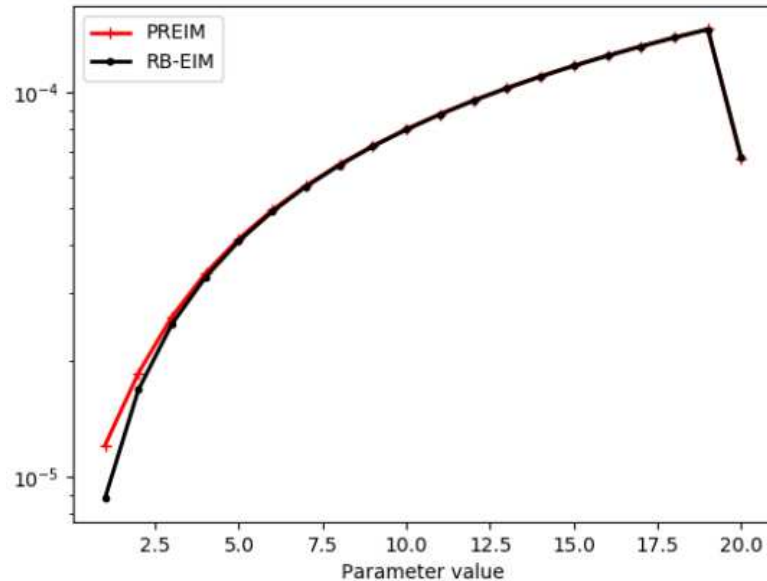
Objectifs :

- Accéder au calcul massivement paramétrique
- Diminuer le coût off-line
- Séparer les outils de ROM des outils de calcul (approche non-intrusive)

Méthodologie retenue:

- **Progressive RB-EIM** Method (PREIM), extension de la méthode SER au cas transitoire
- On combine EIM et RB plutôt que d'avoir deux phases séparées pour diminuer le cout offline

RÉDUCTION DE COMPLEXITÉ EN MÉCANIQUE



Comparaison qualité réduction PREIM/RB-EIM

Principaux résultats:

- Méthode efficace mais il faut diminuer le paramètre SVD de la partie RB pour retrouver une bonne approximation
- Premiers travaux sur la ROM appliquée au cas du contact (problème important en mécanique et très difficile)
- Pas de restitution des travaux dans le code industriel, l'approche **non-intrusive** n'a pas fonctionné (=> projet MORDICUS)

$\epsilon_{\text{EIM}} = 5.10^{-2}$	RB-EIM	PREIM
HF computations	99.6%	20.0%
Greedy runtime	0.4%	2.4%
Total runtime	100%	22.4%

RÉDUCTION DE COMPLEXITÉ EN MÉCANIQUE (THESE E. AGOUZAL)



Enceinte de confinement en béton armé

Réduction de modèle pour le **génie civil** et le recalage:

- Matériau complexe et inhomogène, modèle thermo-hydro-mécanique couplé
- Mélanges de modèles (câbles, armatures, liner)
- Longue durée de vie, données imparfaitement connues
- Conditions limites non-triviales (pas homogènes)

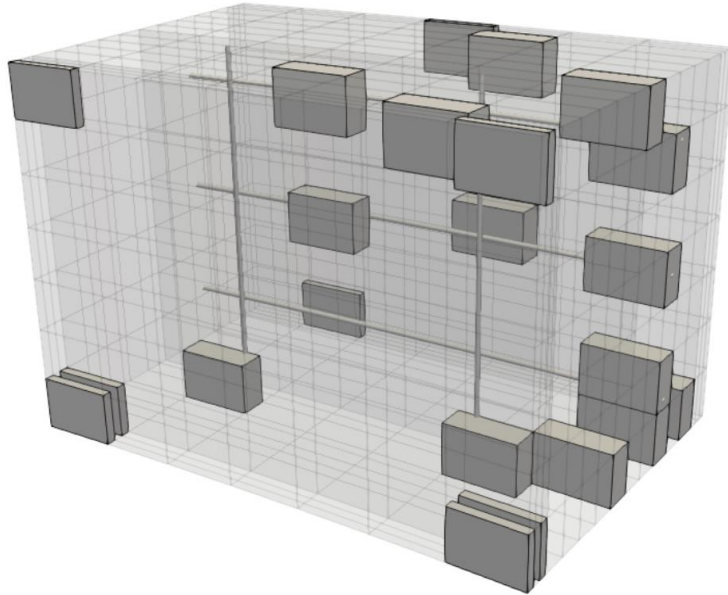
Objectifs:

- Cas non-linéaire du matériau (**fluage béton**)
- Recalage/assimilation de données avec une **maquette fortement instrumentée** (projet VERCORS)
- Intégration du mélange de modélisations

Méthodologie retenue:

- **POD avec algo greedy** (approche incrémentale)
- **Empirical quadrature** (EQ)
- Méthode d'optimisation par régions de confiance sur modèle réduit

RÉDUCTION DE COMPLEXITÉ EN MÉCANIQUE (THESE E. AGOUZAL)

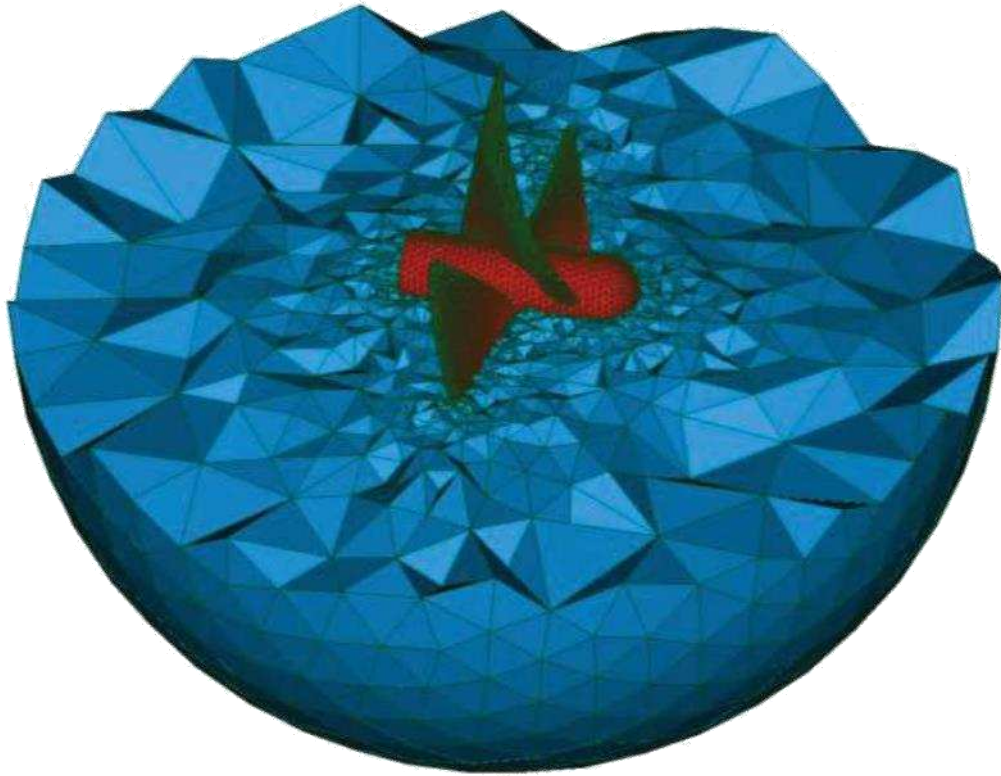


Principaux résultats:

- Commandes développées et adaptées pour la ROM pour l'EQ
- Prise en compte des **conditions de raccord** entre degrés de liberté (raccord câble/béton)
- ROM pour les cas de **thermo-hydro-mécanique** couplée (séchage du béton)

Sélection des mailles par empirical quadrature

RÉDUCTION DE COMPLEXITÉ EN MÉCANIQUE (THESE L. KHOUN)



*Propulseur de navire dans une bulle d'océan
(Naval Group)*

Réduction de modèle pour la **vibro-acoustique** avec **Naval Group** :

- Couplage fluide structure
- Problème linéaire transitoire
- Paramètres: chargement (explosion, séisme), géométrie

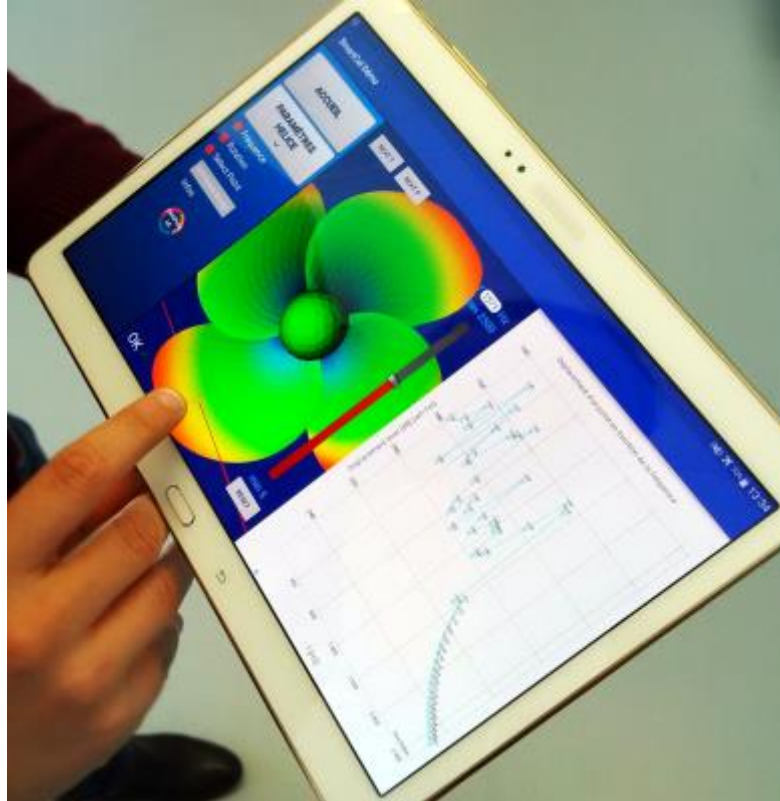
Objectifs :

- Extension de la ROM pour les **problèmes couplés**
- Cas transitoire en temps: problématique de la **stabilité** du schéma de discrétisation (Newmark) dans le cas ROM

Méthodologie retenue :

- **RB avec POD et algo greedy** (approche incrémentale)
- **EIM** sur opérateurs discrets (décomposition affine des opérateurs matriciels)

RÉDUCTION DE COMPLEXITÉ EN MÉCANIQUE (THESE L. KHOUN)



Principaux résultats :

- Critère de construction d'une base réduite pour l'IFS en conservant la **stabilité** du schéma temporel
- Application de la ROM sur différents sujets: **paramètres géométriques**, approche inverse
- Enrichissement des opérateurs de calcul de ROM dans **code_aster**

*Outil rapide de dimensionnement de propulseur de navire
(Naval Group)*

DES EXEMPLES DE RÉDUCTION EN NEUTRONIQUE

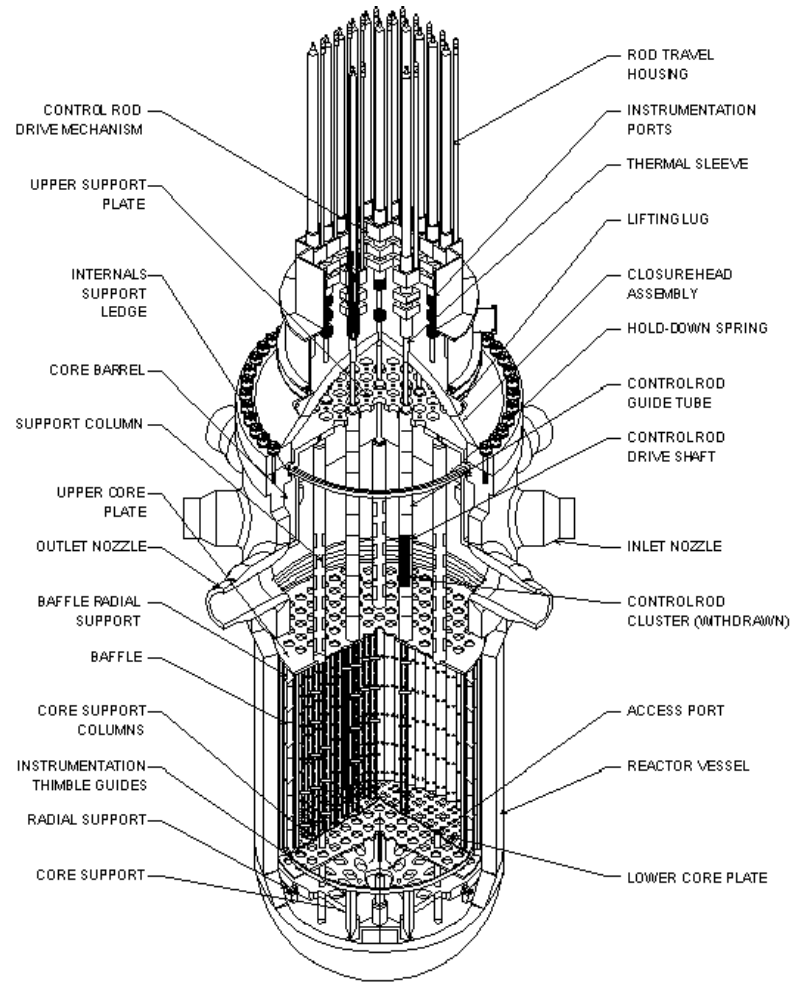
LA NEUTRONIQUE DES CŒURS DE CENTRALES NUCLÉAIRES

- Quelques caractéristiques notables de la **physique des cœurs** et de la **neutronique** :
 - Couplages multi-physiques, mélangeant micro et macro
 - Opérateurs mathématiques de transport et diffusion
 - Matériaux hétérogènes et actifs, équilibre énergétique

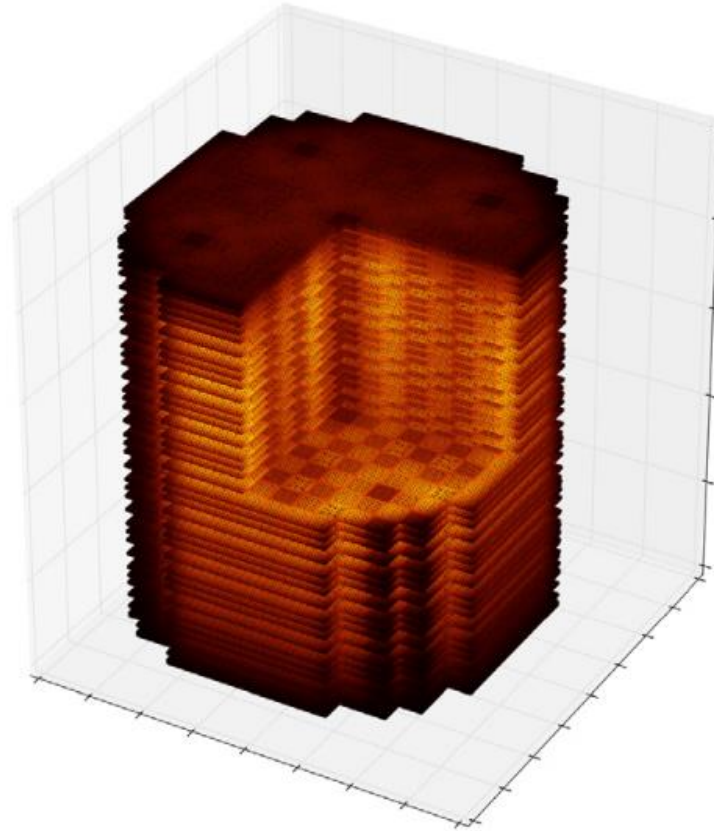
Équation stationnaire de **diffusion neutronique** : bilan

$$\left\{ \begin{array}{lcl} -\operatorname{div}\left(D_1 \overrightarrow{\operatorname{grad}} \phi_1\right) + \left(\sigma_{a1} + \sigma_r\right) \phi_1 & = & \frac{1}{\lambda}\left(\nu_1 \sigma_{f1} \phi_1 + \nu_2 \sigma_{f2} \phi_2\right) \\ -\operatorname{div}\left(D_2 \overrightarrow{\operatorname{grad}} \phi_2\right) + \sigma_{a2} \phi_2 & = & \sigma_r \phi_1 \\ & & + \text{Conditions aux limites} \end{array} \right.$$

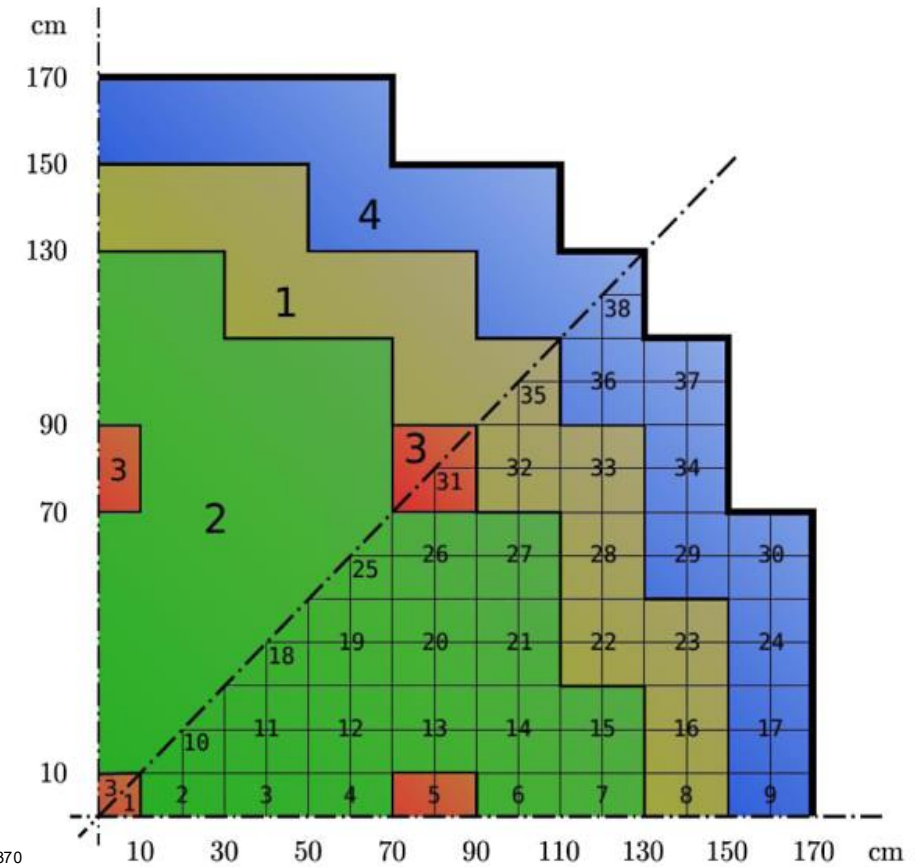
LA NEUTRONIQUE DES CŒURS DE CENTRALES NUCLÉAIRES



Source : <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Reactorvessel.gif>



Source : J.-P. Argand et al. / Journal of Computational Physics 363 (2018) 354–370



RÉDUCTION EIM/PBDW POUR LA NEUTRONIQUE (THÈSE H. GONG)

$$u = \{\phi_1, \phi_2\} \text{ sur } \Omega = \Omega_{core} \cup \Omega_{refl}, \quad \mu = \{D_{1|refl}\} \in D$$

$$\begin{cases} -\operatorname{div}\left(D_1 \overrightarrow{\operatorname{grad}} \phi_1\right) + \left(\Sigma_{a1} + \Sigma_r\right) \phi_1 &= \frac{1}{\lambda} \left(\nu_1 \Sigma_{f1} \phi_1 + \nu_2 \Sigma_{f2} \phi_2 \right) \\ -\operatorname{div}\left(D_2 \overrightarrow{\operatorname{grad}} \phi_2\right) - \Sigma_r \phi_1 + \Sigma_{a2} \phi_2 &= 0 \end{cases} \text{ sur } \Omega + \text{CL}$$

Multiples intérêts :

- Méthodes incrémentales
- Placement des capteurs
- Mesures déportées / cœur
- Maîtrise des erreurs et bruits

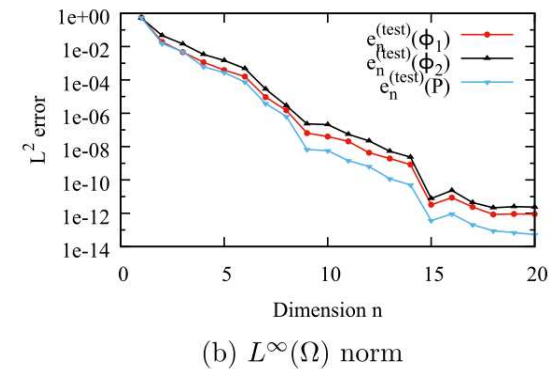
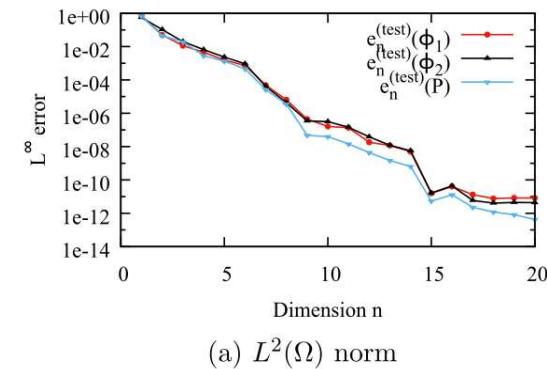
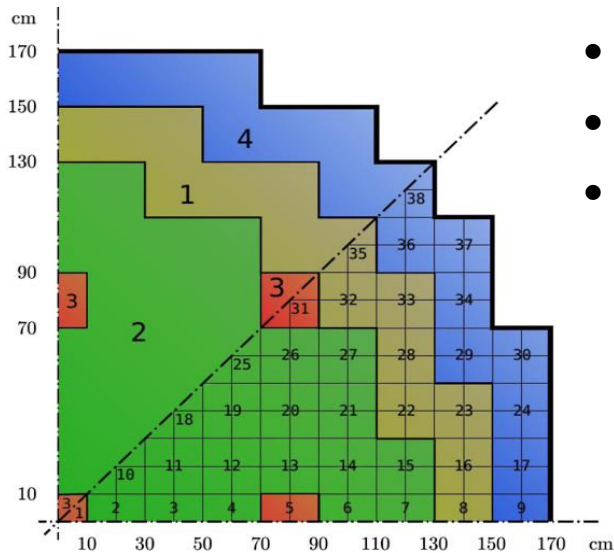


Fig. 7. Case II, error convergence for the reconstruction of $(\phi_1, \phi_2, P)(\mu)$ with $J_M[\phi_1, \phi_2, P](\mu)$ in 2D.

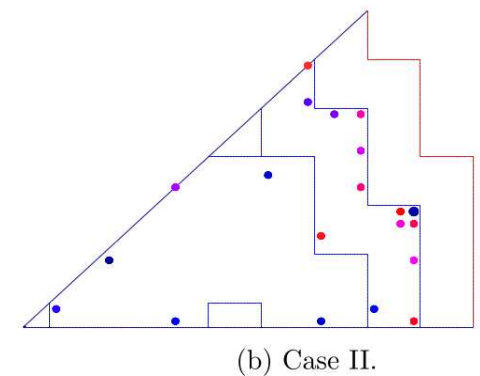
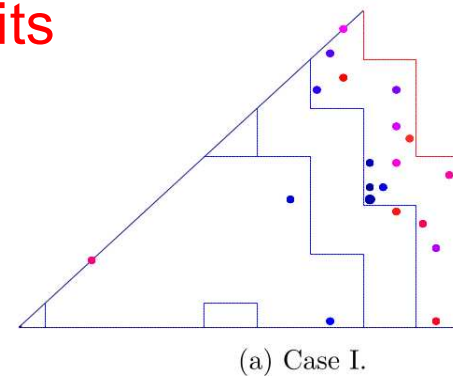


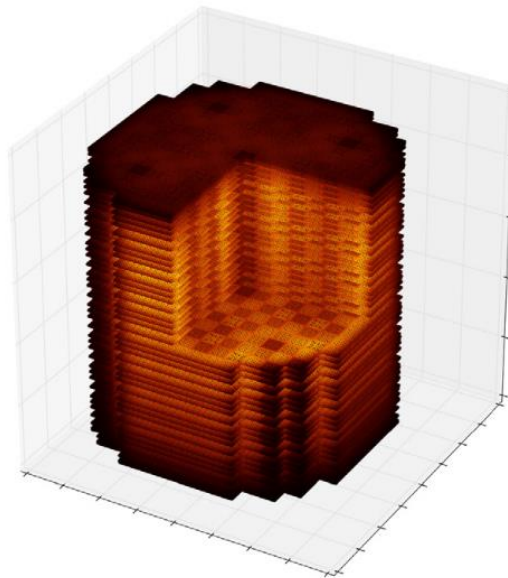
Fig. 8. Sensor locations chosen by the greedy algorithm in the 2D example.

Source : J.-P. Argaud et al. / Journal of Computational Physics 363 (2018) 354–370

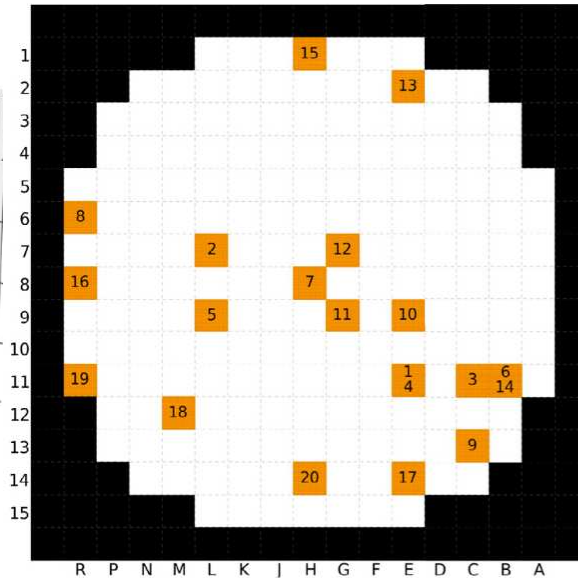
RÉDUCTION EIM/PBDW POUR LA NEUTRONIQUE (THÈSE H. GONG)

$$u = \{\phi_1, \phi_2, P\} \text{ sur } \Omega = \Omega_{core} \cup \Omega_{refl}, \quad \mu = \{P_w, Bu, D_1|_{refl}\} \in D$$

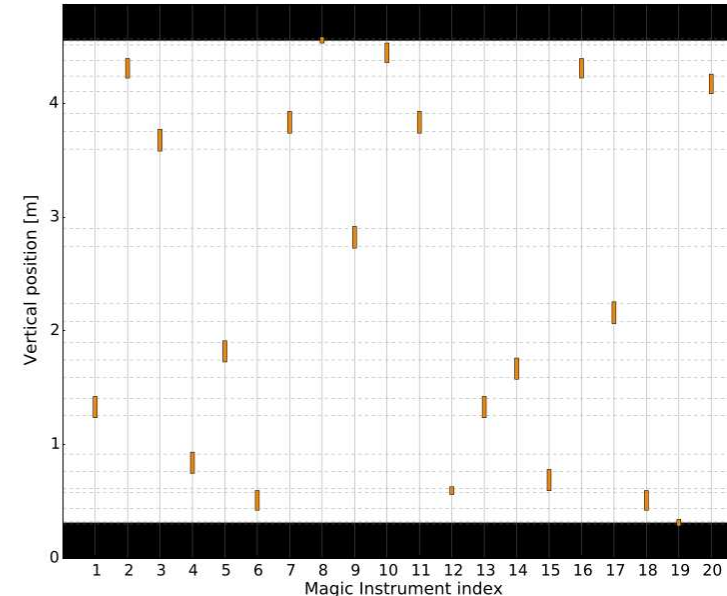
$$\begin{cases} -\text{div}(D_1 \overrightarrow{\text{grad}} \phi_1) + (\Sigma_{a1} + \Sigma_r) \phi_1 &= \frac{1}{\lambda} (\nu_1 \Sigma_{f1} \phi_1 + \nu_2 \Sigma_{f2} \phi_2) \\ -\text{div}(D_2 \overrightarrow{\text{grad}} \phi_2) - \Sigma_r \phi_1 + \Sigma_{a2} \phi_2 &= 0 \\ P &= \nu_1 \Sigma_{f1} \phi_1 + \nu_2 \Sigma_{f2} \phi_2 \end{cases} \text{ sur } \Omega + \text{CL}$$



Source : J.-P. Argaud et al. / Journal of Computational Physics 363 (2)



(a) Radial



(b) Axial

Multiple intérêts :

- *Méthodes incrémentales*
- *Placement des capteurs*
- *Mesures déportées / cœur*
- *Maîtrise des erreurs et bruits*
- *Part irréductible de l'erreur*
- *Réduction non paramétrique*

CONCLUSION ET OUVERTURE

PERSPECTIVES

- **Grand intérêt industriel dans la réduction de complexité :**
 - **Aide efficace à la simulation pour les études industrielles :**
 - pour prévoir avec précision et décider « dans les temps »,
 - en surveillance, conception ou vérification
 - **Aide novatrice à la mesure :**
 - mesure au « bon endroit »,
 - mesure de la « bonne information »,
 - Contrôler les erreurs et leur part irréductible
 - **Aide naturelle à la sobriété :**
 - méthodes incrémentales,
 - représentation « nécessaire et suffisante »
 - **Aide assurée à la qualité :** erreurs a posteriori, certification
- **Domaine de recherche largement ouvert et actif**

Sélection de références I

- [1] M. ABBAS et al. « Implémentation de la méthode d'Hyper-Réduction de modèle dans **code_aster** et analyses paramétriques ». In : *11ème colloque national en calcul des structures*. École Nationale Supérieure des Mines de Paris. Giens, Var, France, mai 2013.
- [2] E. AGOUZAL. « Reduced order models in quasi-static nonlinear mechanics for state estimation by calibration through data assimilation : application to containment buildings ». *Thèse de doct. Université de Bordeaux*, 2024.
- [3] E. AGOUZAL et al. « Accelerated construction of projection-based reduced-order models via incremental approaches ». In : *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences* 11.1 (2024), p. 8. ISSN : 2213-7467. DOI : 10.1186/s40323-024-00263-5.
- [4] E. AGOUZAL et al. « Réduction de modèles de problèmes paramétriques en mécanique non linéaire à l'aide de Code Aster et Mordicus ». In : *15ème colloque national en calcul des structures*. Université Polytechnique Hauts-de-France [UPHF]. Giens, Var, France, mai 2022.
- [5] J.-P. ARGAUD et al. « Sensor placement in nuclear reactors based on the generalized empirical interpolation method ». In : *Journal of Computational Physics* 363 (2018), p. 354-370. ISSN : 0021-9991. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.jcp.2018.02.050>.

Sélection de références II

- [6] A. BENACEUR. « Réduction de modèles en thermique et mécanique non-linéaires ». Thèse de doct. Université Paris-Est, 2018.
- [7] A. BENACEUR et al. « A reduced basis method for parametrized variational inequalities applied to contact mechanics ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 121.6 (2019), p. 1170-1197.
- [8] T. DINH TRONG. « Modèles hyper-réduits pour la simulation simplifiée du soudage en substitut de calculs hors d'atteinte ». Thèse de doct. Université de recherche Paris Sciences et Lettres, 2018.
- [9] T. DINH TRONG et al. « Directional hyper-reduced model for evaluation of residual welding stresses in code_aster ». In : *Model Reduction for Parametrized Systems Conference*. Nantes, Loire-Atlantique, France, 2018.
- [10] T. DINH TRONG et al. « Modèle hyper-réduit directionnel pour la prévision simplifiée des contraintes résiduelles de soudage ». In : *13ème colloque national en calcul des structures*. Université Paris-Saclay. Giens, Var, France, mai 2017.
- [11] H. GONG. « Data assimilation with reduced basis and noisy measurement : Applications to nuclear reactor cores ». Thèse de doctorat dirigée par Maday, Yvon et Mula Hernandez, Olga Mathématiques appliquées Sorbonne université 2018. Thèse de doct. 2018.

Sélection de références III

- [12] H. GONG et al. « Parameter identification and state estimation for nuclear reactor operation digital twin ». In : *Annals of Nuclear Energy* 180 (2023), p. 109497. ISSN : 0306-4549.
- [13] H. GONG et al. *PBDW method for state estimation : error analysis for noisy data and nonlinear formulation*. 2019. eprint : 1906.00810.
- [14] L. KHOUN. « Reduced order modelling for parametrized time-domain vibro-acoustic problems. Application to the design of structures subjected to underwater explosions ». *Thèse de doct. Sorbonne Université*, 2020.
- [15] L. KHOUN et al. « Un modèle d'ordre réduit stable pour les problèmes vibro-acoustiques transitoires discrétisés par la méthode des éléments finis avec la formulation en u - p - phi ». In : *14ème colloque national en calcul des structures*. Giens, Var, France, mai 2019.
- [16] C. LEBLOND et al. « Application de la méthode de Base Réduite pour la réponse vibroacoustique de structures immergées avec paramètres incertains ». In : *13ème colloque national en calcul des structures*. Université Paris-Saclay. Giens, Var, France, mai 2017.
- [17] I. NIAKH. « Réduction de modèle pour les inéquations variationnelles ». *Thèse de doct. École des Ponts Paristech*, 2022.

Sélection de références IV

- [18] I. NIAKH et al. « A reduced basis method for frictional contact problems formulated with Nitschemethod ». In : *Journal Computational Mechanics* 10 (2024), p. 29-54. DOI : [10.5802/smai-jcm.105](https://doi.org/10.5802/smai-jcm.105).
- [19] I. NIAKH et al. « Stable model reduction for linear variational inequalities with parameter-dependent constraints ». In : *ESAIM : Mathematical Modelling and Numerical Analysis* 57.1 (2023), p. 167-189. DOI : [10.1051/m2an/2022077](https://doi.org/10.1051/m2an/2022077).